

W innych przypadkach posłużyć się możemy równaniem (11), str. 1244:

$$\sum y \Delta \alpha = \Delta l - \sum \Delta s \cos \varphi.$$

Jeżeli opuścimy wpływ sił osiowych, to:

$$\sum \Delta s \cos \varphi = \omega t \Delta l.$$

Zamiast l możemy obrać którykolwiek pręt, np. s_{1n} , wtedy:

$$\sum y \Delta \alpha = \Delta s_{1n} - \omega t s_{1n}.$$

Jeżeli podpory są sztywne, to $\Delta l = 0$.

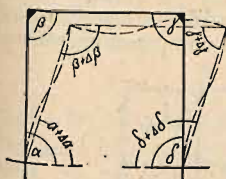


Fig. 412.

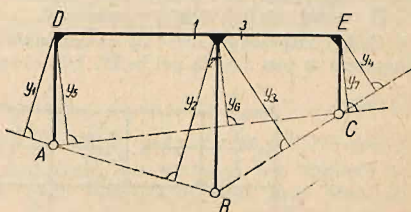


Fig. 413.

Dla ramy wedle fig. 413 mamy np. dla dowolnego obciążenia:

$$\Delta s_{AB} = 0 = y_1 \Delta \alpha_D + y_2 \Delta \alpha_{12},$$

$$\Delta s_{BC} = 0 = y_3 \Delta \alpha_{23} + y_4 \Delta \alpha_E,$$

$$\Delta s_{AC} = 0 = y_5 \Delta \alpha_D + y_6 (\Delta \alpha_{12} + \Delta \alpha_{23}) + y_7 \Delta \alpha_E.$$

Przyrosty $\Delta \alpha_D$ i $\Delta \alpha_E$ wyrażą się przy pomocy równań trzech momentów, zaś $\Delta \alpha_{12}$ i $\Delta \alpha_{23}$ przy pomocy równań czterech momentów.

Jeżeli rama zostaje ogrzana równomiernie o t^0 , to lewe strony równań powyższych będą odpowiednio $-\omega t s_{AB}$, $-\omega t s_{BC}$ i $\omega t s_{AC}$.

H. Belki bezprzekątniowe.¹⁾

Napisał

inż. dr. Stefan Bryła, profesor politechniki, Lwów.

Omówimy tu wyłącznie belki bezprzekątniowe równoległe²⁾. a) Obciążenie pionowe stałe (fig. 414). Przyjmujemy, iż ciężary węzłowe skutkiem obciążenia stałego działają w węzłach pasa dolnego.

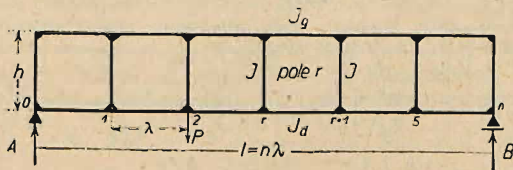


Fig. 414.

Dla wyznaczenia sił wewnętrznych sprowadzamy belkę do układu zasadniczego, tj. belki w dwu punktach wolno podpartej, przyjmując każdy pręt pasa górnego przy pomocy dołem (lub pasa dolnego przy pomocy

¹⁾ Belki bezprzekątniowe nazywamy czasem belkami Vierendeel'a.

²⁾ Według Kriso, „Statik der Vierendeelträger“, rok 1922.

górą) przecięty w połowie swej rozpiętości, przyczem z punktów przecięcia prowadzimy dwa ramiona sztywne ($J = \infty$) do środka ciężkości pola (fig. 415). W układzie pracuje pas dolny (górny) jako belka wolno podparta w dwu punktach, zaś pas drugi i słupy nie doznają żadnych naprężeń.

Ugięcie wywołuje w układzie zasadniczym przesunięcia Δx i Δy i obrót ramion sztywnych o kąt $\Delta \varphi$ w stosunku do pierwszego położenia (fig. 416).

Ażeby układ zasadniczy działał jako belka bezprzekątniowa, musi doznawać tych samych odkształceń, zatem ramiona sztywne układu zasadniczego, które pod wpływem ciężarów węzłowych P doznały przesunięć $\Delta \varphi$, Δx i Δy , muszą pod wpływem wielkości statycznie niewyznaczalnych X , Y , Z wrócić do pierwotnego położenia.

Belki bezprzekątniowe są zatem układem $3n$ -krotnie hiperstatycznym, przyczem n jest ilością pól belki. Dla równowagi oprócz trzech zasadniczych

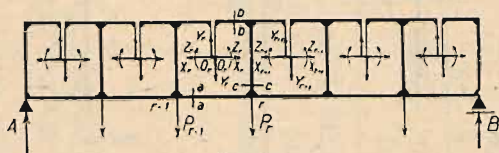


Fig. 415.

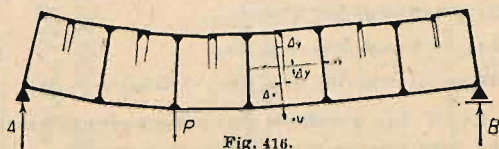


Fig. 416.

warunków musi być w każdym polu suma odkształceń równa zero, zatem $\Delta \varphi = 0$, $\Delta x_r = 0$, $\Delta y_r = 0$.

Odkształcenia belki i związane z nimi przesunięcia Δx , Δy , oraz obrót $\Delta \varphi$, następują pod działaniem sił poprzecznych i normalnych, oraz momentów zgięcia. Odkształcenia skutkiem sił poprzecznych są bardzo małe i można je opuścić.

Dla wyznaczenia odkształceń skutkiem momentów zgięcia z uwzględnieniem wpływu sąsiednich pól otrzymujemy równania (Kriso, str. 28):

$$\Delta \varphi_r = \frac{\lambda h}{2E} \left(\frac{1}{J_g} - \frac{1}{J_d} \right) X_r - \frac{\lambda h}{2EJ} Y_{r-1} + \frac{\lambda h}{2EJ} Y_{r+1} - \frac{h}{EJ} Z_{r-1} + \frac{1}{E} \left[\frac{2h}{J} + \lambda \left(\frac{1}{J_g} + \frac{1}{J_d} \right) \right] Z_r - \frac{h}{EJ} Z_{r+1} + \frac{fr}{EJ_d} = 0 \dots (1)$$

$$\Delta x_r = \frac{h^3}{12EJ} X_{r-1} - \frac{h^2}{2E} \left[\frac{h}{3J} + \frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{J_g} + \frac{1}{J_d} \right) \right] X_r + \frac{h^3}{12EJ} X_{r+1} + \frac{\lambda h}{2E} \left(\frac{1}{J_d} - \frac{1}{J_d} \right) Z_r + \frac{hfr}{2EJ_d} = 0 \dots (2)$$

$$\Delta y_r = -\frac{\lambda^2 h}{4EJ} Y_{r-1} + \frac{\lambda^2}{2E} \left[\frac{h}{J} + \frac{\lambda}{6} \left(\frac{1}{J_g} + \frac{1}{J_d} \right) \right] Y_r - \frac{\lambda^2 h}{4EJ} Y_{r+1} - \frac{\lambda h}{2EJ} Z_{r-1} + \frac{\lambda h}{2EJ} Z_{r+1} - \frac{\lambda^3}{12EJ_d} T_{0r} = 0 \dots (3)$$

Sposób przybliżony, dogodny dla pierwszego przeliczenia przekrojów (fig. 417).

Oznaczmy przez $S_g, J_d, J_1, J_2 \dots$ momenty bezwładności pasu górnego, dolnego i słupów 1, 2...

$N_g, N_d, N_1, N_2 \dots$	siły osiowe	w prętach pasów i słupów
$T_g, T_d, T_1, T_2 \dots$	siły poprzeczne	" " "
$M_g, M_d, M_1, M_2 \dots$	momenty zgięcia	" " "

Jeżeli rozpatrywać będziemy ramę zamkniętą między słupami 2 i 3 o długości rozpory a_2 , to punkty zerowe momentów będą w słupach w odległości v_g od pasa górnego, oraz w pasach w odległości w_2 od lewego słupa 2. Położenie tych punktów można wyznaczyć w przybliżeniu jak w ramie zamkniętej. Przeciętnie:

$$v_g = \frac{m_0 h}{1 + m_0} = k_0 h,$$

$$w_2 = \frac{m_2 a_2}{1 + m_2} = k_2 a_2,$$

przez co:

$$m_0 = \sqrt{\frac{J_g}{J_d}},$$

$$m_2 = \sqrt{\frac{J_2}{J_3}};$$

siła osiowa w pasach:

$$-N_{g2} = N_{d2} = \frac{M_{a2}}{h},$$

siła poprzeczna w pasach: $T_{g2} = k_0 T_{a2}, \quad T_{d2} = (1 - k_0) T_{a2};$

moment zgięcia w pasach w odległości x od punktu zerowego:

$$M_{g2} = T_{g2} x = k_0 T_{a2} x = k_0 (M_x - M_{a2}),$$

$$M_{d2} = T_{d2} x = (1 - k_0) T_{a2} x = (1 - k_0) (M_x - M_{a2}).$$

Siła poziomo ścinająca w słupie 2:

$$T_2 = \int \frac{T_x dx}{h} = \frac{M_{a2} - M_{a1}}{h} = N_{d2} - N_{d1};$$

moment zgięcia w odległości y od punktu zerowego w słupie 2: $M_2 = T_2 y.$

Siła osiowa w słupie 2: $N_2 = (1 - k_0) (P_{d2} - P_{g2}).$

Siła osiowa w słupie 1: $N_1 = -(k_0 T_{a1} = P_{g1}).$

Momenty pasowe w węzłach słupa 2:

lewe: pas górny: $M_{g12} = k_0 (M_{II} - M_{a1}),$

pas dolny: $M_{d12} = (1 - k_0) (M_{II} - M_{a1});$

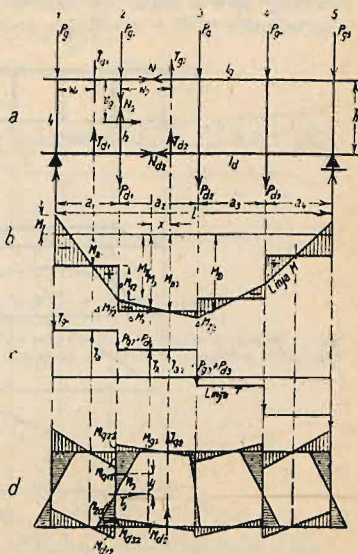


Fig. 417.

prawo: pas górny: $M_{g22} = k_0 (M_{II} - M_{a2}),$
 pas dolny: $M_{d22} = (1 - k_0) (M_{II} - M_{a2}).$

Momenty węzłowe w słupie 2:

górnny: $M_{2g} = k_0 (M_{a1} - M_{a2}),$
 dolny: $M_{2d} = (1 - k_0) (M_{a2} - M_{a1}).$

Gdy pas dolny jest giętki, natenczas: $V_0 = h$, gdy zaś $S_g = J_d$, to $v_0 = \frac{1}{2} h$.
 Powyższy sposób może być zastosowany do przybliżonego obliczenia belek bezprzekątniowych o dowolnym rodzaju podparcia.

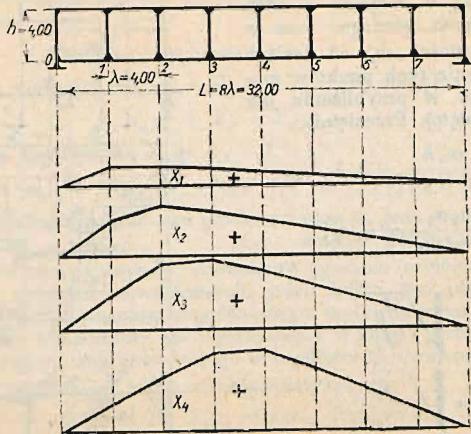


Fig. 418.

Dla belki bezprzekątniowej wolno podpartej będzie $M_I = 0$, dla belki utwierdzonej na podporach M_I jest momentem utwierdzenia, dla belki ciągłej momentem podporowym.

Przykład. Wykreślić linie wpływowe sił normalnych, poprzecznych i momentów, w pasach i słupach belki bezprzekątniowej równoległej o pomoście dołem (fig. 418).

Wymiary belki: $L = 32,00$, $h = 4,00$, ilość pól $n = 8$, $\lambda = 4,00$ m.

Dla pierwszego obliczenia przyjmujemy: $J_g = J_d = J$. Wtedy z wzorów 4. i 5.:

$$Z_r = -0,5 M_{Or}$$

$$Y_r = -0,5 T_{Or}:$$

Wyznaczenie X_r . Podstawiając w równ. 6: $\sum_1^{\xi} T = \frac{M_0 \xi}{\lambda}$, oraz $f_{\xi} = \frac{\lambda}{2} (M_0 \xi - 1 + M_0 \xi^2)$,

otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= k \frac{6}{h^2} (f_1 + f_2 k + \dots + f_{\xi} k^{\xi} - 1 + \dots + f_{n-1} k^{n-2} + f_n k^{n-1}) \\ X_r &= \frac{k}{1-k^2} \frac{6}{h^2} (f_1 k^r - 1 + \dots + f_{\xi} k^r - \xi + \dots + f_{r-1} k + f_r + \\ &\quad + f_{r+1} k + \dots + f_{\xi} k^{\xi-r} + \dots + f_n k^{n-r}) \\ X_n &= k \frac{6}{h^2} (f_1 k^{n-1} + f_2 k^{n-2} + \dots + f_{\xi} k^{n-\xi} + \dots + f_{n-1} k + f_n) \end{aligned} \right\} \dots (6a)$$

przy pomocy tego równania obliczamy rzędne linii wpływowych sił normalnych w pasach.

Linia wpływowa X_1 .

$$X_1 = k \frac{6}{h^2} (f_1 + f_2 k + f_3 k^2 + f_4 k^3 + f_5 k^4 + f_6 k^5 + f_7 k^6 + f_8 k^7)$$

w równaniu tem $f_j =$ powierzchnia linii wpływowej momentów belki wolno podpartej w polu r ; z fig. 419 otrzymamy:

$$f_1 = 1 \frac{\lambda^2}{2n} \quad f_2 = 3 \frac{\lambda^2}{2n} = 3f_1 \quad f_3 = 5 \frac{\lambda^2}{2n} = 5f_1$$

$$f_4 = 7 \frac{\lambda^2}{2n} = 7f_1 \quad f_5 = 9 \frac{\lambda^2}{2n} = 9f_1 \quad f_6 = 11 \frac{\lambda^2}{2n} = 11f_1$$

$$f_7 = 13 \frac{\lambda^2}{2n} = 13f_1 \quad f_8 = 15 \frac{\lambda^2}{2n} - \frac{\lambda^2}{2} = 15f_1 - \frac{\lambda^2}{2}$$

Wstawiając te wartości w równanie na X_1 , otrzymamy rzędną linii wpływowej w węźle 7:

$$\eta_7 = k \frac{6}{\lambda^2} \left[f_1 (1 + 3k + 5k^2 + 7k^3 + 9k^4 + 11k^5 + 13k^6 + 15k^7) - \frac{\lambda^2}{2} k^7 \right]$$

a ponieważ:

$$f_1 = \frac{\lambda^2}{2n}, \quad m_1 = 8k \left(\frac{\lambda}{h} \right)^2,$$

$$A_1 = 1 + 3k + 5k^2 + 7k^3 + 9k^4 + 11k^5 + 13k^6 + 15k^7,$$

zatem rzędne linii wpływowej x_1 będą:

$$\eta_7 = m_1 \left[\frac{1}{n} A_1 - k^7 \right]$$

$$\eta^5 = m_1 \left[\frac{3}{n} A_1 - k^5 (1 + 3k + 5k^2) \right]$$

$$\eta_6 = m_1 \left[\frac{9}{n} A_1 - k^6 (1 + 3k) \right] \quad \eta^4 = m_1 \left[\frac{4}{n} A_1 - k^4 (1 + 3k + 5k^2 + 7k^3) \right]$$

$$\eta_1 = m_1 \left[\frac{7}{n} A_1 - k (1 + 3k + 5k^2 + 7k^3 + 9k^4 + 11k^5 + 13k^6) \right]$$

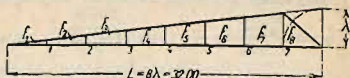


Fig. 419.

Linia wpływowa X_2 . Rozróżniamy tu dwa przypadki: 1. ciężar z prawej strony węzła 4., 2. ciężar z lewej strony węzła 4., i w zależności od tych przypadków obliczamy równania rzędnych linii wpływowej.

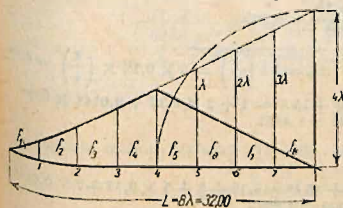


Fig. 420.

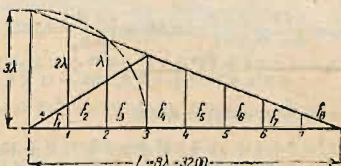


Fig. 421.

Ad 1 (fig. 420).

$$f_1 = 1 \frac{4\lambda^2}{2n} \quad f_2 = 3 \frac{4\lambda^2}{2n} = 3f_1 \quad f_3 = 5 \frac{4\lambda^2}{2n} = 5f_1 \quad f_4 = 7 \frac{4\lambda^2}{2n} = 7f_1$$

$$f_5 = 9 \frac{4\lambda^2}{2n} - \frac{\lambda^2}{2} = 9f_1 - \frac{\lambda^2}{2} \quad f_6 = 11 \frac{4\lambda^2}{2n} - 3 \frac{\lambda^2}{2} = 11f_1 - 3 \frac{\lambda^2}{2}$$

$$f_7 = 13 \frac{4\lambda^2}{2n} - 5 \frac{\lambda^2}{2} = 13f_1 - 5 \frac{\lambda^2}{2} \quad f_8 = 15 \frac{4\lambda^2}{2n} - 7 \frac{\lambda^2}{2} = 15f_1 - 7 \frac{\lambda^2}{2}$$

Równanie rzędnej linii wpływowej w węźle 4. będzie:

$$\eta_4 = \frac{k}{1-k^2} \frac{6}{\lambda^2} \left[f_1 (k^3 + 3k^2 + 5k + 7k + 9k + 11k^2 + 13k^3 + 15k^4) - \frac{\lambda^2}{2} (k + 3k^2 + 5k^3 + 7k^4) \right]$$

zatem:

$$f_1 = \frac{4\lambda^2}{2n}, \quad m_2 = \frac{3k}{1-k^2} \left(\frac{\lambda}{h} \right)^2,$$

$$A_1 = k^3 + 3k^2 + 5k + 7k + 9k + 11k^2 + 13k^3 + 15k^4,$$

zatem rzędne prawej gałęzi linii wpływowej będą:

$$\eta_7 = m_2 \left[\frac{1}{n} A_1 - k^4 \right]$$

$$\eta_6 = m_2 \left[\frac{9}{n} A_1 - k^3 (1 + 3k) \right]$$

$$\eta_5 = m_2 \left[\frac{8}{n} A_1 - k^2 (1 + 3k + 5k^2) \right]$$

$$\eta_4 = m_2 \left[\frac{3}{n} A_1 - k (1 + 3k + 5k^2 + 7k^3) \right]$$

Łd 2 (fig. 421).

$$f_3 = 1 \frac{3 \lambda^2}{2n} \quad f_7 = 3 \frac{3 \lambda^2}{2n} = 3f_3 \quad f_5 = 5 \frac{3 \lambda^2}{2n} = 5f_3 \quad f_9 = 7 \frac{3 \lambda^2}{2n} = 7f_3$$

$$f_4 = 9 \frac{3 \lambda^2}{2n} = 9f_3 \quad f_8 = 11 \frac{3 \lambda^2}{2n} - \frac{\lambda^2}{2} = 11f_3 - \frac{\lambda^2}{2}$$

$$f_2 = 13 \frac{3 \lambda^2}{2n} - 3 \frac{\lambda^2}{2} = 13f_3 - 3 \frac{\lambda^2}{2} \quad f_1 = 15 \frac{3 \lambda^2}{2n} - 5 \frac{\lambda^2}{2} = 15f_3 - 5 \frac{\lambda^2}{2}$$

$$\eta_3 = \frac{k}{1-k^2} \frac{6}{k^2} \left[f_3 (15k^3 + 13k^2 + 11k + 9 + 7k + 5k^2 + 3k^3 + k^4) - \frac{\lambda^2}{2} (5k^3 + 3k^2 + k) \right];$$

podstawiając zaś: $f_3 = \frac{3 \lambda^2}{2n}, \quad m_2 = \frac{3k}{1-k^2} \left(\frac{\lambda}{h} \right)^2,$

$$B_4 = 15k^3 + 13k^2 + 11k + 9 + 7k + 5k^2 + 3k^2 + 3k^3 + k^4,$$

otrzymany równania rzędnych linii wpływowych:

$$\eta_3 = m^2 \left[\frac{3}{n} B_4 - k(1 + 3k + 5k^2) \right] \quad \eta_2 = m_2 \left[\frac{2}{n} B_4 - k^2(1 + 3k) \right] \quad \eta_1 = m_2 \left[\frac{1}{n} B_4 - k^3 \right].$$

W podobny sposób obliczamy rzędne linii wpływowych dla X_2, X_3 .

Obliczenie analityczne rzędnych linii wpływowych sił normalnych przeprowadzamy schematycznie, obliczając wartości pomocnicze, a następnie zestawiając wartości rzędnych w tabeli:

$$2 = 2 + \frac{6\lambda}{h} \frac{J}{Jd} = 2 + \frac{6 \times 4}{4} \times \frac{1}{1} = 8$$

$$k = 0,5 (a - \sqrt{a^2 - 4}) = 0,5 (8 - \sqrt{8^2 - 4}) = 0,12$$

$$k^2 = 0,0144, \quad k^3 = 0,0017, \quad k^4 = 0,0002, \quad k^5 = 0,0000,$$

$$1 - k^2 = 0,9856, \quad \frac{3k}{1-k^2} = \frac{3 \times 0,12}{0,9856} = 0,365$$

$$m_2 = \frac{3k}{1-k^2} \left(\frac{\lambda}{h} \right)^2 = 0,365 \times \left(\frac{4}{4} \right)^2 = 0,365 \quad m_1 = 3k \left(\frac{\lambda}{h} \right)^2 = 3 \times 0,12 \times \left(\frac{4}{4} \right)^2 = 0,36$$

$$A_1 = 1 + 3k + 5k^2 + 7k^3 + 9k^4 + 11k^5 + 13k^6 + 15k^7 = 1 + 3 \times 0,12 + 0,0144 \times 5 + 7 \times 0,0017 + 9 \times 0,0002 + 11 \times 0,0000 = 1,4457$$

$$\frac{1}{n} A_1 = \frac{1}{8} \times 1,4457 = 0,1807$$

$$A_2 = k + 3 + 5k + 7k^2 + 9k^3 + 11k^4 + 13k^5 + 15k^6 = 0,12 + 3 + 5 \times 0,12 + 7 \times 0,0144 + 9 \times 0,0017 + 11 \times 0,0002 + 13 \times 0,0000 = 3,8383$$

$$\frac{1}{n} A_2 = \frac{1}{8} \times 3,8383 = 0,4797$$

$$B_2 = 15k + 13 + 11k + 9k^2 + 7k^3 + 5k^4 + 3k^5 + k^6 = 15 \times 0,12 + 13 + 11 \times 0,12 + 9 \times 0,0144 + 7 \times 0,0017 + 5 \times 0,0002 + 3 \times 0,0000 = 16,2625$$

$$\frac{1}{n} B_2 = \frac{1}{8} \times 16,2625 = 2,0328$$

$$A_3 = k^2 + 3k + 5 + 7k + 9k^2 + 11k^3 + 13k^4 + 15k^5 = 0,0144 + 3 \times 0,12 + 5 + 7 \times 0,12 + 9 \times 0,0144 + 11 \times 0,0017 + 13 \times 0,0002 + 15 \times 0,0000 = 6,3653$$

$$\frac{1}{n} A_3 = \frac{1}{8} \times 6,3653 = 0,7956$$

$$B_3 = 15k^2 + 13k + 11k + 9k + 7k^2 + 5k^3 + 3k^4 + k^5 = 15 \times 0,0144 + 13 \times 0,12 + 11 \times 0,12 + 9 \times 0,12 + 7 \times 0,0144 + 5 \times 0,0017 + 3 \times 0,0002 + 0,0000 = 14,9574$$

$$\frac{1}{n} B_3 = \frac{1}{8} \times 14,9574 = 1,8696$$

$$A_4 = k^3 + 3k^2 + 5k + 7 + 9k + 11k^2 + 13k^3 + 15k^4 = 0,0017 + 3 \times 0,0144 + 5 \times 0,12 + 7 + 9 \times 0,12 + 11 \times 0,0144 + 13 \times 0,0017 + 15 \times 0,0002 = 8,9084$$

$$\frac{1}{n} A_4 = \frac{1}{8} \times 8,9084 = 1,1135$$

$$B_4 = 15k^3 + 13k^2 + 11k + 9 + 7k + 5k^2 + 3k^3 + k^4 = 15 \times 0,0017 + 13 \times 0,0144 + 11 \times 0,12 + 9 + 7 \times 0,12 + 5 \times 0,0144 + 3 \times 0,0017 + 0,0002 = 11,4500$$

$$\frac{1}{n} B_4 = \frac{1}{8} \times 11,4500 = 1,4312$$

$$\begin{aligned}
 1 + 3k &= 1 + 3 \times 0,12 = 1,36 \\
 1 + 3k + 5k^2 &= 1,36 + 5 \times 0,0144 = 1,432 \\
 1 + 3k + 5k^2 + 7k^3 &= 1,432 + 7 \times 0,0017 = 1,4439 \\
 1 + 3k + 5k^2 + 7k^3 + 9k^4 &= 1,4439 + 9 \times 0,0002 = 1,4457
 \end{aligned}$$

Rzędne linii wpływowych sił normalnych X_r w pasach:

Punkt	Rzędne linii wpływowych			
	X_1	X_2	X_3	X_4
0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,3929	0,6982	0,6771	0,5218
2	0,8828	0,9872	1,3052	1,0876
3	0,8244	0,8679	1,3886	1,5046
4	0,2601	0,6994	1,1640	1,5625
5	0,2052	0,5252	0,8703	1,2118
6	0,1801	0,3465	0,5807	0,8120
7	0,0651	0,1751	0,2904	0,4064
8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Linie wpływowe sił normalnych w pasach na podstawie powyżej obliczonych rzędnych naniesiono na fig. 418. Siły normalne w pasie górnym otrzymują znak $-$, w pasie dolnym znak $+$.

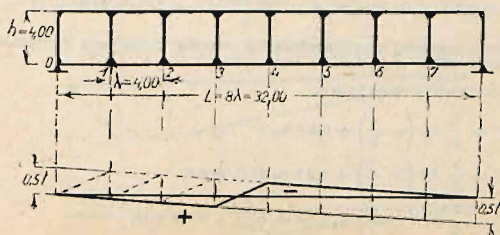


Fig. 422.

Ogólnie możemy napisać równanie rzędnych linii wpływowych sił normalnych wzorem:

$$\eta_{\xi} = \frac{n - \xi}{n} A_r^0 - a_{\xi} r \quad \text{dla } \xi \geq r,$$

$$\eta_{\xi} = \frac{\xi}{n} B_r^0 - \beta_{\xi} r \quad \text{dla } \xi \leq r - 1,$$

$$A_r^0 = m_r A_r; \quad B_r^0 = m_r B_r.$$

przezom:

Linie wpływowe sił poprzecznych w pasach. Dla założenia $J_g = J_d = J$ otrzymujemy $y_r = 0,5 T_r$ dla obu pasów. Zatem linię wpływową sił poprzecznych kreśliśmy jak dla belki wolno podpartej przy obciążeniu pośrednim, z tą różnicą, że odcinamy na podporze zamiast wielkości 1,0*l*, tylko 0,5*l*. Linie wpływowe sił poprzecznych w pasach wykreślono na fig. 422.

Linie wpływowe momentów w pasach. Dla przyjętego założenia otrzymujemy $M_{rx} = 0,5 (M_{orx} - X_r h)$. Mając zatem wyznaczone wielkości X_r , możemy łatwo wykreślić linię wpływową momentów w pasach jako różnicę M_{orx} i $X_r h$, jednakowoż przez odpowiednie przekształcenie możemy obliczyć wprost wielkości rzędnych linii wpływowych momentów. Oznaczając przez y_{ξ} rzędno linię wpływowej momentów w belce wolno podpartej, otrzymamy równanie jej rzędnych:

$$y_{\xi} = \frac{n - \xi}{n} a_{\xi} \quad \text{dla } \xi \geq r, \quad \text{oraz} \quad y_{\xi} = \frac{\xi}{n} b_{\xi} \quad \text{dla } \xi \leq r - 1,$$

przezom:

$$a_{\xi} = (2r - 1 + \varphi) \frac{\lambda}{2} \quad b_{\xi} = [2(n - r) + 1 - \varphi] \frac{\lambda}{2} \quad X = \varphi \frac{\lambda}{2};$$

Równanie więc rzędnych linii wpływowych momentów w pasach będzie:

$$\eta_{\xi}' = 0,5 (y_{\xi} - \eta_{\xi} h),$$

po podstawieniu zaś wartości za $y\xi$ i $\eta\xi$ otrzymamy:

$$\eta\xi' = \frac{n-\xi}{n} A' r x + \alpha' \xi r \quad \text{dla } \xi \geq r,$$

$$\eta\xi' = \frac{\xi}{n} B' r x + \beta' \xi r \quad \text{dla } \xi \leq r-1,$$

przekodem:

$$A' r x = (\varphi - R' A r) \frac{\lambda}{4} \quad B' r x = -(\varphi - R' B r) \frac{\lambda}{2}$$

$$R' A r = \mu_a k^r - \nu_a k^{n-r} \quad R' B r = \nu_b k^r - \mu_b k^{n-r}$$

$$\mu_a = \frac{1}{1-k} \quad \mu_b = k \mu_a \quad \nu_b = \frac{2n}{1+k} + \frac{1}{1-k} \quad \nu_a = k \nu_b$$

$$\alpha_r' = 0,5 h \alpha \xi_r \quad \beta \xi_r' = 0,5 h \beta \xi_r;$$

dla otrzymania lewego momentu węzłowego pola r należy w powyższych równaniach podstawić: $X = -\frac{1}{2}\lambda$, $\varphi = -1$, zaś dla prawego momentu węzłowego pola r : $X = +\frac{1}{2}\lambda$, $\varphi = +1$,
Zatem otrzymamy dla:

lewego momentu węzłowego

$$A_r' (-\frac{1}{2}\lambda) = -(1 + R' A r) \frac{1}{4}\lambda$$

$$B_r' (-\frac{1}{2}\lambda) = +(1 + R' B r) \frac{1}{4}\lambda$$

prawego momentu węzłowego

$$A_r' (+\frac{1}{2}\lambda) = +(1 - R' A r) \frac{1}{4}\lambda$$

$$B_r' (+\frac{1}{2}\lambda) = -(1 - R' B r) \frac{1}{4}\lambda$$

Na podstawie powyżej wyprowadzonych wzorów ustawiamy równania rzędnych linii wpływowych momentów w pasach.

a) Lewe momenty węzłowe.

Węzeł 1. $\eta_1' = \frac{1}{8} A_1' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_1 k^7$

$$\eta_6' = \frac{2}{8} A_1' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_1 k^6 (1 + 3k)$$

$$\eta_3' = \frac{8}{8} A_1' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_1 k^5 (1 + 3k + 5k^2)$$

$$\eta_4' = \frac{4}{8} A_1' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_1 k^4 (1 + 3k + 5k^2 + 7k^3)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\eta_{11}' = \frac{7}{8} A_1' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_1 k (1 + 3k + 5k^2 + 7k^3 + 9k^4 + 11k^5 + 13k^6)$$

Węzeł 4. $\eta_7' = \frac{1}{8} A_4' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_2 k^4$

$$\eta_6' = \frac{2}{8} A_4' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_2 k^3 (1 + 3k)$$

$$\eta_3' = \frac{8}{8} A_4' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_2 k^2 (1 + 3k + 5k^2)$$

$$\eta_4' = \frac{4}{8} A_4' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_2 k (1 + 3k + 5k^2 + 7k^3)$$

$$\eta_5' = \frac{8}{8} B_4' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_2 k (1 + 3k + 5k^2)$$

$$\eta_2' = \frac{2}{8} B_4' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_2 k^2 (1 + 3k)$$

$$\eta_1' = \frac{1}{8} B_4' \left(-\frac{\lambda}{2}\right) + 0,5 h m_2 k^3.$$

b) Prawe momenty węzłowe. Równania rzędnych linii momentów pozostają te same co dla lewych momentów węzłowych z tą zmianą, że zamiast $A_r' (-\frac{1}{2}\lambda)$ i $B_r' (-\frac{1}{2}\lambda)$ należy wprowadzić $A_r' (+\frac{1}{2}\lambda)$ i $B_r' (+\frac{1}{2}\lambda)$; w ten sam sposób obliczamy linie wpływowe dla momentów w węzłach 2 i 3.

Obliczenie wartości pomocniczych:

$$1 - k = 0,88, \quad 1 + k = 1,12$$

$$\mu_a = \frac{1}{1 - k} = 1,1363 \quad \mu_b = k \mu_a = 0,1386$$

$$v_b = \frac{2n}{1 + k} + \frac{1}{1 - k} = 13,1494 \quad v_a = k v_b = 1,5779$$

$$R'_{A_1} = 1,1363 \times 0,12 - 1,5779 \times 0,12^2 = 0,1363$$

$$R'_{A_2} = 1,1363 \times 0,12^2 - 1,5779 \times 0,12^3 = 0,0164$$

$$R'_{A_3} = 1,1363 \times 0,12^3 - 1,5779 \times 0,12^4 = 0,0019$$

$$R'_{A_4} = 1,1363 \times 0,12^4 - 1,5779 \times 0,12^5 = 0,0001$$

$$R'_{B_2} = 13,1494 \times 0,12^2 - 0,1386 \times 0,12^3 = 0,1894$$

$$R'_{B_3} = 13,1494 \times 0,12^3 - 0,1386 \times 0,12^4 = 0,0237$$

$$R'_{B_4} = 13,1494 \times 0,12^4 - 0,1386 \times 0,12^5 = 0,0026$$

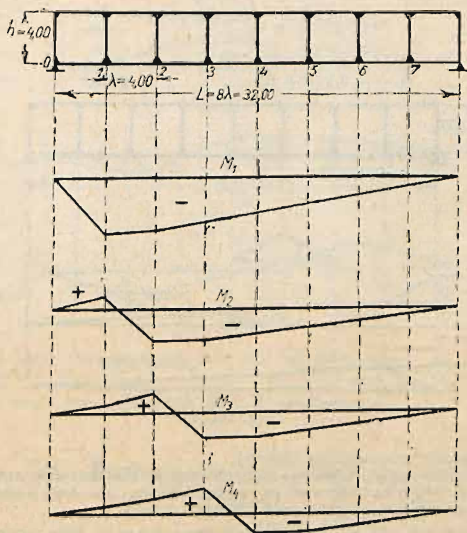


Fig. 423.

$$A_1' \left(-\frac{\lambda}{2} \right) = -(1 + 0,1363) \frac{4,0}{4} = -1,1363 \quad B_3' \left(-\frac{\lambda}{2} \right) = +(1 + 0,0237) \frac{4,0}{4} = 1,0237$$

$$A_2' \left(-\frac{\lambda}{2} \right) = -(1 + 0,0164) \frac{4,0}{4} = -1,0164 \quad A_4' \left(-\frac{\lambda}{2} \right) = -(1 - 0,0001) \frac{4,0}{4} = -0,9999$$

$$B_2' \left(-\frac{\lambda}{2} \right) = +(1 + 0,1894) \frac{4,0}{4} = 1,1894 \quad B_4' \left(-\frac{\lambda}{2} \right) = +(1 + 0,0026) \frac{4,0}{4} = 1,0026$$

$$A_4' \left(-\frac{\lambda}{2} \right) = -(1 + 0,0019) \frac{4,0}{4} = -1,0019.$$

Linje wpływowe lewych momentów węzłowych w pasie dolnym wykreślono na fig. 423. na podstawie powyżej obliczonych rzędnych.

Linje wpływowe sił normalnych w słupach. Siły normalne w słupach obliczamy na zasadzie równania:

$$n_r = \frac{1}{4} (Y_r - Y_r + 1) \quad \begin{array}{l} - \text{ dla pomostu dołem,} \\ + \quad \quad \quad \quad \quad \text{ " " " góra.} \end{array}$$

z relacji tej wynika, że chcąc otrzymać linje wpływowowe momentów w słupie należy pomnożyć rzędne linij wpływowych sił poprzecznych w słupie przez połowę wysokości słupa, lub też odczytywać wprost w zmienionej odpowiednio skali wysokości.

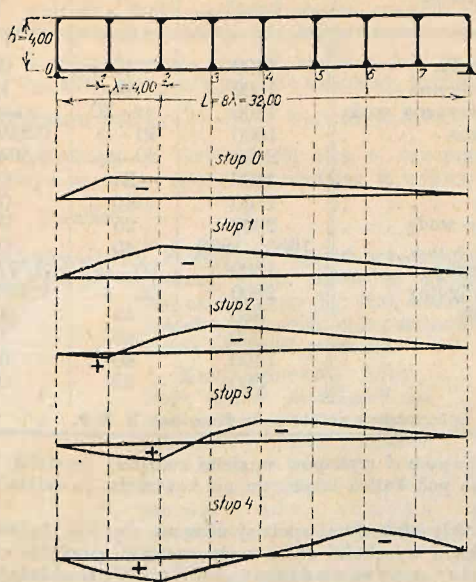


Fig. 425.

W naszym przypadku należy rzędne linij sił poprzecznych pomnożyć przez 2, gdyż $m_r \pm \frac{1}{2}h = \pm 0,5 \times 4 t_r = 2 t_r$.

Moment w stopie słupa otrzymuje znak +, w głowicy —.

VII. Budowle ziemne i mury oporowe.

Napisał

inż. dr. Jan Bogucki,

profesor politechniki, Lwów.

Równowaga stoków. Stoki nasypów z luźnych materiałów (nie tylko ziemne, lecz także np. węgla, zboża) utrzymują się w równowadze stałej pod działaniem ciężaru własnego cząstek G i oporu tarcia T , które przeciwdziałają składowej ciężaru P , działającej wzdłuż pochyłości stoku (fig. 426). Tarcie T przyjmujemy proporcjonalne do nacisku Q , a więc $T = f \cdot Q$, nazywając f współczynnikiem tarcia. Dla równowagi będzie $T = P = Q \operatorname{tg} \alpha$; stąd graniczny kąt równowagi odpowiada równaniu $\operatorname{tg} \alpha = f$ i nazywa się kątem tarcia lub kątem zesypu; oznaczamy go zwykle ρ , więc $\operatorname{tg} \rho = f$.

Wartości f i ρ , wyznaczone doświadczalnie (podgartując dany materiał w stoku), zestawione są w tablicy I. wraz z ciężarem jednostkowym γ danego materiału.

Stok ziemny, nachylony pod kątem tarcia do poziomu, nazywamy sto-kiem naturalnym. Dla nasypów ziemnych przyjmujemy zwykle $\rho = 34^\circ$,

$$\operatorname{tg} \rho = 0,67 = \frac{2}{3}.$$