

III.

Pomiary siły elektromotorycznej.

— Pomiar siły elektromotorycznej E na krańcach jakiegos źródła SEM , odróżnić należy od pomiaru napięcia V , panującego na tych krańcach, w razie gdy są połączone oporem R , tak że przez źródło SEM — o oporze wewnętrznym ρ — przepływa prąd J . Wtedy

$$E = JR + J\rho = V + J\rho.$$

Widać stąd, że:

a) napięcie można mierzyć, mierząc spadek napięcia JR , spowodowany przepływaniem prądu J przez opór R , i

b) do pomiaru SEM wystarczyłoby znać — prócz napięcia V , panującego w danej chwili na krańcach — opór wewnętrzny ρ źródła prądu i sam prąd J , który przez nie przepływa.

Na zasadzie a) zbudowane są woltmetry, za pomocą których mierzymy prąd — mały — przepływający przez znany — bardzo duży — opór, czyli spadek napięcia na tym oporze, a więc i na całym oporze zewnętrznym, załączonym między tymi samymi krańcami co woltmetr (metody pośrednie).

Zasady b) nie można używać do dokładnych pomiarów SEM , gdyż skutkiem przepływania prądu przez źródło SEM występują, prócz spadku napięcia, także inne zjawiska uboczne (n. p. elektroliza i polaryzacja w ogniwach, oddziaływanie twornika w maszynach i t. p.). W tym wypadku należy zastosować metody takie, przy których prąd nie przepływa przez źródło SEM ; są to metody elektrometryczne i kompensacyjne, przy których porównuje się badaną SEM ze znaną, normalną (metody bezpośrednie). Źródłem SEM normalnej są t. zw. ogniwa normalne, dające zawsze stałą SEM , ale tylko przy bardzo małym prądzie; ogniwa normalnych nie

powinno się używać bez oporu dodatkowego, mniejszego niż 100000 Ω).

W praktyce zadowolić się często można pomiarami pośrednimi, jeżeli tylko prąd przepływający przez źródło *SEM* jest dostatecznie mały, aby można go było nie uwzględnić; robi się to za pomocą voltmetrów o bardzo dużym oporze, zakończonych na krańcach źródła; wtedy

$$V = JR = E - J\varrho,$$

gdzie V jest to wskazanie voltmetru, jeżeli $J\varrho$ jest bardzo małe, to można je opuścić i

$$V = E.$$

Normalne ogniwo Westona (międzynarodowe) ma *SEM* w dużych granicach (0—40°C) prawie niezależną od temperatury i wynoszącą 1,0184—0,0000406 ($t-20^\circ$) V .

Ogniwo Clarka jest więcej zależne od temperatury, jego *SEM* wynosi przy temperaturach 0—30° 1,4292—0,00123 ($t-18^\circ$) V . Ogniwo to jest również bardziej polaryzacyjne niż Westona; przy prądach mniejszych niż $0,5 \cdot 10^{-6}$ amp. można uważać, że polaryzacja nie występuje.

SEM ogniw normalnych można przyjąć z dokładnością do 0,01% w granicach podanych temperatur, przyczem jednak trzeba przy ogniwie Clarka pomierzyć temperaturę z dokładnością do 0,1°. Bez uwzględnienia temperatury można przyjąć przy wyznaczaniu błędu granicznego 0,05%, jako dokładność ogniw.

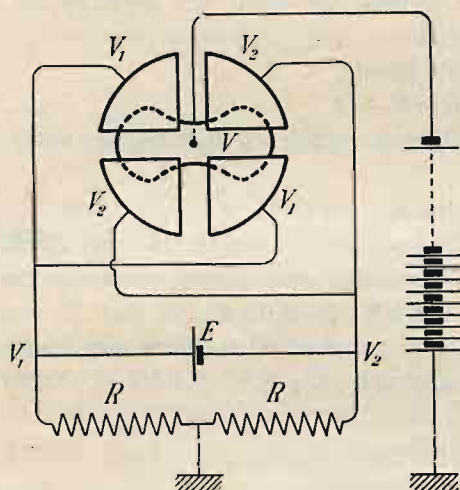
1. Elektrometr.

Elektrometry, używane w praktyce, polegają głównie na zasadzie elektrometru kwadrantowego Thomsona, składającego się z 4 kwadrantów metalowych, zupełnie równych, dobrze od siebie izolowanych, z których po 2 przeciwległe są ze sobą połączone; między kwadrantami wisi igła aluminiowa z lusterkiem. Całość jest osłonięta płaszczem metalowym uziemionym, aby zniweczyć działania elektrostatyczne i elektromagnetyczne ciał obcych.

a) Połączenie kwadrantowe. (Pomiar małych *SEM*).

Jedną parę kwadrantów łączymy (*rys. 27.*) z jednym biegunem ogniwa, którego *SEM* mamy oznaczyć, drugą z drugim; igłę łączymy z baterią ogniw lub akumulatorów (100

i więcej voltów), której drugi koniec jest uziemiony. Równolegle do ogniwa załącza się duży opór RR w środku uziemiony. Przed pomiarem należy odprowadzić wszystkie możliwe ładunki do ziemi, a igielkę nastawić symetrycznie do obu par kwadrantów. Wtedy ten układ



Rys. 27.

przedstawia nam 2 kondensatory, utworzone przez igłę i jedną parę kwadrantów z jednej strony, a igłę i drugą parę z drugiej strony; pojemność obu kondensatorów będzie równa C . Jeżeli załączymy baterię i ogniwo, to kondensatory dostaną ładunki

$$Q_1 = C(V - V_1)$$

$$\text{i } Q_2 = C(V - V_2).$$

Skutkiem tych ładunków powstaną momenty skręcające przeciwne, proporcjonalne do różnicy potencjałów, a igła przesunie się w stronę tej pary kwadrantów, z którą wykazuje większą różnicę potencjałów, a więc w stronę potencjału mniejszego.

Momenty będą więc:

$$M_1 = c(V - V_1)^2 \text{ i } M_2 = c(V - V_2)^2,$$

gdzie c jest to stała zawierająca w sobie pojemność, którą można przyjąć za stałą, jeżeli przesunięcie jest małe, siłę przeciwdziałającą skręceniu nitki itp.; a moment wypadkowy

$$M = c(V - V_1)^2 - c(V - V_2)^2,$$

czyli

$$c(2V - V_1 - V_2)(-V_1 + V_2),$$

albo

$$M = c(V_2 - V_1) \left(V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) = \alpha,$$

gdzie α jest to wychylenie się igły, odczytane na podziałce za pomocą lusterka.

Ponieważ potencjały V_1 i V_2 są równe i przeciwne, $V_1 = -V_2$ — przez połączenie ich oporem R uziemionym w środku — będzie:

$$\alpha = 2cVV_1 = 2cVV_2.$$

Najlepiej jest zastosować wtedy przełącznik do E i E_n i spostrzegać naprzemian α i α_n .

b) Połączenie podwójne. (Pomiar wielkich SEM).

Iglę łączy się (*rys. 28.*) z jedną parą kwadrantów, n. p. o potencyale V_2 , a jeden koniec baterji, o potencyale przeciwnym niż igła n. p. V_1 , uziemia się.

Wtedy we wzorach poprzednich $V=V_2$, czyli

$$\alpha = c(V_2 - V_1)^2 = cE^2.$$

Jeżeli więc dla ogniwa normalnego

$$\alpha_n = cE_n^2,$$

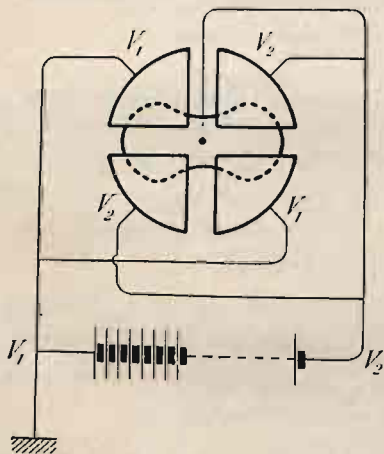
a dla badanego

$$\alpha = kE^2,$$

to

$$E = E_n \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_n}}.$$

Ponieważ różnica potencjałów przychodzi tu w kwadracie, przeto α jest niezależne od znaku; tego sposobu używa się więc przy pomiarach SEM prądu przemiennego, wtedy E przedstawia skuteczną wartość SEM .



Rys. 28.

aby przy rozpoczęciu pomiaru elektrometr był zupełnie wyładowany i dobrze uziemiony, a igła wisiała symetrycznie do kwadrantów i w równej od nich odległości. Wprawdzie przez przesunięcie pionowe igły czułość jej się zwiększa, ale za to gdy znajduje się w pośrodku, nie mają wpływu możliwe nierówności i zagięcia igły. Ustawienie elektrometru polega na tem, że najpierw sprowadza się obie pary kwadrantów i igłę

Typ metody jest ten sam co poprzedni.

Błąd graniczny wyznacza się według:

$$\frac{\Delta_y E}{E} = \frac{\Delta_y E_n}{E_n} + \frac{\Delta_y \alpha}{2\alpha} + \frac{\Delta_y \alpha_n}{2\alpha_n},$$

jak poprzednio.

W obu wypadkach najlepszy warunek pomiaru jest przy największych odchyleniach α i α_n .

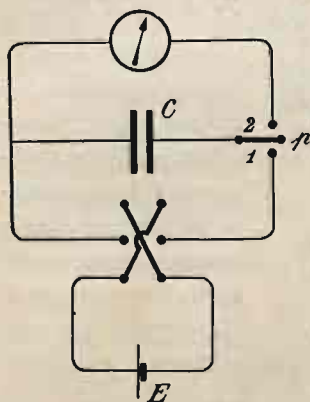
Przy wszystkich pomiarach elektrometrem należy uważać,

do potencjału zero, a potem ładuje się tylko igłą do wielkiego potencjału; w obu wypadkach musi igła znajdować się w położeniu zerowym. Osiąga się to przez przesuwanie igły w górę lub w dół, lub przez skręcanie nitki, na której wisi igła.

Elektrometr jest to przyrząd mało czuły z powodu małego nateżenia sił elektrostatycznych; z tego powodu błąd graniczny odchyień można założyć dość znaczny, chociażby się z wszelką dokładnością odczytywało. Elektrometru używa się głównie do pomiaru dużych sił elektromotorycznych, do których nie nadają się następne, dokładniejsze metody.

2. Metoda porównawcza.

Ten sposób polega na porównywaniu ładunków kondensatora, naładowanego raz za pomocą ogniwa normalnego, drugi raz za pomocą ogniwa badanego.



Rys. 29.

Kondensator C (rys. 29.) ładuje się za pomocą ogniwa E (położenie przełącznika na 1) i wyładowuje się go (przełącznik na 2) przez galwanometr balistyczny (por. część II. rodz. 1.), wtedy

$$Q = EC = c_b \alpha_1 \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right),$$

gdzie c_b = stała balistyczna.

To samo robi się z ogniwem normalnym, wtedy

$$Q_n = E_n C = c_b \alpha_{n1} \left(1 + \frac{\Lambda}{2}\right), \text{ z tego } E = E_n \frac{\alpha_1}{\alpha_{n1}}.$$

Dobrze jest ładować kondensator w obu kierunkach, przyczem trzeba z obu przełącznikami tak postępować, aby kondensator nie wyładował się przez kołyskę. Czas ładowania powinien być przy obu ogniwach ten sam, aby dielektryk mógł pochłonąć odpowiednie ładunki.

Ponieważ przy tej metodzie ogniwo nie daje prądu, stoi się ją przy ogniwach silnie polaryzujących.

Powyższa metoda posiada 3 zmienne, z których E_n jest zwykle stałe, a α_1 i α_{n1} spostrzega się niejednocześnie.

Pomiar będzie najdokładniejszy, jeżeli α_1 i α_{n1} będą największe; do tego można się zbliżyć przez odpowiedni dobór pojemności kondensatora.

Błąd graniczny wyznacza się według

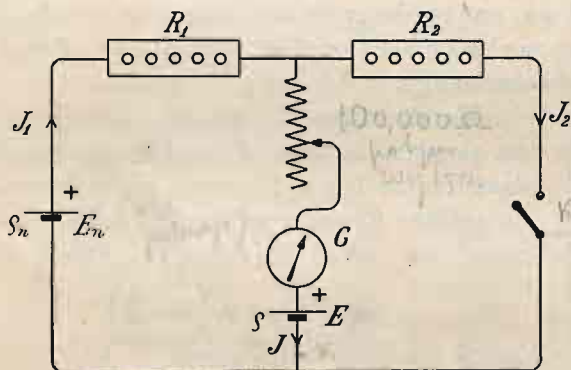
$$\frac{\Delta_g E}{E} = \frac{\Delta_g E_n}{E_n} + \frac{\Delta_g \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta_g \alpha_{n1}}{\alpha_{n1}},$$

gdzie $\Delta_g E_n$ przyjmuje się 0,05% (jeżeli to jest ogniwo normalne), a $\Delta_g \alpha_1$ i $\Delta_g \alpha_{n1}$ 0,25 podziałki.

Obliczenie wyniku, wyznaczanie błędów średnich i protokoły pomiaru są te same, co przy pomiarze *SEM* za pomocą elektrometru (p. str. 55).

3. Metoda Poggendorffa.

Jest to t. zw. metoda kompensacyjna — podana po raz pierwszy przez Poggendorffa (1841) — polegająca na tem, że



Rys. 30.

badane źródło *SEM* łączy się przeciw drugiemu o znanej *SEM* tak, że prądu nie może wydawać; wtedy działanie jego się znosi, kompensuje. Stan równowagi kompensacyjnej bada się galwanometrem, przez który wtedy prąd nie płynie; jest to

więc metoda zerowa, dająca tu takie same dogodności, jak przy pomiarach oporów.

Dwa ogniwa E i E_n o oporach wewnętrznych ρ i ρ_n , łączy się z dwiema opornicami zatyczkowymi R_1 i R_2 i galwanometrem G według podanego układu (rys. 30.).

Wtedy według prawa Kirchhoffa:

$$E_n = J_1(R_1 + \rho_n) + J_2 R_2$$

$$E = J_2 R_2 - J(G + \rho).$$

Po podstawieniu $J_1 = J + J_2$ i po podzieleniu E_n przez E otrzymamy

$$\frac{E_n}{E} = \frac{J_2(R_1 + R_2 + \rho_n) + J(R_1 + \rho_n)}{J_2 R_2 - J(G + \rho)}.$$

Przez odpowiedni dobór oporów R_1 i R_2 kompensujemy ogniwo E , wtedy $J=0$ czyli galwanometr musi stać na zerze,

$$a \quad \frac{E_n}{E} = \frac{R_1 + R_2 + \rho_n}{R_2},$$

jest to warunek równowagi kompensacyjnej. Ażeby ten warunek był spełniony musi być $E_n > E$. Jeżeli E_n znane, to

$$E = E_n \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \rho_n}.$$

Można również skompensować SEM E_n ; wtedy galwanometr wstawia się w gałąź E_n , a w gałąź E opornicę zatyczkową n. p. R . Łatwo się przekonać, że wtedy warunek równowagi będzie

$$\frac{E_n}{E} = \frac{R_2}{R + R_2 + \rho};$$

aby tak było, musi $E > E_n$. Zależnie więc od wielkości porównywanych SEM używa się jednego lub drugiego połączenia. Kierować tu należy się tem, że z jednej strony z ogniwa nie wolno brać za dużego prądu, a z drugiej, że ogniwo badane, mające znaczną polaryzację, daje błędne wyniki.

Metoda Poggendorffa należy do metod o 3 zmiennych, z których E_n jest zwykle stałe, a R_1 i R_2 spostrzega się jednocześnie.

Do wyznaczenia najlepszych warunków pomiaru szukamy pochodnej z $\frac{E}{E_n}$ zakładając np. $R_1 = \text{const.}$ i $\rho_n = \text{const.}$

$$\frac{E}{E_n} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \rho_n}$$

$$d\left(\frac{E}{E_n}\right) = \frac{(R_1 + \rho_n)dR_2}{(R_1 + R_2 + \rho_n)^2} = \frac{dR_2(R_1 + R_2 + \rho_n) - R_2 d(R_1 + R_2 + \rho_n)}{(R_1 + R_2 + \rho_n)^2}$$

$$a \quad \frac{d\left(\frac{E}{E_n}\right)}{\frac{E}{E_n}} = \frac{(R_1 + \rho_n)}{R_1 + R_2 + \rho_n} \frac{dR_2}{R_2}$$

Ta wartość będzie minimum, jeżeli R_1 i R_2 będą największe, t. zn. że opory R_1 i R_2 trzeba wybierać możliwie największe; wtedy ρ_n jako bardzo małe można opuścić.

W razie gdy ogniwo E jest skłonne do polaryzacji, trzeba włączyć przed nie duży opór, który się powoli wyłącza, aż układ znajdzie się w równowadze; wtedy trzeba chwilę poczekać aż ogniwo orzeźwi się i na nowo zbadać równowagę.

$$R_2 \text{ małe}; \quad \frac{E}{E_n} \approx 1.$$

Wstawiamy R zamiast R_1 w ten sposób

Błąd graniczny będzie sumą poszczególnych błędów granicznych cząstkowych, które się otrzymuje zakładając jedne wielkości stałe, a względem drugich różniczkując daną funkcję.

Jeżeli R_1 i R_2 stałe, to

$$(dE)' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} dE_n;$$

jeżeli E_n i R_1 stałe, to

$$(dE)'' = E_n \frac{(R_1 + R_2)dR_2 - R_2 dR_2}{(R_1 + R_2)^2} = E_n \frac{R_1 dR_2}{(R_1 + R_2)^2};$$

jeżeli zaś E_n i R_2 stałe, to

$$(dE)''' = -E_n \frac{R_2 dR_1}{(R_1 + R_2)^2}.$$

Błędy dR_1 i dR_2 możemy położyć równe, wtedy ostatnie równanie będzie

$$(dE)''' = -E_n \frac{R_2 dR_2}{(R_1 + R_2)^2}.$$

Aby otrzymać błąd graniczny dodajemy poszczególne błędy, zakładając, że wszystkie są dodatnie i pisząc w wartościach skończonych

$$\Delta_y E = (\Delta_y E)' + (\Delta_y E)'' + (\Delta_y E)'''$$

$$\Delta_y E = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Delta_y E_n + E_n \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \Delta_y R_2 + E_n \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} \Delta_y R_2$$

$$\Delta_y E = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Delta_y E_n + \frac{E_n}{R_1 + R_2} \Delta_y R_2;$$

błąd graniczny względny otrzymamy przez podzielenie ostatniego równania przez $E = E_n \frac{R_2}{R_1 + R_2}$,

$$\frac{\Delta_y E}{E} = \frac{\Delta_y E_n}{E_n} + \frac{\Delta_y R_2}{R_2} + \frac{\delta E}{E}$$

gdzie $\Delta_y E_n$ przyjmuje się 0,05% (jeżeli to jest ogniwo normalne), a $\Delta_y R_2$ 0,1–0,2%, a $\frac{\delta E}{E}$ jest miarą czułości układu.

Z tego widać również, że aby błąd był najmniejszy, musi być R_2 największe, a co za tem idzie i R_1 , gdyż R_1 i R_2 są związane równaniem

$$R_1 = \left(\frac{E_n}{E} - 1 \right) R_2.$$

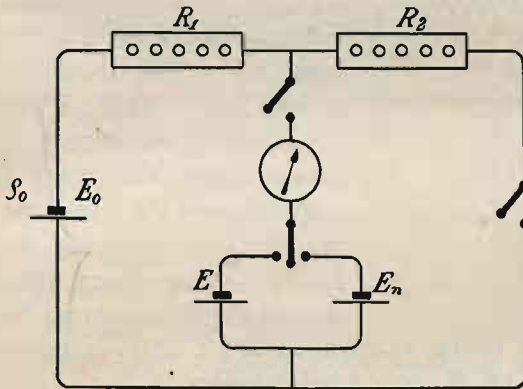
Protokół pomiaru:

L. p.	E_n	R_1	R_2	E	E_{sr}	ΔE	$(\Delta E)^2$

Wynik oblicza się z każdorazowych spostrzeżeń E_n , R_1 i R_2 i z kilku pomiarów bierze się E_{sr} i wyznacza średni błąd.

4. Metoda Du Bois-Reymond'a.

Jest to odmiana metody Poggendorffa. Ogniwo badane E i ogniwo normalne E_n kompensuje się każde z osobna, względem ogniwa pomocniczego E_0 o oporze wewnętrznym ρ_0 , które w tym wypadku musi mieć *SEM* większą niż tamte (najlepiej akumulator).



Rys. 31.

Układ połączeń przedstawia *rys. 31*. Naprzód kompensuje się E względem E_0 według metody Poggendorffa. Równoważenie układu niech będzie przy oporach R'_1 i R'_2 , wtedy

$$E = E_0 \frac{R'_2}{R'_1 + R'_2 + \rho_0};$$

następnie kompensuje się E_n względem E_0

$$E_n = E_0 \frac{R''_2}{R''_1 + R''_2 + \rho_0}.$$

Z tych obu równań otrzymamy

$$\frac{E}{E_n} = \frac{R'_2(R''_1 + R''_2 + \rho_0)}{R''_2(R'_1 + R'_2 + \rho_0)}.$$

Jeżeli opory R_1 i R_2 tak dobierzemy, że ogniwo E_0 wydaje ten sam prąd, t. zn. że ich suma będzie w obu wypadkach równa, a tylko ich wzajemny stosunek się zmieni, to

$$R'_1 + R'_2 + \rho_0 = R''_1 + R''_2 + \rho_0;$$

stąd

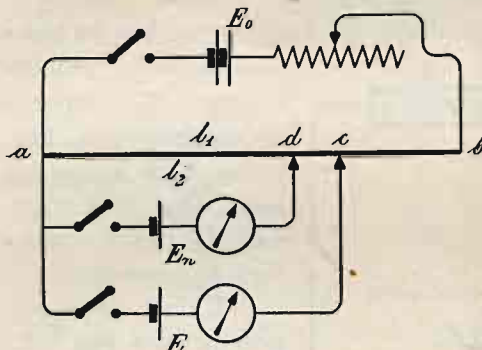
$$E = E_n \frac{R'_2}{R''_2}.$$

Powyższa metoda należy do metod o 3 zmiennych, z których E_n jest zwykle stałe, a R'_2 i R''_2 spozstrzega się jednocześnie.

Błąd graniczny oblicza się według

$$\frac{\Delta_y E}{E} = \frac{\Delta_y E_n}{E_n} + \frac{\Delta_y R'_2}{R'_2} + \frac{\Delta_y R''_2}{R''_2} + \frac{\delta E}{E} + \frac{\delta E_n}{E_n},$$

gdzie $\Delta_y E_n$ można przyjąć (dla ogniwa normalnego) 0,05%, $\Delta_y R_2$ 0,1–0,2%, a δE i δE_n otrzymuje się badając czułość układu raz przy kompensowaniu E , a drugi raz przy E_n . Jeżeli E i E_n nie wiele się od siebie różnią, to można założyć, że $\Delta_y R'_2$ i $\Delta_y R''_2$ oraz δE i δE_n są równe i wziąć n. p. $2\Delta_y R'_2$ i $2\delta E$.



Rys. 32.

Naprzód wyznacza się błędy zmiennych R'_2 i R''_2 , a potem wpływ każdego z nich na E , oraz błąd wyniku.

Wtedy protokół pomiaru będzie:

L. p.	R'_2	R'_{2sr}	$\Delta R'_2$	$(\Delta R'_2)^2$

Podobnie dla R''_2 .

Można także, o ile nie chodzi o wyznaczenie błędów poszczególnych zmiennych i ich wpływ na wynik, spozstrzegać naprzemian R'_2 i R''_2 i obliczać odrazu E , a z szeregu wartości E wziąć średnią jako wynik i wyznaczyć średni błąd wyniku, według następującego protokołu:

L. p.	E_n	R'_2	R''_2	E	E_{sr}	ΔE	$(\Delta E)^2$

Metoda Du Bois-Reymond'a wymaga wprowadzie podwójnego pomiaru, ale jest pewniejsza niż Poggendorffa, gdyż ogniwo skompensowane nie polaryzuje się. Jednakowoż jak wi-

dać z błędów granicznych, błąd przy tej metodzie jest większy niż przy tamtej.

Na zasadzie powyższej metody polegają kompensatory, t. j. przyrządy służące do precyzyjnego pomiaru sił elektromotorycznych, cechowania precyzyjnych przyrządów mierniczych i t. p.

5. Metoda Clarka.

Przy tej metodzie porównuje się siły elektromotoryczne z długościami drutu kalibrowanego, zamiast z oporami.

Ogniwo pomocnicze E_0 załącza się (*rys. 32.*) przez opór do regulowania stale na drut mierniczy, a ogniwa E i E_n za pomocą styków ruchomych przez galwanometry. Przy tem musi być $E_0 > E > E_n$. Przez przesuwanie styków kompensuje się E i E_n względem E_0 . Wtedy na podstawie metody poprzedniej

$$E = E_n \frac{l_1}{l_2},$$

jeżeli l_1 jest to długość *ac* a l_2 *ad*.

Sposób postępowania przy pomiarze i obliczaniu błędów i wyniku jest podobny do poprzedniej metody.

IV.

Pomiary indukcji.

A. Pomiary współczynnika samoindukcji.

Pomiar współczynnika samoindukcji (\mathcal{L}) jakiejś cewki zależy od warunków, w jakich się dana cewka znajduje.

Jak wiadomo bowiem

$$\mathcal{L} = \frac{\Phi}{J},$$

gdzie Φ jest to ciek objęty przez cewkę, a J natężenie prądu w cewce. Ponieważ $\Phi = \frac{4\pi\mu n^2 Jq}{l}$, gdzie n jest to liczba zwojów cewki, q jej przekrój, a l jej długość, przeto

$$\mathcal{L} = \frac{4\pi\mu n^2 q}{l},$$

jest więc zależne od przenikliwości μ .

Jeżeli więc to jest cewka bez żelaza, to $\mu=1$ i wtedy jej współczynnik samoindukcji jest stały i można go pomierzyć niezależnie od prądu mierniczego. W razie cewki z rdzeniem żelaznym pomiar odbywać się musi wśród warunków, w jakich cewka ma pracować t. j. przy normalnem natężeniu prądu, gdyż współczynnik samoindukcji zależny jest w tym wypadku od przenikliwości, a przez to od natężenia pola, a więc i od natężenia prądu wytwarzającego to pole. Można to jednakowoż skutecznie także przy innym prądzie, ale w takim wypadku należy znać przebieg przenikliwości dla danego żelaza i przerachować znalezioną wartość na normalne natężenie prądu. Robi się tak zwłaszcza przy pomiarach laboratoryjnych, gdzie przyrządy miernicze używane nie znoszą wielkich prądów. Najprostsze w takich wypadkach są sposoby techniczne.

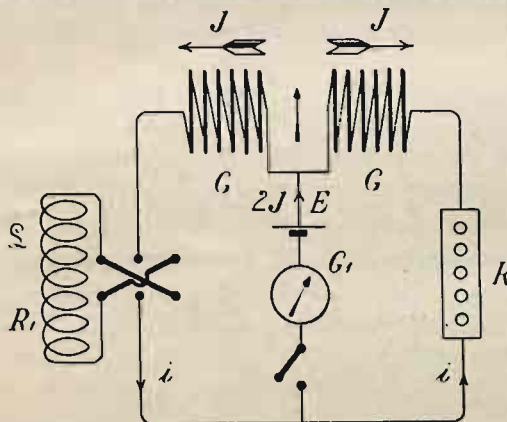
Ponieważ współczynnik samoindukcji zależny jest od pola magnetycznego, należy dbać o to, aby przy pomiarze obce pola nie miały wpływu na cewkę. Dobrze jest więc powtórzyć pomiar przy zmienionym kierunku prądu w cewce lub przy obróceniu cewki o 180° .

1. Metoda balistyczna.

Najlepiej jest użyć galwanometru balistycznego różnicowego, który ustawia się jak zwykły (por. str. 28), przy czym przychodzi jeszcze jeden warunek, że samoindukcja obu cewek galwanometru powinna się znosić; sprawdza się to przez załączenie na miejsce \mathcal{L} (rys. 33.) oporu nieindukcyjnego, wtedy przy otwieraniu i zamykaniu wyłącznika nie powinno się

dostać odchylenia skazówki galwanometru.

Cewkę, której współczynnik \mathcal{L} ma się wyznaczyć, załącza się według układu połączeń (podobnego do rys. 33.). Opór porównawczy nieindukcyjny R reguluje się tak długo — przy zamkniętym wyłączniku — aż igielka galwanometru balistycznego stanie na zerze, wtedy



Rys. 33.

$R_1 = R$, a ogniwo daje prąd $2J$, mierzony przez galwanometr statyczny G_1 . Przez otwarcie wyłącznika powstaje skutkiem prądu J SEM samoindukcji

$$E_s = -\mathcal{L} \frac{dJ}{dt},$$

która wywołuje prąd i przepływający przez obie cewki galwanometru w tym samym kierunku i powodujący odchylenie igielki galwanometru balistycznego; wtedy musi być

$$E_s = -\mathcal{L} \frac{dJ}{dt} = i(2R + 2G),$$

a

$$-\mathcal{L} \int_0^t dJ = 2(R + G) \int_0^t i dt;$$

ponieważ $\int_0^t idt$ jest to ilość elektryczności Q , mierzona galwanometrem balistycznym, przeto

$$\mathcal{Q}J = 2(R + G)Q,$$

$$a \quad \mathcal{Q} = 2(R + G)\frac{Q}{J}.$$

Pomiar odbywa się więc przez mierzenie 3 wielkości: oporu R , za pomocą galwanometru balistycznego jako różnicowego statycznego ($R_1 = R$), natężenia prądu za pomocą galwanometru statycznego ($J = \frac{1}{2}ca$) i ilości elektryczności Q za pomocą galwanometru balistycznego [$Q = c_0 a_1 \left(1 + \frac{A}{2}\right)$]*). Opór G jest zwykle znany; jeżeli nie, to trzeba go osobno pomierzyć. Jest to więc metoda o 4 zmiennych, z których jedna t. j. G może być stała, J i Q są spostrzegane jednocześnie, a R niejednocześnie z tamtymi.

Wynik pomiaru obliczać można dwojako: Albo robi się szereg pomiarów wielkości R , a potem wielkości $\frac{Q}{J}$ i z średnich wartości tychże oblicza się \mathcal{Q} ; z poszczególnych spostrzeżeń R i $\frac{Q}{J}$ można obliczyć średnie błędy ΔR i $\Delta \frac{Q}{J}$ i wpływ tych błędów na \mathcal{Q} , a więc błędy $\Delta \mathcal{Q}'$ i $\Delta \mathcal{Q}''$; błąd wyniku będzie wtedy $\sqrt{(\Delta \mathcal{Q}')^2 + (\Delta \mathcal{Q}'')^2}$. Albo też, jeżeli nie chodzi o wyznaczenie poszczególnych błędów, to robi się szereg pomiarów R i szereg $\frac{Q}{J}$ i mnoży się przez R , każdą wartość $\frac{Q}{J}$; z tak otrzymanych wielkości bierzemy wartość średnią jako wynik ostateczny i obliczamy średni błąd.

Najlepsze warunki pomiaru otrzymamy, zakładając $2(R + G) = R'$ i różniczkując logarytmicznie wzór na \mathcal{Q} ; wtedy

$$\frac{\Delta \mathcal{Q}}{\mathcal{Q}} = \frac{\Delta R'}{R'} + \frac{\Delta Q}{Q} - \frac{\Delta J}{J};$$

widać ztąd, że R' , Q i J powinny być jak największe, aby $\frac{\Delta \mathcal{Q}}{\mathcal{Q}}$ było minimum. Prąd przez cewkę należy puszczać w obu kierunkach, aby uniknąć wpływu obcych pól magnetycznych, i brać średnie wartości Q .

*) Por. Część II., rozdz. I., 2.

Przy wyznaczaniu błędu granicznego trzeba także uwzględnić poszczególne błędy graniczne, a więc $\Delta_g R$ i $\Delta_g G$, które można założyć 0,1—0,2%, czułość układu przy mierzeniu oporu R , a więc $\frac{\delta R}{R}$, zakładając odchylenie 0,2 podziałki, $\Delta_g J$ zakładając dokładność pomiaru do 0,1 podziałki, a $\Delta_g Q$ do 0,25—0,5 podziałki. Błąd graniczny będzie

$$\frac{\Delta_g \Omega}{\Omega} = \frac{\Delta_g R + \Delta_g G}{R + G} + \frac{\Delta_g J}{J} + \frac{\Delta_g Q}{Q} + \frac{\delta R}{R}$$

Protokół pomiaru:

Mierzymy naprzód R i obliczamy R_s , oraz $R' = 2(R + G)$.

L. p.	R'	J	Q	$\frac{Q}{J}$	Ω	Ω_s	$\Delta\Omega$	$(\Delta\Omega)^2$

2. Metoda Maxwella.

Ten sposób polega na porównywaniu współczynnika samoindukcji cewki, którego wielkość mamy wyznaczyć, ze znanym współczynnikiem normalni samoindukcyjnej i dwoma oporami ohmowymi, połączonymi według mostku Wheatstone'a. Normalna samoindukcyjna może być zmienna lub stała.

a) Przy pomocy zmiennej normalni (rys. 34.).

Cewkę badaną, o współczynniku samoindukcji Ω_x i oporze ohmowym X łączy się z normalną samoindukcyjną (Ω_n i R) i dwiema opornicami zatyczkowymi R_1 i R_2 w czworokąt; w przekątnie wstawia się źródło SEM przemiennnej (lub przerywanej*) i telefon. — Naprzód puszcza się przez mostek prąd stały i przy pomocy galwanometru szuka się w zwykły sposób równowagi układu; wtedy

$$XR_2 = RR_1,$$

czyli

$$\frac{X}{R} = \frac{R_1}{R_2}.$$

*) Lepszy jest prąd przerywany, gdyż normalna częstość okresów prądu przemiennego jest zwykle za mała. Do tych samych wyników można dojść, przy pozostawieniu prądu stałego, przez nagłe przerywanie i zamykanie prądu. Najwygodniej jest zastosować sekometr (p. str. 84).

Jeżeli teraz puści się przez mostek prąd przemienny, to stosunek oporów X i R się zmieni, gdyż wchodzi tu teraz w rachubę działanie samoindukcyi. Ażeby sprowadzić układ znowu do równowagi, reguluje się normalę samoindukcyjną tak długo, aż galwanometr stanie na zerze; R_1 i R_2 zostają podczas tego niezmienione. Wtedy zamiast oporów ohmowych X i R , przyjdą zawady:

$$R_2 \sqrt{X^2 + \omega^2 \mathcal{L}_x^2} = R_1 \sqrt{R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_n^2}$$

$$X^2 R_2^2 + \omega^2 \mathcal{L}_x^2 R_2^2 = R^2 R_1^2 + \omega^2 \mathcal{L}_n^2 R_1^2,$$

ponieważ

$$X R_2 = R R_1,$$

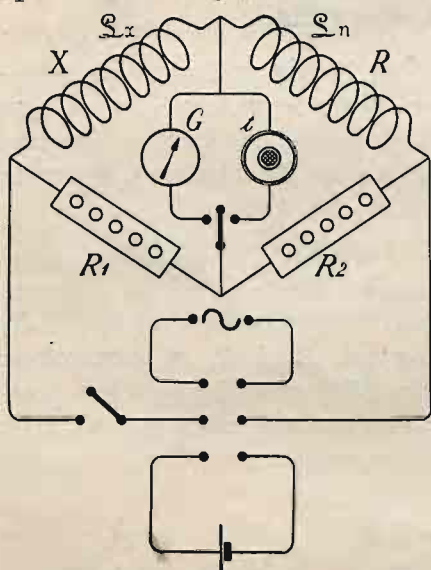
więc

$$\mathcal{L}_x R_2 = \mathcal{L}_n R_1,$$

z tego

$$\mathcal{L}_x = \mathcal{L}_n \frac{R_1}{R_2} = \mathcal{L}_n \frac{X}{R}.$$

Ponieważ zwykle opory ohmowe cewek są małe, lepiej jest używać zamiast oporów R_1 i R_2 drutu mierniczego. Jeżeli opór R jest względem X bardzo mały, należy wstawić w gałęź \mathcal{L}_n dodatkowy opór ohmowy.



Rys. 34.

W ogóle dążyć trzeba, aby wszystkie opory były do siebie zbliżone, gdyż wtedy jest największa dokładność pomiaru. Jeżeli przy obranym stosunku $\frac{R_1}{R_2}$ (przy pomiarze prądem stałym) okaże się, że regulacja cewki nie wystarcza, aby galwanometr sprowadzić do zera, to należy zmienić ten stosunek, albo stosunek $\frac{X}{R}$, aż odpowie (przy obu pomiarach) warunkom równowagi.

Zastosowanie mostku Wheatstone'a do pomiaru współczynników samoindukcyi daje mniej dokładne wyniki, niż przy pomiarze oporów, ponieważ opory porównawcze mają zwykle pewną samoindukcyę i pojemność, które wpływają ujemnie na wynik pomiaru.

b) Przy pomocy stałej normali (rys. 35).

Stała normala samoindukcyjna ma tę wyższość nad zmienną, że nie posiada, jak tamta, skali empirycznej, tylko jedną wartość ściśle określoną. Przy pomiarach więc, przy których chodzi o większą dokładność, trzeba używać stałej normali. Układ połączeń robi się podobny do poprzedniego*), z tą tylko różnicą, że w gałęzi \mathcal{L}_x i \mathcal{L} wstawia się po jednej opornicy zatyckowej R'_1 i R'_2 . Sposób postępowania jest również

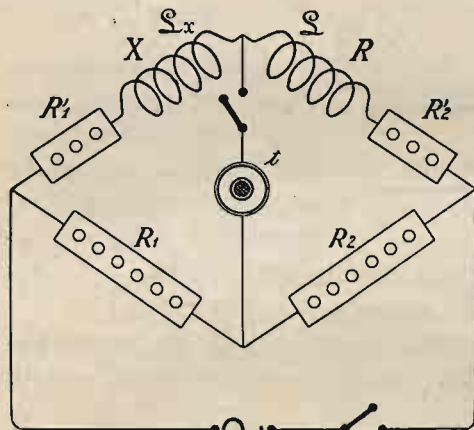
podobny do poprzedniego. Równowaga układu przy prądzie stałym będzie, jeżeli

$$\frac{X + R'_1}{R + R'_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Ażebym osiągnąć równowagę i przy prądzie przemiennym, t. j. aby osiągnąć

$$\frac{\mathcal{L}_x}{\mathcal{L}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{X + R'_1}{R + R'_2},$$

trzeba — przy stałym \mathcal{L} — zmieniać stosunek oporów R_1 i R_2 , ale tak, aby zawsze była zachowana równowaga przy prądzie stałym



Rys. 35.

t. j. aby zawsze było $R_1 = X + R'_1$, a $R_2 = R + R'_2$. Robi się to w ten sposób, że w opornicach R_1 i R'_1 , oraz R_2 i R'_2 wyjmuje się lub zatyka zawsze tę samą liczbę kołeczków. Jeżeli opory ohmowe cewek nie są znane, to ten sposób wymaga długiego próbowania, nim się ostatecznie znajdzie równowagę dla obu wypadków. Lepiej jest więc naprzód obrachować albo pomierzyć te opory.

Spółczynnik samoindukcji będzie więc jak poprzednio

$$\mathcal{L}_x = \mathcal{L} \frac{R_1}{R_2}.$$

Zamiast opornic zatyckowych R_1 i R_2 można zastosować drut mierniczy, a obie gałęzie zawierające samoindukcję połączyć drugim pomocniczym drutem mierniczym. Wtedy układ połączeń będzie jak na rys. 36.

*) Dla uproszczenia podano tylko układ połączeń przy prądzie przemiennym.

Opornice R'_1 i R'_2 służą do regulowania z grubsza, a l'_1 i l'_2 do dokładnego ustalenia równowagi. Równowagi układu przy prądzie przemiennym szuka się, przesuwając styki ruchome o tę samą długość po obu drutach mierniczych tak, aby

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{X + R'_1 + l'_1}{R + R'_2 + l'_2}$$

W razie równowagi przy obu rodzajach prądu

$$\Omega_x = \Omega \frac{l_1}{l_2}$$

Jeżeli Ω_x i Ω bardzo się od siebie różnią, oraz przy małych wartościach Ω_x (poniżej 1 H) należy w powyższym układzie przestawić telefon i induktor.

Przy małych wartościach samoindukcji dobrze jest używać prądu o wielkiej częstotliwości okresów lub przerywać.

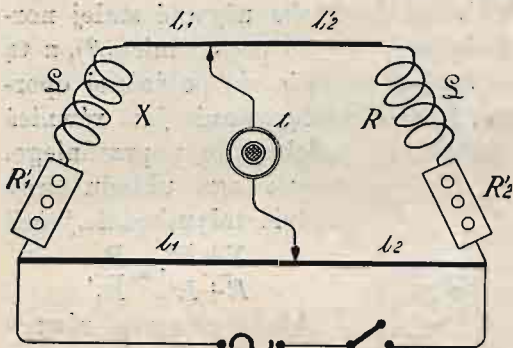
Jeżeli zamiast prądu przemiennego używa się przerywanego, to dla lepszej pewności należy puszczać prąd w obu kierunkach.

Metoda Maxwella należy do metod o 3 zmiennych jednocześnie, z których pod a) R_1 i R_2 mogą być stałe, a pod b) Ω może być stałe.

Przy wyznaczaniu błędu granicznego trzeba wziąć pod uwagę także czułość układu przy prądzie stałym, t. zn. dokładność, z jaką się dostało stosunek $\frac{R_1}{R_2}$ wzgl. $\frac{l_1}{l_2}$; tę czułość bada się zmieniając n. p. R tak długo, aż otrzyma się założone (0,1—0,2) odchylenie podziałki galwanometru;

miarę czułości oznaczymy przez $\delta \left(\frac{R_1}{R_2} \right) \frac{R_1}{R_2}$. Prócz tego przycho-

dzi jeszcze druga czułość przy prądzie przemiennym $\frac{\delta \Omega_x}{\Omega_x}$, którą się oblicza, zmieniając przy stałej normali Ω_n stosunek $\frac{R_1}{R_2}$ wzgl. $\frac{l_1}{l_2}$, przyczem trzeba zważać na warunki równowagi,



Rys. 36.

tak długo, aż się usłyszysz w telefonie zmianę tonu. Błąd graniczny będzie:

$$\frac{\Delta_y \mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{\Delta_y \mathcal{L}_n}{\mathcal{L}_n} + \frac{\Delta_y R_1}{R_1} + \frac{\Delta_y R_2}{R_2} + \frac{\delta R_1}{R_1} \frac{R_1}{R_2} + \frac{\delta \mathcal{L}_x}{\mathcal{L}_x}$$

gdzie $\Delta_y \mathcal{L}_x$ przyjmuje się 0,2—0,3%, a $\Delta_y R_1$ i $\Delta_y R_2$ 0,1—0,2%.

Protokół pomiaru dla a):

L. p.	\mathcal{L}_n	R_1	R_2	\mathcal{L}_x	\mathcal{L}_{xsr}	$\Delta \mathcal{L}$	$(\Delta \mathcal{L})^2$

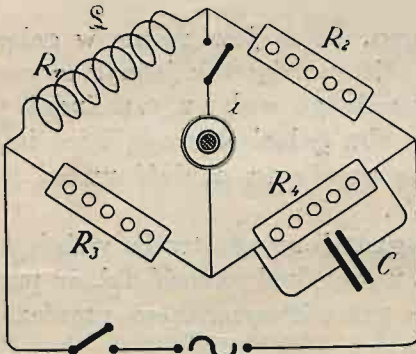
Podobnie będzie dla b).

3. Metody kompensacyjne.

Pomiar współczynnika samoindukcji za pomocą tych metod polega na tem, że działanie samoindukcji cewki, umieszczonej wraz z trzema oporami nieindukcyjnymi w mostku Wheatstone'a, równoważy się działaniem pojemności kondensatora. Zależnie od umieszczenia tego kondensatora jest możliwych kilka układów połączeń. Najczęściej używane są następujące:

a) Metoda Maxwella:

Kondensator załącza się równolegle do oporu nieindukcyjnego, leżącego naprzeciw cewki.



Rys. 37.

Naprzód szuka się równowagi przy prądzie stałym; wtedy będzie

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

1)

Układ połączeń wskazuje rys. 37., przy czem celem uproszczenia podane są przyrzędy odnoszące się tylko do pomiaru przy prądzie przemiennym, a więc telefon i źródło prądu przemiennego.

Pomiar polega, podobnie jak przy poprzedniej metodzie, na dwu pomiarach: przy prądzie stałym i przy prądzie przemiennym.

Przy prądzie przemiennym przyjdą w miejsce oporów R_1 i R_4 zawady Z_1 i Z_4 ; warunek równowagi, który się otrzymuje przez regulowanie oporu R_4 , będzie więc

$$Z_1 Z_4 = R_2 R_3, \quad 2)$$

gdzie zawada

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + \omega^2 \Omega^2},$$

a Z_4 jest to zawada zastępcza, złożona z oporu ohmowego R_4 i oporu kondensatora $\frac{1}{\omega C}$, t. zn.

$$\frac{1}{Z_4} = \sqrt{\frac{1}{R_4^2} + \omega^2 C^2} = \frac{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_4^2}}{R_4},$$

a

$$Z_4 = \frac{R_4}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_4^2}}.$$

Podstawmy te wartości w równanie 2),

$$\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \Omega^2} \frac{R_4}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_4^2}} = R_2 R_3.$$

$$R_1^2 R_4^2 + R_4^2 \omega^2 \Omega^2 = R_2^2 R_3^2 + R_2^2 R_3^2 R_4^2 \omega^2 C^2,$$

ponieważ

$$R_1 R_4 = R_2 R_3,$$

przeto

$$\Omega = C R_2 R_3.$$

Jeżeli C wyrazi się w faradach, R_2 i R_3 w ohmach, to Ω otrzyma się w henrych.

Powyższa metoda posiada 3 zmienne, z których C jest zwykle stałe, a R_2 i R_3 spostrzega się jednocześnie.

Aby osiągnąć najlepsze warunki pomiaru trzeba utrzymywać duże C , R_2 i R_3 .

Przy tej metodzie założono, że ω jest równe w gałęzi z samoindukcją i w gałęzi z pojemnością; tak jednak zawsze nie jest, gdyż z powodu różnorodnego wpływu samoindukcji i pojemności, krzywe prądu w obu gałęziach mogą mieć inne współczynniki przebiegu. Zresztą należy tu odnieść uwagi podane przy mostku Wheatstone'a.

Przy wyznaczaniu błędu granicznego trzeba wziąć pod uwagę podwójny pomiar, t. zn. uwzględnić czułość układu przy prądzie stałym i przy prądzie przemiennym. Błąd graniczny będzie

$$\frac{\Delta_g \Omega}{\Omega} = \frac{\Delta_g C}{C} + \frac{\Delta_g R_2}{R_2} + \frac{\Delta_g R_3}{R_3} + \frac{\delta(R_2 R_3)}{R_2 R_3} + \frac{\delta \Omega}{\Omega},$$

gdzie $\Delta_g C$ przyjmuje się 0,1—0,2%, $\Delta_g R_2$ i $\Delta_g R_3$ 0,1—0,2%, $\delta(R_2 R_3)$ otrzymuje się, badając czułość układu przy prądzie

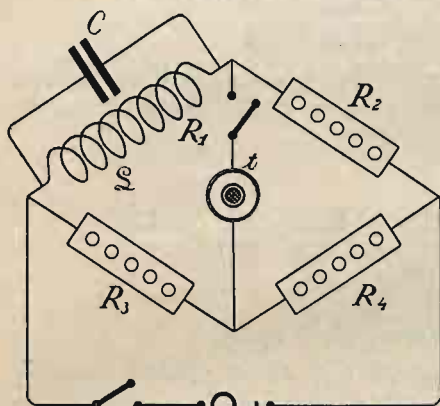
stałym ze względu na iloczyn oporów R_2 i R_3 ; $\frac{\delta(R_2 R_3)}{R_2 R_3}$ będzie więc tym błędem względnym, jaki popelnia się przez niedokładne nastawienie równowagi przy prądzie stałym; otrzymuje się go zmieniając jeden z oporów tak długo, aż dostanie się założone odchylenie skazówki galwanometru; $\frac{\delta\Omega}{\Omega}$ jest miarą czułości układu przy prądzie przemiennym ze względu na Ω ; tę ostatnią czułość otrzymuje się zmieniając opór R_1 lub R_3 , aż się usłyszzy zmianę tonu w telefonie.

Protokół pomiaru:

L. p.	C	R_2	R_3	Ω	Ω_{gr}	$\Delta\Omega$	$(\Delta\Omega)^2$

b) Metoda Remingtona:

Kondensator załącza się równolegle do cewki.



Rys. 38.

Układ połączeń wskazuje rys. 38.

Postępowanie przy pomiarze jest podobne do poprzedniego.

Najpierw szuka się równowagi przy prądzie stałym

$$R_1 R_4 = R_2 R_3. \quad 1)$$

Potem przy prądzie przemiennym przez regulowanie oporu R_1 i przy niezmiennych oporach R_2 i R_3

$$Z_1 R_4 = R_2 R_3, \quad 2)$$

gdzie Z_1 jest to opór zastępczy cewki i kondensatora, t. j.

$$\frac{1}{Z_1} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \Omega^2}}\right)^2 + \omega^2 C^2} = \sqrt{\frac{1 + (R_1^2 + \omega^2 \Omega^2) \omega C}{R_1^2 + \omega^2 \Omega^2}}$$

z tego
$$Z = \frac{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \Omega^2}}{\sqrt{1 + (R_1^2 + \omega^2 \Omega^2) \omega^2 C^2}}$$

Podstawmy to w równanie 2)

$$\frac{R_4 \sqrt{R_1^2 + \omega^2 \Omega^2}}{\sqrt{1 + (R_1^2 + \omega^2 \Omega^2) \omega^2 C^2}} = R_2 R_3 = R_1 R_4.$$

Przez R_1 uprościć, podnieść do kwadratu i rozmnożyć

$$R_1^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2 = R_1^2 + R_1^4 \omega^2 C^2 + R_1^2 \omega^4 \mathcal{L}^2 C^2$$

$$\mathcal{L}^2 = R_1^4 C^2 + R_1^2 \omega^2 \mathcal{L}^2 C^2,$$

z tego
$$\mathcal{L} = \frac{R_1^2 C}{\sqrt{1 - R_1^2 \omega^2 C^2}}.$$

Jeżeli człon $R_1^2 \omega^2 C^2$ jest bardzo mały wobec 1, co może zajść przy ω nie większem niż 70—80, to można go opuścić i wtedy będzie

$$\mathcal{L} = R_1^2 C.$$

Powyższa metoda posiada dwie zmienne jednoczesne, z których C jest zwykle stałe. Jak widać ze wzoru błąd zmiennej R_1 podwaja błąd wyniku; z tego względu należy R_1 odczytywać, względnie nastawiać z tem większą dokładnością. Błędy względne obu zmiennych będą tem mniejsze, im R_1 i C będą większe.

Błąd graniczny będzie podobnie jak poprzednio:

$$\frac{\Delta \mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{2\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\delta(R_2 R_3)}{R_2 R_3} + \frac{\delta \mathcal{L}}{\mathcal{L}},$$

gdzie ΔR_1 przyjmuje się 0,1—0,2%, ΔC 0,1—0,2%, $\delta(R_2 R_3)$ otrzymuje się badając czułość układu przy prądzie stałym, a $\delta \mathcal{L}$ przy prądzie przemiennym.

Protokół pomiaru:

L. p.	C	R_1	\mathcal{L}	\mathcal{L}_{gr}	$\Delta \mathcal{L}$	$(\Delta \mathcal{L})^2$

Uwagi podane pod a) odnoszą się i tutaj.

W obu metodach a) i b) można w razie, jeżeli opór R_1 jest bardzo mały, wstawić w gałąź z samoindukcją dodatkowy opór nieindukcyjny. Pojemność C może być albo zmienna, wtedy opory utrzymuje się stałe, albo stała, wtedy trzeba zmieniać stosunek oporów. W ogóle odnieść tu można sposoby postępowania i ułatwienia, podane przy metodzie Maxwella.

c) Metoda Andersona:

Kondensator załącza się między punktem połączenia oporów ohmowych a gałęzią galwanometru.

Układ połączeń wskazuje *rys. 39*.

W gałęzi galwanometru znajduje się dodatkowy opór nieindukcyjny R (opornica zatyczkowa).

Sposób postępowania jest podobny do poprzednich. Naprzód szuka się równowagi układu przy prądzie stałym, lecz bez kondensatora C i oporu R ; warunkiem tejże będzie

$$R_1 R_4 = R_2 R_3.$$

Następnie załącza się kondensator C i opornicę R według podanego układu i sprowadza się układ do równowagi przy prądzie przemienicznym przez regulowanie tylko oporu R . Jeżeli przez galwanometr prąd nie płynie, to w danej chwili rozkład prądów jest uwidoczniiony na układzie; jak widać $i_3 = i + i_4$. Według praw Kirchhoffa będzie

dla obwodu $R_1 G R R_3$ $i_1 R_1 - i R - i_3 R_3 = -\mathcal{E} \frac{di_1}{dt}$,

$$\text{" " } G R_2 C \quad i_1 R_2 = -\frac{1}{C} \int idt,$$

$$\text{" " } R C R_4 \quad i R - i_4 R_4 = -\frac{1}{C} \int idt.$$

Z tego pochodne:

$$R_1 \frac{di_1}{dt} - R \frac{di}{dt} - R_3 \frac{di_3}{dt} - R_3 \frac{di_4}{dt} = -\mathcal{E} \frac{d^2 i_1}{dt^2} \quad 1)$$

$$R_2 \frac{di_1}{dt} = \frac{1}{C} i \quad 2)$$

$$R \frac{di}{dt} - R_4 \frac{di_4}{dt} = -\frac{1}{C} i \quad 3)$$

Obliczywszy z 2) i 3)

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{i}{R_2 C} \quad \text{i} \quad \frac{di_4}{dt} = \frac{i}{R_4 C} + \frac{R}{R_4} \frac{di}{dt}$$

i podstawivszy w 1) otrzymamy

$$\frac{R_1 i}{R_2 C} - R \frac{di}{dt} - R_3 \frac{di}{dt} - \frac{R_3 i}{R_4 C} - \frac{R R_3}{R_4} \frac{di}{dt} = -\frac{\mathcal{E}}{R_2 C} \frac{di}{dt}$$

Zmienić znaki i uporządkować

$$\left(R + R_3 + \frac{R R_3}{R_4} - \frac{\mathcal{E}}{R_2 C} \right) \frac{di}{dt} = \left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4} \right) \frac{i}{C};$$

ponieważ

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4},$$

przeto

$$R + R_3 + \frac{RR_3}{R_4} - \frac{\mathcal{L}}{R_2 C} = 0,$$

$$\mathcal{L} = CR_2 \left(R + R_3 + \frac{RR_3}{R_4} \right) \quad a)$$

albo

$$\mathcal{L} = C[R_2 R_3 + R(R_1 + R_2)] \quad b)$$

Wzoru *a)* używa się, jeżeli opór R_1 cewki jest nieznan; jeżeli zaś jest znany, to można użyć wzoru *b)*.

Postępowanie przy tej metodzie jest wygodniejsze niż poprzednio, gdyż opornice w czworoboku raz nastawione przy prądzie stałym pozostają bez zmiany, a reguluje się tylko opornicę R . Natomiast posiada ona więcej zmiennych; przez co błąd graniczny na ogół jest większy; zmiennych jest 5 obserwowanych jednocześnie; z nich C i R_1 zwykle są stałe.

Błąd graniczny wyznacza się przez różniczkowanie cząstkowe wzorów *a)* lub *b)*.

Błąd graniczny *a)*:

$$\mathcal{L} = CR_2 \left(R_3 + R_3 + \frac{RR_3}{R_4} \right),$$

(względem C)

$$\frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{dC}{C},$$

(względem R)

$$\frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{(R_3 + R_4)R}{RR_3 + RR_4 + R_3R_4} \frac{dR}{R},$$

(względem R_2)

$$\frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{dR_2}{R_2},$$

(względem R_3)

$$\frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{(R + R_4)R_3}{RR_3 + RR_4 + R_3R_4} \frac{dR_3}{R_3},$$

(względem R_4)

$$\frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{RR_3}{RR_3 + RR_4 + R_3R_4} \frac{dR_4}{R_4}.$$

Jeżeli założymy, że procentowe błędy graniczne opornic są równe i że wszystkie się dodają to będzie w wartościach skończonych

$$\frac{\Delta \mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{\Delta R_3}{R_3} = \frac{\Delta R_4}{R_4},$$

a więc błąd graniczny wzoru *a)*

$$\frac{\Delta \mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{\Delta C}{C} + 2 \left(1 + \frac{RR_3}{RR_3 + RR_4 + R_3R_4} \right) \frac{\Delta R}{R} + \frac{\delta(R_2 R_3)}{R_2 R_3} + \frac{\delta \mathcal{L}}{\mathcal{L}}.$$

Błąd graniczny *b)*:

$$\mathcal{L} = C[R_2 R_3 + R(R_1 + R_2)],$$

(względem C)

$$\frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{dC}{C},$$

(względem R)

$$\frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{(R_1 + R_2)R}{R_2 R_3 + R(R_1 + R_2)} \frac{dR}{R}$$

Handwritten notes:
 Kawałek - metoda
 $R \left(\frac{d}{C} + \dots \right)$
 (długość)

$$\text{(względem } R_1) \quad \frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{RR_1}{R_2R_3 + R(R_1 + R_2)} \frac{dR_1}{R_1},$$

$$\text{(względem } R_2) \quad \frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{(R + R_3)R_2}{R_2R_3 + R(R_1 + R_2)} \frac{dR_2}{R_2},$$

$$\text{(względem } R_3) \quad \frac{d\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{R_2R_3}{R_2R_3 + R(R_1 + R_2)} \frac{dR_3}{R_3}.$$

Tutaj nie zawsze można założyć, że błędy wszystkich oporów są równe, lecz tylko, że błędy opornic R , R_2 i R_3 są równe; błąd dR_1 jest zwykle większy niż tamte, bo wyznacza się go za pomocą oporów R_2 , R_3 i R_1 . Jeżeli jednak opór ohmowy cewki pomierzono w inny sposób z dokładnością większą niż błąd graniczny opornicy, to można go przyjąć jako równy tamtym, t. zn.

$$\frac{\Delta_g R}{R} = \frac{\Delta_g R_1}{R_1} = \frac{\Delta_g R_2}{R_2} = \frac{\Delta_g R_3}{R_3}$$

i wtedy błąd graniczny wzoru b) będzie

$$\frac{\Delta_g \mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{\Delta_g C}{C} + \frac{2\Delta_g R}{R} + \frac{\delta(R_2 R_3)}{R_2 R_3} + \frac{\delta \mathcal{L}}{\mathcal{L}}.$$

W obu wzorach $\Delta_g C$ przyjmuje się 0,1—0,2%, $\Delta_g R$ 0,1—0,2%, a $\delta(R_2 R_3)$ otrzymuje się badając czułość układu przy prądzie stałym, a $\delta \mathcal{L}$ przy prądzie przemiennym.

Z powyższych wzorów można również wyprowadzić najlepsze warunki pomiaru.

Pojemność kondensatora zależy do pewnego stopnia od częstości okresów, przeto należy przy pomiarach precyzyjnych wyznaczyć pojemność C właśnie przy tej częstości okresów, z jaką ma się później do czynienia przy pomiarze współczynnika samoindukcji.

Protokół pomiaru:

L. p.	C	R_1	R_2	R_3	R	\mathcal{L}	$\Delta \mathcal{L}$	\mathcal{L}_{gr}	$(\Delta \mathcal{L})^2$

Pomiar — przy prądzie przemiennym — odbywa się przez kilkakrotne spostrzeganie R przy stałych C , R_1 , R_2 , R_3 i każdorazowe obliczanie \mathcal{L} .

4. Sposób techniczny.

Sposób techniczny wyznaczenia współczynnika samoindukcji stosuje się głównie przy cewkach z żelazem. Wtedy używa się do pomiaru prądu przemiennego o tej samej częstości okresów i tej samej wartości skutecznej natężenia prądu, przy ja-

kich cewka normalnie pracuje. Prócz tego krzywa prądu mierzonego powinna być jak najbardziej zbliżona do sinusoidy.

Jeżeli prąd J , przepuszczony przez cewkę o oporze ohmowym R , wywołuje na jej krańcach spadek napięcia V , to

$$\frac{V}{J} = \sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2},$$

z tego

$$\mathfrak{L} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{V}{J}\right)^2 - R^2}.$$

W razie gdy jest do dyspozycji opór nieindukcyjny R' , który może znieść prąd J , to można obliczyć współczynnik samoindukcji cewki, mierząc spadek napięcia na cewce V_s i na oporze V_r , wtedy

$$\frac{V_r}{V_s} = \frac{R'}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}}$$

z tego

$$\mathfrak{L} = \frac{1}{\omega} \sqrt{R'^2 \frac{V_s^2}{V_r^2} - R^2}.$$

B. Pomiaru współczynnika indukcji wzajemnej.

Współczynnik indukcji wzajemnej \mathfrak{M} jest określony stosunkiem ciek Φ wywołanego przez prąd J_1 w jednej cewce, a objętego całkowicie przez n_2 zwojów drugiej cewki, do prądu J_1 . Jeżeli przyjmiemy, że rozproszenia nie ma, to

$$\mathfrak{M} = \Phi \frac{n_2}{J_1} = \Phi \frac{n_1}{J_2} = \frac{4\pi \mu n_1 n_2 q}{l},$$

gdzie Φ jest to ciek objęty przez jeden zwój cewki, q przekrój wiązki linii sił, a l jej długość.

Podobnie więc jak przy samoindukcji, jeżeli to są cewki bez żelaza, to $\mu=1$, a ciek zmienia się proporcjonalnie do prądu wytwarzającego go, wtedy współczynnik indukcji wzajemnej jest niezależny od natężenia prądu. Jeżeli zaś cewki mają rdzeń żelazny, wtedy ciek jest zależny także od przenikliwości, a więc współczynnik indukcji wzajemnej jest wtedy zależny od prądu.

Stosownie też do tego należy postępować przy pomiarze, t. j. współczynnik indukcji wzajemnej cewek z żelazem należy mierzyć przy zastosowaniu prądu o takim natężeniu i takiej częstotliwości, przy jakich cewka normalnie pracuje.

Inne uwagi porównaj Pomiaru współczynnika samoindukcji.

1. Metoda balistyczna.

Cewkę, której współczynnik \mathfrak{M} mamy wyznaczyć, o dwu uzwojeniach, pierwotnym I i wtórnym II , łączy się według podanego (rys. 40.) układu. W obwód pierwotny wstawia się źródło prądu, ampermetr A , opór R' nieindukcyjny do regulowania i przełącznik. W obwód wtórny łączy się galwanometr balistyczny G i opornicę zatyczkową nieindukcyjną R .

Przez przerwanie prądu J w obwodzie pierwotnym wzbudza się w obwodzie wtórnym SEM chwilowa

$$e = -\mathfrak{M} \frac{dJ}{dt},$$

powodująca prąd chwilowy i w obwodzie złożonym z oporów R i G i oporu ohmowego cewki, którego zwykle się nie uwzględnia wobec tamtych; tak że

$$e = -\mathfrak{M} \frac{dJ}{dt} = (R + G)i,$$

z tego całka

$$\int e dt = \mathfrak{M} J = (R + G) \int i dt,$$

ponieważ $\int i dt$ jest to ilość elektryczności Q , jaka przepłynie przez obwód wtórny, przeto

$$\mathfrak{M} J = (R + G) Q;$$

$$\text{z tego} \quad \mathfrak{M} = (R + G) \frac{Q}{J}.$$

Ilość elektryczności mierzy się galwanometrem balistycznym

$$Q = c_1 \alpha_1 \left(1 + \frac{A}{2}\right)^*,$$

a natężenie prądu J ampermetrem. Obie te wielkości spostrzega się jednocześnie. Jest to więc metoda o 4 zmiennych, z których R i G są zwykle stałe i ich sumę kładziemy $R + G = R''$, a dwie inne spostrzega się równocześnie.

Opory R i R' należy tak nastawić, aby Q i J były największe w granicach podziałki, gdyż wtedy warunki pomiaru są najlepsze.

Rys. 40.

*) por. Część II. rozdz. I, 2.

Błąd graniczny, najlepsze warunki pomiaru i protokół są podobne jak przy pomiarze współczynnika samoindukcji metodą balistyczną (por. str. 66.).

Jeżeli przerywanie prądu odbywa się za pomocą przełącznika (kołyski Poggendorffa, jak na *rys. 40.*), to po przerwaniu prądu J następuje natychmiast załączenie go w stronę przeciwną, te dwa impulsy powodują wzbudzenie *SEM* dwa razy większej; wtedy

$$\mathfrak{M} = (R + G) \frac{Q}{2J}.$$

2. Metoda porównawcza.

Do porównywania służy normala indukcyjna o znanym współczynniku indukcji wzajemnej \mathfrak{M}_n . Obie cewki, badaną i normalną łączy się według podanego układu (*rys. 41.*) tak, że przez ich uzwojenia pierwotne przepływa ten sam prąd J , a ich uzwojenia wtórne są także połączone w szereg ze sobą i z dwiema opornicami zatyczkowymi R_1 i R_2 . Opory ohmowe R'_1 i R'_2 są zwykle nie równe i nie można już ich nie-

uwzględnić, owszem muszą być znane.

Przez zamykanie lub otwieranie wyłącznika \mathcal{L} , wzbudza prąd J w cewce badanej siłą elektromotoryczną

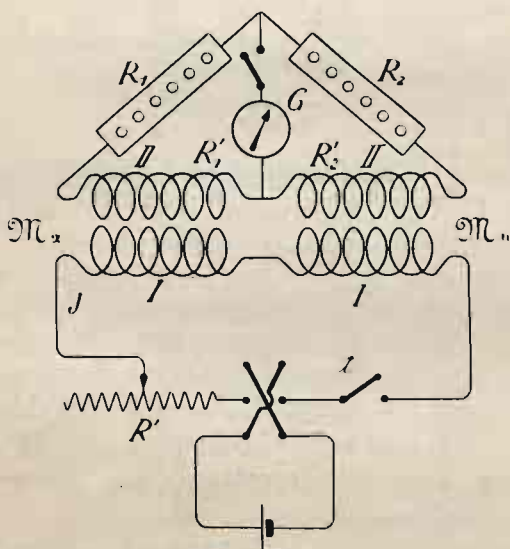
$$e_x = -\mathfrak{M}_x \frac{dJ}{dt},$$

a w normalnej

$$e_n = -\mathfrak{M}_n \frac{dJ}{dt}.$$

Skutkiem tych *SEM* powstają w obwodach $R_1 GR'_1$ i $R_2 GR'_2$ prądy, zależne od oporów tych obwodów powodujące odchylenie galwanometru.

Jeżeli przez odpowiedni dobór oporów R_1 i R_2 otrzyma się taki stan, że galwanometr nie dozna odchylenia, to jest to



Rys. 41.

oznaka, że przez uzwojenia wtórne obu cewek płynie ten sam prąd indukowany i ; wtedy

$$\mathfrak{M}_x \frac{dJ}{dt} = i(R_1 + R'_1)$$

$$\mathfrak{M}_n \frac{dJ}{dt} = i(R_2 + R'_2),$$

z tego

$$\frac{\mathfrak{M}_x}{\mathfrak{M}_n} = \frac{R_1 + R'_1}{R_2 + R'_2},$$

a

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}_n \frac{R_1 + R'_1}{R_2 + R'_2}.$$

Do tego samego wyniku możnaby dojść zmieniając \mathfrak{M}_n (zmienna normala), a utrzymując stałe opory R_1 i R_2 .

Opornice zatyczkowe R_1 i R_2 można zastąpić drutem mierniczym, zwłaszcza jeżeli opory ohmowe cewek są małe.

Metoda porównawcza należy do rzędu metod o trzech zmiennych, spostrzeganych jednocześnie, z których albo \mathfrak{M}_n , albo R_1 i R_2 są stałe; R'_1 i R'_2 mają stałą wartość jako opory ohmowe cewek.

Błąd graniczny wyznacza się według

$$\frac{\Delta_y \mathfrak{M}_x}{\mathfrak{M}_x} = \frac{\Delta_y \mathfrak{M}_n}{\mathfrak{M}_n} + \frac{\Delta_y R_1 + \Delta_y R'_1}{R_1 + R'_1} + \frac{\Delta_y R_2 + \Delta_y R'_2}{R_2 + R'_2} + \frac{\delta \mathfrak{M}_x}{\mathfrak{M}_x},$$

gdzie $\Delta_y \mathfrak{M}_n$ przyjmuje się 0,2%, $\Delta_y R_1$ i $\Delta_y R_2$ 0,1–0,2%, $\Delta_y R'_1$ i $\Delta_y R'_2$ zależą od dokładności, z jaką się opory ohmowe cewek pomierzyło, a $\frac{\delta \mathfrak{M}_x}{\mathfrak{M}_x}$ jest miarą czułości układu, którą się otrzymuje zmieniając R_1 lub R_2 tak długo, aż otrzyma się odchylenie (0,2) podziałki galwanometru.

Protokół pomiaru:

L. p.	\mathfrak{M}_n	R'_1	R'_2	R_1	R_2	\mathfrak{M}_x	\mathfrak{M}_{xdr}	$\Delta \mathfrak{M}_x$	$(\Delta \mathfrak{M}_x)^2$

3. Metoda porównawcza z samoindukcją.

(Według Maxwella).

Cewkę badaną, której uzwojenie wtórne ma opór ohmowy R , a której współczynnik samoindukcji \mathfrak{L} jest znany, załącza się w mostek Wheatstone'a w ten sposób, że prąd do mostku przepływa przez jej uzwojenie pierwotne (*rys. 42.*).

Naprzód sprowadza się układ do równowagi przy prądzie stałym, wtedy

$$(R + R_1)R_4 = R_2R_3$$

albo

$$\frac{R + R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$$

Jeżeli prąd i przerwie się (wyłącznikiem, induktozem lub sekometrem) to w uzwojeniu II powstanie SEM skutkiem wzajemnej indukcji

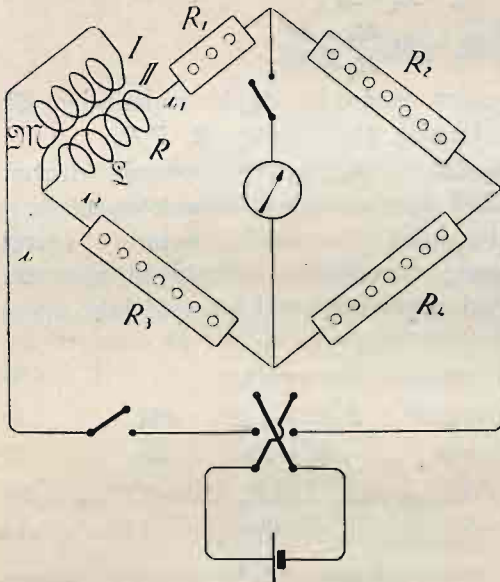
$$e_m = -M \frac{di}{dt}$$

Prąd i rozgałęzia się w mostku na i_1 i i_2 , z których i_1 wywołuje SEM samoindukcji

$$e_s = -L \frac{di_1}{dt}$$

oraz spadek napięcia $i_1(R + R_1)$, a prąd i_2 spadek napięcia i_2R_3 .

Jeżeli przez regulowanie oporów sprowadzi się galwanometr do położenia zerowego — przy prądzie przerywanym — jednak tak, aby było zawsze



Rys. 42.

$$(R + R_1)R_4 = R_2R_3,$$

to dla obwodu RR_1GR_3 można ustawić równanie

$$M \frac{di}{dt} + L \frac{di_1}{dt} = -i_1(R + R_1) + i_2R_3.$$

Ponieważ w razie, gdy przez galwanometr prąd nie płynie

$$i_1(R + R_1) = i_2R_3,$$

przeto

$$M \frac{di}{dt} = -L \frac{di_1}{dt}.$$

Podstawmy za i i i_2 wartości

$$i = i_1 + i_2, \quad i_2 = i_1 \frac{R + R_1}{R_3},$$

to będzie

$$M \frac{di_1}{dt} \left(1 + \frac{R + R_1}{R_3} \right) = -L \frac{di_1}{dt},$$

z tego

$$\mathfrak{M} = -\frac{\mathfrak{L}}{1 + \frac{R + R_1}{R_3}} = -\frac{\mathfrak{L}}{1 + \frac{R_2}{R_4}}$$

Znak — oznacza, że obie cewki tak trzeba połączyć, aby ich *SEM*-e wywołane działaniem indukcji wzajemnej i samoindukcyj były skierowane przeciw sobie.

Celem wyznaczenia błędu granicznego napiszmy ostatnie równanie w formie

$$\mathfrak{M} = -\frac{\mathfrak{L}R_4}{R_2 + R_4}$$

W ten sposób jest ono podobne do równania Poggendorffa (str. 59 i 60), wyprowadzenie więc tam błędu granicznego, można zastosować tutaj, uwzględniając jednak jeszcze czułość układu przy prądzie stałym, którą się wyznacza ze względu na stosunek $\frac{R_2}{R_4}$, zmieniając go tak długo, aż się otrzyma założone odchylenie galwanometru, oraz czułość układu przy prądzie przemiennym (przerywanym) ze względu na \mathfrak{M} . Błąd graniczny będzie więc

$$\frac{\Delta_g \mathfrak{M}}{\mathfrak{M}} = \frac{\Delta_g \mathfrak{L}}{\mathfrak{L}} + \frac{\Delta_g R_4}{R_4} + \frac{\delta \left(\frac{R_2}{R_4} \right)}{\frac{R_2}{R_4}} + \frac{\delta \mathfrak{M}}{\mathfrak{M}}$$

gdzie $\Delta_g \mathfrak{L}$ przyjmuje się, zależnie od dokładności pomiaru współczynnika samoindukcyj, wzgl. od normali 0,2—0,3%, $\Delta_g R_4$ zakłada się 0,1—0,2, a dwa inne człony są miarą czułości układu przy prądzie stałym wzgl. przemiennym.

Z tego wzoru widać zarazem, że aby otrzymać najlepsze warunki pomiaru, należy obierać duże R_4 i R_2 .

Protokół pomiaru:

L. p.	\mathfrak{L}	R_2	R_4	\mathfrak{M}	\mathfrak{M}_{st}	$\Delta \mathfrak{M}$	$(\Delta \mathfrak{M})^2$

4. Sposób techniczny.

W praktyce ma się do czynienia przeważnie z cewkami pracującymi pod prądem przemiennym; wtedy ich współczynnik indukcji wzajemnej \mathfrak{M} odpowiada nasyceniu żelaza, zależnemu od wartości skutecznej natężenia prądu, podczas gdy podane

wyżej sposoby pomiarów tego współczynnika opierały się na maksymalnych wartościach prądu mierniczego (stałego albo przerywanego). Także częstość okresów nie zawsze da się utrzymać w granicach, odpowiadających normalnym warunkom pracy cewek. W takich wypadkach — zwłaszcza przy dużych prądach — należy się uciec do sposobów technicznych.

Wychodzi się tu z zasadniczego równania na współczynnik indukcji wzajemnej

$$\mathfrak{M} = \frac{\Phi n_2}{J_1};$$

ponieważ

$$e = \Phi n_2 \omega,$$

przeto

$$\mathfrak{M} = \frac{e_2}{J_1 \omega}.$$

Tutaj e oznacza SEM w voltach, wzbudzoną w cewce drugiej przez prąd J_1 w amp., płynący przez cewkę pierwszą; $\omega = 2\pi n$, gdzie n jest to częstość okresów. Wtedy \mathfrak{M} jest wyrażone w henrych.

Z powyższego równania widać, że cewka druga musi być nieobciążona, t. zn. że — zwłaszcza przy cewkach do małych prądów — nie można używać do pomiaru SEM e volmetrów zużywających prąd, tylko elektrostatycznych.

Sekometr.

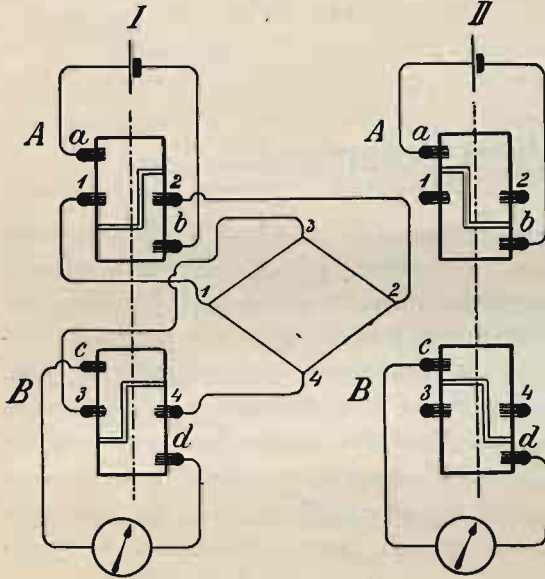
Przy metodach mostkowych pomiaru współczynnika samoindukcji i indukcji wzajemnej można — jak już wspomniano — zastosować zamiast prądu przemiennego, prąd przerywany i to o wielkiej lub małej częstości. Taki prąd przerywany o bardzo małej częstości powstaje n. p. przy zamykaniu lub otwieraniu wyłącznika przy prądzie stałym, a działanie tego prądu można obserwować za pomocą galwanometru balistycznego, lub nawet zwykłego, o ile nie chodzi o pomiar odchylenia. Pewniejsze jednak wyniki można osiągnąć przy większej częstości przerywań n. p. za pomocą induktora lub jeszcze lepiej za pomocą sekometru.

Sekometr jest to przyrząd zbudowany przez Ayrtona i Perryego do pomiarów współczynnika samoindukcji z oporu i czasu*). Składa się on z dwóch komutatorów, osadzonych na wspólnym wale; komutatory mają po 2 segmenty metalowe izolowane od siebie paskiem o szerokości kilku mm , tak że każdy z nich obejmuje trochę mniej niż połowę obwodu. Oba komutatory są względem siebie przesunięte, tak, że izolujące paski nie leżą

*) Współczynnik samoindukcji ma wymiar c ; można go także wyrazić przez wymiar scs^{-1} , gdzie s jest wymiarem czasu, a cs^{-1} wymiarem oporu.

w jednej płaszczyźnie. Po bokach każdego komutatora są umieszczone 4 szczotki, ślizgające się po jego powierzchni.

Rys. 43. przedstawia w widoku z góry układ połączeń sekometru Carpentiera w zastosowaniu n. p. do mostku Wheatstone'a.



Rys. 43.

W położeniu I komutator A wpuszcza prąd z ogniwa do mostku za pomocą szczotek w kierunku $a12b$; komutator B dostarcza prądu do galwanometru z mostka za pomocą szczotek w kierunku $3c d4$. Po obrocie — za pomocą motorku elektrycznego — o 180° płynnie prąd z ogniwa w kierunku $a21b$ przez mostek, do galwanometru w kierunku $4c d3$ (w drugim położeniu są połączenia z mostkiem nie oznaczone). W ten więc sposób prąd stały z baterji zmienia się przed mostkiem na przemienny (przerwany) i jako taki

przez mostek przepływa, a po wyjściu z mostku zmienia się znowu na stały. Galwanometr dostaje więc uderzenia zawsze jednokierunkowe, tak że przy wielkiej częstotliwości i przy użyciu galwanometru zwykłego, aperyodycznego, otrzymuje się stałe odchylenie zależne od natężenia prądu, płynącego przez gałąź galwanometru.

Skutkiem zastosowania galwanometru aperyodycznego zamiast balistycznego, albo zamiast telefonu, zwiększa się znacznie dokładność pomiaru.