rzeczą łatwą dostarczyć metod, które rezygnując z wielkiej dokładności (zwykle niepotrzebnej), pozwolą w praktyce oszczędzić na czasie i, co nie mniej ważne, ochronić przeciążone zwykle nerwy inżyniera.

Nie trudno w powyższem przemówieniu jednego z największych żyjących inżynierów-badaczy dopatrzeć się pewnego delikatnego wyrzutu pod adresem czynnych uczestników Zjazdu, którzy traktowali swoje wykłady tak, jakby przemawiali tylko do szczupłego grona specjalistów w tej samej dziedzinie. Atoli sądzę, że wielu z nich nie mogło postąpić inaczej, już choćby ze względu na krótkość czasu (20 min.) przeznaczonego na referat sekcyjny. To też zapewne bardziej „strawnym" dla przeciętnego członka Kongresu okazał się niejeden wykład ogólny, na który przeznaczono 45 minut. A zresztą, uznając wogóle słuszność apelu prof. Stodoli, jeżeli idzie o pouczenie inżyniera w praktyce, o literaturę techniczną, nie podobna zamknąć oczu przed faktem, że wszelkie uprzystępnianie i poglądowość ma swoje granice, a poznanie gruntowne wyżyn danej dziedziny naukowej musi być okupione poważnym trudem i mozołem.

Po skończonym Kongresie, 18-go września wziąłem jeszcze udział w konferencji międzynarodowej dla technicznego badania materjałów, zwołanej przez holenderskich i szwajcarskich kierowników doświadczalni, głównie dla zorganizowania na nowo współpracy międzynarodowej w tej dziedzinie, przerwanej przez wielką wojnę. Obradom przewodniczył dzielnie prof. Roš z Zurychu, posługując się równie łatwo językiem niemieckim jak francuskim. Uznano jednomyślnie potrzebę wskrzeszenia dawnych międzynarodowych zjazdów i związków. Dłuższą dyskusję wywołała sprawa nazwy i zakresu działania zaprojektowanego pierwszego powojennego Kongresu międzynarodowego dla technicznego badania materjałów. Trudności wynikły zwłaszcza z powodu potrzeby ustalenia nazwy w kilku językach i niezadowolenia wielu członków Konferencji z nazw stosowanych przed wojną. Zwrócono także uwagę na konieczność uwzględnienia niektórych postulatów nowoczesnej normalizacji w programach zjazdów. Widząc trudności doraźnego rozstrzygnięcia sprawy tak złożonej i dojścia do porozumienia bez prac przygotowawczych, zaproponowałem zwołanie najpierw Kongresu pod dawnym tytułem, na którym dopiero powyższe sprawy, po uprzedniem przygotowaniu, będą rozpatrzone. Wniosek ten przyjęto jednomyślnie i po omówieniu organizacji oraz głównych tematów przyszłego Zjazdu uchwalono odbyć go w r. 1927 w Amsterdamie.

Największe momenty i siły poprzeczne mostów drogowych.

Napisał Prof. Dr. Stefan Bryła.

Zasadnicze obciążenie mostu drogowego, wedle przepisów wydanych obecnie przez Min. Robót Publ.[1]), składa się z wałka i tłumu ludzi przed i za wałkiem, oraz na chodnikach. Wałek zajmuje w rzucie poziomym prostokąt o długości 6,00 *m*, zaś szerokości 2,50 *m*. Schemat wałka w rzucie bocznym stanowią dwa ciężary skupione: oś przednia 8 tonn i oś tylna 12 tonn; odstęp ich wzajemny wynosi $2a = 3\ m$, zaś odstęp każdej osi od tłumu ludzi: $a = 1{,}5\ m$. Jeżeli rozpiętość belki $\geqslant 50\ m$, albo, gdy wprawdzie $l < 50\ m$, ale odpowiednia gałęź linji wpływowej jest większa od 30 *m*, wolno wałek uważać za ciężar 20 *t*, jednostajnie rozłożony na prostokącie $6\ m \times 2{,}5\ m$. Jednakowoż w pierwszym z tych dwu wypadków, o ile równocześnie nie spełnia się drugi, należy wogóle zrezygnować z tego ułatwienia, gdyż daje ono w wypadkach krótkich pól linij wpływowych wyniki zbyt małe.

Tłum ludzi, zarówno na jezdni, jak i na chodnikach należy przyjmować 500 kg/m^2 dla $l \leqslant 50\ m$, zaś 400 kg/m^2 dla $l \geqslant 100\ m$; dla pośrednich rozpiętości należy interpolować według prostej.

Na 1 *m* b. pasa obciążenia o szerokości 2,5 *m* jednostkowe obciążenie tłumem ludzi wynosi:

$$\text{dla } l \leqslant 50\ m,\quad q = 2{,}5 \times 0{,}5 = 1{,}25\quad t/m;$$
$$\text{„}\ l \geqslant 100\ m,\quad q = 2{,}5 \times 0{,}4 = 1{,}00\quad \text{„}$$
$$\text{„}\ 50 < l < 100\ m,\quad q = 1{,}5 - 0{,}005l\ \text{„}$$

Jeżeli obciążenie pasa jezdni o szerokości 2,5 *m* nazwiemy W_0, to obciążenie całej jezdni wynosi $W_j = \alpha\, W_0$, przyczem α jest spółczynnikiem, zależnym od szerokości jezdni b, liczonej między krawężnikami, i wynosi:

$$\text{dla } b \leqslant 5\ m,\ \alpha = \frac{b}{2{,}5} = 0{,}4b;$$
$$\text{„}\quad b > 5\ m\ \ \alpha = 1 + \frac{b}{5} = 1 + 0{,}2b.$$

Jeżeli są tylko dwie belki, to na każdą przypada połowa obciążenia jezdni, t. j. $\frac{1}{2} W_j$. Jeżeli belek jest więcej, to za b przyjąć należy odstęp belek od osi do osi. Jeżeli odstęp belek jest mniejszy od 2,5 *m* a belki nie są mocno usztywnione między sobą, to należy w obliczeniu ich uwzględnić szerokość kół wałka.

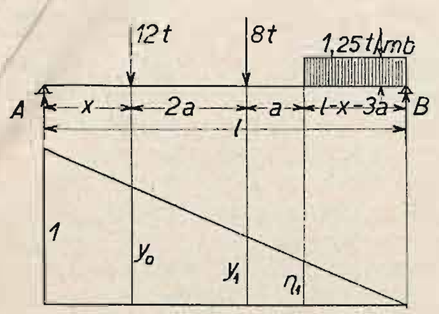
Wyjąwszy ten przypadek, zawsze można znaleźć łatwo największą siłę poprzeczną, albo największy moment w dowolnym przekroju belki głównej albo podłużnicy pod działaniem obciążenia wałkiem i tłumem ludzi, jeżeli znane są odpowiednie wartości dla obciążenia zasadniczego, t. j. pasem o szerokości 2,5 *m*. Wystarczy tylko wartości te pomnożyć przez wyżej omówiony spółczynnik α, tudzież spółczynnik φ, który w zależności od klasy mostu wynosi: 1 dla kl. I, 0,8 dla II, zaś 0,4 dla III. Jeżeli belka dźwiga nietylko część jezdni, ale i chodnik albo część chodnika, to wpływ chodnika należy uwzględnić osobno. Krawężników można nie obciążać. Poniżej podane są wzory na największą siłę poprzeczną i największy moment w dowolnym przekroju belki, tudzież na absolutnie największy moment, wskutek ruchomego obciążenia pasem jezdni o szerokości 2,5 *m*. Załączone są też tablice tych wartości, obliczone na podstawie ustawionych wzorów.

[1]) Przepisy o budowie i utrzymaniu mostów drogowych, obowiązujące od dn. 1 stycznia 1926 r., zatwierdzone przez Ministra Rob. Publ. dn. 8.XI.1925, Nr XIII-1386.

Siły poprzeczne.

Należy odróżnić dwa przypadki:

1. $l - x < 30\ m$,
2. $l - x > 30\ m$.



Rys. 1.

Przypadek 1.

Siła poprzeczna w dowolnym przekroju belki w dwu punktach wolno podpartej o rozpiętości l będzie największa, jeżeli w tymże przekroju stanie oś wałka 12 tonn, na prawo od niej oś wałka 8 tonn, dalej na prawo aż do podpory tłum ludzi, zaś na lewo od badanego przekroju belka jest nieobciążona. Siła poprzeczna równa się wówczas oddziaływaniu lewej podpory. Nazwijmy odległość badanego przekroju od lewej podpory:

$$x = \varphi l \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ 1)$$

y_0 — rzędną linji wpływowej oddziaływania tejże podpory w badanym przekroju, t. j. w miejscu x,

y_1 — rzędną w miejscu $x + 2a = x + 3\ m$,

η_1 — rzędną w miejscu $x + 3a$,

to największa siła poprzeczna T_x (w tonnach) w przekroju x:

$$T_x = 12 y_0 + 8 y_1 + {}^1\!/_2\, q\, \eta_1\, (l - x - 3a).$$

Z uwagi na równ. 1, jest:

$$y_0 = (l - x) : l = 1 - \varphi,$$

$$y_1 = (l - x - 2a) : l = 1 - \varphi - \frac{2a}{l}.$$

Niech A oznacza wpływ wałka, zaś B wpływ tłumu ludzi, to:

$$T_x = A + B \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ 2)$$

$$A = 12 y_0 + 8 y_1 = 20\ (1 - \varphi) - \frac{24}{l} \quad . \ . \ . \ 3)$$

$$B = {}^1\!/_2\, q\, \eta_1 (l - x - 3a) = 0{,}625 (l - x - 4{,}5)^2 : l\ . \ 4)$$

(długości w metrach, siły w tonnach).

Jeżeli $l - x < 2a = 3\ m$, to na belce mieści się tylko jedna oś wałka, więc:

$$T_x = 12 y_0 = 12\ (1 - \varphi), \quad . \ . \ . \ . \ . \ 2a)$$

zatem wartość T_x zależna jest tylko od stosunku $x : l$, nie zaś od l (por. tablicę sił poprzecznych).

Jeżeli $2a < l - x < 3a$, to tłum ludzi nie mieści się już na belce i

$$T_x = 12 y_0 + 8 y_1 = 20 (1 - \varphi) - \frac{24}{l} \quad . \ . \ . \ 2b)$$

Wartości T_x, obliczone wedle powyższych wzorów, podane są na załączonej tablicy sił poprzecznych dla dziesięciu przekrojów belki, oddalonych od siebie o $0{,}1 l$, powyżej i na prawo od zaznaczonej linji schodkowej.

Dla $\varphi =$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
jest $1 - \varphi =$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$12\ (1 - \varphi) =$	12	10,8	9,6	8,4	7,2	6,0	4,8	3,6	2,4	1,2
$20\ (1 - \varphi) =$	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2

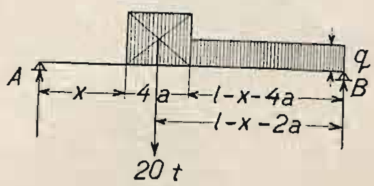
TABELA I.

Największe siły poprzeczne w tonnach dla belki wolno podpartej, w przekrojach oddalonych od lewej podpory o $x = \varphi$, wskutek obciążenia walkiem i tłumem ludzi na szerokości 2,5 m, wedle przepisów M. R. P. z dn. 9.XI.1925.

Rozpiętość l w m	$\varphi = x : l$ 0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	Rozpiętość l w m
3	12,00	10,80	9,60	8,40	7,20	6,00	4,80	3,60	2,40	„	3
4	14,00	12,00	10,00	„	„	„	„	„	„	„	4
5	15,23	13,20	11,20	9,20	„	„	„	„	„	„	5
6	16,23	14,08	12,01	10,00	8,00	„	„	„	„	„	6
7	17,30	14,86	12,68	10,58	8,57	6,57	„	„	„	„	7
8	17,96	15,57	13,28	11,09	9,01	7,00	5,00	„	„	„	8
9	18,73	16,23	13,84	11,56	9,39	7,33	5,33	„	„	„	9
10	19,49	16,87	14,36	11,99	9,74	7,62	5,60	„	„	„	10
11	20,22	17,47	14,87	12,39	10,07	7,88	5,82	3,82	„	„	11
12	20,93	18,06	15,36	12,80	10,38	8,12	6,01	4,00	„	„	12
13	21,62	18,64	15,82	13,17	10,67	8,34	6,17	4,15	„	„	13
14	22,32	19,22	16,29	13,54	10,97	8,57	6,34	4,29	„	„	14
15	23,00	19,78	16,74	13,90	11,25	8,78	6,49	4,40	„	„	15
16	23,66	20,33	17,19	14,25	11,52	8,98	6,64	4,50	2,50	„	16
17	24,34	20,87	17,63	14,60	11,79	9,18	6,78	4,60	2,59	„	17
18	25,01	21.42	18,08	14,95	12,05	9,38	6,92	4,70	2,67	„	18
19	25,66	21,96	18,51	15,29	12,31	9,57	7,06	4,79	2,74	„	19
20	26,31	22,50	18,94	15,62	12,56	9,75	7,19	4,87	2,80	„	20
21	26,97	23,03	19,36	15,96	12,81	9,93	7,31	4,96	2,86	„	21
22	27,62	23,57	19,79	16,29	13,06	10,11	7,44	5,04	2,91	„	22
23	28,27	24,09	20,21	16,62	13,30	10,29	7,56	5,12	2,96	„	23
24	28,91	24,62	20,63	16,94	13,56	10,47	7,68	5,19	3,00	„	24
25	29,54	25,14	21,04	17,26	13,80	10,64	7,80	5,27	3,05	„	25
26	30,18	25,66	21,45	17,58	14,04	10,82	7,92	5,34	3,09	„	26
27	30,81	26,21	21,88	17,21	14,28	10,99	8,03	5,41	3,13	„	27
28	31,44	26,60	22,29	18,24	14,52	11,16	8,14	5,48	3,17	„	28
29	32,09	27,25	22,71	18,55	14,75	11,33	8,26	5,55	3,21	„	29
30	32,73	27,75	23,12	18,88	15,00	11,50	8,37	5,62	3,25	„	30
31	„	28,27	23,54	19,19	15,24	11,67	8,49	5,70	3,29	1,23	31
32	„	28,77	23,95	19,50	15,47	11,83	8.59	5,76	3,32	1,25	32
33	„	29,27	24,32	19,82	15,71	12,00	8,70	5,82	3,35	1,27	33
34	„	„	24,79	20,14	15,94	12,17	8,81	5,89	3,39	1,29	34
35	33,29	„	25,16	20,46	16,17	12,33	8,92	5,95	3,42	1,31	35
36	33,93	„	25,61	20,78	16,41	12,50	9,03	6,02	3,46	1,33	36
37	34,58	„	26,01	21,10	16,65	12,67	9,14	6,09	3,49	1,35	37
38	35,30	29,52	„	21,42	16,87	12,83	9,25	6,15	3,53	1,37	38
39	35,81	30,02	„	21,73	17,11	12,99	9,36	6,21	3,56	1,38	39
40	36,55	30,55	„	22,04	17,35	13,16	9,46	6,23	3,59	1,40	40
41	37,22	31,07	„	22,35	17,56	13,31	9,57	6,34	3,62	1,41	41
42	37,87	31,67	„	22,68	17,80	13,49	9,69	6,41	3,66	1,43	42
43	38,50	32,11	26,32	„	18,03	13,64	9,78	6,46	3,68	1,44	43
44	39,14	32,64	26,74	„	18,25	13,80	9,89	6,53	3,71	1,45	44
45	39,66	32,97	27,17	„	18,52	13,97	10,01	6,59	3,75	1,47	45
46	40,46	33,70	27,60	„	18,74	14,15	10,12	6,66	3,78	1,48	46
47	41,13	34,23	28,02	„	18,96	14,29	10,21	6,72	3,81	1,49	47
48	41,75	34,75	28,44	„	19,19	14,45	10,31	6,78	3,84	1,50	48
49	42,38	35,29	28,83	22,98	19,41	14,61	10,41	6,84	3,87	1,51	49
50	43,00	35,80	29,78	23,34	19,66	14,77	10,52	6,90	3,90	1,52	50
52	44,00	36,70	29,95	23,85	„	15,05	10,65	7,01	3,96	1,54	52
54	45,17	37,54	30,68	24,44	„	15,33	10,89	7,11	4,01	1,56	54
55	45,64	37,96	31,00	24,66	„	15,46	10,98	7,17	4,04	1,58	55
56	46,13	38,38	31,33	24,94	„	15,58	11,05	7,22	4,06	1,59	56
58	47,17	39,17	32,07	25,43	„	15,85	11,24	7.32	4,11	1,60	58
60	48,16	40,04	32,64	25,96	20,00	„	11,40	7,43	4,16	1,62	60
62	49,03	40,83	33,23	26,43	20,37	„	11,57	7,52	4,21	1,64	62
64	50,06	41,66	33,94	26,96	20,75	„	11,73	7,62	4,26	1,66	64
65	50,50	41,98	34,18	27,18	20,93	„	11,80	7,66	4,28	1,67	65
66	51,04	42,29	34,49	27,40	21,09	„	11,89	7,71	4,31	1,68	66
68	51,90	43,12	35,11	27,88	21,47	„	12,04	7,80	4,35	1,69	68
70	52,84	43,84	35,69	28,30	21,79	16,05	12,19	7,89	4,40	1,71	70
72	53,74	44,54	36,28	28,76	22,14	16,30	12,34	7,98	4,44	1,72	72
74	54,43	45,17	36,76	29,19	22,45	16,54	12,49	8,07	4,49	1,74	74
75	54,90	45,56	37,00	29,40	22,60	16,64	„	8,12	4,51	1,75	75
76	55,39	45,86	37,36	29,61	22,73	16,76	„	8,15	4,53	1,76	76
78	56,04	46,58	37,83	30,03	23,09	16,98	„	8,24	4,57	1,77	78
80	56,85	47,25	38,41	30,45	23,40	17,20	„	8,31	4,61	1,78	80
85	58,69	48,69	39,59	31,39	24,09	17,73	„	8,51	4,71	1,82	85
90	60,53	50,13	40,75	32,28	24,76	18,23	12,58	8,69	4,80	1,85	90
100	63,58	52,68	42,78	33,88	25,98	19,08	13,18	„	4,96	1,91	100
$\varphi =$	0.0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	

P r z y p a d e k 2 (rys. 2).

Jeżeli $l-x>30\ m$, to wolno uważać wałek za ciężar 20 t, jednostajnie rozłożony na powierzchni $6\times2{,}5\ m^2$.



Rys. 2.

Niech znowu: $T_x = A+B$, to

$$A = 20 \text{ tonn } \frac{l-x-2a}{l} = 20\,(1-\varphi) - \frac{60}{l} \quad . \quad 5)$$

$$B = {}^1/_2\, q\ (l-x-6)^2 : l \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 6)$$

Wartości T_x obliczone wedle równ. 2, 5 i 6 znajdują się na załączonej tablicy poniżej i na lewo od linji schodkowej.

Dla danego $\varphi = x : l$ na granicy (lub w jej pobliżu) przypadków 1) i 2), t. j. dla $l-x=30\ m$, otrzymalibyśmy według ścisłego brzmienia przepisów nagły i nienaturalny skok, a mianowicie dla większej rozpiętości (2 przyp.) wartość T_x mniejszą, aniżeli dla mniejszej (1 przyp.). Weźmy np. $x : l = 0{,}2$. Dla $l = 37\ m$ stosuje się przypadek 1, gdyż:

$$l-x = 37 - 0{,}2 \,.\, 37 = 29{,}6\ m < 30\ m,$$

według więc równ. 2, 3 i 4 jest $T_x = 26{,}01\ t$, natomiast dla $l = 38\ m$ jest:

$$l-x = 38 - 0{,}2 \,.\, 38 = 30{,}4\ m > 30\ m,$$

zatem mamy tu przypadek 2, a wzory 2, 5 i 6 dają wartość: $T_x = 24{,}22\ t$. Ale i dla 42 m wzory te dają wartość 25,97 t, a więc wciąż jeszcze mniejszą niż dla 37 m. Dopiero dla $l = 43\ m$ mamy już i według przypadku 2 $T_x = 26{,}32\ t$, zatem $> 26{,}01\ t$. Ten nienaturalny skok wyrównano w tablicy sił poprzecznych na korzyść pewności, przyjmując wszędzie wartość większą, t. j. dla $\varphi = 0{,}2$ i $l = 37 - 42\ m$, $T_x = 26{,}01\ t$.

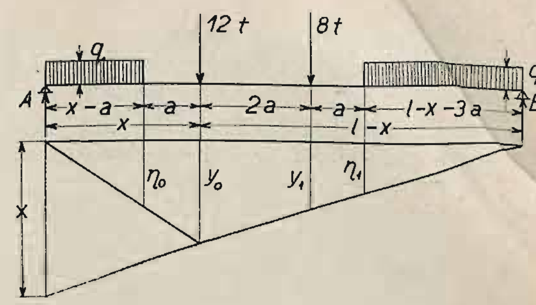
Dla $l \geqslant 50\ m$ pozwalają przepisy stosować przypadek 2, choćby część obciążona belki $l-x$ była mniejsza od 30 m. Dla większej jednak pewności i dla uniknięcia znowu nagłych skoków nienaturalnych (dla $\varphi = 0{,}1$ jest dla 49 m, $T_x = 1{,}51\ t$, dla 50 m tylko 0,83 t!), nie skorzystano z tego przy układaniu załączonej tablicy sił poprzecznych.

Momenty.

Tu należy również osobno rozpatrzyć dwa przypadki: 1) $l < 30\ m$; 2) $l \geqslant 30\ m$.

1-szy p r z y p a d e k: $l < 30\ m$ (Rys. 3).

Dla dowolnego przekroju C, znajdującego się w lewej połowie belki AB w odstępie x od lewej podpory, moment z powodu ciężaru ruchomego będzie największy, gdy w samym przekroju stanie ciężar 12 t, zaś ciężar 8 t na prawo od niego. Jeżeli rzędne linji wpływowej momentów dla przekroju C pod obu ciężarami skupionemi oznaczymy przez y_0 i y_1, zaś rzędne w odstępach a w obie strony od obu ciężarów odpowiednio



Rys. 3.

przez η_0 i η_1, to moment w przekroju badanym wyrazi się wzorem:

$$M_x = 12\,y_0 + 8\,y_1 + \frac{q}{2}\left[\eta_0(x-a)+\eta_1(\lambda-x-3a)\right].$$

Z kształtu linji wpływowej wynika, że:

$$y_0 = x\ (l-x) : l,$$
$$y_1 = x\ (l-x-2a) : l,$$
$$\eta_1 = x\ (l-x-3a) : l,$$
$$\eta_0 = y_0\,(x-a) : x = (l-x)\,(x-a) : l.$$

Wprowadźmy stosunek $x : l = \varphi$, jak wyżej, tudzież

$$\psi = \varphi\,(1-\varphi) \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 7)$$

i oznaczmy znów wpływ wałka przez A, wpływ tłumu ludzi przed i za wałkiem przez B. Wtedy

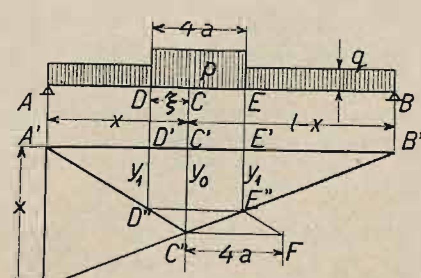
$$M_x = A + B \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 8)$$

i dla $l-x \leqslant 5a$ $\quad A = 12 y_0 = 12 \psi l, \ . \ . \ . \ . \ . \quad 9a)$

zaś dla $l-x > 3a$ $\quad A = 12 y_0 + 8 y_1 = 20 \psi l - 16 a \varphi \ . \quad 9)$

$$B = {}^1/_2 q\,[\eta_0(x-a)+\eta_1(l-x-3a)] = {}^1/_2 q\,[(1-\varphi)\,(x-a)^2 +$$
$$+ \varphi\,(l-x-3a)^2] \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 10)$$

Dla $x < a$ odpada pierwszy wyraz, zaś dla $l-x < 3a$ —drugi wyraz w nawiasie klamrowym we wzorze dla B, co odpowiada tej okoliczności, że tłum ludzi z lewej, względnie z prawej strony wałka nie mieści się już na belce.



Rys. 4.

2-gi p r z y p a d e k: $l \geqslant 30\ m$ (rys. 4).

Tu przepisy pozwalają uważać wałek za ciężar, jednostajnie rozłożony na długości $4a = 6\ m$, o wartości

$$p = \frac{20\ t}{4\,a} = \frac{20}{6}\ t/m.$$ Resztę belki obciążyć należy tłumem ludzi q, przyczem $p > q$. Moment w dowolnym przekroju C, oddalonym o $x = \varphi l$ od podpory A, będzie największy, gdy powierzchnia linji wpływowej, zajęta przez wałek, a więc ograniczona rzędnemi w D i E, (oddalonemi o $4a = 6\ m$) będzie największa. Nastąpi

zaś to wtedy, gdy rzędna linji wpływowej w punkcie D równa jest rzędnej w punkcie E, czyli gdy $D'D'' = E'E'' = y_1$.

Niech $C''F \parallel A'B'$ i $C''F = 4a$, to, gdy poprowadzimy $FE'' \parallel C''A'$ aż do przecięcia się z prostą $B'C'$, otrzymamy punkt E, a więc najniekorzystniejsze położenie wałka. Moment w C będzie $M_x = A + B$, jak wyżej, przyczem $A = p \cdot {}^1/_2 (y_1 + y_0) \cdot 4a = (y_1 + y_0) \cdot 10\ t$. $B = {}^1/_2\, q\, (l - 4a)\, y_1$.

Z rysunku wynika: $y_0 = x\,(l - x) : l = \varphi\,(1 - \varphi)\, l = \psi l$.

$y_1 = y_0\,(x - \xi) : x$,

$\xi : x = 4a : l$.

Z uwagi na równ. 1 i 7:

$\xi = 4a\,\varphi,\quad y_1 = \psi\,(l - 4a)$, zatem

$$A = \psi \cdot 10\,(2l - 4a), \quad \ldots \quad 11)$$

$$B = \psi\,\frac{q}{2}\,(l - 4a)^2, \quad \ldots \quad 12)$$

zaś $M_x = A + B = \psi \cdot F(l)$ . . . . 13)

przyczem $F(l) = (2l - 4a)\ 10$ tonn $+ \frac{q}{2}(l - 4a)^2$. 14)

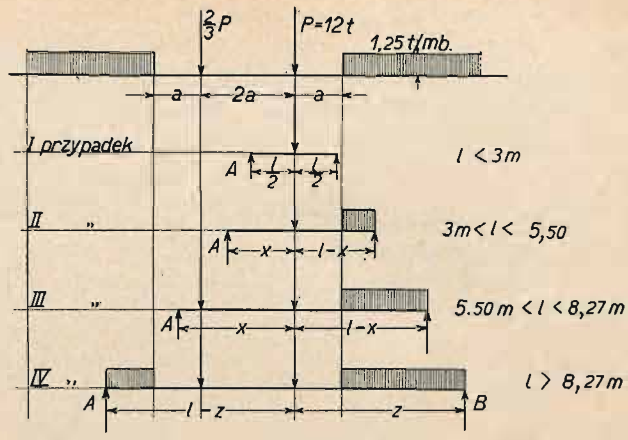
l i a w metrach, q w t/m, M, A, B i $F(l)$ w tonnometrach.

Dla $\varphi = 0{,}1$ 0,2 0,3 0,4 0,5

jest $\psi = 0{,}09$ 0,16 0,21 0,24 0,25

Bezwzględnie największy moment.

Zależnie od rozpiętości l, mogą zajść 4 przypadki (rys. 5).



Rys. 5.

I przypadek: $l < 2a$ ($2a = 3\ m$),

abs. $M_{max} = {}^1/_4\ Pl = 3$ tonny $\times\ l$ . . . . 15)

II przypadek: $l > 2a$.

Na belce znajduje się oś wałka $P = 12\ t$ w odległości od lewej podpory A i tłum ludzi $q = 1{,}25\ t/m$ od miejsca $x = a$ aż do podpory B. Moment w miejscu działania siły P

$$M = A \cdot x \quad \ldots \quad 16)$$

$$\text{Oddziaływanie } A = \frac{q}{2l}\,x^2 + \alpha' x + \beta', \quad \ldots \quad 17)$$

TABELA II.

Największe momenty w tonnometrach dla belki wolno podpartej, w przekrojach oddalonych od podpory o $x = \varphi\, l$, tudzież bezwględnie najw. moment wskutek obciążenia wałkiem i tłumem ludzi na szerokości 2,5 m, wedle przepisów M. R. P. z dn. 9. XI. 1925.

Rozpiętość w metrach l	$\varphi = x : l$					Bezwzgl. największy moment	s	e cm*)
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5			
	tm							
3	3,33	5,86	7,62	8.66	9,00	9	0,0	0
4	4,60	8,04	10,40	11.12	12,08	12.085	1,2	5
5	6,60	11,20	13,80	14.49	13,31	15,33	2,12	11
6	8,45	14,41	18,04	19,50	18,71	19,55	8,45	51
7	10,40	17,75	22,39	24,64	24,25	24.82	6,37	45
8	12,46	21,26	26,98	29,91	29,96	30,32	4,75	38
9	14,61	24,96	31,84	35,46	35.82	36,1	3.90	35
10	16,87	28,86	36,96	41,30	41,90	42,1	3,40	34
11	19.22	32,95	42,34	47,45	48,31	48.5	3 00	32
12	21,68	37,26	47.98	53,80	55,05	55,3	2,58	31
13	24 24	41,75	53,89	60,65	62,09	62,3	2,30	30
14	26,90	46,46	60,08	67,70	69,40	69,6	2,14	29
15	29,66	51,35	66,49	75.05	77,06	77.2	1,87	28
16	32,54	56,44	73,20	82,70	85,01	85,1	1,75	28
17	35,52	61,78	80,10	90,67	93,30	93,5	1,65	27
18	38,61	67,25	87,30	98,85	101,92	102,0	1,50	26
19	41,80	72,92	94,80	107,4	110,8	110,8	1,37	26
20	45,16	78,85	102,6	116,3	120,0	120,1	1,25	25
21	48,57	84,97	110,6	125,5	129,6	129,8	1,14	24
22	52,10	91,28	118,8	134,9	139,5	139,6	1,08	24
23	55,77	97,75	127,4	144,7	149,5	149,6	1,00	23
24	59,50	104,4	136,1	154,7	160,0	160,1	0,93	22
25	63,40	111,4	145,3	165,0	170,9	171,0	0,88	22
26	67,4	118,5	154,5	175,7	182,0	182,1	0,82	21
27	71,5	125,8	164,2	186,6	193,5	193,6	0,80	21
28	75,7	133,3	173,9	197,9	205,2	205,2	0,78	21
29	80,0	141,0	184,1	209,5	217,1	217,1	0,76	21
30	84.5	148,8	195,6	221,4	229,5	229,5	0,75	21
31	85,6	152,1	199,6	228,2	237,7			
32	90,2	160,4	210,5	240,6	250,6			
33	95,0	168,9	221,7	253,4	263,9			
34	99,9	177,6	233,1	266,4	277,5			
35	104,9	186,5	244,8	279,8	291,4			
36	110,0	195,6	256,7	293,4	305,6			

Rozpiętość w metrach l m	$\varphi = x : l$				
	0.1	0 2	0,3	0,4	0,5
	tm				
37	115,3	204,9	268,9	307,4	320,2
38	120,6	214,4	281,4	321,6	335,0
39	126,1	224,1	294,1	336,2	350,2
40	131,6	234,0	307,1	351,0	365,6
41	137,3	244,1	320,4	366,2	381,4
42	143,1	254,4	333,9	381,6	397,5
43	149,0	264,9	347,7	397,4	413,9
44	155,0	275,6	361,7	413,4	430,6
45	161,2	286,5	376,0	429,8	447,7
46	167,4	297,6	390,6	446,4	465,0
47	173,8	308,9	405,4	463,4	482,7
48	180,2	320,4	420,5	480,6	500,6
49	186,8	332,1	435,9	498,2	518,9
50	193,5	344,0	451,5	516,0	537,5
52	206,3	366,7	481,3	550,1	573,0
54	219,3	389,9	511,8	584,9	609,3
55	225,9	401,6	527,1	602,4	627,5
56	232,6	413,6	542,9	620,4	646,3
58	246,3	437,9	574,8	656,9	684,3
60	260,1	462,4	606,9	693,6	722,5
62	274,1	487,4	639,7	731,0	761,5
64	288,5	512,8	673,2	769,2	801,2
65	293,5	521,8	684,8	782,6	815,2
66	303,0	538,6	706,8	807,8	841,5
68	317,7	564,8	741,3	847,2	882,5
70	332,6	591,4	776,2	887,0	924,0
72	347,7	618,1	811,2	927,1	965,7
74	363,0	645,3	846,9	967,9	1008,2
75	370,6	658,9	864,8	988,3	1029,5
76	378,4	672,6	882,8	1009,0	1051,0
78	393,9	700,3	919,2	1050,5	1094,3
80	409,7	728,3	955,9	1092.5	1138,0
85	449,5	799,0	1048,7	1198,6	1248,5
90	490,0	871,0	1143,2	1306,6	1361,0
100	572,2	1017,3	1335,2	1525,9	1589,5

*) W tablicy tej $s = 100\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l}\right)$, zaś e jest odstępem przekroju niebezpiecznego od środka belki w cm.

gdzie
$$\left.\begin{aligned}\alpha' &= \frac{1}{l}\left[P + q\,(1-a)\right]\\ \beta' &= P + \frac{q}{2l}\,(1-a)^2\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ 18)$$

Przekrój niebezpieczny x znajdziemy z równania

$$\frac{dM}{dx} = 0 = A + x\frac{dA}{dx},\ \text{czyli}\ \frac{3}{2}\,\frac{q}{l}\,x^2 - 2\alpha' x + \beta' = 0\ .\ 19)$$

Wprowadźmy symbole:

$$\alpha = \alpha' : \left(\frac{3}{2}\,\frac{q}{l}\right)\ \beta = \beta' : \left(\frac{3}{2}\,\frac{q}{l}\right),\ \ldots\ 20)$$

to otrzymamy

$$x = \alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta}\ \ldots\ldots\ 21)$$

Jeżeli z równ. 21 otrzymamy $x > 2a$, to mamy przypadek III. Podstawmy $x = 2a$ w równ. 19, to otrzymamy $l = 6{,}4\ m$, więc dla $l > 6{,}4$ przypadek II nie stosuje się.

III przypadek.

Na belce znajdują się obie osi wałka $P = 12t$ i $\frac{2}{3}\ P = 8t$, oraz tłum ludzi za wałkiem. Moment pod działaniem ciężaru P:

$$M = Ax - \frac{4}{3}\,a\,P\ \ldots\ldots\ldots\ 16a)$$

$$A = \frac{q}{2l}\,x^2 - \gamma' x + \delta'\ \ldots\ldots\ 17a)$$

$$\left.\begin{aligned}\gamma' &= \frac{1}{l}\left[\frac{5}{3}\,P + q\,(l-a)\right]\\ \delta' &= P\left(\frac{5}{3} + \frac{4}{3}\,\frac{a}{l}\right) + \frac{q}{2l}\,(l-a)^2\end{aligned}\right\}\ .\ 18a)$$

Z równania:

$$\frac{dM}{dx} = 0,\ \text{czyli}$$

$$\frac{3}{2}\,\frac{q}{l}\,x^2 - 2\gamma' x + \beta' = 0\ \ldots\ldots\ 19a)$$

$$\text{jeżeli}\ \gamma' : \left(\frac{2}{3}\,\frac{l}{2}\right) = \gamma,\ \delta' : \left(\frac{2}{3}\,\frac{l}{q}\right) = \delta,\ \ldots\ 20a)$$

$$\text{otrzymamy}\ x = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - \delta}\ \ldots\ldots\ 21a)$$

Jeżeli w równanie $19a$ wstawimy $x = 3a$, to otrzymamy górną granicę stosowalności przypadku III: $l = 8{,}27\ m$. Dla $l = 5{,}5\ m$ II i III przypadek dają tę samą wartość abs $M_{max} = 17\ tm$, zatem

dla $l < 5{,}5\ m$ stosuje się przypadek II

„ $l > 5{,}5\ m$ „ „ „ III.

IV przypadek.

Dwa ciężary skupione wałka i z obu stron wałka tłum ludzi. Nazwijmy z odległość osi $12\,t$ od B, to

$$M = Bz - \frac{q}{2}\,(z^2 - a^2)\ \ldots\ldots\ 16b)$$

$$B = -\varepsilon z + \eta\ \ldots\ldots\ldots\ 17b)$$

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{1}{l}\left(\frac{5}{3}\,P - 4\,aq\right)\\ \eta &= \frac{5}{3}\,P - \frac{4}{3}\,\frac{a}{l}\,P + q\left(\frac{l}{2} - 4a + 4a\,\frac{a}{l}\right)\end{aligned}\right\}\ .\ 18b)$$

Z równania $\frac{dM}{dz} = 0$ otrzymamy $z = \frac{\eta}{2\varepsilon + q}\ .\ 19b)$

Podstawmy w równ. $19b$:

$$z = l - 3a,$$

a otrzymamy znowu $l = 8{,}27\ m$, wartość graniczną pomiędzy III i IV przypadkiem.

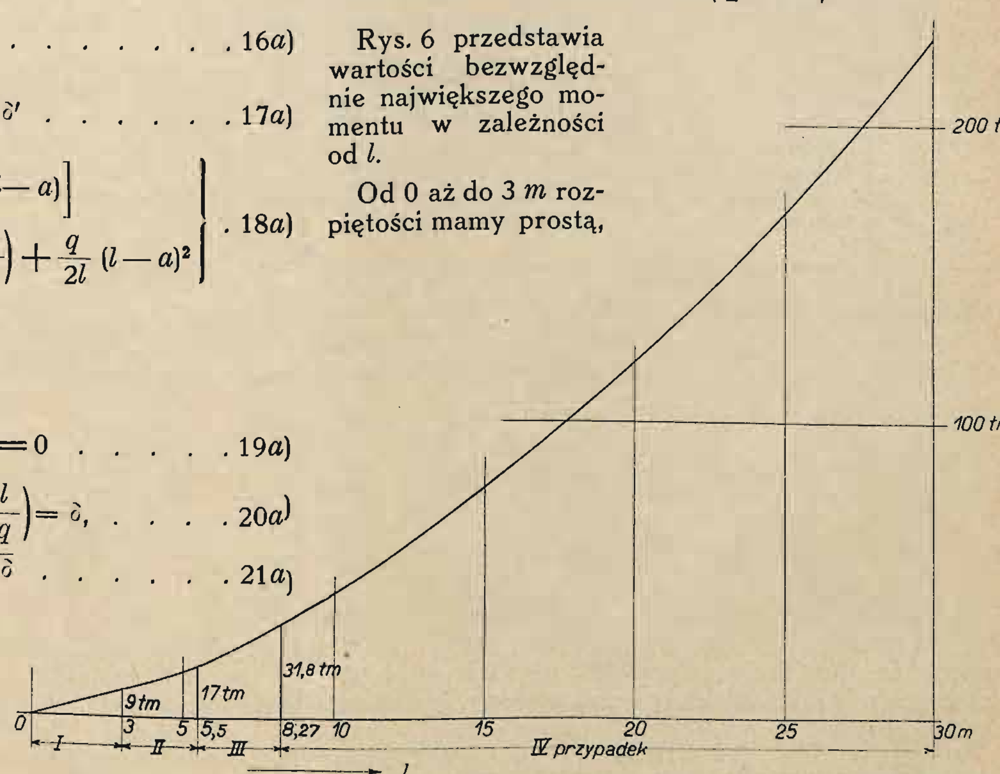
Tablica II podaje wartości abs M_{max} w tonnometrach dla l od 3 m aż do $l = 30\ m$.

Dla $l \geqslant 30\ m$, bezwzględnie największy moment jest w środku belki, skoro przyjmujemy wałek jako ciężar jednostajnie rozłożony.

Tablica II podaje nadto oddalenie od środka belki przekroju niebezpiecznego, wyrażone w procentach rozpiętości, czyli wartość $100\left(\frac{l}{2} - x\right) : l$.

Rys. 6 przedstawia wartości bezwzględnie największego momentu w zależności od l.

Od 0 aż do 3 m rozpiętości mamy prostą,



Rys. 6.

następnie trzy krzywe, odpowiadające kolejno II, III i IV przypadkowi.

Wartości graniczne są

dla $l = 0$,	abs $M_{max} = 0$	I
„ $l = 3\ m$	abs $M_{max} = 9\ tm$ . . .	II
„ $l = 5{,}5\ m$	abs $M_{max} = 17$ „ . . .	III
„ $l = 8{,}27\ m$	abs $M_{max} = 31{,}8$ „ . . .	IV.

(d. n.).