

CZASOPISMO TECHNICZNE

ORGAN TOWARZYSTWA POLITECHNICZNEGO WE LWOWIE.

Rocznik XXVIII.

Lwów, dnia 10 sierpnia 1910.

Nr. 15.

TREŚĆ: Dr. Stefan Władysław Bryła: Obliczenie wykreślne belek o kracie czworokątnej. — Inż. Józef Kuźmin: Wycieczka naukowa Wydziałów inżynierii i budownictwa wodnego Politechniki we Lwowie (Dokończenie). — Zdzisław Szpor: O lotnictwie (Dokończenie). — Inż. Władysław Adamczyk: Sprawozdanie z I kongresu drogowego odbytego w Paryżu w październiku 1908 (Dokończenie). — Prof. Rothert: O nowszych systemach płacy robotniczej. — Sprawozdania z literatury technicznej. — Literatura. — Rozmaiłości.

Obliczenie wykreślne belek o kracie czworokątnej.

Analityczne obliczenie belek o kracie czworokątnej, jak wszystkich belek statycznie niewyznaczalnych, jest nadzwyczaj żmudne i uciążliwe. Toteż już sam inicjator ich, prof. Artur Vierendeel używa w rachunku pewnych uproszczeń, skracających znacznie wyznaczenie sił wewnętrznych, choć powodujących mniejszą dokładność obliczenia. — Aby uzyskać to, umieszcza Vierendeel w środku prętów (teoretyczne) przeguby, czem ustala miejsca, w których momenty mają wartości równe zeru. O ile wskutek tego przyjęcia zmieniają się siły wewnętrzne, poucza dobitnie cenna praca Dr. Wacława Balickiego.

Vierendeel nie użył jednak przy obliczaniu swych belek metod wykreślnych, które w tak znacznym stopniu upraszczają w wielu przypadkach obliczenie statyczne, — a właściwie użył ich raz, nie w celu obliczania jednak, ale tylko dla kontroli rachunku i dla dobitniejszego przedstawienia wyników analitycznego wyznaczenia sił.

Jednym z najpierwszych, którzy zajęli się nadzwyczaj prostym i tanim sposobem wyznaczenia sił wewnętrznych zapomocą linii wpływowych, był Dr. Balicki (*Czasopismo Techniczne* 1909).

W niniejszej rozprawce pragnę podać parę innych sposobów zastosowania wykresów do obliczania (przybliżonego) belek o kracie czworokątnej. We wszystkich przyjmuję uproszczenia za Vierendeelem.

I. Wyznaczenie sił wewnętrznych dla danego obciążenia.

Weźmy pod uwagę równoległą belkę Vierendeela. — Jakże przedstawiają się momenty, działające na poszczególne części jej pasu?

Wzór na moment ten M^x brzmi:

$$M^x = M_v^x - \frac{h}{2} \sum_1^n \pi_k$$

M_v^x oznacza tu moment sił pionowych (obciążenia i ciężaru własnego) w badanym przekroju $x-x$; zaś π_k siłę poziomą, działającą w połowie wysokości k -tego słupa].

Dla wzoru tego otrzymamy wykres, który podaje już Vierendeel; — wykres ten zrobić jednak można dopiero po wyznaczeniu analitycznym sił wewnętrznych, a to ze względu na nieznanie z góry położenie punktów o momencie równym zeru, w pasach. Użycie go zatem do obliczenia belki jest niemożliwe; nadaje się on tylko

do jaśniejszego przedstawienia momentów, działających na pręty.

Wykres ten przedstawiony jest na fig. 1. — Linia łamana przedstawia tu linię momentów zgi-

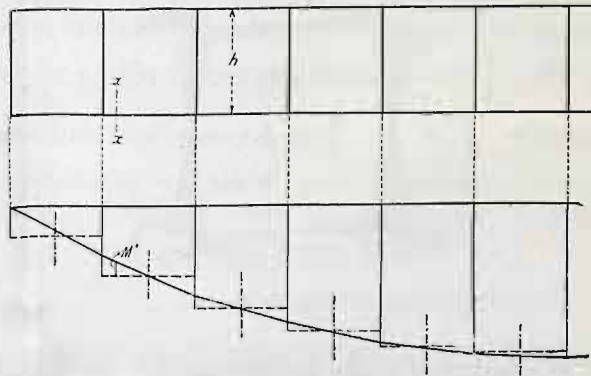


Fig. 1.

nających przy danym obciążeniu; kształt jej jest zatem niezależny od kształtu belki; — linia schodkowa przedstawia wpływ siły poziomej π na momenty, działające na pasy. Moment, działający na pas w przekroju xx , przedstawia M^x . Dla belki o pasach równoległych otrzymany schodki poziome, dla belki wielobocznej pochyłe o nachyleniu zależnym od nachylenia pasów.

Jeżeli jednak zastosujemy uproszczenia, jakie do przybliżonego obliczenia analitycznego wprowadził prof. Vierendeel, będziemy mogli z łatwością użyć wykresu tego do bezpośredniego wyznaczenia sił wewnętrznych, a to w następujący sposób:

Wykreślmy dla danego obciążenia wielobok momentów $ab \dots n$ i przyjmując punkt o momencie $M^x = M^s = 0$

w środku pasu S — odrzutujmy punkt ten na linię momentów (punkt s); wtedy prosta pozioma, przeprowadzona z punktu s , ograniczy rzędne momentów, działających na pasy belki (fig. 2). — Znając je, możemy przystąpić do obliczenia momentów; przenosząc się na słupy.

Badając węzeł A (fig. 3), łatwo zauważymy, że na słup AB przenieść się musi w punkcie tym moment równy różnicy momentów zz' , działających w sąsiednich częściach pasu. Moment ten zmienia się wzdłuż jego długości wedle linii prostej, przyjmując wartość $-zz'$ w węźle dolnym; —

zatem w środku słupa (znowu w myśl uproszczenia, przyjętego przez Vierendeela) otrzymamy moment

$$M^2 = 0.$$

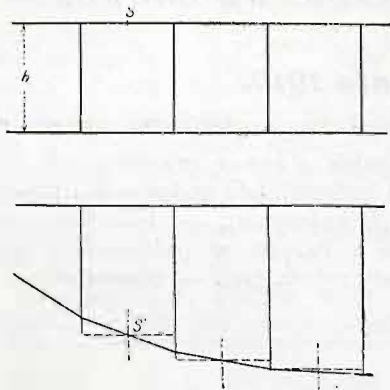


Fig. 2.

A teraz nasuwa się pytanie, o ile słuszne są przyjęcia powyższe.

Porównując wykres dokładny z przybliżonym, łatwo przekonać się można, że wogóle mniej-wię-

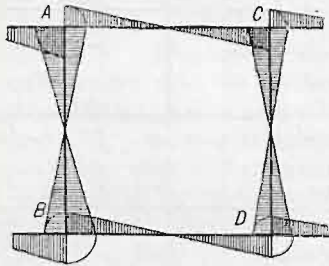


Fig. 3.

cej w środkowej części połowy belki ¹⁾ wyniki obu są stosunkowo dość zgodne z sobą.

Inaczej rzecz się ma w przedziałach w samym środku mostu. — Tu punkty przegibne (o momencie $M=0$) oddalają się od środka przedziału, a nawet stają się urojone, znikają zupełnie, pozostawiając w odpowiedniej części pasu wyłącznie momenty o tym samym znaku. — Również w przedziałach skrajnych punkty przegibne się nieco przesuwają.

Dlatego też przy wykresie powyższym dla przedziałów w samym środku należałoby przyjąć moment równy zero na końcu przedziału (fig. 2), dla przedziałów zaś skrajnych w jednej trzeciej długości odpowiedniej części pasu. Obliczone w ten sposób momenty różnią się tylko nieznacznie od wyznaczonych metodą dokładną. Nieco znaczniejsze różnice wystąpić mogą tylko w samym środku belki; tu jednak momenty są wogóle o wiele mniejsze od momentów w miejscach innych.

Wiadomo, że położenie siły poprzecznej w danym punkcie znaleźć można, przedłużając odpowiednie boki wieloboku sznurowego do przecięcia się (fig. 4). — Jeżeli więc linia ... przedstawia wielobok momentów dla jakiegokolwiek obciążenia, to punkt A określa położenie siły poprzecznej Q w przedziale.

Jeśli połączymy punkt A' ze środkiem rozważanego przedziału S, to na mocy poprzedniego

¹⁾ T. j. w odległościach $\infty \frac{l}{4}$ od obu podpór.

rozumowania zakreskowane trójkąty będą również przedstawiały momenty, działające na odpowiednie części pasu, — oczywiście w innej podziałce. Jeśli mianowicie przez y nazwiemy rzędną momentu w punkcie O, to długość pr wynosi:

$$pr = p'r' \cdot \frac{h}{2y}.$$

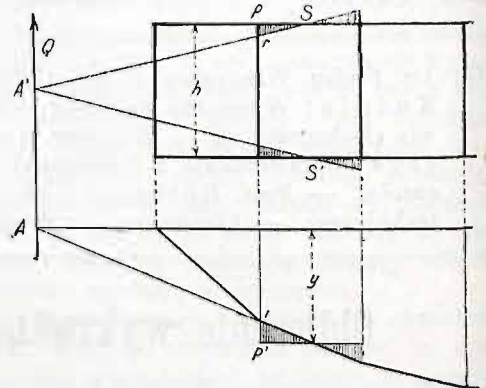


Fig. 4.

Stąd wynika i skala momentów pr ze znanej skali momentów p'r'.

W ten sposób możnaby, idąc od przedziału do przedziału, — wyznaczając położenie siły poprzecznej, oraz podziałkę momentów, — odczytywać je. Dla każdego przedziału jednak będzie wogóle różna podziałka momentów. Okoliczność ta sprawia, że obliczenie w ten sposób uskuteczniłoby byłoby zanadto żmudne i długie — i nie dlatego tu je wprowadzam.

Przeprowadzenia tego użyjemy bowiem do wyznaczenia najkorzystniejszego kształtu belki ze względu na momenty, działające na poszczególne pręty.

Jasną jest bowiem rzeczą, że im bardziej kształt pasu będzie dostosowany do linii A'S, im mniejszy kąt będzie z nią zawierał, tem mniejsze będą momenty pr; znikną one nawet zupełnie, gdy linia ta przyjmie kierunek pasu. Pas narazony będzie wtedy tylko na siły osiowe; nateżenia z powodu zginania wcale nie wystąpią.

Oczywiście może to się stać tylko dla pewnego określonego obciążenia; przy jakiegokolwiek zmianie tegoż wystąpią już i nateżenia zginające.

Otóż najpraktyczniejszy będzie kształt belki, znaleziony dla założenia, że na belkę działa obciążenie całkowite (wielkość jego jest zupełnie obor-jętna). — W jakim sposobie wyznaczymy ten kształt?

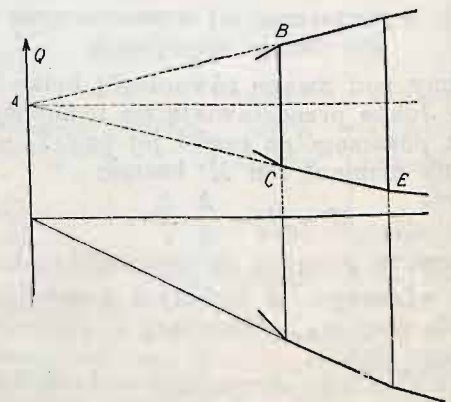


Fig. 5.

Znajac wysokość jednego słupa ¹⁾ np. BC (fig. 5), łączymy końcowe jego punkty z punktem A na kierunku siły poprzecznej i przedłużamy te promienie aż do następnego słupa DE . W ten sam sposób postępujemy dalej, otrzymując ostatecznie (dla obciążenia całkowitego) kształt belki symetryczny ²⁾.

W ten sam sposób znajdziemy najkorzystniejszy kształt jednego pasu przy drugim o pewnym danym kształcie np. prostym. — Dla obciążenia całkowitego jednostajnego, otrzymamy oczywiście kształt paraboliczny.

Pragnę jeszcze dodać parę słów o liniach wpływowych sił poziomych π . — W wyczerpującym sposobie omówił je już Dr. Balicki w *Czasopiśmie Technicznym* z r. 1909. Chciałbym więc tylko wskazać, że na mocy wzoru:

$$\pi_n = -\frac{M_n - M_{n-1}}{h}$$

ustawionego przez Joyant'a (p. *Czasop. Techn.* 1910, Nr. 2, str. 23) można linie wpływowe wyznaczyć w następujący sposób:

Narysujmy linie wpływowe momentów dla

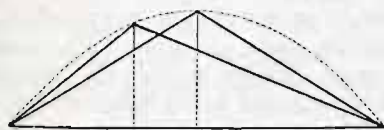


Fig. 6.

środków poszczególnych pól (fig. 6): Jeśli wykreślimy je dla wspólnej podstawy, to ich wierz-

¹⁾ Wysokość jednego słupa trzeba przyjąć.
²⁾ Konstrukcja ta jest podobna do podanej przez Rittera w celu wykreślenia wyznaczenia kształtu belki Schwedlera.

chołki leżeć będą na paraboli ¹⁾. Dla belki równoległej będą one zarazem liniami wpływowymi dla $\frac{M}{h}$ (naturalnie w odpowiednio zmienionej podziałce). Otóż na mocy powyższego wzoru, linia wpływowa dla π_n równać się będzie różnicy obu sąsiednich linii wpływowych dla $\frac{M}{h}$.

Jeżeli chodzi o obliczenie pasów, to nie jest potrzebna nawet taka zmiana podziałki, gdyż wpływ siły π_n na pas przedstawia się w postaci momentu $\pi_n \cdot \frac{h}{2}$. Wystarczy więc przyjąć, że h jest wykreślone w podziałce dwukrotnie zwiększonej, ewentualnie odpowiednie rzędne odczytywać w połowach ich wartości.

Wspominam o tym sposobie tylko mimochodem, gdyż inżynier, mając w ręku tablice z rzędnymi dokładnymi, podanymi przez Dr. A. Balickiego, nie użyje innych linii wpływowych do obliczenia belek o kracie czworokątnej.

Co do tych linii wpływowych jeszcze jedna uwaga: Sądzę mianowicie, że aby uzyskać wartości, dające się wprost zastosować do obliczenia pasów, należałoby złożyć linie wpływowe momentów z linia wpływową wyrazu $\sum_1^n \pi_n \frac{h}{2}$, równą sumie linii wpływowych $\pi_1 \frac{h}{2} \dots \pi_n \frac{h}{2}$. Dopiero to połączenie wykresów pozwoli odczytać bezpośrednio największe momenty, działające na pasy.

Lwów, w kwietniu 1910.

Dr. Stefan Władysław Bryła.

¹⁾ Por. np. Dr. M. Thullie: *Podręcznik teorii mostów*.

Wycieczka naukowa Wydziałów inżynierii i budownictwa wodnego Politechniki we Lwowie.

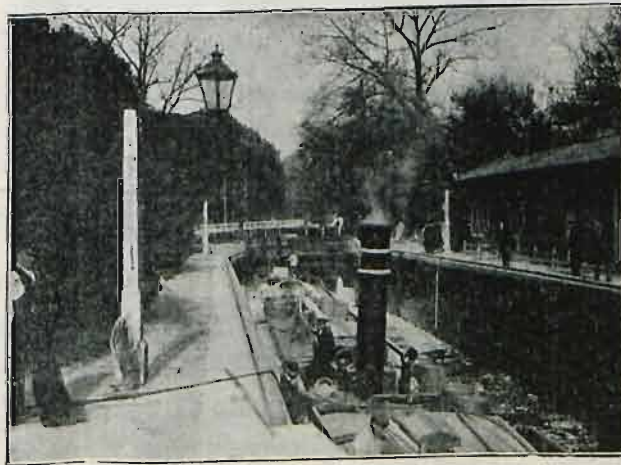
(Dokończenie).

Następnym punktem programu wycieczki było zwiedzenie kanału Bydgoskiego i części Brdy, koło Bydgoszczy. Brda mająca dorzecze 4350 km^2 ,

górny zaś bieg jest spławny. Kanał Bydgoski, 27 km długi, łączy Brdę i Noteć, która jest już



Fot. Ramult. Most kolejowy i drogowy na Brdzie.



Fot. Ramult. Śluza komorowa na kanale Bydgoskim.

uchodzi pod Fordonem do Wisły. Na dolnej jej części 155 km długiej, kursują statki wiślane,

od Nakła żeglowna. Kanał, ze stanowiskiem szczytowym 16 km długim, spada do Brdy 8 śluzami,