

la, albo nie mogli w decydujących osobistościach wzbudzić dostatecznego zrozumienia dla ważności różnic konstrukcyjnych. A przecież najlepsza maszyna jest dla odbiorcy prawie zawsze i najtańszą!

Jako konstruktor opisanego silnika, starałem się wybrnąć z tego dylematu, konstruując maszynę możliwie doskonałą, a przytem możliwie taną i łatwą w fabrykacji.

Obliczenie pomostu współpracującego.

Napisał Stefan Bryła.

Połączenie podłużnic z poprzecznicami zapewnia zawsze współpracę pomostu, tem samem zaś ciągłość podłużnic. Współpraca ta występuje jednak w różnych konstrukcjach w różny sposób: w mostach nitowanych polegać na niej nie można, ze względu na niezupełną bezpośredniość połączeń (należy nadto pamiętać, że największe osłabienie podłużnic występuje tu na podporach). Natomiast można i należy ją uwzględnić przy obliczeniu mostów żelbetowych i żelaznych spawanych, których pomost jest „współpracujący” w bezporównania większym stopniu; dzięki rodzajowi połączeń, system podłużnic i poprzecznic, a nawet belek głównych, stanowi tu bowiem całość monolitową, „współpracującą”. I tu jednak nie można obliczać podłużnic jako zwyczajne belki ciągłe; podpory ich bowiem poddają się sprężystości, i to wskutek ugięcia nie tylko poprzecznicy, ale także i belek głównych. Podatność zatem podpór podłużnicy jest zmienna i rośnie ku środkowi mostu. Pozatem poprzecznice stawiają opór sprężysty obrotowi podłużnic, który również jest zmienny, t. j. inny dla każdej podłużnicy i maleje ku środkowi poprzecznic.

Dokładne uwzględnienie wszystkich tych czynników byłoby bardzo żmudne, a nawet wręcz niewykonalne w praktyce. O ile sprężysty opór obrotowy poprzecznic, jako korzystny, można zaniedbać, to poddawalność linjową (pionową), jako niekorzystną dla podłużnicy, należy w jej obliczeniu uwzględnić. Bleich¹⁾ radzi obliczać podłużnice pomimo ich ciągłości jako belki wolno podparte o rozpiętości równej odstępowi poprzecznic, wykazując, że zwiększenie momentu dodatniego wskutek ugięcia poprzecznic może niekiedy zupełnie zniweczyć korzystny moment ujemny na podporach. Z tego powodu należy w mostach drogowych obliczać podłużnice według wzorów i tablic podanych w moim artykule p. t. „Największe momenty i siły poprzeczne mostów drogowych”²⁾, o ile pomost zapewnia współpracę podłużnic (np. pomost żelbetowy, płyta żelbetowa), w przeciwnym zaś przypadku podług wzorów podanych w artykule dr. inż. Chmielowca: „Największe momenty i siły poprzeczne drewnianych mostów drogowych”³⁾.

W tym ostatnim przypadku, o ile rozpiętość podłużnicy a jest mniejsza od $3 m$ (lub tylko nieznacznie większa, np. $a < 3,5 m$) zaś odstęp podłużnic nie przekracza $1,40 m$, można moment zgięcia obliczyć przyjmując nacisk tylnego koła walca P (dla I klasy $P = 6 t$, dla II kl. $P = 0,8 \cdot 6 = 4,8 t$, dla III kl. $P = 0,4 \cdot 6 = 2,4 t$) w środku rozpiętości, zatem według wzoru $M = \frac{1}{4} a P$.

Natomiast korzystnie wpływa ciągłość podłużnic na poprzecznicę. Zmusza je bowiem do współpracy tak, iż poprzecznicę, nad którą pewien ciężar się znajduje, dźwiga tylko część tego ciężaru, resztę dźwigają poprzecznicę sąsiednie i dalsze. Również ciężar, znajdujący się pomiędzy dwiema poprzecznicami, dźwigają nie tylko te dwie poprzecznicę, ale także poprzecznicę dalsze, chociaż w mniejszym stopniu.

Przy obciążeniu równoczesnem wszystkich, albo choćby tylko kilku sąsiednich poprzecznic, ciągłość i sztywność podłużnic nie daje żadnej korzyści, albo tylko minimalną. Dana bowiem poprzecznicę dźwiga wprawdzie tylko część ciężaru, znajdującego się nad nią, ale dźwiga również część ciężarów, znajdujących się nad innymi poprzecznicami, jest więc obciążona tak samo, jak gdyby współdziałania nie było. Odnosi się to przede wszystkim do ciężaru stałego (ciężar własny pomostu), jednak w bardzo dużym przybliżeniu przypadek ten zachodzi również w mostach kolejowych (długi szereg ciężarów skupionych).

W mostach drogowych również może zająć przypadek równoczesnego obciążenia kilku sąsiednich poprzecznic szeregiem wozów ciężarowych. Jednakże znacznie korzystniejsze dla poprzecznicę jest obciążenie tłumem ludzi i walcem parowym, t. j. dwoma tylko ciężarami skupionymi, jak tego wymagają najnowsze przepisy polskie⁴⁾. W tym przypadku uwzględnienie współpracy poprzecznic prowadzi do oszczędności w ich materjale i daje pod tym względem np. mostom spawanym wyższość nad nitowanymi. Oszczędność zaś ta jest tem ważniejsza, że ze względu na schemat obciążeń obliczeniowych poprzecznicę obciążone są zbyt wysoko, co w rezultacie wpływa niekorzystnie na ich wymiary; wszelkie zatem ich odciążenie należy możliwie uwzględnić.

Przepisy polskie wprowadzają ciężar zasadniczy, t. j. obciążenie, przypadające na pas jezdni o szerokości $2,5 m$. Składa się ono z walca parowego — o dwu osiach, których rozstaw wynosi $3 m$; przyczem przednia oś przenosi nacisk $8 t$, tylna zaś $12 t$ — i tłumem ludzi $p = 500 \text{ kg/m}^2$, przed i za walcem w odległości $1,5 m$ od obu osi. Na pas jezdni o szerokości $1 m$ przypada tedy nacisk osi tylnej

$$P_1' = 12 t : 2,5 = 4,8 t,$$

oraz nacisk osi przedniej

$$P_2' = 8 t : 2,5 = 3,2 t,$$

wreszcie ciężar tłumem ludzi $p = 0,5 t/m$.

Jeżeli szerokość jezdni $b_j > 5 m$, to powyższe trzy

¹⁾ Bleich. Theorie und Berechnung der eisernen Brücken. Berlin 1924.

²⁾ Przegląd Techniczny, 1926.

³⁾ Czasopismo Techniczne, 1928.

⁴⁾ Przepisy o budowie i utrzymaniu mostów drogowych, wydane przez Min. Robót Publ. dn. 8.XI. 1925. Nr. XIII — 1386.

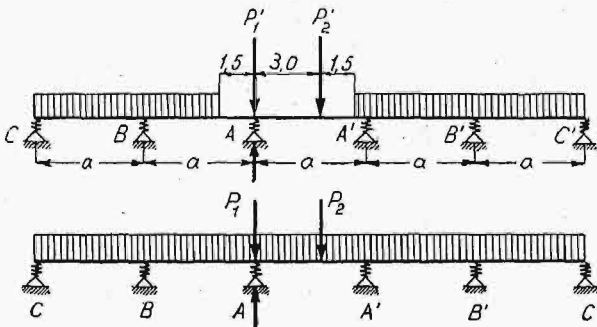
wartości należy pomnożyć przez współczynnik zmniejszający

$$\mu = \frac{1}{2} \left(\frac{5m}{b_j} + 1 \right)$$

Udział, jaki biorą poprzecznicę w dźwiganie pewnego ciężaru, maleje szybko w miarę, jak ciężar przechodzi kolejno na coraz to dalsze poprzecznicę, oddalając się od poprzecznicę badanej. Wpływ tedy poprzecznic dalszych aniżeli trzecia na obciążenie poprzecznicę bezpośrednio obciążonej, względnie na obciążenie dwu sąsiednich poprzecznic, pomiędzy którymi ciężar się znajduje, jest znikomą mały. Zaniebując go, popełniamy bardzo nieznaczny błąd na korzyść pewności. Wystarczy więc badać reakcje środkowe belki ciągłej na sześciu podporach sprężystych, czyli belki pięcioprzęsłowej. Na długości równej połowie tej belki, t. j. w obrębie $2\frac{1}{2}$ pól dźwigara głównego, różnica jego ugięcia w porównaniu z ugięciem poprzecznicę jest niewielka. Jeżeli ją (znowu na korzyść pewności) pominiemy, będziemy mieli belkę ciągłą na 6 podporach, o tym samym stopniu podatności sprężystej o 5 równych przęsłach.

Zadaniem naszym będzie znaleźć reakcje A w zależności od stosunku sztywności poprzecznicę do podłużnicę. Będziemy badać osobno wpływ tłumy ludzi i osobno wpływ każdego z ciężarów skupionych.

Łatwo zauważyć, że wedle polskich przepisów wpływ tłumy ludzi na reakcję A jest znacznie mniejszy od wpływu ciężarów skupionych. Jednak dokładne obliczenie wpływu obciążenia p jest w danym razie dużo zawilsze niż wpływu ciężarów P_1



Rys. 1 i 2.

i P_2' . Można przecież uwzględnić tłum ludzi w sposób bardzo prosty i wystarczająco dokładny przy pomocy następującego rozważania. Dodajmy i odejmijmy ciężar jednostajny p na długości walca, t. j. 6 m , to oczywiście reakcja A się nie zmieni. Dodawszy go otrzymamy belkę na całej długości jednostajnie obciążoną ciężarem p (rys. 2). Wtedy każda poprzecznicę dźwiga tłum ludzi na długości a , a zatem reakcja A wynosi

$$A_p = a - p.$$

Wpływ ciężaru p na długości 6 metrów możemy odjąć w przybliżeniu, zastępując jednostajny ciężar $p \times 6\text{ m}$ dwoma ciężarami skupionymi

$$P_1'' = P_2'' = p \cdot 3\text{ m} = 1,5\text{ t},$$

o które należy pomniejszyć ciężary P_1' i P_2' .

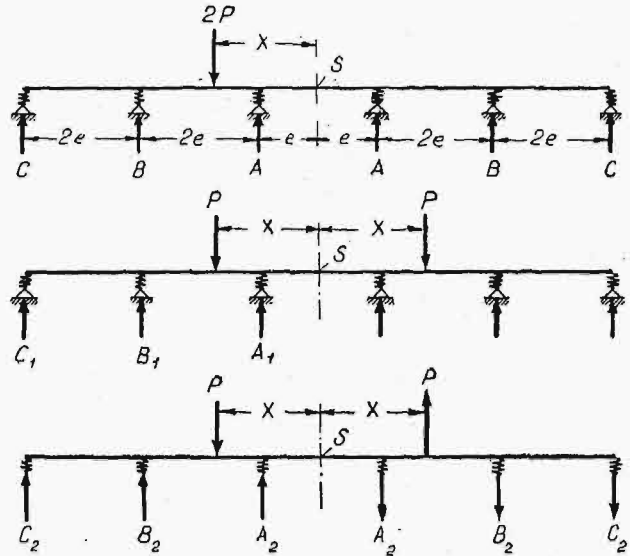
Pozostaje do obliczenia wpływ ciężarów skupionych (rys. 2).

$$P_1 = P_1' - P_1'' = 4,8 - 1,5 = 3,3\text{ t},$$

$$P_2 = P_2' - P_2'' = 3,2 - 1,5 = 1,7\text{ t}.$$

Dla uproszczenia dalszych wywodów, nazwiemy ciężar skupiony $2P$, zaś odstęp poprzecznicę $a = 2e$.

Uwzględniając każdy ciężar skupiony oddzielnie, sprowadzamy zagadnienie do znalezienia reakcji A w belce (rys. 3) obciążonej w dowolnym miejscu ciężarem skupionym.



Rys. 3—5.

W zagadnieniu tem występuje 6 niewiadomych reakcji, a że mamy tylko dwa równania równowagi, zatem będziemy mieli układ hyperstatyczny 4-go stopnia, którego rozwiązanie wprost byłoby bardzo żmudne. Układ ten jednak można zastąpić dwoma układami, z których każdy zawiera tylko dwie niewiadome hyperstatyczne. Układ sił niesymetryczny (rys. 3) da się mianowicie rozłożyć na dwa układy, z których jeden jest symetryczny (rys. 4), drugi zaś odwrotnie symetryczny (rys. 5). W układzie symetrycznym reakcje symetryczne względem środka S są sobie równe, np. $A_1 = A_1'$. W układzie zaś odwrotnie symetrycznym reakcje symetryczne są równe, lecz przeciwnego znaku, np. $A_2 = -A_2'$. Przez superpozycję obu układów otrzymamy

$$A = A_1 + A_2,$$

$$A' = A_1' + A_2' = A_1 - A_2.$$

W ogólności siła $2P$ może być przyłożona w dowolnym miejscu. Praktyczne jednak znaczenie mogą mieć tylko dwa przypadki:

1) $x < e$, czyli odstęp poprzecznicę $a = 2e > 3\text{ m}$, co z reguły zachodzi w mostach większych, np. w mostach kratowych.

2) $3e > x > e$, czyli $1,5\text{ m} < a < 3\text{ m}$, zwykle w mostach mniejszych.

Przypadku $x > 3e$ rozpatrywać nie będziemy.

I. Układ symetryczny.

Z powodu symetrii jest styczna linii ugięcia w środku S pozioma, zatem lewą połowę belki CS można uważać za utwierdzoną w S . Ugięcia mierzone od tej stycznej obliczymy przy pomocy wzorów (por. rys. 6):

$$6EI\delta_w = Qw^2(3u - w)$$

$$6EI\delta_u = Q \cdot 2u^3$$

$$6EI\delta_v = Q \cdot u^2(2u + 3v).$$

Wprowadzimy wielkość niemianowana

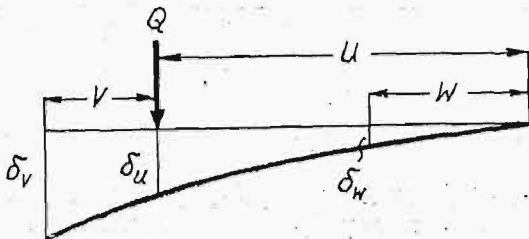
$$\xi = \frac{x}{e}; \dots \dots \dots (1)$$

wtedy otrzymamy:

1) Dla $x < e$ (rys. 7): ugięcia δ_a , δ_b i δ_c wyrażą się równaniami:

$$\left. \begin{aligned} \frac{6EI}{e^3} \delta_c &= C \cdot 2.5^3 + B \cdot 3^3 (2.3 + 3.2) + A \cdot 1^2 (2.1 + 3.4) - P \xi^2 [2\xi + 3(5 - \xi)] = 250C + 108B + 14A - P \xi^2 (15 - \xi), \\ \frac{6EI}{e^3} \delta_b &= C \cdot 3^2 (3.5 - 3) + B \cdot 2.3^3 + A \cdot 1^2 (2.1 + 3.2) - P \xi^2 [2\xi + 3(3 - \xi)] = 108C + 54B + 8A - P \xi^2 (9 - \xi), \\ \frac{6EI}{e^3} \delta_a &= C \cdot 1^2 (3.5 - 1) + B \cdot 1^2 (3.3 - 1) + A \cdot 2.1^3 - P \xi^2 [2\xi + 3(1 - \xi)] = 14C + 8B + 2A - P \xi^2 (3 - \xi). \end{aligned} \right\} (2)$$

Jeżeli ugięcia poprzecznic w miejscu połączenia z podłużnicą wskutek działania w tym miejscu siły $P = 1$ wynosi V (charakterystyka podat-



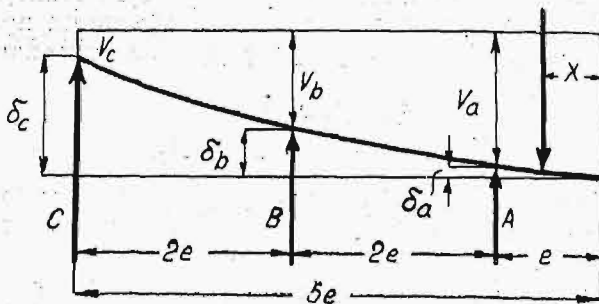
Rys. 6.

ności sprężystej), to sprężysta podatność podpór wyrazi się równaniami

$$\left. \begin{aligned} V_a &= AV \\ V_b &= BV \\ V_c &= CV \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Z rys. 5 wynika

$$\left. \begin{aligned} V_a &= V_c + \delta_c - \delta_u \\ V_b &= V_c + \delta_c - \delta_b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$



Rys. 7.

Podstawiając (3) w (4) otrzymamy

$$\left. \begin{aligned} V(A - C) &= \delta_c - \delta_u \\ V(B - C) &= \delta_c - \delta_b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Równanie równowagi sił pionowych brzmi

$$A + B + C = P,$$

zatem

$$\left. \begin{aligned} C &= P - A - B \\ A - C &= 2A + B - P \\ B - C &= A + 2B - P \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Dla skrócenia nazwiemy

$$\frac{3EI}{e^3} V = \varphi \dots \dots \dots (7)$$

Mnożąc równanie (2) przez V i odpowiednio je

odejmując, otrzymamy z uwagi na (5), (6) i (7), po uporządkowaniu względem A i B , układ równań:

$$\left. \begin{aligned} A(68 + \varphi) + B(44 + 2\varphi) &= P(71 + \varphi - 3\xi^2), \\ A(112 + 2\varphi) + B(68 + \varphi) &= P(118 + \varphi - 6\xi^2) \end{aligned} \right\} (8)$$

Stąd, z uwagi na znakowanie w systemie symetrycznym (rys. 4), otrzymamy:

$$A_1 = \alpha_1 P,$$

przyczem

$$\alpha_1 = \frac{364 + 141\varphi - \varphi^2 - (20 + 3\varphi)3\xi^2}{304 + 176\varphi + 3\varphi^2} = \frac{\lambda'_1}{\mu_1} \dots (9)$$

2) Dla $3e > x > e$, czyli $3 > \xi > 1$ (rys. 2): W ostatnim z pośród równań (2) ostatni wyraz prawej strony przybierze postać

$$P(3\xi - 1),$$

wskutek czego w równ. (8) zamiast $-6\xi^2$ będzie

$$-6\xi^2 + \frac{1}{2}(\xi - 1)^3,$$

więc licznik równania (9) zwiększy się o wyraz

$$\xi^3(22 + \varphi),$$

jeżeli nazwiemy (por. rys. 8)

$$\xi - 1 = \zeta$$

Zamiast (9) będzie zatem:

$$\alpha'_1 = \frac{364 + 141\varphi + \varphi^2 - (20 + 3\varphi)3\xi^2 + (22 + \varphi)\zeta^3}{304 + 176\varphi + 3\varphi^2} \dots (9a)$$

Dla $\xi = 1$, zarówno równanie (9), jak i (9a), dają tę samą wartość

$$A_1 = \frac{304 + 132\varphi + \varphi^2}{304 + 176\varphi + 3\varphi^2} P = \frac{\lambda_1}{\mu_1} P = \beta_1 P \dots (9b)$$

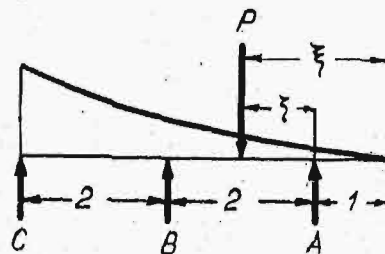
Dla $\varphi = 0$ (podpory nie poddające się) jest oczywiście

$$A_1 = P.$$

Jeżeli belka jest nieskończenie sztywna, czyli $\varphi = \infty$, to dla dowolnej wartości ξ otrzymujemy, wedle 9 albo 9a,

$$A_1 = \frac{1}{3} P = B_1 = C_1,$$

t. j. równomierny rozkład ciężaru pomiędzy wszystkie podpory.



Rys. 8.

II. Układ odwrotnie symetryczny (rys. 9).

Punkt środkowy belki S jest punktem przegięcia. Moment w S równa się zero, zatem, z uwagi na rys. (1):

$$P\xi = A + 3B + 5C \dots \dots \dots (10)$$

Z rys. 7 znajdziemy:

$$V_a = \delta_a + \frac{1}{5} V_b$$

$$V_b = \delta_b + \frac{3}{5} V_c$$

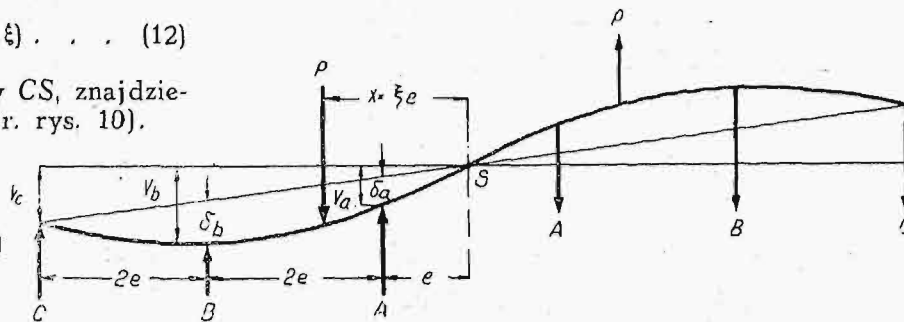
Stąd, z uwagi na (3) i (10), otrzymamy:

$$5 \delta_a = \frac{V}{5} (26A + 3B - P\xi) \dots (11)$$

$$5 \delta_b = \frac{V}{5} (3A + 34B - 3P\xi) \dots (12)$$

Ugięcia δ_a i δ_b , mierzone od cięciwy CS, znajdziemy według wzorów poniższych (por. rys. 10).

$$\left. \begin{aligned} 6EIL \delta_m &= u u' m (L + u' - \frac{m^2}{u}) Q \\ 6EIL \delta_{uu} &= 2u^3 u'^2 Q \\ 6EIL \delta^u &= u u' n (L + u - \frac{n^2}{u'}) Q \end{aligned} \right\} b)$$



Rys. 9.

1) Dla $x < e$ będzie zatem:

$$\frac{6EI}{e^3} 5 \delta_a = P (5 - \xi) \xi \cdot 4 (5 + \xi - \frac{16}{5 - \xi}) - A \cdot 2 \cdot 16 \cdot 1 - B \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 (5 + 2 - \frac{1}{3}) =$$

$$\alpha'_2 = \frac{(18 + 3,4\varphi) [(5 - \xi) (8 - \zeta^2) + 0,4\xi\varphi] - (20 + 0,6\varphi) (21 - \xi^2 + 0,6\varphi) \xi}{176 + 272\varphi + 35\varphi^2} \dots (19a)$$

$$= 2 [P \xi^2 (9 - \xi^2) - 16A - 20B] \dots (13)$$

$$\frac{6EI}{e^3} 5 \delta_b = P (5 - \xi) \xi^2 (5 + \xi - \frac{4}{5 - \xi}) -$$

$$- A \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 (5 + 1 - \frac{4}{4}) - B \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9 =$$

$$= 2 [P \xi (21 - \xi^2) - 20A - 36B] \dots (14)$$

Z uwagi na (7), otrzymamy z porównania (11) i (13):

$$\begin{aligned} P \xi^2 (9 - \xi^2) - 16A - 20B &= \\ = \frac{\varphi}{5} (26A + 3B - P\xi) \dots (15) \end{aligned}$$

Podobnie z porównania (12) i (14) wynika

$$\begin{aligned} P \xi (21 - \xi^2) - 20A - 36B &= \\ = \frac{\varphi}{5} (3A + 34B - 4P\xi) \dots (16) \end{aligned}$$

Po uporządkowaniu (15) i (16) względem A i B, otrzymamy:

$$\begin{aligned} A (40 + 13\varphi) + B (100 + 3\varphi) &= \\ = P \xi [10 (9 - \xi^2) + \varphi] \dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A (100 + 3\varphi) + B \cdot 2 (90 + 17\varphi) &= \\ = P \xi [5 (21 - \xi^2) + 3\varphi] \dots (18) \end{aligned}$$

Zastępując A przez A_2 , z uwagi na znakowanie w systemie odwrotnie symetrycznym (rys. 5), otrzymamy

$$A_2 = \alpha_2 P,$$

przyczem

$$\alpha_2 = \frac{228 + 105\varphi + \varphi^2 - \xi^2 (52 + 13\varphi)}{176 + 272\varphi + 35\varphi^2} \xi = \frac{\lambda'_2}{\mu_2} \xi \dots (19)$$

2) Dla $e < x < 3e$, czyli $1 < \xi < 3$ pierwszy wyraz prawej strony równ. (13) będzie

$$\begin{aligned} P (5 - \xi) \xi \cdot 1 [5 + (5 - \xi) - \frac{1^2}{\xi}] &= \\ = 2 (5 - \xi) [4\xi - \frac{1}{2} \zeta^2] P, \end{aligned}$$

przyczem

$$\zeta = \xi - 1.$$

Zatem wyraz wolny, t. j. prawa strona równania (17), przyjmie postać

$$P [(5 - \xi) (4\xi - \frac{1}{2} \zeta^2) 5 + \xi \varphi] ;$$

Wskutek tego zamiast (19) otrzymamy

$$\alpha'_2 = \frac{(18 + 3,4\varphi) [(5 - \xi) (8 - \zeta^2) + 0,4\xi\varphi] - (20 + 0,6\varphi) (21 - \xi^2 + 0,6\varphi) \xi}{176 + 272\varphi + 35\varphi^2} \dots (19a)$$

Dla $\xi = 1$, czyli $\zeta = 0$, równania 19 i 19a dają tę samą wartość

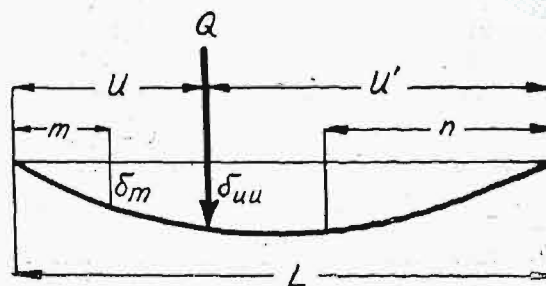
$$A_2 = \frac{176 + 92\varphi + \varphi^2}{176 + 272\varphi + 35\varphi^2} P = \frac{\lambda_2}{\mu_2} P = \beta_2 P \dots (19b)$$

Jeżeli także $\varphi = 0$, t. j. podpory są nieskończenie sztywne (nie poddające się), to oczywiście

$$A_2 = P.$$

Jeżeli zaś belka jest nieskończenie sztywna, a podatność podpór skończona, czyli $\varphi = \infty$, to zarówno (19), jak i (19a), dają

$$A_2 = \frac{1}{35} P \xi, \dots (20)$$



Rys. 10.

co jest zgodne z równaniem równowagi (10); wówczas bowiem (rys. 11) jest $V_b = 3 \cdot V_a$, $V_c = 5 V_a$ zatem wedle (3) $B = 3A$, $C = 5A$, zaś $Px = A_2 (e + 3 \cdot 3e + 5 \cdot 5e) = 35 Ae$,

$$\text{czyli} \quad A_2 = \frac{P \xi}{35}.$$

W zastosowaniu do poprzecznic, odnośnie do rys. 2, możemy reakcję A, przypadającą na szerokość jezdni 1 m, wyrazić:

$$A = ap + \frac{1}{2} P_1 \gamma_1 + \frac{1}{2} P_2 \gamma_2, \dots (20)$$

$$\text{przyczem} \quad p = 0,5 t/m, P_1 = 3,3 t,$$

$$P_2 = 1,7 t, \frac{1}{2} P_2 = 0,85 t, \gamma_1 = \beta_1 + \beta_2.$$

Co do γ_2 , należy rozróżnić 3 przypadki (rys. 12—14) w zależności od odstępów poprzecznic a:

zaś belki drugiej $f + \Delta f$. Różnicę Δf znajdziemy przy pomocy linii wpływowej ugięcia środka belki. Jest to linia ugięcia belki obciążonej w środku rozpiętości ciężarem $P = 1$. Największa jej rzędna wynosi $y_0 = \frac{1}{48 EI} l^3 = \frac{1}{6 EI} l^3$, zaś rzędna w odległości $x = l - \xi$ od podpory ($\xi < 1$) jest

$$\frac{1}{2} \xi (3 - \xi^2) y_0.$$

Równanie paraboli dodatkowego obciążenia jest $p = p' (1 - \xi^2)$.

Zatem
$$\Delta f = 2 \int_0^l p dx \cdot y = p' y_0 l \varphi = \frac{p' l^4 \varphi}{6 EI},$$

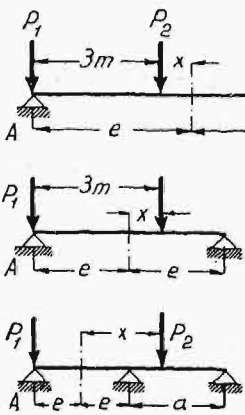
przyczem
$$\varphi = \int_0^1 \xi (3 - \xi^2) (1 - \xi)^2 d\xi = \frac{7}{30},$$

czyli
$$\Delta f = \frac{7}{180} \frac{p' l^4}{EI}.$$

Stosunek zaś

$$\Delta f : f = \frac{7}{180} \frac{48 p'}{10 p_0} = 0,187 \frac{p'}{p_0}.$$

W przytoczonym niżej przykładzie liczbowym (wziętym z praktyki) nacisk jednostkowy podłużnic na poprzecznice A jest o ok. 12% większy na jej



Rys. 12-14.

końcach niż w środku rozpiętości, czyli $p' = p_0 = 0,12$. Jeżeli byśmy jednak przyjęli nawet $p' = p = 0,20$, to dodatkowe ugięcie w belce obciążonej wedle paraboli wyniesie $\Delta f = 0,187 \cdot 0,20 f$, czyli zaledwie 3,74% wartości ugięcia belki obciążonej wedle prostokąta. Tyleż więc wynosiłby w skrajnym przypadku błąd przyjęcia wartości V wedle

przyjętej definicji. Jeżeli poprzecznica jest utwierdzona, to stosunek $\Delta f : f$ będzie jeszcze mniejszy.

W ogólności jest poprzecznica na swoich końcach sprężysto utwierdzona. Stopień utwierdzenia zależy od rodzaju ramy, w której skład prócz poprzecznic badanej wchodzi słupy belek głównych i rozpory tężnika pionowego. Jeżeli momentowi utwierdzenia M' odpowiada obrót stycznej podporowej o kąt, którego styczna wynosi $\varepsilon (M')^3$ wtenczas stopniem utwierdzenia można nazwać wartość $1 : \varepsilon$. Dla belki wolno podpartej, t. j. gdy niema rozpory (mosty otwarte) jest $\varepsilon = \infty$.

Niechaj w miejscach zetknięcia podłużnic z poprzecznica działają ciężary $P = 1$ (rys. 16a). W przypadku znacznej ilości podłużnic, można ciężary skupione $P = 1$ zastąpić ciężarem jednostajnie rozłożonym $p = 1 : c$ (rys. 16b). Wedle zasady Mohra, reakcja powierzchni momentów (rys. 16c).

$$(A_0) = EI \varepsilon M' = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} p b^2 \frac{b}{2} - M' \frac{b}{2} \quad (m)$$

Stąd

$$M' = \frac{1}{12} \frac{b^3}{c} \frac{1}{\varepsilon} \quad (21)$$

przyczem

$$\varepsilon = \frac{2 EI' \varepsilon}{b} + 1,$$

zaś ugięcie

$$V = \frac{1}{EI'} \left[\frac{5}{384} \frac{b^4}{c} - \frac{1}{8} M' b^2 \right],$$

czyli z uwagi na (21)

$$V = \frac{5}{384} \frac{b^4}{c} \frac{\psi}{EI'},$$

przyczem

$$\psi = 1 - \frac{4}{5 \varepsilon} \quad (22)$$

Wedle (7) będzie więc

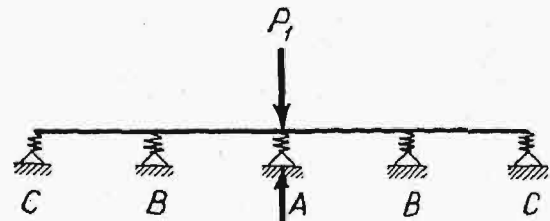
$$\varphi = \frac{3 EI}{e^3} V = \frac{24 EI V}{e^3} = \frac{24 EI V}{e^3} \frac{5}{384} \frac{b^4}{c} \frac{I}{EI'} \psi \quad (23)$$

I jest momentem bezwładności podłużnicy, I' zaś poprzecznic. Dzieląc równanie (m) przez $M' \frac{b}{2}$

i podstawiając $\frac{1}{8} p b^2 = M'_0$, otrzymamy $\varepsilon = M'_0 : M'$.

Zatem $1 : \varepsilon$ jest momentem utwierdzenia, podzielonym przez moment belki wolno podpartej.

Równanie (23) odnosi się do środka poprzecznic. Licząc poprzecznice na ciężary skupione, (co miałyby rację, gdyby odstęp podłużnic był bardzo znaczny), należałoby dla każdej podłużnicy



Rys. 15.

znaleźć oddzielnie wartość φ , a następnie wartość A z równania (20); nacisk podłużnicy na poprzecznice wynosi $A \cdot c$. Zwykle jednak długość c w porównaniu z b jest nieznaczną, wskutek czego można działanie podłużnic uważać za obciążenie ciągłe. Wartość A z równ. (20) i (23) będzie zatem obciążeniem jednostkowym p (t. j. przypadającym na $1 m$ b.) poprzecznic w środku jej rozpiętości. Na końcach poprzecznic jest $V = 0$, zatem i $\varphi = 0$. Odpowiednia wartość A niech będzie p_1 . Krzywą obciążenia poprzecznic, której rzędne na końcach są p_1 , zaś w środku p_0 (rys. 17), możemy bez wielkiej ujemy dla dokładności zastąpić parabolą. Jeżeli przytem poprzecznica jest belką wolno podpartą, to moment w środku

$$M_0 = \frac{1}{8} b^2 p_2,$$

przyczem
$$p_2 = p_0 + \frac{1}{6} (p_1 - p_0).$$

Siła poprzeczna na końcach poprzecznic

$$T_0 = \frac{b}{2} p'_2,$$

⁵⁾ Por. Podręcznik Inżynierski. Cz. VI. Statyka Budowl. Huber. Sprężystość i Wytrzymałość, str. 1131, B r y ł a, Ramy, str. 1306.

przyczem $p'_2 = p_0 + \frac{1}{3}(p_1 - p_0)$.

Jeżeli uwzględnimy, że obciążona jest tylko jezdnia na długości b , zaś końce poprzecznic o długości $\Delta b = \frac{1}{2}(b - b_j)$ są nieobciążone, to w przybliżeniu, na korzyść pewności, można od $M_0 = \frac{1}{8}p_2 b^2$ odjąć:

$$\Delta M_0 = p_2 \Delta b \frac{\Delta b}{2} = \frac{1}{2} p_2 (\Delta b)^2,$$

więc

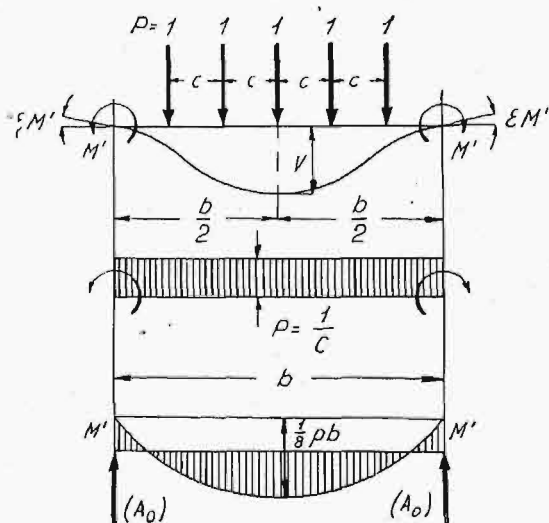
$$M'_0 = M_0 - \Delta M_0 = \frac{1}{8} p_2 b_j (2b - b_j).$$

Podobnie od T_0 należy odjąć

$$\Delta T_0 = p'_2 \Delta b;$$

otrzymamy wtedy

$$T_0 - \Delta T_0 = p'_2 \left(\frac{b}{2} - \Delta b \right) = \frac{1}{2} p'_2 b_j,$$



Rys. 16.

Wartości M_0 i T_0 należy jeszcze pomnożyć przez współczynnik klasy mostu, który wynosi 1 dla kl. I, 0,8 dla kl. II i 0,4 dla kl. III, i przez współczynnik szerokości jezdni (o ile szerokość ta $b_0 > 5$ m),

który wynosi $\frac{1}{2} \left(\frac{5m}{b_0} + 1 \right)$.

Przykład. Most drogowy I klasy o konstrukcji żelaznej, spawanej. Odstęp poprzecznic $a = 3,86$ m. Rozpiętość poprzecznic $b = 6,85$ m. Odstęp podłużnic $c = 1,17$ m. Podłużnica I Nr. 34 $I = 15\,695$ cm⁴. Poprzecznica złożona (spojona z blachy stojącej 800×12 i blach poziomych 220×20, $I' = \frac{1}{12} 1,2 \cdot 80^3 + \frac{22}{12} (84^3 - 80^3) = 199\,100$ cm⁴. Moment utwierdzenia $M' = 0,1 M_0^5$, czyli 10%, więc $\alpha = 1 : 0,1 = 10$.

Wedle (22) $\psi = 1 - \frac{4}{5 \cdot 10} = 0,92$.

Wedle (23) $\varphi = \frac{5}{16} \frac{6,85^4}{1,17 \cdot 3,86^3} \cdot \frac{15\,695}{199\,100} \cdot 0,92 = 0,74$.

$\beta_1 = \lambda_1 : \mu_1$ (równ. 9b),

$\mu_1 = 304 + 176 \cdot 0,74 + 3 \cdot 0,74^2 = 304 + 130 + 1,64 = 435,64$,

$\lambda_1 = 304 + 132 \cdot 0,74 + 0,74^2 = 304 + 97,95 + 0,55 = 402,5$,

$\beta_1 = 402,5 : 435,64 = 0,924$,

$\beta_2 = \lambda_2 : \mu_2$ (19b),

$\mu_2 = 176 + 272 \cdot 0,74 + 35 \cdot 0,74^2 = 396,1$,

$\lambda_2 = 176 + 92 \cdot 0,74 + 0,74^2 = 244,55$,

$\beta_2 = 244,55 : 396,1 = 0,618$,

$\gamma_1 = 0,924 + 0,618 = 1,542$,

$\frac{1}{2} P_1 \gamma_1 = 1,65 t \cdot 1,542 = 2,55 t$.

Ponieważ $6m > a > 8m$,

więc $\xi = \frac{6m}{a} - 1 = \frac{6}{3,86} - 1 = 0,552$,

zaś $\gamma_2 = \alpha_1 - \alpha_2$,

$\alpha_1 = \lambda'_1 : \mu_1$ (9),

$\lambda'_1 = A - B$, $A = 364 + 141 \cdot 0,74 + 0,74^2 = 468,75$, $B = (20 + 3 \cdot 0,74) 3 \cdot 0,552^2 = 20,3$,

$\lambda'_1 = 468,75 - 20,3 = 448,45$,

$\alpha_1 = 448,45 : 435,64 = 1,0294$,

$\alpha_2 = (\lambda'_2 : \mu_2) \xi$ (równ. 19),

$\lambda'_2 = A - B$, $A = 228 + 105 \cdot 0,74 + 0,74^2 = 306,3$,

$B = 0,552^2 (52 + 13 \cdot 0,74) = 18,8$,

$\lambda'_2 = 306,3 - 18,8 = 287,5$,

$\alpha_2 = 0,552 \cdot 287,5 : 396,1 = 0,3965$,

$\gamma_2 = 1,0294 - 0,3965 = 0,6329$,

$\frac{1}{2} P_2 \gamma_2 = 0,85 t \cdot 0,6329 = 0,538 t$,

$ap = 3,86 \cdot 0,5 = 1,93 t$.

Na 1 m b. poprzecznic w jej środku przypada obciążenie wedle (20)

$p_0 = 1,93 + 2,55 + 0,538 = 5,018$ t/m.

Dla końców poprzecznic będzie p_1 zamiast p_0 , $\varphi = 0$, $\mu_1 = \lambda_2 = 304$,

$\beta_1 = 1 = \beta_2$, $\frac{1}{2} P_1 \gamma_1 = 1,65 \cdot 2 = 3,3 t$,

$\lambda'_1 = 364 - 20 \cdot 3 \cdot 0,552^2 = 345,7$,

$\alpha_1 = 345,7 : 304 = 1,137$,

$\lambda'_2 = 228 - 0,552^2 \cdot 52 = 212,18$,

$\alpha_2 = 0,552 \cdot 212,18 : 176 = 0,665$,

$\gamma_2 = 1,137 - 0,665 = 0,472$,

$\frac{1}{2} P_2 \gamma_2 = 0,85 t \cdot 0,472 = 0,40 t$,

$p_2 = 1,93 + 3,30 + 0,40 = 5,63 t$.

$p' = p_1 - p = 5,63 - 5,018 = 0,61 = 0,12 p_0$

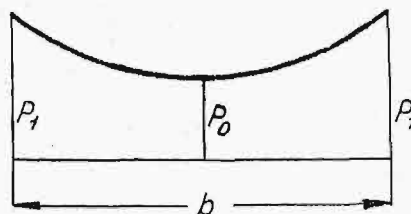
$p_2 = 5,018 + 0,61 : 6 = 5,12$ t/m.

Szerokość jezdni

$b_j = 5,4$ m $>$ 5 m,

zatem współczynnik zmniejszający

$\mu = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{5,4} + 1 \right) = 0,964$,



Rys. 17.

zaś moment z powodu ciężaru ruchomego:

$$M_p' = 0,964 \cdot \frac{1}{8} \cdot 5,12 \cdot 5,4 (2 \cdot 6,85 - 5,4) = 28,6 \text{ tm},$$

$$p_z' = 5,02 + 0,61 : 3 = 5,22 \text{ t/m},$$

$$T = 0,964 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5,22 \cdot 5,4 = 13,58 \text{ t}.$$

Nie uwzględniając ciągłości podłużnic, otrzymamy (według Podręcznika Inżynierskiego, str. 756),

$$2,5 A = 12 + 8 \cdot \frac{3,86 - 3}{3,86} + \frac{1,25}{2 \cdot 3,86} (3,86 - 1,5^2) =$$

$$= 12 + 1,78 + 0,90 = 14,68 \text{ t},$$

$$A = 14,68 : 2,5 = 5,875 \text{ t/m},$$

$$p = 0,964 \cdot 5,875 = 5,65 \text{ t/m},$$

$$T_j = \frac{1}{2} p \cdot b_j = \frac{1}{2} \cdot 5,65 \cdot 5,4 = 15,25 \text{ t}.$$

Różnica $15,25 - 13,58 = 1,67 = \sim 14\%$.

$$M_p = \frac{1}{4} T_j (2b - b_j) = \frac{1}{4} \cdot 15,25 \cdot 8,3 = 31,65 \text{ tm}.$$

Różnica $31,65 - 28,6 = 3,05 \text{ tm} = \sim 10\%$.

Zatem ciągłość podłużnic powoduje zmniejszenie momentu z powodu ciężaru ruchomego w 10%, zaś zmniejszenie siły poprzecznej o 14%.

Współdziałanie poprzecznic wpływa również korzystnie na dźwigiary główne, powodując bardziej równomierny rozkład ciężarów skupionych, niż przyjmuje się w obliczeniu. Ugięcie belek głównych posiada wartość pośrednią pomiędzy wartością obliczoną dla ciężarów skupionych a wartością odpowiadającą ciężarowi jednostajnie rozłożonemu na całej długości mostu. Wykazał to doświadczalnie Gehler⁶⁾ nawet dla mostu nitowanego. Odnosi się to tembardziej do mostu żelbetowego lub spawanego. Korzyść ta rośnie z rozpiętością mostu. Dlatego słusznie pozwalają polskie przepisy dla mostów drogowych ponad 50 m rozpiętości, zaś dla mostów o rozpiętości $l < 50 \text{ m}$, o ile gałąź linii wpływowej jest dłuższa niż 30 m, przyjmować zamiast 2 ciężarów skupionych ciężar jednostajnie rozłożony na długości walca.

Rola krzemu w układzie Fe—C.

Napisał Inż.-metalurg M. Dubowicki, Kraków, Akademia Górnicza.

Z badań ilościowego rozmieszczenia pierwiastków chemicznych w skorupie ziemskiej wynika, że najwięcej w niej znajduje się tlenu i krzemu, które łącznie stanowią 75%, przycem na krzem przypada 25,3%; trzecie z rzędu miejsce zajmuje glin (7,26%), czwarte żelazo (5,08%)¹⁾.

A. Własności fizyczne krzemu. Ciężar atomowy krzemu podaje się różnie²⁾; według najnowszych danych Międzynarodowego Komitetu wyznaczania ciężarów atomowych z 1921 — 1922 i badań K. W. Inst. wynosi on 28,1. Biorąc tę liczbę za podstawę, przyjęc należy, że krzem³⁾ składa się z 90% atomów krzemowych o masie 28 i z 10% izotopów o masie 29. Potwierdziły to dokładne badania ciężaru właściwego związków krzemowych pochodzenia kosmicznego. Objętość atomowa krzemu wynosi 12,1 (obj. at. żelaza 7,1). Temperatura topienia krzemu⁴⁾ 1414°. Krzem w przyrodzie nie występuje w postaci wolnej, gdyż ma wielkie powinowactwo do tlenu, istnieje więc jako SiO₂, bądź też jako połączenia SiO₂ z tlenkiem metali, zwane krzemianami, z których najbardziej rozpowszechnionymi są związki glinowo - krzemowe (H₂Al₂Si_{2n}O_{2n+4}). Krzem metaliczny można otrzymywać sposobem laboratoryjnym przez ogrzewanie SiO₂ ze sproszkowanym magnezem metalicznym według reakcji SiO₂ + 2Mg = 2MgO + Si (jest to metoda opracowana przez H. Moissan'a). Krzem otrzymać można również przepuszczając pary chlorku krzemowego nad rozgrzanym sodem, lub też redukując fluorokrzemian sodowy sodem metalicznym. Otrzymywanie czystego krzemu metalicznego jest utrudnione, dlatego są

różne metody⁵⁾. Krzem występuje w dwóch odmianach allotropowych: 1) krzem bezpostaciowy, brunatno-zielonawy proszek o ciężarze właściwym 2, nierozpuszczalny w zwykłych odczynnikach, dający się zapalić na powietrzu, łatwiej w tlenie, 2) krzem krystaliczny (otrzymany przez stopienie krzemu bezpostaciowego w wysokiej temperaturze, lub też łatwiej i lepiej przez wykrystalizowanie ze stopionego cynku lub glinu, w których krzem bezpostaciowy dostatecznie się rozpuszcza. Krzem krystaliczny krystalizuje w układzie regularnym w postaci długich stalowo - szarych igieł, posiada ciężar właściwy 2,34, nie pali się na powietrzu nawet w temperaturze czerwonego żaru. Istnienie tych dwóch odmian allotropowych zostało potwierdzone przez badania rentgenograficzne⁶⁾.

Własności chemiczne. Krzem jest pierwiastkiem czterowartościowym. Zajmuje w układzie perjodycznym miejsce w tej grupie co i węgiel, dlatego też własności chemiczne jego są bardzo podobne do własności chemicznych węgla. Tworzy on z żelazem związki FeSi, FeSi₂ i t. p. W piecu elektrycznym daje krzem z węglem SiC, t. zw. karborundum, używane do wykładania pieców hutniczych, do odtleniania i jako środek szlifierski; tak samo tworzy krzem inne połączenia, jak Si₃B₄, SiMg₂, Si₃N₄. Oprócz fluorowodoru, nie działają na krzem kwasy, stężone zaś zasady tworzą na gorąco krzemiany. Z wodorem daje krzem dwa związki: krzemowodor SiH₄ i krzemotan Si₂H₆, z chlorem tworzy połączenia: czterochlorek krzemowy SiCl₄ i trójchlorek krzemowy Si₂Cl₆, ponadto istnieje jeszcze krzemochloroform SiHCl₃. Podczas działania kwasem fluoro-

¹⁾ Przegl. Techn., 1926, str. 69.

²⁾ L. Bruner i S. Toffczko. Chemja nieorganiczna, 1923.

³⁾ St. u. E., 1926, str. 819/20 i Journ. of the Amer. Soc., 1921, str. 1751/3.

⁴⁾ J. Inst. Metals, 1914, Nr. 2, str. 14.

⁵⁾ Werkstoff Handbuch, Stahl und Eisen, Düsseldorf, 1927.

⁶⁾ Gehler: Die Ermittlung der Nebenspannungen eisener Fachwerkbrücken. Berlin 1910.

⁷⁾ J. Iron and Steel Inst., 1927, Nr. 1, str. 412.

⁸⁾ Dr. Al. Smith. Podręcznik chemji nieorganicznej, 1918, str. 452/466.

⁹⁾ Z. anorg. Chem. 1922, str. 333/4.

¹⁰⁾ Ledebur. Eisenhüttenkunde III, 1908, str. 235.