

przez to bowiem centrala może i w lecie pracować, i lepiej wyzyskuje się ciśnienie pary, które dla celów ogrzewania traci się bezużytecznie w wentylu redakcyjnym. To też doprowadzono do tego, że w stacyi dolnej, położonej w okolicy więcej przemysłowej, zużywa się 66% produkcji pary do celów motorycznych, a tylko 33% do ogrzewania.

Znacznej ilości pary dostarcza New York Steam Co. do celów prania, gotowania, a wreszcie do celów budowlanych np. do wind dla wyciągu materiałów, pomp odwadniających, kompresorów powietrznych dla kesonów betonowych i t. p. Największym — prawdziwie amerykańskim przykładem zapotrzebowania pary do potrzeb budowlanych były roboty kanałowe, wykonywane przez Hudson Company, pod rzeką Hudson. Towarzystwo to pobierało przez 4 miesiące dziennie

32520 kg pary, co odpowiada zapotrzebowaniu rocznemu około 87 milionów kg, (w r. 1905 całkowita roczna produkcja pary w centrali dreźnieńskiej wynosiła 33 721 500 kg pary). Wobec tak olbrzymich zmian w ilości konsumowanej pary nie dziw, że New York Steam Co. układa nieraz rury w sposób bardzo prymitywny i w kanałach pełnych wody. Z drugiej strony przyczynia się do tego pospiesznego systemu budowy i to, że wykonywanie dostępnym dla ludzi kanałów rury jest w wąskich ulicach dolnej części Nowego Yorku prawie że niemożliwe, gdyż ulice te pełne są przewodów wodnych, gazowych, kanałów, telefonów, telegrafów, przewodów pneumatycznych, do czego dołączają się jeszcze tunele dla kolei podziemnych i tramwaje elektryczne z podziemnym doprowadzeniem prądu.

(D. c. n.).

Obliczanie kopuł płaszczowych.

Napisał Dr. Stefan Władysław Bryła.

Jednym z najdawniej znanych utworów przestrzennych są dachy płaszczowe. Już w r. 1866 podał Schwedler pierwszy, przybliżony sposób ich obliczenia. Przez dłuższy czas po nim nie zjawiał się żaden wybitniejszy pracownik na tem polu; dopiero dzieło Föppla o kratownicach przestrzennych¹⁾ dało początek całej plejadzie inżynierów, którzy teoryę ich ogromnie rozwinęli, tak podając coraz to nowe sposoby obliczania, jak i tworząc nowe kształty dachów. Pracowali tu głównie Müller-Breslau, Zimmermann, Landsberg, Schlink i w. i. — W literaturze polskiej, prócz podanych przez prof. M. Thulliego zasad obliczania dachów wieżowych i kopuł Schwedlerowskich²⁾ oraz obszerniejszej pracy prof. J. Boguckiego³⁾ nie wydawał nikt rozpraw z tego zakresu.

W niniejszej rozprawie pragnę zaznajomić czytelników z teorią najczęściej używanych kształtów kopuł płaszczowych, rozszerzając nieco dotychczasowe pojęcia tak z zakresu teoryi ogólnej, jak i podając nowe metody ich przybliżonego obliczenia.

I. Rodzaje kopuł płaszczowych i ich statyczna wyznaczalność.

Kopuły płaszczowe istnieją w trzech zasadniczych kształtach, jako kopuły Schwedlera, kopuły siatkowe (Föppla) i kopuły Zimmermanna⁴⁾. Wszystkie trzy wyprowadzić jednak można z t. zw. kratownicy plecionej (Flechtwerk) przy użyciu zasady układu rozszerzonego.

Układ rozszerzony. Aby belki kratowej płaskiej czy przestrzennej użyć do dźwigania ciężarów, należy ją połączyć stałe z ziemią. Ponieważ zaś ziemia jest ciałem sztywnym, przeto możemy ją przedstawić również jako kratownicę stałą (i statycznie wyznaczalną). Łącząc obie kratownice ze sobą za pomocą odpowiedniej liczby prętów, (na płaszczyźnie trzy, w przestrzeni sześć)

spełniających pewne warunki¹⁾, otrzymujemy układ, w całości swej stały, oraz statycznie wyznaczalny, — o ile obie kratownice, niosąca i ziemską, są statycznie wyznaczalne. Wyznaczyć siły wystarczy oczywiście w kratownicy górnej, niosącej i w prętach łączących (podporowych, łożyskowych) czyli oddziaływania podpór²⁾.

Przykład takiego układu rozszerzonego dla kratownicy płaskiej przedstawia fig. 1.

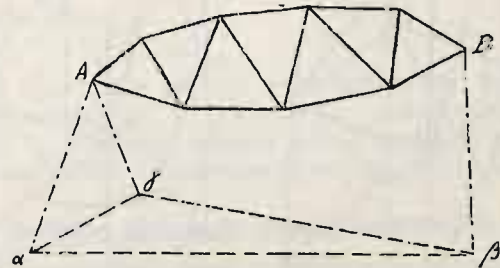


Fig. 1.

Kratownica plecioną. Przez kratownicę plecioną rozumieć należy (według Föppla) stałą kratownicę przestrzenną, której wszystkie węzły i pręty leżą na powierzchni płaszczowej, zamykającej zupełnie przestrzeń, wewnątrz niej zawartą.

Jeśli wszystkie pręty zamykają trójkąty, przylegające do siebie, to otrzymamy kratownicę plecioną, statycznie wyznaczalną, o jakiej będziemy mówić w dalszym ciągu (fig. 2 i nast.).

Jakiż jest stosunek takiej kratownicy do kopuł płaszczowych?

A. Kopuły Schwedlera.

Weźmy pod uwagę fig. 2.; widzimy na niej kratownicę plecioną, której część górna (wycią-

¹⁾ Na płaszczyźnie warunki te brzmią: Wszystkie trzy pręty łączące nie mogą przechodzić przez jeden i ten sam punkt.

W przestrzeni: nie może istnieć prosta, przecinająca wszystkie pręty łączące.

²⁾ Wiadomo, że łożyska przedstawić możemy zapomocą odpowiedniej liczby prętów podporowych, a to: na płaszczyźnie: łożysko ruchome zapomocą jednego, — stałe — zapomocą dwu prętów; — w przestrzeni: łożysko ruchome płaszczynowe zapomocą jednego, — ruchome kierunkowe (liniowe) zapomocą dwu, — stałe zapomocą trzech prętów.

¹⁾ Dr. August Föppl: *Das Fachwerk im Raume*, 1892.

²⁾ Dr. Maksymilian Thullie: *Statyka budowli*, Wyd. II, str. 361.

³⁾ Dr. Jan Bogucki: *O dwóch nowszych układach kopuł żelaznych*. Lwów 1905.

⁴⁾ Szczegółowe omawianie zawilskich kształtów występowałyby poza ramy niniejszej rozprawki.

gnięta liniami pełnymi³⁾ przedstawia schemat kopuły Schwedlera o podstawie trójkątnej, opartej na trzech łożyskach

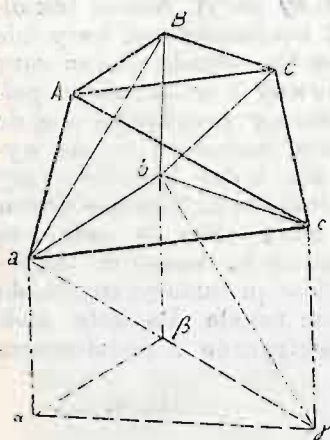


Fig. 2.

na trzech łożyskach liniowych (dwa pręty łożyskowe!) o kierunku ruchu prostopadłym do boków podstawowego trójkąta abc . — Kratownicą ziemską jest tu (stały) trójkąt $a\beta\gamma$. — A zatem trójboczna kopuła Schwedlera potrzebuje do stałego i statycznie wyznaczalnego podparcia trzech łożysk liniowych.

Nieco zawilsze jest przejście z kratownicy plecionej do kopuły czworobocznej. (Fig. 3). Część

dolna $a\beta\gamma\delta\omega$, która powinna zastąpić ziemię, nie jest tu stała, a więc zadania swego, jako kratownica ziemiska, spełnić nie może. Aby ją uczy-

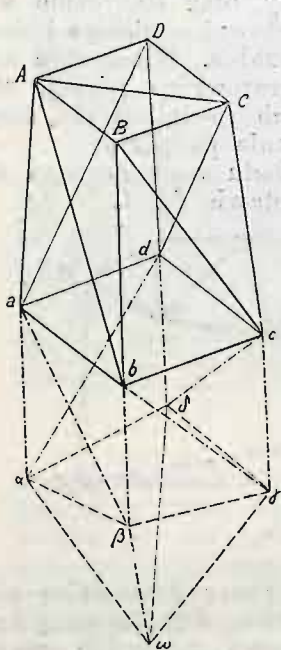


Fig. 3.

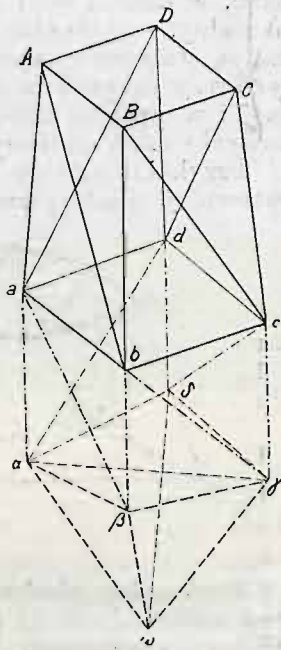


Fig. 4.

nić stałą, zastosujemy prawo t. zw. zamiany prętów, wstawiając pręt AC w położenie ay (lub $\beta\delta$) (Fig. 4). Przez tę zamianę całość, zmieniając swój charakter, pozostała jednak statycznie wyznaczalna; — górna część $AB..ab..$ jest bez dalszych przemian kopułą Schwedlera na podstawie czworobocznej; — część zaś dolna „rozszerzająca układ“²⁾ stanowi obecnie całość stałą i w zupełności zastępuje ziemię.

W podobny sposób postępując, musimy dla otrzymania pięcio — sześćo... n — bocznej kopuły Schwedlera, zmienić położenie dwu, trzech... $(n - 3)$ prętów układu, przenosząc je z płaszczyzny pierścienia górnego $AB...N$, pomiędzy węzły układu rozszerzającego $a\beta...v$.

¹⁾ Liniami pełnymi oznaczone są pręty kratownicy niosącej, — liniami kreskowanymi pręty kratownicy ziemskiej, — liniami „kreska-kropka“ pręty podporowe.

²⁾ Układem rozszerzającym nazywam kratownicę ziemską, układem rozszerzonym cały układ (kratownica niosąca + pręty łączące + kratownica ziemiska).

Niekiedy używamy dla kopuł Schwedlera łożysk stałych, opuszczając wtedy dla uzyskania statycznej wyznaczalności pręty pasu dolnego. — Tu — dojdziemy do tego samego wyniku, zamieniając te pręty $ab, bc...$ na pręty, łączące te same węzły podstawy z węzłami układu rozszerzającego $ad, ba...$

Zastępując w ścianach pojedyncze przekątnie, dwiema, przecinającymi się w środku pierścienia dolnego, otrzymamy t. zw. kopułę płaszczową z wypełnieniem siatkowym.

B. Kopuły siatkowe.

Kopuły siatkowe (Föppla) otrzymamy, jeśli węzły pasu dolnego $ab...$ są nieco przekrecone względem węzłów górnych $AB...$

Zastosować się da tu wszystko, cokolwiek powiedzieliśmy wyżej o kopułach Schwedlera, o zamianie prętów i tworzeniu w ten sposób z części dolnej — stałego układu rozszerzającego, a z górnej — statycznie wyznaczalnej kopuły siatkowej.

Jednakowoż statyczna wyznaczalność zachodzi tu zawsze tylko dla nieparzystej ilości boków podstawy; — dla kopuły regularnej o parzystej ich liczbie otrzymujemy kopułę chwiejną. (Por. np. Föppl. (*Das Pachwerk im Raume*, str. 84).

C. Kopuły Zimmermanna.

Znamieniem, odróżniającym kopuły Zimmermanna od innych systemów, jest różna liczba boków w pierścieniach górnym i dolnym. Pierścień dolny ma mianowicie dwa razy tyle węzłów, co górny. — Łącząc węzły górne z dolnymi, tak, aby powstały same trójkąty, otrzymujemy kopułę Zimmermanna o najogólniejszym kształcie. Zwykle jednak, przez równoległe ułożenie boków i równe ścięcie naroży ($aa_2 = a_1a_2$ fig. 7) uzyskujemy przy n — bocznym pierścieniu górnym kratownicę składającą się z n trapezów, przedzielonych przekątniami na trójkąty i z n trójkątów nad ściętymi narożami.

Ażeby przejść tu z kratownicy plecionej do układu rozszerzonego kopuły musimy zamianę prętów przeprowadzić w sposób zupełnie inny. — W płaszczyźnie pierścienia górnego mamy bowiem do dyspozycji tylko jedną przekątnie, a do uzyskania statycznej wyznaczalności części dolnej potrzeba pięciu. Pozostałe cztery weźmiemy zatem z pośród prętów podporowych, biorąc np. każdą przekątnie z pola utworzonego przez pręty podporowe poniżej pola trójkątego kopuły.

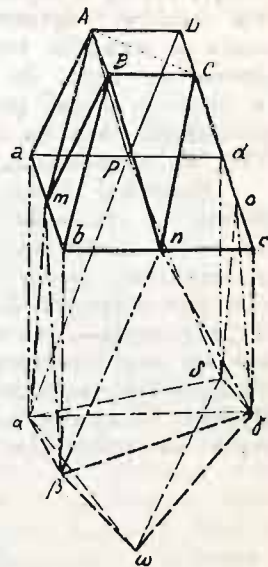


Fig. 5.

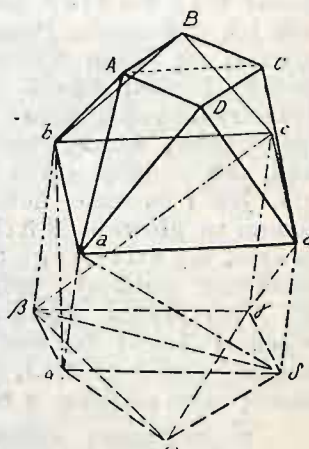


Fig. 6.

Tem samym dany już jest system łożysk; na fig. 8 widzimy naprzemian łożyska płaszczy-

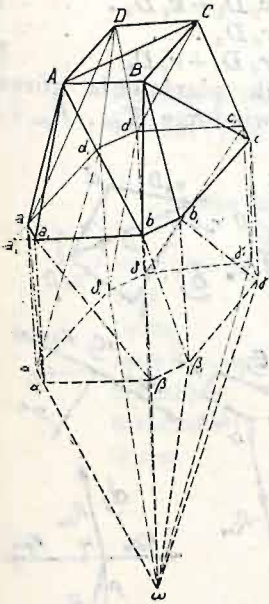


Fig. 7.

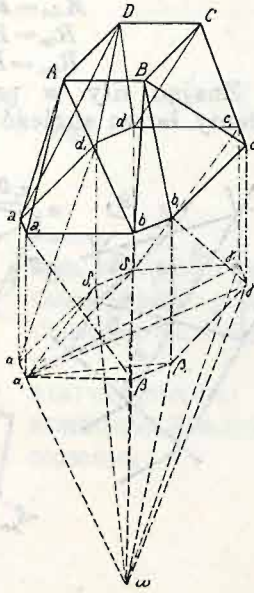


Fig. 8.

znowe (jeden pręt podporowy aa , $b\beta$.) i liniowe (dwa pręty podporowe $a_1a_1 - a_1\beta$, $b_1\beta_1 - b_1\gamma$) o kierunku prostopadłym do boków pierścienia.

Zimmermann zastosował też inny układ łożysk, mianowicie: w węzłach pierścienia dolnego umieścił wyłącznie łożyska płaszczyznowe, przenosząc siły poziome zapomocą osobnych czterech łożysk, umieszczonych w środku boków tegoż pierścienia. (fig. 20).

D. Kopuły wielopiętrowe.

Przy większych wysokościach nie wystarcza zwykle jedno piętro kopuły, ale trzeba zastosować większą ich liczbę.

Przy kopule Schwedlera odbywa się założenie nowych pięter w sposób bardzo prosty: górne piętro składa się tak samo, jak dolne, z samych trójkątów, leżących po dwa w jednej płaszczyźnie. (fig. 9).

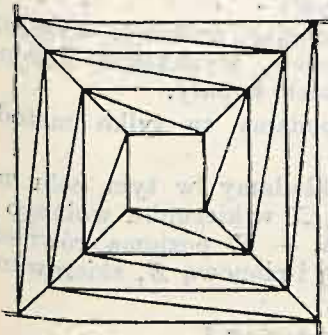


Fig. 9.

Kopuły z wypełnieniem siatkowym można zrobić dwupiętrowymi, zamieniając pręty podporowe na pręty niosące (fig. 10) lub dodając nowe

(niższe) piętra z odpowiednio większą liczbą prze-

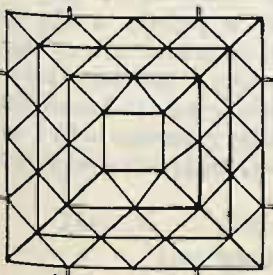


Fig. 10.

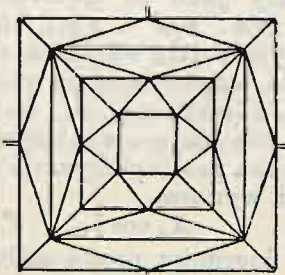


Fig. 11.

kątni ułożonych w ten sam sposób co w piętrze

najwyższem¹⁾ (fig. 11), albo wreszcie nasadzając na taką kopułę — kopułę Schwedlera.

W kopułach siatkowych górny pierścień jest znowu przekreślony, tak, że ma położenie pierścienia pierwszego. (fig. 12).

Kopuły Zimmermanna wreszcie uzupełnia się nieco inaczej: albo na kopułę n -boczną nakłada się również n -boczną kopułę Schwedlerowską (fig. 13), albo też wykształca się pręty podporowe (w ilości $2n$) jako pręty istotne (t. zw. piętro podpo-

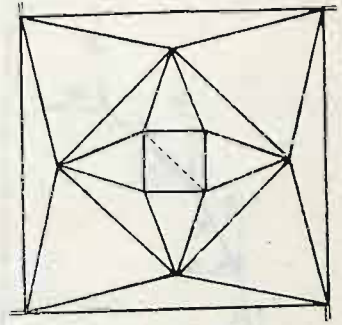


Fig. 12.

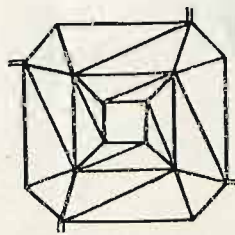


Fig. 13.

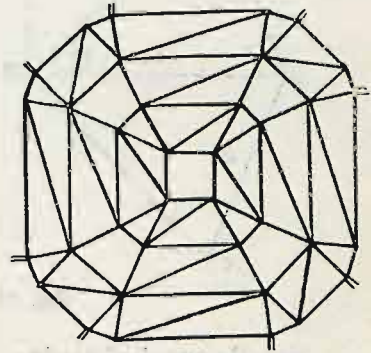


Fig. 14.

rowe) i opiera się je na jednopiętrowej kopule Zimmermanna (o $4n$ bokach podstawowych) (fig. 14). — Pierwszy sposób jest oczywiście prostszy i ze względów konstrukcyjnych racjonalniejszy.

II. Dokładne obliczenie kopuł płaszczowych.

Jak każdą statycznie wyznaczalną kratownicę przestrzenną, obliczać można kopuły płaszczowe zapomocą wszystkich ogólnie znanych metod wyznaczania sił w prętach, — metod tak wykreslnych, jakoteż i analitycznych, podawanych i uzupełnianych przez Culmanna, Rittera, Mohra, Henneberga, Föppla, Müller-Breslau'a i i. — Nie mam zamiaru podawania tutaj wszystkich; — ograniczę się do metod, najprędzej do celu prowadzących, a tem samym najczęściej stosowanych.

A. Kopuły Schwedlera.

Teorię kopuł, wynalezionych przez siebie, podał Schwedler już w r. 1866²⁾ — jednakże tylko dla obciążeń pionowych. Polega ona na rozkładaniu składowej pionowej siły zaczepiającej w węzle na składową równoległą do krokwi (dolnej) i poziomą, z której następnie znajdujemy siły w pierścieniach, Przekątnie przy tem obciążeniu są bez nateżeń. — Schwedler oblicza je ze względu na różnicę sił w sąsiednich krokwiach przy ruchomem obciążeniu tylko jednej z tychże.

Siły znaleźć można analitycznie i wykreslnie (fig. 15); analitycznie dostajemy dla n -bocznej podstawy (p. fig.) wzory:

¹⁾ O ile krokwie nie przechodzą przez dwa sąsiednie piętra w jednej prostej.

²⁾ Zeitschrift für Bauwesen 1866, str. 7.

na siłę w krokwi:

$$K_m = - \frac{P_1 + P_2 + \dots + P_m}{n \sin \alpha_m} \quad 1)$$

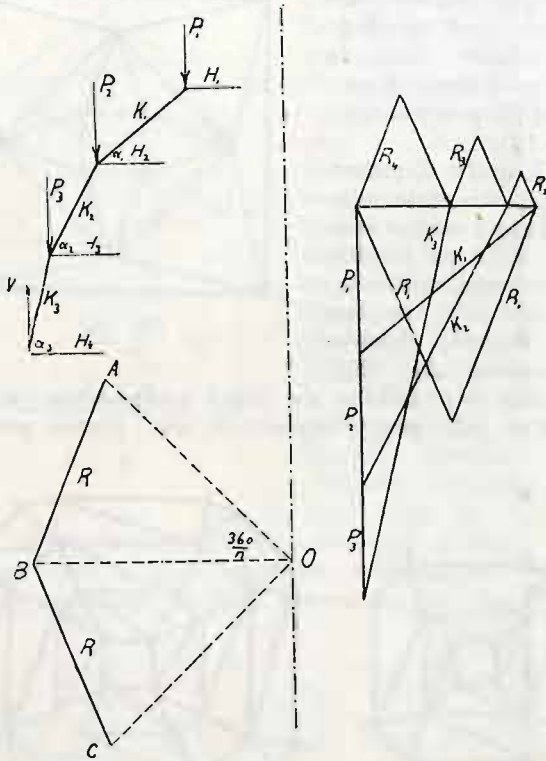


Fig. 15.

na siłę w pierścieniu:

$$R_m = \frac{(P_1 + P_2 + \dots + P_{m-1}) \cot \alpha_{m-1} - (P_1 + P_2 + \dots + P_m) \cot \alpha_m}{2n \sin \frac{180}{n}} \quad 2)$$

na siłę w przekątnej ¹⁾ (fig. 16):

$$D_m = \frac{Q_1 + Q_2 + \dots + Q_m}{n \sin \alpha_m \cos \gamma_m} \quad 3)$$

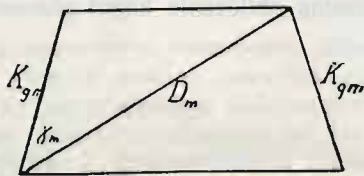


Fig. 16.

Ta metoda ważna jest jednak tylko dla sił pionowych. Z teorii umożliwiających obliczenie dla ogólnego obciążenia, najprędzej do celu prowadzi i najczęściej jest używana teoria Müller-Breslau'a, prawie identyczna z t. zw. metodą rozkładania sił w węzłach.

Siłę działającą w danym węźle, złożoną z siłą wewnętrzną w krokwi górnej i składowymi przekątni w jej kierunku, rozkładamy na siłę w kierunku krokwi dolnej i siłę poziomą, z których to sił znajdujemy następnie siły rzeczywiste w krokwi i przekątniach dolnych.

Nazwijmy składowe przekątni w kierunku krokwi i pierścieni przez $k_g D$ i $r_g D$ (dla węzła górnego), oraz $k_d D$ i $r_d D$ (dla węzła dolnego) ²⁾, — sumę sił w kierunku krokwi powyżej punktu m przez K_{gm} ; poniżej m przez K_{dm} — sumę sił w kie-

¹⁾ Q oznacza obciążenie ruchome; — wzór ten jest tylko przybliżony.

²⁾ Spółczynniki k_d , k_g , r_d , r_g przybierają wogóle dla każdego piętra inne wartości.

runku prawego pierścienia przez R_{pm} , w kierunku lewego przez R_{lm} . Otrzymamy wtedy:

$$K_{gm} = K_1 + k_d D_1 \quad 4)$$

$$K_{dm} = K_2 + k_g D_2 + k_g D_3 \quad 4a)$$

$$R_{lm} = R_2 + r_g D_3 \quad 5)$$

$$R_{pm} = R_1 + r_d D_1 + r_g D_2 \quad 5a)$$

Znając siły w prętach pierścienia górnego możemy łatwo znaleźć niewiadome K_{dm} , R_{pm} i R_{lm} .

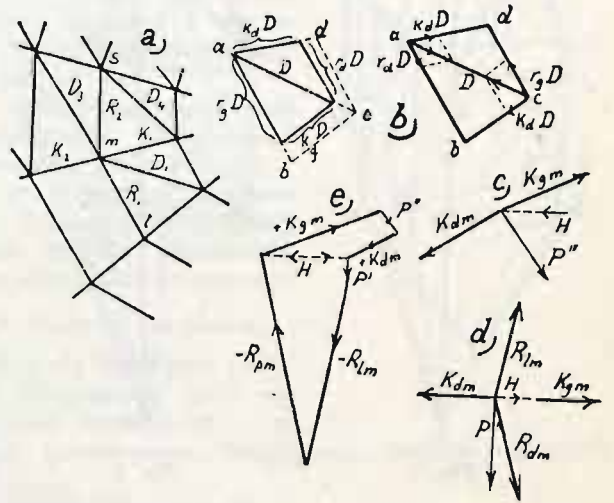


Fig. 17.

(fig. 17), a z nich siły rzeczywiście w prętach działające. Otrzymamy mianowicie:

$$R_1 = R_{lt} \quad 6)$$

$$R_2 = R_{ps} - r_d D_4 \quad 6a)$$

$$D_2 = \frac{R_{pm} - R_1 - r_d D_1}{r_g} = \frac{R_{pm} - R_{lt} - r_d D_1}{r_g} \quad 7)$$

$$D_3 = \frac{R_{lm} - R_2}{r_g} = \frac{R_{lm} - R_{ps} + r_d D_4}{r_g} \quad 7a)$$

$$K_2 = K_{dm} - k_g D_2 - k_g D_3 \quad 8)$$

W ten sposób postępując, możemy, wyszedłszy z najwyższych węzłów, wyznaczyć kolejno siły we wszystkich prętach kopuły.

Z innych metod podamy tu tylko metodę momentów.

Siłę działającą rozkładamy w tym celu na trzy składowe: poziomą X w kierunku wolnego ¹⁾ pręta danego pierścienia, — Y , poziomą również, prostopadłą do pierwszej i pionową Z , skierowaną ku dołowi, wtedy:

$$\left. \begin{aligned} X &= P \cos \varphi \cos \chi \\ Y &= P \cos \varphi \sin \chi \\ Z &= P \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad 9)$$

Przecinając kratę około węzła A , przyjmujemy jako oś momentów pręt n, a_1 , gdyż siły w NA , n_1A i Aa_1 , leżąc w jednej z nią płaszczyźnie dają względem niej moment, równy zeru. — Dla wygodniejszego rachunku rozłożmy siły X_{A1} , Y_{A1} i (nieznana) R_{A1} na składowe w kierunku osi (a więc dające względem niej moment = 0) i w kierunku prostopadłym do niej. Składowe w kierunku osi wynoszą

$$X_{A1} \cos \zeta, \quad Y_{A1} \sin \zeta, \quad R_{A1} \cos \zeta$$

w kierunku prostopadłym do osi:

$$X_{A1} \sin \zeta, \quad Y_{A1} \cos \zeta, \quad R_{A1} \cos \zeta.$$

¹⁾ T. j. nie leżącego w płaszczyźnie, w której znajdują się wszystkie inne pręty w danym węźle się zbiegające.

Przy oznaczeniach, jak na fig. 18; otrzymujemy równania momentów:

$$(R_A \sin \zeta + X_A \sin \zeta + Y_A \cos \zeta) h + Z_A b = 0$$

$$R_A = - \left\{ X_A + Y_A \cot \zeta + \frac{Z_A}{\sin \zeta} \cdot \frac{b}{h} \right\} \quad . \quad . \quad 10)$$

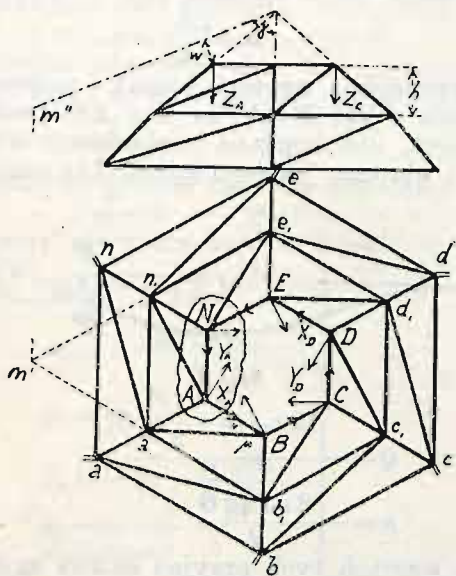


Fig. 18.

Podobnie znajdziemy $R_B \dots R_N$.

Dla znalezienia sił w przekątnej możemy przyjąć moment względem osi $a_1 b_1$ (dla węzła A); w równaniu na D wystąpi wtedy (znana już) siła w pierścieniu. Możemy jednak znaleźć D bezpośrednio, kładąc przekrój około punktów A i N, a tem samym przecinając pręty $AB, Aa_1, An_1, Nn_1, Ne_1$ i NE .

Pręty NE, Ne_1 i Nn_1 leżą wszystkie w jednej płaszczyźnie; z przeciętych prętów węzła A nie leży tylko $An_1 = D_A$ w płaszczyźnie $ABb_1 a_1$; przyjmując zatem, jako oś momentów, krawędź przecięcia obu płaszczyzn, otrzymamy wzór, w którym jako niewiadoma przychodzi tylko D_A .

Rozłożmy siłę w D_A na składową w kierunku Aa_1 (D_{kA} nie przyczyniającą się wcale do wielkości momentu) i składową w kierunku AN (D_{rA}); wynoszą one:

$$\left. \begin{aligned} D_{rA} &= D_A \frac{\sin \mu}{\sin (\mu + \nu)} = \rho D_A \\ D_{kA} &= D_A \frac{\sin \nu}{\sin (\mu + \nu)} = \kappa D_A \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad 11)$$

Ze składowych sił zewnętrznych Y_A rozkładamy w kierunku AB i NA , siły X_N i Y_N , zaś w kierunkach EN i NA . Składowe w kierunku NA wynoszą dla nich:

$$\frac{Y_A}{\sin \zeta}, \quad X_N, \quad Y_N \cot \zeta.$$

Otrzymamy więc równanie:

$$\left(-\rho \cdot D_A - \frac{Y_A}{\sin \zeta} + X_N + Y_N \cot \zeta \right) w + (Z_N - Z_A) \sin \gamma \cdot \frac{s}{2} = 0 \quad . \quad . \quad 12)$$

z którego możemy znaleźć bezpośrednio D_A .

Dla wyznaczenia sił w krokwiach najlepiej zrobić przekrój około A, obierając za oś BN ; ponieważ składowe sił leżące w płaszczyźnie $AB \dots N$ dają moment równy zero, więc na wyznaczenie siły w K_A otrzymujemy wzór stosunkowo prosty (β jest kątem nachylenia krokwi):

$$K_A = - \frac{Z_A}{\sin \beta} - \kappa D_A \quad . \quad . \quad 13)$$

Istnieją jeszcze inne metody kopuł¹⁾; największe zastosowanie ma jednak metoda Müller-Breslau'a, a dla ciężarów pionowych metoda Schwedlera.

Obliczenia powyższe upraszczają się o wiele dla dachów wieżowych i namiotowych, których krokwie przebiegają w liniach prostych.

Do wyznaczenia sił wewnętrznych w kopułach o wypełnieniu siatkowym najbardziej nadaje się metoda momentów. (Dok. n.)

¹⁾ Np. podobna do wyżej opisanej metoda rzutów.

Obliczanie belek o kracie czworokątnej metodą Ed. Joyant'a.

Prawdziwa wdzięczność należy się p. dr. W. Balickiemu za ogłoszenie cennej pracy o belkach Vierendeela, dotychczas prawie zupełnie u nas nieznanych, a jednak posiadających już dość przykładów zastosowania w budowach inżynierskich, dość bogatą literaturę i nawet parę systemów obliczania.

Dr. Balicki podał w „*Czasopiśmie technicznym*“ teorię tych belek według Vierendeela. — Nawiązując do pracy powyższej, pragnę dodać parę słów o metodzie postępowania Ed. Joyant'a, ogłoszonej w „*Annales des travaux publics de Belgique*“ 1902, str. 223.

W belce o kracie czworokątnej (fr. *poutre à arcades*, n. *Leiter, Pfostenfachwerk*) mamy dla każdego pręta trzy niewiadome: siłę podłużną, siłę poprzeczną i moment zginający; zatem dla belki o p polach (dla $2p$ pasów i $p+1$ słupów, otrzymujemy $9p+3$ niewiadomych. Na wyznaczenie ich możemy ustawić w każdym węźle po trzy warunki równowagi, co czyni dla całej belki $6(p+1)$ równań od których jednak musimy odjąć trzy warunki równowagi sił zewnętrznych; na podstawie statyki uzyskujemy zatem $6p+3$

warunków; resztę, tj. $4p$ warunków, otrzymamy na mocy teorii sprężystości.

Biorąc pod uwagę jeden węzeł górny i jeden dolny, możemy ustawić nast. równania:

$$\left. \begin{aligned} S_{k-1} - S_k + \pi_k &= 0 \\ S_{k-1}' - S_k' - \pi_k &= 0 \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad 1)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{k-1} - Q_k - q_k &= 0 \\ Q_{k-1}' - Q_k' + q_k + P_k &= 0 \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad 2)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_{k-1} - \mu_k - \nu_k + \frac{1}{2} Q_{k-1} l_{k-1} + \frac{1}{2} Q_k l_k + \frac{1}{2} \pi_k h &= 0 \\ \mu_{k-1}' - \mu_k' + \nu_k + \frac{1}{2} Q_{k-1}' l_{k-1} + \frac{1}{2} Q_k' l_k + \frac{1}{2} \pi_k h &= 0 \end{aligned} \right\} \quad 3)$$

Podstawiając $k=1$, mamy:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \pi_1 & S_1' &= -\pi_1 & . \quad . \quad 1_1) \\ Q_1 &= -q_1 & Q_1' &= q_1 + P_1 & . \quad . \quad 2_1) \\ -\mu_1 - \nu_1 + \frac{1}{2} Q_1 l_1 + \frac{1}{2} \pi_1 h &= 0 & & & . \quad . \quad 3_1) \\ -\mu_1' + \nu_1 + \frac{1}{2} Q_1' l_1 + \frac{1}{2} \pi_1 h &= 0 & & & . \quad . \quad 3_1) \end{aligned} \right\}$$

Przez połączenie równań 1) i 1₁) dostaniemy

$$\left. \begin{aligned} S_k &= \sum_1^k \pi \\ S_k' &= \sum_1^k \pi \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad 4^2)$$

¹⁾ W liczbie sił P mieszczą się i oddziaływania.

²⁾ Z równań 4) wynika: $S_k + S_k' = 0$; rezultat ten otrzymamy także, kładąc belkę płaszczyzną pionową przez śro-