V.
Pomiary pojemności.

Pojemność jakiegoś kondenzatora nie jest wielkością stałą lecz zależną od różnych czynników, jak dielektryk, napięcie, częstość okresów, temperatura i t. p. U wszystkich kondenzatorów, a zwłaszcza u tych, których dielektryk jest złożony, występują zjawiska ładunku szczątkowego, objawiające się tem, że mimo pozornego wyładowania kondenzatora zostaje jeszcze jakiś ładunek. Daje się to zauważyć zwłaszcza przy prądzie przemiennym, wtedy ładunek szczątkowy rośnie z częstością okresów, a więc pojemność kondenzatora maleje. Na zewnątrz objawia się to jako strata energii przez ogrzanie się kondenzatora.

Także temperatura wywiera wpływ na pojemność kondenzatora, n. p. pojemność kondenzatora z miki zmniejsza się o 0,02% ze wzrostem temperatury o 1°C.

W wypadkach więc, gdzie mogą zajść podobne zjawiska, należy podać wielkość i rodzaj napięcia mierniczego i w ogóle stosunki zachodzące przy pomiarze.

Przy wszelkich pomiarach pojemności trzeba dbać o to, aby kondenzátory i przyrządy miernicze były dobrze izolowane, gdyż straty na ładunku, powstające skutkiem złej izolacyi, wpływają ujemnie na wynik pomiaru.

Do pomiarów pojemności nadają się przedewszystkiem galwanometry balistyczne. Znajomość ich i teorya działania jest więc koniecznie potrzebną (p. Część II. rozdz. 1_2).

1. Metody balistyczne.

a) Metoda zwykła.

Jest to metoda pośrednia, za pomocą której oblicza się pojemność kondenzatora, znając jego ładunek i siłę elektromotoryczną, wywołującą ten ładunek. Jeżeli ma się do dyspozycyi ogniwo normalne, to tem samem wielkość *SEM* jest znana, w przeciwnym razie należy ją pomierzyć elektrostatycznie, ażeby otrzymać te same warunki, co przy ładowaniu kondenzatora t. j. nie wydawanie prądu.

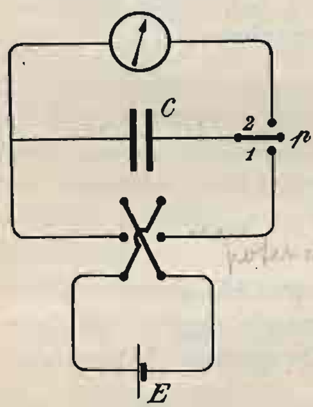
Kondenzator C ładuje się *(rys. 44.)* za pomocą ogniwa przy położeniu przełącznika na 1 i następnie wyładowuje się go przez galwanometr balistyczny (przełącznik na 2). Wtedy pojemność kondenzatora C określona jest stosunkiem jego ładunku Q i *SEM* E

$$C=\frac{Q}{E}.$$

Jeżeli pierwsze odchylenie galwanometru balistycznego, odpowiadające ładunkowi Q będzie α_1, to

$$C=\frac{c_b}{E}\alpha_1\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right),$$

gdzie c_b jest to stała balistyczna galwanometru, a Λ dekrement logarytmiczny *).



Rys. 44.

Ładunek kondenzatora musi być tak dobrany, aby odchylenie α'_1 było w granicach skali i to możliwie największe, gdyż wtedy dokładność pomiaru jest największa; otrzymuje się to przez regulowanie napięcia przyłożonego za pomocą oporu upustowego. Ogniwo załącza się na bardzo duży opór R (przy normalnych nie mniejszy niż $100000\,\Omega$!); jeżeli na części oporu R' weźmiemy spadek napięcia V, to

$$V=E\frac{R'}{R}$$

i to V należy wstawić do wzoru zamiast E.

Ażeby zniweczyć wpływ ładunku szczątkowego, ładuje się kondenzator w obu kierunkach za pomocą kołyski Poggendorffa i wyładowuje się go każdorazowo przez galwanometr przy stałem napięciu, biorąc z obu spostrzeżeń α_1 średnie.

Metoda polega na spostrzeganiu jednej zmiennej α_1, inne wielkości E, c_b i Λ muszą być poprzednio wyznaczone lub

*) por. Część II. rozdz. 1_2.

znane i zwykle przyjmuje się je jako stałe; z nich oblicza się każdorazowe C i $C_{śr}$, oraz średni błąd.

Błąd graniczny oblicza się według

$$\frac{\Delta_g C}{C}=\frac{\Delta_g E}{E}+\frac{\Delta_g c_b}{c_b}+\frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1}+\frac{\Delta_g \Lambda}{2+\Lambda},$$

gdzie $\Delta_g E$ można przyjąć (przy ogniwach normalnych) 0,05%, $\Delta_g c_b$ zależy od dokładności wyznaczenia stałej balistycznej galwanometru (0,1%), $\Delta_g \alpha_1$ zakłada się 0,25—0,50 podziałki, a $\Delta_g \Lambda$ 0,1%; $\left(\frac{\Delta_g \Lambda}{\Lambda}\right.$ otrzymuje się różniczkując $1+\frac{\Lambda}{2}$ względem $\left.\Lambda\right)$.

Protokół pomiaru:

L. p.	E	c_b	Λ	α'_1	C	$C_{śr}$	ΔC	$(\Delta C)^2$

b) Metoda Maxwella.

Układ połączeń jest podobny do *rys. 44*. Pomiar składa się z dwuch pomiarów. Naprzód załącza się ogniwo na kondenzator i wyładowuje się je przez galwanometr balistyczny, wtedy według poprzedniego

$$C=\frac{c_b}{E}\alpha_1\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right).$$

Następnie to samo ogniwo przy tem samem napięciu załącza się w obwód, złożony z drugiego oporu nieindukcyjnego R i tego samego galwanometru balistycznego i obserwuje się odchylenie α galwanometru, użytego w tym wypadku jako statyczny, wtedy

$$\frac{E}{R}=c\alpha,$$

gdzie c jest to stała statyczna galwanometru. Po podstawieniu wartości za E w równanie poprzednie, będzie

$$C=\frac{1}{R}\frac{c_b}{c}\frac{\alpha_1}{\alpha}\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right);$$

ponieważ dla tego samego galwanometru stosunek obu stałych wyraża się przez $\frac{T_0}{\pi}$, gdzie T_0 jest to czas wahnienia bez tłumienia w sekundach, przeto

$$C=\frac{1}{R}\frac{T_0}{\pi}\frac{\alpha_1}{\alpha}\left(1+\frac{\Lambda}{2}\right).$$

Ten sposób daje się zastosować wtedy, jeżeli galwanometr balistyczny może być użyty jako zwykły (statyczny), co nie zawsze da się osięgnąć.

Metoda składa się z dwu pomiarów; z pierwszego otrzymuje się odchylenia α_1, z drugiego α; T_0 i Λ są jednoczesne z α_1 i wyznacza się je każde dla siebie osobno, R jest jednoczesne z α.

Wynik oblicza się robiąc szereg pomiarów α_1 i α i wyznaczając błędy $\Delta\alpha_1$ i $\Delta\alpha$ i ich wpływ na wynik czyli błędy $(\Delta C)'$ i $(\Delta C)''$; błąd wyniku będzie $\sqrt{(\Delta C)'^2+(\Delta C)''^2}$. Jeżeli nie chodzi o wyznaczenie poszczególnych błędów, to można odrazu podstawić wartości α'_1 i α'' do wzoru i obliczyć pojemność kondenzatora C, a ztąd średni błąd. Przy tem najdogodniej jest wstawić opór R w gałęź kondenzatora za pomocą przełącznika i załączać E naprzemian na R i na C i odczytywać odchylenia.

Błąd graniczny wyznacza się według

$$\frac{\Delta_g C}{C}=\frac{\Delta_g R}{R}+\frac{\Delta_g T_0}{T_0}+\frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1}+\frac{\Delta_g \alpha}{\alpha}+\frac{\Delta_g \Lambda}{2+\Lambda},$$

gdzie $\Delta_g R$ przyjmuje się 0,1—0,2%, $\Delta_g T_0$ 0,1%, $\Delta_g \alpha$ 0,1 podziałki, a $\Delta_g \alpha_1$ i $\Delta\Lambda$ jak poprzednio.

Protokół pomiaru:

L. p.	R	τ	Λ	α_1	α	C	$C_{śr}$	ΔC	$(\Delta C)^2$

2. Metoda porównawcza.

Ta metoda polega na porównywaniu ładunków dwu kondenzatorów, badanego i normalnego za pomocą galwanometru balistycznego. Jako źródło *SEM* najlepiej jest brać ogniwo normalne. Układ połączeń wskazuje *rys. 45*. Przy położeniu przełącznika na 1 kondenzator C się ładuje i galwanometr daje pierwsze odchylenie n. p. α'_1, a przy wyładowaniu (przełącznik na 2) odchylenie α''_1 w drugą stronę. Jeżeli kondenzator jest dobrze izolowany i nie ma strat w dielektryku, to $\alpha'_1=\alpha''_1$, tak jednak prawie nigdy nie jest, wtedy bierze się $\frac{\alpha'_1+\alpha''_1}{2}=\alpha_1$. Ilość elektryczności odpowiadająca temu odchyleniu

$$Q = c_b \alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right).$$

To samo robi się dla kondenzatora normalnego C_n, wtedy

$$Q_n = c_b \alpha_{1n} \left(1 + \frac{\Lambda_n}{2}\right),$$

z tego

$$\frac{Q}{Q_n} = \frac{\alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right)}{\alpha_{1n} \left(1 + \frac{\Lambda_n}{2}\right)} = \frac{CE}{C_n E}$$

czyli

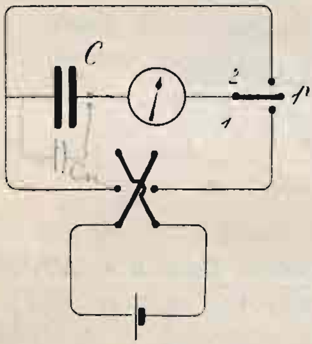
$$\frac{C}{C_n} = \frac{\alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right)}{\alpha_{1n} \left(1 + \frac{\Lambda_n}{2}\right)}$$

Jeżeli przy zastosowaniu tego samego ogniwa (wzgl. tego samego napięcia), otrzyma się oba odchylenia w granicach skali, to można uważać w obu wypadkach opór obwodu galwanometru ten sam, wtedy tłumienie jest to samo:

$$\Lambda = \Lambda_n,$$

a

$$C_1 = C_n \frac{\alpha_1}{\alpha_{1n}}.$$



Rys. 45.

Przy tej metodzie ładunek szczątkowy może mieć znaczny wpływ na wynik pomiaru; używa się jej więc przy mierzeniu pojemności kondenzatorów o znacznym ładunku szczątkowym, jeżeli właśnie chodzi o to, aby tenże był uwzględniony. Przez puszczanie prądu w obu kierunkach za pomocą kołyski, można się od tego wpływu uwolnić.

Powyższa metoda posiada 3 zmienne, z których C_n jest zwykle stałe, a α_1 i α_{1n} spostrzega się niejednocześnie. Pomiar składa się więc z szeregu spostrzeżeń α_1 i α_{1n}, z których bierze się średnie, oblicza się średnie błędy i ich wpływ na wynik pomiaru, albo też spostrzega się naprzemian α_1 i α_{1n} — przy umieszczeniu kondenzatorów za pomocą przełącznika — i oblicza każdorazowe C, a potem bierze średnią. Postępowanie przytem i protokoły są podobne, jak przy innych metodach porównawczych (n. p. str. 61).

Błąd graniczny oblicza się według

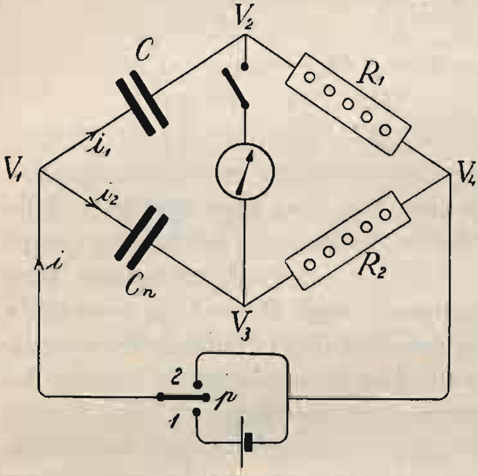
$$\frac{\Delta_g C}{C} = \frac{\Delta_g C_n}{C_n} + \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta_g \alpha_{1n}}{\alpha_{1n}},$$

gdzie $\Delta_g C_n$ przyjmuje się 0,2%, $\Delta_g \alpha_1$ i $\Delta_g \alpha_{1n}$ 0,25—0,5 podziałki. Najlepsze warunki pomiaru będą — jak w ogóle przy metodach podobnych — jeżeli α_1 i α_{1n} są duże i sobie równe. Dąży się do tego przez odpowiedni dobór kondenzatora normalnego i napięcia przyłożonego.

3. Metody zerowe.

a) Metoda Sauty'ego.

Jest to — w przeciwieństwie do metod poprzednich — metoda zerowa. Daje też ona dogodności związane z typem metody. Polega na porównywaniu kondenzatora badanego z normalnym, umieszczonym wraz z nim i dwiema opornicami zatyczkowemi R_1 i R_2 w mostku Wheatstone'a *(rys. 46.)*.



Rys. 46.

Za pomocą przełącznika p można kondenzatory raz ładować, a drugi raz wyładowywać.

Ponieważ to jest metoda zerowa, przy której nie mierzy się odchyleń, można galwanometr balistyczny zastąpić statycznym, znacznie od tamtego czulszym i wygodniejszym.

Przez odpowiedni dobór oporów R_1 i R_2 osiąga się taki stan, że przy ładowaniu i wyładowaniu kondenzatorów galwanometr nie będzie dawał odchylenia. Wtedy różnice potencyałów na obłożeniach obu kondenzatorów będą równe

$$V_1 - V_2 = V_1 - V_3,$$

albo

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q_n}{C_n},$$

gdzie Q i Q_n są to ładunki odpowiednie różnicom potencyałów

z tego
$$\frac{C}{C_n}=\frac{Q}{Q_n}.$$

Dalej musi być także
$$V_2-V_4=V_3-V_4,$$
albo
$$i_1R_1=i_2R_2,$$
gdzie i_1 i i_2 są to prądy chwilowe przy ładowaniu lub wyładowaniu, można je więc wyrazić przez
$$R_1\int i_1\,dt=R_2\int i_2\,dt,$$
czyli
$$R_1Q_1=R_2Q_2,$$
albo
$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{Q_2}{Q_1},$$
Q_1 będzie to ładunek kondenzatora C, a Q_2 kondenzatora C_n, t. zn.
$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{Q_n}{Q}.$$

Po porównaniu z poprzedniem otrzymamy
$$C=C_n\frac{R_2}{R_1}.$$

W wyprowadzeniu powyższego wzoru przychodzi po obu stronach całka ze względu na czas t, w obec tego czas ładowania i wyładowania obu kondenzatorów, badanego i normalnego, musi być ten sam, co nie zawsze daje się osięgnąć, zwłaszcza przy pomiarach kabli i co powoduje wtedy błąd. Prócz tego występują jeszcze inne błędy, jak wpływ samoindukcyi i pojemności opornic zatyczkowych, który nie zawsze jest do zaniechania i straty ładunku w dielektryku, zwłaszcza przy kablach.

Od wpływu samoindukcyi i nierówności czasu ładowania można się uwolnić przez przestawienie galwanometru i ogniwa; przy pomiarze trzeba naprzód zamknąć wyłącznik w gałęzi ogniwa, a potem w gałęzi galwanometru. Wzór ostateczny jest ten sam (jest to t. zw. metoda Gott'a).

Metoda Sauty'ego posiada 3 zmienne, z których C_n jest zwykle stałe, a R_1 i R_2 spostrzega się równocześnie.

Błąd graniczny wyznacza się według
$$\frac{\Delta_g C}{C}=\frac{\Delta_g C_n}{C_n}+\frac{\Delta_g R_1}{R_1}+\frac{\Delta_g R_2}{R_2}+\frac{\delta C}{C},$$
gdzie $\Delta_g C_n$ przyjmuje się 0,2%, $\Delta_g R_1$ i $\Delta_g R_2$ 0,1—0,2%, a $\frac{\delta C}{C}$ jest miarą czułości układu, którą się otrzymuje, zmieniając R_1

lub R_2, aż się otrzyma założone odchylenie (0,2) podziałki galwanometru.

N a j l e p s z e w a r u n k i p o m i a r u będą, jeżeli R_1 i R_2 będą duże i sobie równe.

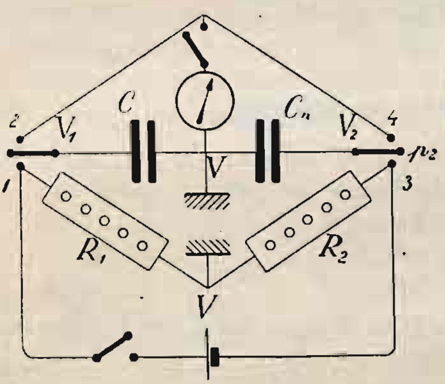
P r o t o k ó ł p o m i a r u:

L. p.	C_n	R_1	R_2	C	$C_{śr}$	ΔC	$(\Delta C)^2$

Z szeregu wartości C oblicza się $C_{śr}$, oraz średni błąd.

b) Metoda Thomsona.

Wymienione wady poprzedniej metody dadzą się usunąć przez zastosowanie metody Thomsona. Kondenzator badany i normalny załącza się z dwiema opornicami zatyczkowemi według następującego układu mostkowego *(rys. 47.)*.



Rys. 47.

Za pomocą przełączników p_1 i p_2 można ładować i wyładowywać kondenzatory. Przy wyładowaniu (p_1 na 2, p_2 na 4) oba kondenzatory, przeciwnie naładowane, wyładowują się przez galwanometr, którego odchylenie będzie proporcyonalne do różnicy obu ładunków:

$$Q = C(V_1 - V),$$
$$Q_n = C_n(V - V_2).$$

Przez odpowiedni dobór obu oporów R_1 i R_2 można otrzymać taki stan, że przy wyładowaniu galwanometr będzie stać na zerze, wtedy oba ładunki będą równe

$$C(V_1 - V) = C_n(V - V_2),$$

albo

$$\frac{C}{C_n} = \frac{V - V_2}{V_1 - V}.$$

Między opornicami R_1 i R_2 musi być wtedy także potencyał V; wtedy

$$\frac{V_1 - V}{R_1} = \frac{V - V_2}{R_2},$$

$$\frac{V_1 - V}{V - V_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

A więc
$$\frac{C}{C_n} = \frac{R_2}{R_1},$$

a
$$C = C_n \frac{R_2}{R_1},$$

a więc ten sam wzór, co w poprzedniej metodzie, tylko jak widać czas nie wchodzi tu w rachubę; można więc kondenzatory dowolnie długo ładować i wyładowywać. W obec tego ta metoda nadaje się zwłaszcza wtedy, gdy kondenzatory mają różne dielektryki (pomiary kablowe).

Błąd graniczny, najlepsze warunki i protokół pomiaru są te same, co przy poprzedniej metodzie.

Metoda Thomsona jest nader dokładna i wygodna, zwłaszcza przy zastosowaniu sekometru i czułego galwanometru.

4. Sposób techniczny.

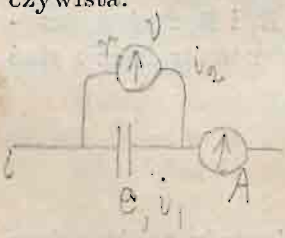
Kondenzator o pojemności C załącza się na napięcie V o częstości okresów n, wtedy bierze on prąd o natężeniu

$$J = 2\pi n C V,$$

z tego
$$C = \frac{J}{2\pi n V}.$$

Jeżeli J jest w amperach, a V w voltach to C otrzymuje się w faradach.

Napięcie przyłożone musi mieć przebieg sinusoidalny; w przeciwnym razie wyższe harmoniczne wpływają bardzo na wynik pomiaru, gdyż kondenzator zwiększa wielkość harmonicznych; pojemność pomierzona jest wtedy większą niż rzeczywista.



$$[I],\ [I_1],\ [I_2],\ [V]$$

$$[I] = [I_1] + [I_2] = \frac{[V]}{z} + \frac{[V]}{r} =$$

$$= [V]\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{r}\right) = V\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{r}\right)$$

$$z = -j/\omega C \quad [I] = V\left(\frac{\omega C}{-j} + \frac{1}{r}\right) = V\left(\frac{1}{r} + j\omega C\right)$$

$$I = V \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{r}\right)^2 + (\omega C)^2} = V\omega C. \quad \left(\frac{1}{r} \text{ pomijamy}\right)$$

Najlepsze warunki: odczytywanie A i V

VI.

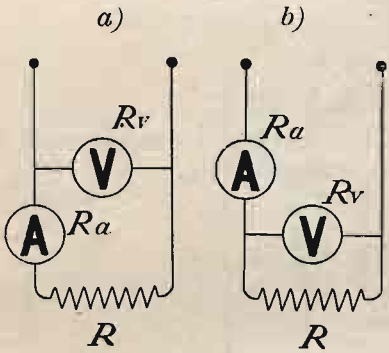
Pomiary mocy.

1. Pomiary mocy prądu stałego.

Moc prądu stałego P określa się iloczynem z napięcia V i natężenia J

$$P = VJ.$$

Ponieważ zarówno voltmetr (z wyjątkiem elektrostatycznych) jak i ampermetr zużywają pewną część mocy, przeto powyższy wzór nie jest zupełnie ścisły, jeżeli do niego się wstawia bezpośrednie wskazania tych przyrządów. Do ścisłego zatem wyznaczenia mocy, czy to wydanej przez źródło prądu (n. p. generator), czy też zużytej przez odbieralnik, należy wprowadzić pewne poprawki do tego wzoru, zależne od rodzaju połączenia voltmetru i ampermetru między sobą.



Rys. 48.

Dwa połączenia są tu możliwe *(rys. 48.)*.

Połączenie a).

1. Moc odbieralnika.

Moc P_R zużyta przez odbieralnik R równa się iloczynowi z napięcia na jego krańcach V_R i prądu J_R przepływającego przez niego

$$P_R = V_R J_R.$$

Wskazania voltmetru i ampermetru niech będą V_v i J_a. Ampermetr A mierzy prąd przepływający przez odbieralnik

$$J_R = J_a.$$

Voltmetr V mierzy spadek napięcia na odbieralniku V_k i na ampermetrze (o oporze R_a) $J_a R_a$, a zatem

$$V_k = V_v - J_a R_a.$$

W obec tego moc

$$\boldsymbol{P_k = V_v J_a - J^2{}_a R_a},$$

t. zn. od iloczynu z wskazań voltmetru i ampermetru należy odjąć moc zużytą w ampermetrze.

2. Moc źródła prądu.

Moc wydana przez źródło prądu

$$P_g = V_g J_g.$$

Aby dostać cały prąd płynący ze źródła prądu, należy do wskazań ampermetru J_a dodać prąd płynący pod napięciem V_v przez voltmetr (o oporze R_v) t. j. $\frac{V_v}{R_v}$

$$J_g = J_a + \frac{V_v}{R_v}.$$

Voltmetr pokazuje napięcie na krańcach źródła prądu

$$V_g = V_v.$$

Wobec tego moc

$$\boldsymbol{P_g = V_v J_a + \frac{V_v^2}{R_v}},$$

t. zn. do iloczynu z wskazań voltmetru i ampermetru należy dodać moc straconą w voltmetrze.

Połączenie b).

W podobny sposób znaleźć można

1. Moc odbieralnika

$$P_k = V_k J_k$$

$$J_k = J_a - \frac{V_v}{R_v}$$

$$V_k = V_v$$

$$\boldsymbol{P_k = V_v J_a - \frac{V_v^2}{R_v}}.$$

2. Moc źródła prądu

$$P_g = V_g J_g$$

$$J_g = J_a$$

$$V_g = V_v + J_a R_a$$

$$\boldsymbol{P_g = V_v J_a + J_a^2 R_a}.$$

Jeżeli poprawek uwzględnić nie można, n. p. z powodu nieznajomości oporów przyrządów, albo nie potrzeba koniecznie, to należy zastosować taki układ połączeń, przy którym poprawka byłaby jak najmniejsza.

W obec tego nadawać się będą:

połączenie a,1 i b,2 do małych natężeń a dużych napięć,

połączenie a,2 i b,1 do dużych natężeń a małych napięć.

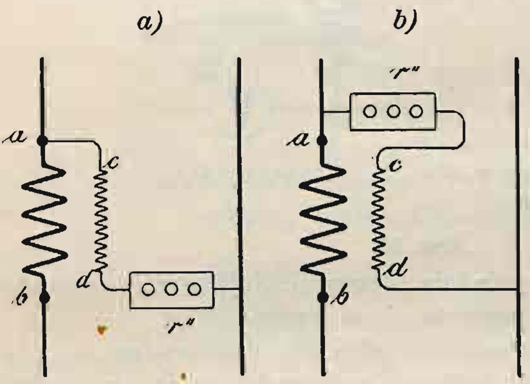
2. Pomiary mocy jednoprądu.

a) Metoda jednego wattmetru.

Moc jednoprądu przy obciążeniu nieindukcyjnem określa się iloczynem z napięcia i natężenia prądu; przy obciążeniu indukcyjnem uwzględnić należy kąt φ przesunięcia fazy między napięciem V a natężeniem J

$$P = VJ\cos\varphi$$

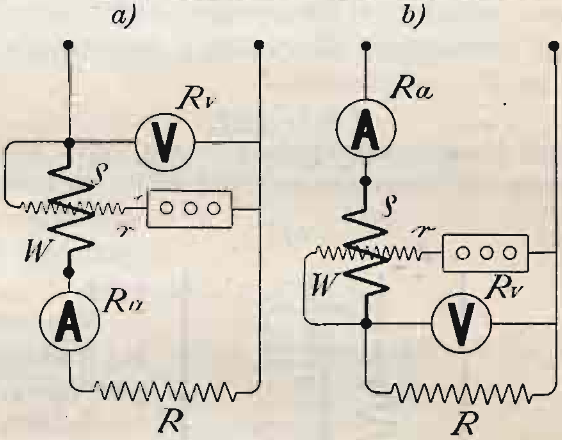
Voltmetr i ampermetr podają wtedy tylko moc pozorną; do pomierzenia zaś mocy rzeczywistej służy wattmetr, którego wskazania są proporcyonalne także do $\cos\varphi$.



Rys. 49.

Wattmetr załącza się w obwodzie prądu przemiennego — tutaj jednofazowego — w ten sposób, aby przez jego cewkę główną płynął cały prąd, jaki jest w obwodzie, a jego cewkę upustową załącza się równolegle do odbieralnika lub generatora. Prócz tego do wyznaczenia przesunięcia faz dodaje się ampermetr i voltmetr. Zwykle nie można cewki upustowej załączać na całe napięcie wprost, lecz za pośrednictwem oporu dodatkowego, wtedy przy załączaniu wattmetru należy przedewszystkiem zwrócić uwagę na to, aby między jego cewkami nie występywały nigdzie różnice napięcia większe, niż na jakie są zbudowane te cewki. Na *rys. 49.* przedstawione są dwa połączenia względem siebie cewek wattmetru, zależnie od tego, gdzie się załączy opór dodatkowy r''; *ab* jest to cewka główna wattmetru, a *cd* upustowa. Widać odrazu, że przy połączeniu *a)* największa różnica napięcia, występująca tutaj między *b* i *d*, jest mniejsza od całego napięcia o spadek napięcia na oporze r'', podczas gdy przy *b)* panuje między *b* i *d* całe napięcie, które może być znacznie wyższe od dopuszczalnego. W obec tego połączenie *b)* jest niedopuszczalne, a za pierwszą zasadą łączenia wattmetrów należy wziąć to, żeby jedne końce obu cewek były ze sobą połączone.

Podobnie jak przy prądzie stałym, są tutaj możliwe różne rodzaje połączeń przy mierzeniu mocy. Stosownie też do tego



Rys. 50.

należy wprowadzać odpowiednie poprawki. Najbardziej używane są 2 rodzaje połączeń, przedstawione na *rys. 50.*

Poprawki, jakie trzeba uwzględnić, wprowadza się jak poprzednio przy prądzie stałym; przychodzi tu jeszcze tylko moc stracona w obu cewkach wattmetru. Na *rys. 50.* r oznacza opór cewki upustowej r' wraz z oporem dodatkowym r'', t. zn. $r = r' + r''$, a ϱ opór cewki głównej.

Połączenie a).

1. Moc odbieralnika *R*.

Ampermetr *A* mierzy cały prąd płynący przez odbieralnik, a więc
$$J_R = J_a.$$

Voltmetr mierzy napięcie na odbieralniku, oraz na ampermetrze i cewce głównej wattmetru, przeto
$$V_R = V_v - J_a(R_a + \varrho).$$

Wattmetr W mierzy moc zużytą w odbieralniku oraz w ampermetrze i cewce głównej wattmetru, przeto

$$P_R = P_w - J_a^2(R_a + \varrho).$$

2. Moc źródła prądu G.

W podobny sposób będzie

$$J_g = J_a + V_v\left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{r}\right)$$

$$V_g = V_v$$

$$P_g = P_w + V_v^2\left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{r}\right).$$

Połączenie b).

1. Moc odbieralnika:

$$J_R = J_a - V_v\left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{r}\right)$$

$$V_R = V_v$$

$$P_R = P_w - V_v^2\left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{r}\right).$$

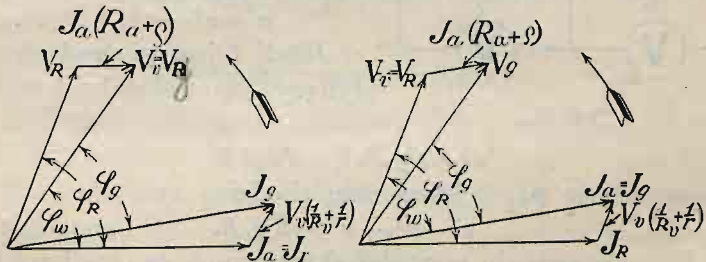
2. Moc źródła prądu:

$$J_g = J_a$$

$$V_g = V_v + J_a(R_a + \varrho)$$

$$P_g = P_w + J_a^2(R_a + \varrho).$$

Drugie człony w powyższych wzorach, które się dodaje lub odejmuje, są to poprawki ze względu na ampermetr lub voltmetr; graficznie przedstawia się je w sposób wskazany na



Połączenie *a)* Rys. 51. Połączenie *b)*

Tutaj oznacza:

φ_w przesunięcie faz wskazanie przez wattmetr,
φ_R „ „ na odbieralniku,
φ_g „ „ „ źródle prądu.

rys. 51. Kierunek obrotu wektorów jest przeciwny ruchowi skazówek zegara; wielkości napięcia i natężenia prądu przemiennego są wektorami, dodaje się więc je geometrycznie; moce dodaje się arytmetycznie, gdyż są wielkościami linijnemi.

W obu przypadkach nie uwzględniono samoindukcyi cewek, która jest zwykle znikomo mała.

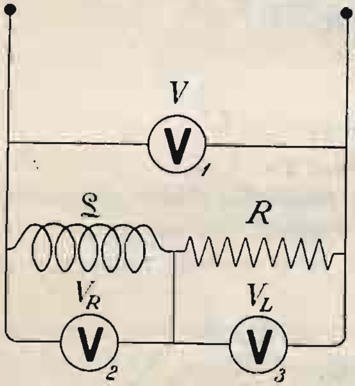
Powyższe poprawki są tak małe, że można ich przy pomiarach technicznych nie uwzględniać, a za to obrać taki układ połączeń, który daje najmniejszą poprawkę. W takim razie nadają się:

połączenie a, 1 i b, 2 — do małych natężeń a dużych napięć;

połączenie a, 2 i b, 1 — do dużych natężeń a małych napięć.

b) Metoda trzech voltmetrów (według Swinburne'a).

Moc jednoprądu — zużytą w cewce $\mathfrak{L}$ — można pomierzyć także bez wattmetru, a mianowicie za pomocą trzech voltmetrów i znanego oporu ohmowego, łącząc je z badaną cewką $\mathfrak{L}$ według układu podanego na *rys. 52.* Opór R musi być dostatecznie duży, aby przepuścił prąd płynący przez cewkę.



Rys. 52.

Napięcie chwilowe na cewce niech będzie v_L, a na oporze v_R; wtedy całkowite napięcie chwilowe

$$v = v_R + v_L$$

$$v^2 = v^2_R + v^2_L + 2 v_R v_L.$$

Jeżeli i jest to prąd chwilowy płynący przez cewkę i opór, to $v_R = iR$, wtedy

$$v^2 - v^2_R - v^2_L = 2 v_L i R;$$

$v_L i$ jest to moc p_L, o którą nam chodzi

$$v^2 - v^2_R - v^2_L = 2 p_L R.$$

Po podstawieniu wartości skutecznych za chwilowe będzie

$$\boldsymbol{P_L = \frac{V^2 - V^2_R - V^2_L}{2R}}.$$

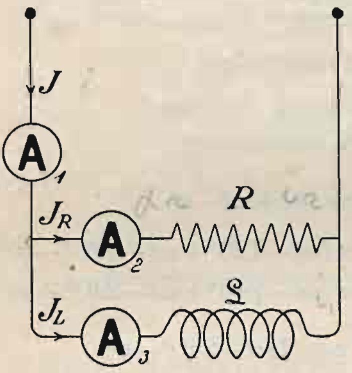
Mając to, można obliczyć $\cos\varphi$

$$\cos\varphi = \frac{P_L}{E_L J} = \frac{V^2 - V^2_R - V^2_L}{2 R V_L J} = \frac{V^2 - V^2_R - V^2_L}{2 V_R V_L}.$$

Ponieważ w liczniku jest tu różnica, przeto średni błąd względny będzie tem większy, im $\cos\varphi$ jest mniejsze; najmniejszy błąd będzie, jeżeli $V_R = V_L$. Widać stąd, że do pomiaru potrzeba podwójnej mocy. Dlatego też, ten sposób nadaje się do pomiaru małych mocy.

c) Metoda trzech ampermetrów (według F l e m i n g a).

Ten sposób polega na tej samej zasadzie co poprzedni, (*rys. 53.*), tylko zamiast napięć, przychodzą tu natężenia prądów chwilowych.



Rys. 53.

$$i = i_R + i_L,$$

$$i^2 = i^2_R + i^2_L + 2 i_R i_L,$$

$$i^2 - i^2_R - i^2_L = 2 i_R i_L = 2 i_L \frac{v}{R},$$

$$i^2 - i^2_R - i^2_L = \frac{2 p_L}{R},$$

$$P_L = \frac{R(J^2 - J^2_R - J^2_L)}{2}.$$

Z tego można także obliczyć $\cos\varphi$

$$\cos\varphi = \frac{P_L}{V J_L} = \frac{R(J^2 - J^2_R - J^2_L)}{2 V J_L},$$

ponieważ

$$\frac{R}{V} = \frac{1}{J_R},$$

przeto

$$\cos\varphi = \frac{J^2 - J^2_R - J^2_L}{2 J_R J_L}.$$

Uwagi podane przy poprzedniej metodzie, odnoszą się i tutaj.

3. Pomiary mocy trójprądu.

a) Metoda jednego wattmetru (o b c i ą ż e n i e r ó w n o m i e r n e).

Moc całkowita prądu trójfazowego równa się sumie mocy poszczególnych faz

$$P = P_1 + P_2 + P_3.$$

Jeżeli napięcia i natężenia mają przebieg sinusoidalny, to ich wartości chwilowe przy obciążeniu indukcyjnem będą

$$v_1 = v_{1m} \sin \omega t \qquad i_1 = i_{1m} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$v_2 = v_{2m} \sin(\omega t - 120^0) \qquad i_2 = i_{2m} \sin(\omega t - 120^0 - \varphi)$$

$$v_3 = v_{3m} \sin(\omega t - 240^0) \qquad i_3 = i_{3m} \sin(\omega t - 240^0 - \varphi)$$

gdzie φ oznacza kąt przesunięcia między napięciem a natężeniem w poszczególnych fazach; znak — przed φ wskazuje, że tutaj napięcie wyprzedza natężenie prądu, a znaczek m oznacza największą chwilową wartość napięcia wzgl. natężenia.

Przy równem obciążeniu 3 faz i tem samem przesunięciu faz można napisać:

$$P = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 =$$
$$= v_m i_m [\sin(\omega t)\sin(\omega t - \varphi) + \sin(\omega t - 120^0)\sin(\omega t - 120^0 - \varphi)$$
$$+ \sin(\omega t - 240^0)\sin(\omega t - 240^0 - \varphi)].$$

Po przekształceniu trygometrycznem według

$$\sin\alpha \sin\beta = \tfrac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)],$$

będzie $P = \frac{v_m i_m}{2}[\cos(\omega t - \omega t + \varphi) - \cos(\omega t + \omega t - \varphi)$

$$+ \cos(\omega t - 120^0 - \omega t + 120^0 + \varphi) - \cos(\omega t - 120^0 + \omega t - 120^0 - \varphi)$$
$$+ \cos(\omega t - 240^0 - \omega t + 240^0 + \varphi) - \cos(\omega t - 240^0 + \omega t - 240^0 - \varphi)]$$

$$P = \frac{v_m i_m}{2}\{3\cos\varphi - [\cos(2\omega t - \varphi) + \cos(2\omega t - 240^0 - \varphi)$$
$$+ \cos(2\omega t - 480^0 - \varphi).$$

Połóżmy $2\omega t - \varphi = \alpha$, a $\cos 480^0 = \cos 120^0$,

$$P = \frac{v_m i_m}{2}\{3\cos\varphi - [\cos\alpha + \cos(\alpha - 240^0) + \cos(\alpha - 120^0)]\}$$
$$= \frac{v_m i_m}{2}\{3\cos\varphi - [\cos\alpha + \cos\alpha\cos 240^0 + \sin\alpha\sin 240^0$$
$$+ \cos\alpha\cos 120^0 + \sin\alpha\sin 120^0]\},$$

ponieważ $\cos 240^0 = \cos 120^0 = -\tfrac{1}{2}$,

$$\sin 240^0 = -\tfrac{1}{2}\sqrt{3}, \text{ a } \sin 120^0 = \tfrac{1}{2}\sqrt{3},$$

$$P = \frac{v_m i_m}{2}\{3\cos\varphi - [\cos\alpha - \tfrac{1}{2}\cos\alpha - \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha - \tfrac{1}{2}\cos\alpha + \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha]\}$$

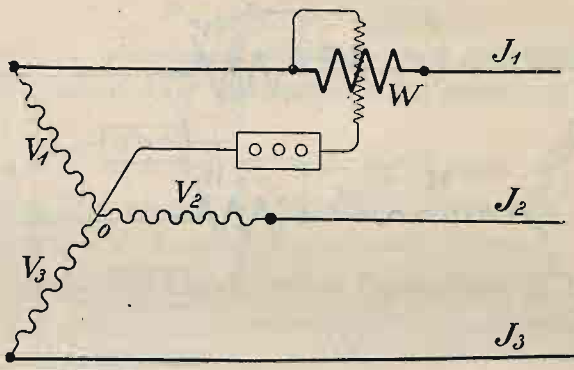
$$P = \frac{3 v_m i_m}{2}\cos\varphi;$$

ponieważ $\frac{v_m}{\sqrt{2}} = E$, a $\frac{i_m}{\sqrt{2}} = J$ (wartości skuteczne, wskazane przez przyrządy), przeto

$$\mathbf{P = 3VJ\cos\varphi}.$$

Widać stąd, że do pomiaru mocy trójprądu przy równomiernem obciążeniu trzech faz wystarczy znać napięcie i natężenie prądu w jednej fazie i kąt przesunięcia między niemi.

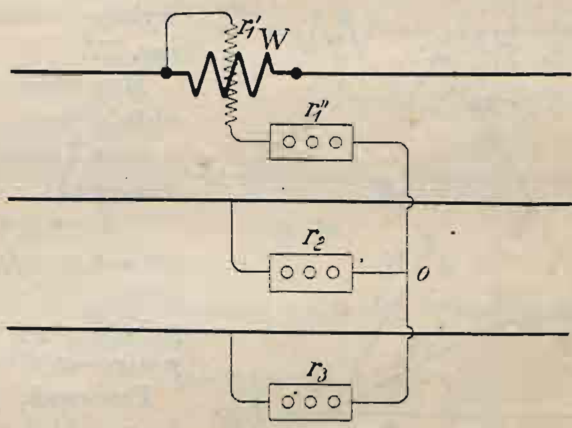
Przy połączeniu w gwiazdę o dostępnym punkcie zerowym, wattmetr załączony według *rys. 54.* mierzy moc rzeczywistą jednej fazy. Aby otrzymać więc moc całego układu, trzeba pomnożyć wskazania wattmetru przez 3.



Rys. 54.

Przy niedostępnym punkcie zerowym, albo przy połączeniu w trójkąt trzeba stworzyć punkt zerowy 0 za pomocą trzech równych oporów nieindukcyjnych

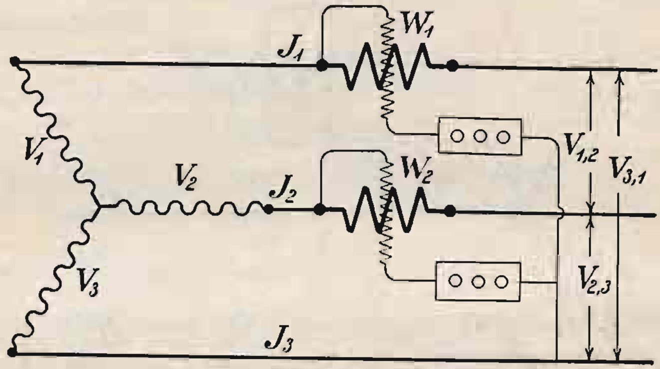
$$r'_1 + r''_1 = r_2 = r_3 \quad (rys.\ 55.).$$



Rys. 55.

b) Metoda dwuch wattmetrów (obciążenie nierównomierne.

Przy obciążeniu nierównomiernem nie można zastosować jednego wattmetru do pomiaru mocy całego układu, lecz trzeba pomierzyć moc każdej fazy osobno i to w tym samym czasie; potrzeba więc do tego 3 wattmetrów. Można jednak obejść się tylko dwoma wattmetrami przy zastosowaniu takiego układu połączeń, że cewki główne dwu wattmetrów załącza się do dwu

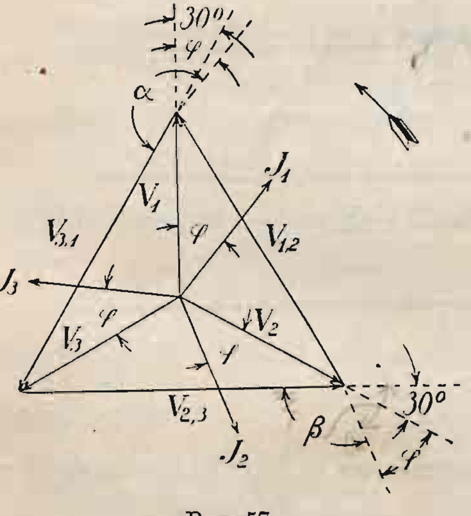


Rys. 56.

faz, a cewki upustowe między daną fazą a trzecią, w której wattmetru niema.

1. Połączenie w gwiazdę:

Układ połączeń podany jest na *rys. 56.*, a odpowiedni wykres wektorowy na *rys. 57.*



Rys. 57.

Moc chwilowa całego układu jest

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3.$$

Ponieważ

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0,$$

czyli $i_3 = -(i_1 + i_2)$,

przeto

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 - v_3 (i_1 + i_2),$$

$$p = (v_1 - v_3) i_1 + (v_2 - v_3) i_2.$$

Ponieważ, jak z wykresu widać,

$$v_1 - v_3 = -v_{3,1},$$

a $\quad v_2 - v_3 = v_{2,3},$

przeto

$$p = -v_{3,1} i_1 + v_{2,3} i_2.$$

Tutaj $-v_{3,1} i_1$ oznacza moc chwilową ujemną, wskazaną przez wattmetr W_1, przyczem jednak tę moc ujemną mierzy dodatnie odchylenie wattmetru W_1, a $v_{2,3} i_2$ moc chwilową wskazaną przez wattmetr W_2. Przeszedłszy więc z wartości chwilowych na skuteczne, można napisać

$$P = -P_1 + P_2 = P_2 - P_1.$$

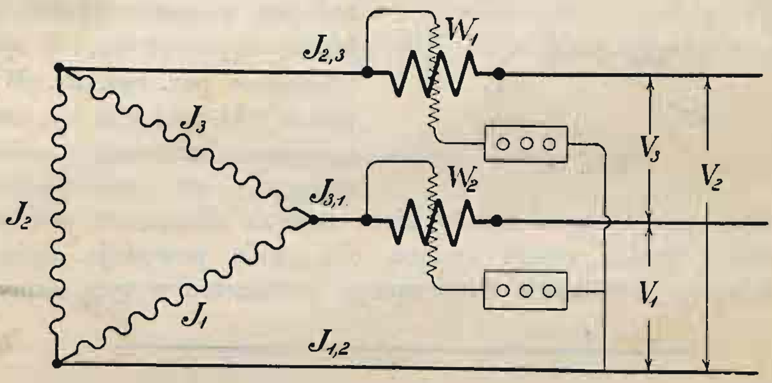
Ponieważ wattmetry wskazują moc rzeczywistą, przeto trzeba uwzględnić kąty przesunięcia faz między $v_{3,1}$ i J_1 oraz $v_{2,3}$ i J_2,

$$P = -V_{3,1} J_1 \cos\alpha + V_{2,3} J_2 \cos\beta.$$

Ponieważ w niektórych wypadkach wskazania wattmetrów się odejmuje, a w innych dodaje, przeto piszemy

$$\boldsymbol{P = V_{2,3} J_2 \cos\beta \pm V_{3,1} J_1 \cos\alpha,}$$

(p. niżej); α oznacza kąt zawarty między natężeniem J_1 a napięciem międzyfazowem $v_{3,1}$, a β kąt między J_2 a $V_{2,3}$.



Rys. 58.

2. Połączenie w trójkąt.

Układ połączeń i wykres wektorów wskazuje *rys. 58.* i *59.* Podobnie jak poprzednio

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3$$

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

$$v_3 = -(v_1 + v_2)$$

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 - (v_1 + v_2) i_3$$

$$p = v_1 (i_1 - i_3) + v_2 (i_2 - i_3).$$

Ponieważ $i_1 - i_3 = i_{3,1}$, a $i_2 - i_3 = -i_{2,3}$, przeto

$$p = v_1 i_{3,1} - v_2 i_{2,3},$$

gdzie moc $v_1 i_{3,1}$ mierzy wattmetr W_2, a moc $-v_2 i_{2,3}$ dodatnie odchylenie wattmetru W_1.

$P_{śr} = \frac{1}{T} \int_0^T$ pdt

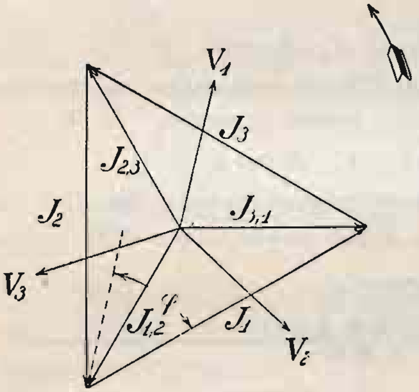
W wartościach skutecznych będzie podobnie jak poprzednio

$$P = P_2 - P_1,$$

czyli

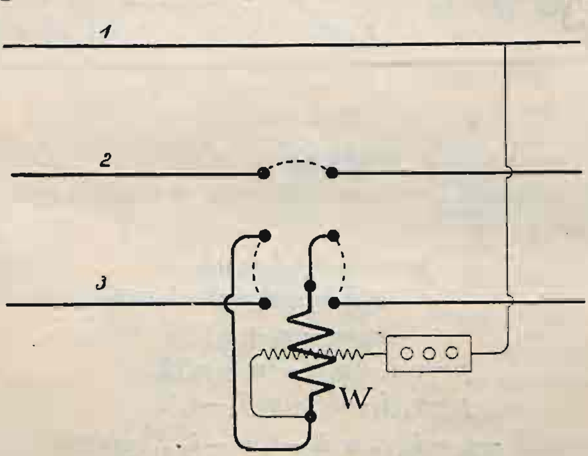
$$\boldsymbol{P = V_2 J_{2,3} \cos\beta \pm V_1 J_{3,1} \cos\alpha}.$$

Porównanie obu wzorów 1. i 2. okazuje, że moc w obu wypadkach jest ta sama. W ten sposób można więc mierzyć w ogóle moc prądów trójfazowych bez względu na połączenie.



Rys. 59.

Znaku + używa się, jeżeli kąt przesunięcia między natężeniem prądu w jednej fazie, a napięciem tejże fazy jest mniejszy niż 60°; jeżeli zaś jest większy niż 60°, to bierzy się znak —. W tym względzie por. *rys. 61.* Wypadek taki zachodzi np. przy obciążeniu motorami indukcyjnymi nie pracującymi. W razie niepewności należy nieco zmienić obciążenie w odpowiedniej fazie, wtedy zmiana obciążenia powoduje zmianę mniejszego wskazania dotyczącego wattmetru w tym samym



Rys. 60.

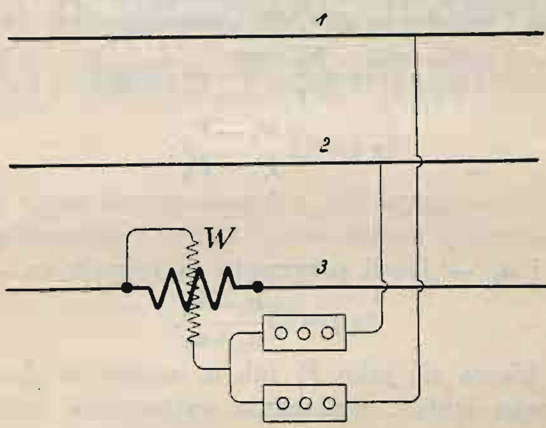
kierunku, a więc zwiększenie obciążenia daje zwiększenie się odchylenia. Jeżeli wattmetry załącza się w sposób wskazany, a jeden da odchylenie w przeciwną stronę, to należy go przełączyć, a odczytane wartości wstawić do wzoru z przeciwnym znakiem.

Zamiast dwuch wattmetrów można użyć — pod warunkiem, że obciążenie przez jakiś czas się nie zmienia — jednego wattmetru z przełącznikiem zwierającym (*rys. 60.*).

Wattmetr włącza się raz w fazę 3, a fazę 2 się zwiera (zaznaczone na rysunku!), a potem przełącza się go na fazę 2, zwierając fazę 3, jednak tak, aby nie było przerwy w żadnej fazie.

Jeżeli przy obu przełączeniach odchylenia wattmetru są w tym samym kierunku, to się odczyty dodaje, w przeciwnym razie od większego odejmuje się mniejsze.

Przy obciążeniu równomiernem może jeden wattmetr wskazać odrazu całą moc trójprądu, jeżeli się go załączy według *rys. 61*.



Rys. 61.

Jak z układu widać, przez cewkę upustową płynie prąd wywołany przez napięcie $V_{2,3}$ i $V_{3,1}$; t. zn. moc całkowitą pomierzy odchylenie wattmetru, spowodowane mocami, których suma byłaby

$$P = V_{2,3} J_2 \cos\beta \pm V_{3,1} J_3 \cos\alpha.$$

Ponieważ $J_2 = J_3$, przeto wattmetr wskaże odrazu całkowitą moc układu.

4. Pomiar spółczynnika mocy dwoma wattmetrami.

(Obciążenie równomierne).

Moc pomierzona za pomocą dwuch wattmetrów jest (por. *rys. 57.*).

$$P = P_1 \pm P_2.$$

Z wykresu widać, że

$$P_1 = V_{3,1} J_1 \cos\alpha = V_{3,1} J_1 \cos[180^0 + (\varphi - 30^0)] = V_{3,1} J_1 \cos(\varphi - 30^0)$$
$$P_2 = V_{2,3} J_2 \cos\beta = V_{2,3} J_2 \cos[180^0 - (\varphi + 30^0)] = V_{2,3} J_2 \cos(\varphi + 30^0).$$

Przekształćmy to na podstawie

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$$
$$P_1 = V_{3,1} J_1 (\cos\varphi \cos 30^0 + \sin\varphi \sin 30^0)$$
$$P_2 = V_{2,3} J_2 (\cos\varphi \cos 30^0 - \sin\varphi \sin 30^0).$$

Ponieważ $\cos 30^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, a $\sin 30^0 = \frac{1}{2}$, przeto

$$P_1 = V_{3,1} J_1 (\tfrac{1}{2}\sqrt{3} \cos\varphi + \tfrac{1}{2} \sin\varphi)$$
$$P_2 = V_{2,3} J_2 (\tfrac{1}{2}\sqrt{3} \cos\varphi - \tfrac{1}{2} \sin\varphi).$$

Ponieważ założyliśmy obciążenie równomierne, t. zn.

$$V_{3,1} = V_{2,3} = V, \text{ a } J_1 = J_2 = J$$

i jeżeli odchylenia obu wattmetrów są dodatnie, to po utworzeniu sumy i różnicy z P_1 i P_2 otrzymamy

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} = \frac{VJ \sin\varphi}{\sqrt{3}\, VJ \cos\varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg}\varphi,$$

z tego
$$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2};$$

stąd już łatwo obliczyć kąt φ i spółczynnik mocy $\cos\varphi$.

Zamiast mocy można wziąć wprost wskazania obu wattmetrów α_1 i α_2 — jeżeli przyrządy są jednakowe — czyli

$$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3} \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Tutaj bierze się jako P_1 lub α_1 zawsze większą wartość. Jak z wykresu widać, wskazania wattmetrów będą nierówne nawet przy obciążeniu nierównomiernem, ponieważ kąty przesunięcia faz natężeń prądu i odpowiednich napięć międzyfazowych α i β są nierówne.

Powyższy sposób jest bardzo szybki ale mało dokładny (różnica i suma we wzorze!) i ważny tylko przy prądach sinusowych i obciążeniu równomiernem.