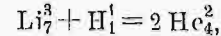


jąca wydaje się metoda stosowana ostatnio, polegająca na użyciu drgań elektrycznych wysokiej częstości. Napięcie może być przy tem niewielkie, np. rzędu 10 tysięcy woltów, jednak cząstka rozprędzona w takim szybko zmiennym polu elektrycznym przedostaje się w inną okolicę pola, w której dzięki umiejętnej synchronizacji ruchu cząstki z okresem drgań doznaje ponownego przyśpieszenia, przebiegając po raz drugi tę samą różnicę potencjału. Przez wielokrotne zastosowanie tego procesu cząstka uzyskać może energję kinetyczną taką samą, jaką zdobyłaby, gdyby napięcie było wiele razy większe od napięcia użytego w rzeczywistości.

Metod tych nie stosowano dotąd do cząstek  $\alpha$ , zresztą nie wyszły one jeszcze z fazy przygotowawczej. Niema jednak żadnej racji do przypuszczenia, że tylko cząstka  $\alpha$  powołana jest do wtargnięcia do jądra i spowodowania jego przemiany. Proste rozumowanie wskazuje, że heljony nie są wcale najdogodniejszymi czynnikami dezintegracji; jeżeli dotąd posługiwano się wyłącznie niemi, to po prostu dlatego, że nie rozporządzano żadnymi innymi, bardziej stosownymi. Np. proton, dzięki swemu mniejszemu nabożowi, ma do przewyższenia dwa razy mniejszą wysokość wału potencjału i powinien być zdolny do przeniknięcia w jądro nawet wtedy, gdy jego energia jest mniejsza od energii heljonu. Wychodząc z tego założenia, lord Rutherford zorganizował w Cavendish Laboratory na wielką skalę badania, zmierzające ku rozbiciu pierwiastków zapomocą protonów. Współpracownicy jego Cockroft i Walton zbudowali aparaturę, w której zapomocą układu zbudulatorów, prostowników i kondensatorów można było osiągnąć z górą milion woltów. Napięcie to przykładali do elektrod rury próżniowej, do której przenikały protony, pochodzące z wyładowania w rurce Geislera wypełnionej wodorem, a łączące się z główną rurą. Protony te, rozprędzone w potężnym polu elektrycznym, skierowywano na różne pierwiastki w celu osiągnięcia ich dezintegracji. Doświadczenia te zostały uwiecznione powodzeniem, które niewątpliwie przewyższyło oczekiwania eksperymentatorów. Okazało się bowiem, że protony zdolne są rozbić jądra niemal wszystkich pierwiastków, od najlżejszych do najcięższych, od litu do uranu włącznie, a co najbardziej jest zadziwiające, dezintegracja zachodzi już wtedy, gdy ener-

gja kinetyczna protonów jest względnie niewielka, np. gdy wynosi 125 tysięcy wolt-elektronów. We wszystkich dezintegracjach tego typu proton, jak się zdaje, zostaje uwięziony w jądrze i następuje jednocześnie emisja cząstki  $\alpha$ . Jest to więc odwrócenie dezintegracji, wywoływanej przez cząstki  $\alpha$ . Fizycy angielscy zdołali dotąd zbadać bardziej szczegółowo dezintegrację litu. Lit rozpada się według następującego wzoru alchemicznego:



Zatem jądro utworzone przez syntezę jądra litu i protonu rozpada się na dwa heljony. Obie cząstki dezintegracyjne, jako posiadające tę samą masę, zyskują przy tem prędkości jednakowe i skierowane odwrotnie. Energia tych cząstek przewyższa wielokrotnie energję protonu, sprawcy dezintegracji. Jest ona rzędu 8-miu milionów wolt-elektronów. Ta reakcja alchemiczna wydziela zatem daleko więcej energii, niż w nią włożono. Ten zadziwiający wynik tłumaczy się tak prosto z punktu widzenia zasady równoważności masy i energii, że możemy uważać go za jeden z najświetniejszych triumfów myśli teoretycznej, jakimi pochlubić się może fizyka. W istocie masa jądra litu wynosi 7,0104, masa protonu 1,0072, masa dwu heljonów 8,0022, widzimy zatem, że wspomniana reakcja związana jest z utratą masy, wynoszącą 0.0154, co odpowiada 14 milionom wolt-elektronów. Ponieważ energia ta dzieli się równo pomiędzy dwa powstające heljony, zgodność teorii z doświadczeniem jest doskonała.

Ogólnie biorac, jest rzeczą zrozumiałą, że proton jest łatwo wchłaniany przez jądra. Jak wiemy bowiem z krzywej Astona, masa protonu swobodnego jest zawsze znacznie większa od masy protonu związanego w jądrze nawet najcięższym i synteza protonowa zachodzi ze znacznym wydzielaniem energii. Natomiast zadziwiającym i dotąd niewyjaśnionym jest fakt, że do jądra przenikać mogą protony o tak małej energii kinetycznej. Jest rzeczą prawdopodobną, że nasze wiadomości teoretyczne o budowie jądra, o roli wału potencjału i rezonansu jądrowego są jeszcze bardzo niedoskonałe. W chwili obecnej głoś należy do doświadczenia. W ciągu ostatnich miesięcy odkrycia pierwszorzędnej doniosłości mnożą się w tak szybkim tempie, że uzasadnioną jest nadzieja, iż w niedługim czasie zdołamy wyjaśnić w zupełności zagadkę jądra.

## Wpływ kierunku siły na dowolną wielkość mechaniczną

Napisał Stefan Bryła.

Niechaj siła skupiona  $P$  zaczepia w pewnym punkcie  $F$  jakiegoś ustroju sprężystego i działa pod kątem  $\alpha$  do poziomu. Siła ta powoduje w różnych punktach ustroju pewien stan odkształceń i pewien stan naprężeń. W pewnych przekrojach pomyślanych powstaną pewne siły osiowe, siły poprzeczne i momenty. W punktach zetknięcia się ze sztywnymi podporami ustrój dozna pewnych oddziaływań.

Wszystkie wymienione wielkości są funkcjami siły  $P$  i kąta  $\alpha$ .

Niektóre z tych wielkości, np. reakcje, są wektorami, t. j. określone są natężeniem i kierunkiem. Inne mają tylko natężenie i znak, np. składowa reakcji w pewnym, ściśle określonym kierunku, przesunięcie w pewnym określonym kierunku, siła osiowa w pręcie, siła poprzeczna w pewnym przekroju, moment zgięcia względem pewnej osi.

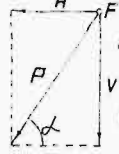
Wielkość taka ma zatem pewną wartość absolutną (natężenie i pewien znak), t. j. może być dodatnią lub ujemną, kierunek jej zaś jest niezmienny, t. j. niezależny od kierunku siły  $P$ . Zajmiemy

się przede wszystkim tym rodzajem wielkości mechanicznych. Wielkości, posiadające kierunek zmienny, możemy rozłożyć na dwie składowe, posiadające dwa dowolnie ustalone kierunki, a więc sprowadzić badanie ich do badania wielkości mechanicznych o kierunku stałym.

Wielkość tę nazwijmy skutkiem. Skutków tych jest zatem bardzo wiele. Weźmy jeden z nich  $S$ . Dla danego  $P$  jest  $S$  funkcją  $\alpha$ , więc

$$S = f(\alpha).$$

Obierzmy dwa kierunki działania siły  $P$  wzajemnie prostopadłe, np. kierunek pionowy,  $\alpha=90^\circ$ , z góry na dół (ciężar) i kierunek poziomy od strony prawej do lewej,  $\alpha=0$ , i rozłóżmy siłę  $P$  (rys. 1) na składowe



Rys. 1.

$$H = P \cos \alpha, \dots \dots \dots (1)$$

$$V = P \sin \alpha. \dots \dots \dots (2)$$

Gdyby działała tylko siła pozioma  $H$ , to skutek byłby

$$S_h = z H. \dots \dots \dots (3)$$

Gdyby zaś działała tylko siła pionowa  $V$ , byłoby

$$S_v = \lambda V, \dots \dots \dots (4)$$

o ile zakładamy proporcjonalność przyczyny i skutku, t. j. prawo superpozycji.  $z$  i  $\lambda$  są tu współczynnikami proporcjonalności. O ile skutek  $S$  ma wymiar siły, to  $z$  i  $\lambda$  są wielkościami bezwymiarowymi. W ogólności wymiar ich wyniku z równań 3) i 4).

Ponieważ działają równocześnie siły  $H$  i  $V$ , więc na podstawie prawa superpozycji jest

$$S = S_h + S_v \dots \dots \dots (5)$$

Podstawmy 3) i 4) w 5), to z uwagi na 1) i 2) będzie

$$S = P (z \cos \alpha + \lambda \sin \alpha) \dots \dots \dots (6)$$

Nazwijmy

$$\frac{z}{\lambda} = \operatorname{tg} \varphi = t, \dots \dots \dots (7)$$

$$\text{to } \sec \varphi = \sqrt{1 + t^2}, \dots \dots \dots (8)$$

$$\text{albo } \sec \varphi = \frac{1}{\lambda} \sqrt{z^2 + \lambda^2}. \dots \dots \dots (9)$$

$$S = P \lambda \rho, \dots \dots \dots (10)$$

przyczem

$$\rho = \sin \alpha + \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha = \sec \varphi (\sin \alpha \cos \varphi + \cos \alpha \sin \varphi) = \sec \varphi \sin (\alpha + \varphi).$$

Podstawmy to w (10), to z uwagi na (9), jeżeli

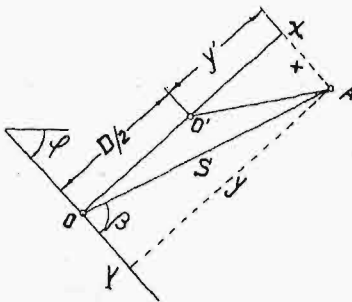
$$D = P \sqrt{z^2 + \lambda^2}, \dots \dots \dots (11)$$

$$\text{będzie } S = D \sin (\varphi + \alpha). \dots \dots \dots (12)$$

W zależności od  $\alpha$  zmienia się zatem  $S$  według sinusoidy.

Nazwijmy  $\beta = \alpha + \varphi$ ,

$$\text{to } S = D \sin \beta. \dots \dots \dots (13)$$



Rys. 2.

$$A Y = y = S \sin \beta \dots \dots \dots (14)$$

$$A X = x = S \cos \beta. \dots \dots \dots (15)$$

Poprowadźmy oś  $OY$  odchyloną w dół o  $\angle \varphi$  od poziomu i wykreślmy  $OA = S$  pod kątem  $\beta$  do osi  $OY$  (rys. 2), to  $S$  i  $\beta$  są współrzędnymi biegunowymi punktu  $A$ . Jest więc:

Niech  $OO' \perp OY$   
i  $OO' = \frac{1}{2} D$ .  
Nazwijmy  $XO' = y'$  i  $x' = x$ ,  
to  $y' = y - \frac{D}{2}$ ,

$$\text{zaś } x'^2 + y'^2 = x^2 + y^2 - yD + \left(\frac{D}{2}\right)^2 \dots \dots (16)$$

Ale według (14) i (15) jest

$$y^2 + x^2 = S^2, \dots \dots \dots (17)$$

zaś według (14) i (13) jest także

$$yD = S^2. \dots \dots \dots (18)$$

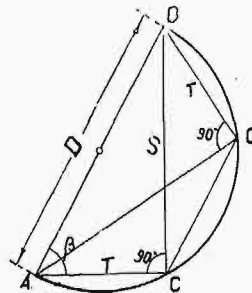
Podstawmy (17) i (18) w (16), to otrzymamy

$$x'^2 + y'^2 = \left(\frac{1}{2} D\right)^2.$$

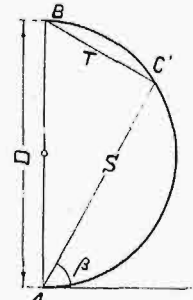
Zatem punkt  $A$  leży na kole o promieniu  $\frac{D}{2}$ , poprowadzonym ze środka  $O'$ , czyli stycznym do  $Ox$  w p.  $O$ .

Wynika to zresztą wprost z geometrycznego rozważania. Jeżeli  $T = D \cos \beta$ ,

to  $D$  jest przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego  $ABC$  (rys. 3), którego przyprostokątne są  $S$  i  $T$ . Zatem  $D$  jest średnicą koła opisanego na trójkącie  $ABC$ . Więc i wierzchołek  $C'$  kąta prostego w trójkącie  $AC'B$  na tej samej przeciwprostokątnej  $AB$  i o przyprostokątnych  $AC' = S$  i  $BC' = T$  leży na tem samym kole. Obróćmy trójkąt  $AC'B$  tak, aby średnica  $AB$  była pionowa, to bok  $AC'$  staje się szukanym promieniem wodzącym, a więc  $C'$  leży na kole o średnicy  $D$ . Zależność  $S$  i  $\beta$  w spólrzędnych biegunowych wyraża się kołem stycznym do osi  $Ox$  (rys. 2), nachylonej do poziomu pod kątem  $\varphi$ . Jeżeli  $\beta < 0$  albo  $\beta > \pi$ , to  $S < 0$ . Zatem ujemnym wartościom  $S$  odpowiada drugie koło po przeciwnej stronie osi  $Ox$ , która jest wspólną styczną obu kół (rys. 5). Mamy tedy ogólne prawo:



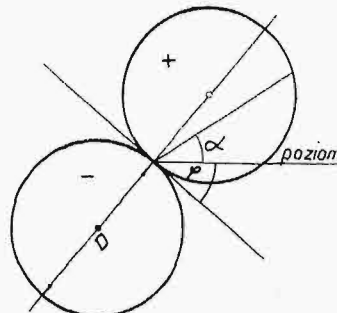
Rys. 3.



Rys. 4.

Jeżeli do danego ustroju zasada superpozycji się stosuje, to jakakolwiek wielkość mechaniczna  $S$  (ugięcie, siła wewn. w prętach, reakcja pionowa, moment zgięcia, siła poprzeczna, naprężenie) cha-

rakteryzująca się natężeniem i znakiem, wywołana siłą  $P$ , zaczepiającą w pewnym punkcie ustroju pod kątem  $\alpha$  do poziomu, da się wyrazić w spólrzędnych biegunowych  $S = f(\alpha)$  jako dwa koła o tej samej średnicy  $D$  styczne do siebie od zewnątrz, przyczem  $D = S \max$ .



Rys. 5.

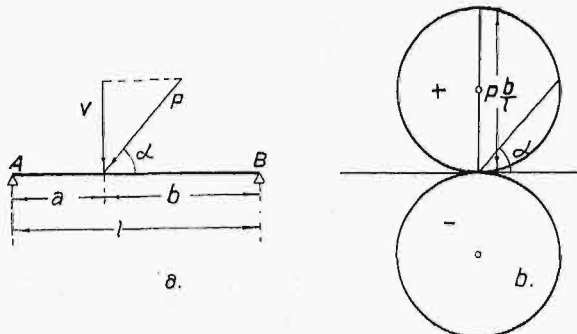
Przykłady:

1. Belka wolno podparta (rys. 6a).

$$\text{Reakcja } A = V = \frac{b}{l} P \sin \alpha$$

$$\text{Dla } \alpha = \frac{\pi}{2}, A_{\max} = \frac{b}{l} P = D,$$

więc  $A = D \sin \alpha$  (rys. 6b).



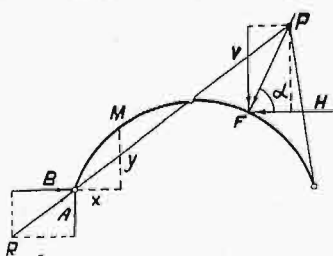
Rys. 6 a i b.

Moment w punkcie działania siły P wynosi  $M = Aa = D' \sin \alpha$ , jeżeli  $D' = Da$ . I tu stosuje się rys. 6b, tylko w innej skali, w której  $D = D'$ . Tak samo moment w dowolnym punkcie belki (rys. 6a), siłę poprzeczną lub ugięcie w zależności od  $\alpha$ , wyraża rys. 6b w odpowiedniej skali.

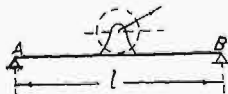
2. Łuk trójprzegubowy (rys. 7).

Jako skutek siły P, zaczepiającej w dowolnym punkcie F prawej połowy łuku, rozpatrzmy moment zgięcia w przekroju M(x, y) lewej połowy.

Moment ten zależy od lewej reakcji R. Rozłożymy ją na składowe A i B. Składowa pionowa



Rys. 7.



Rys. 8.

$$A = \lambda' H + \lambda'' V$$

Składowa pozioma

$$B = \lambda'' H + \lambda' V,$$

przyczem

$$H = P \cos \alpha$$

$$V = P \sin \alpha,$$

zaś  $\lambda'$ ,  $\lambda''$  i  $\lambda'$ ,  $\lambda''$  są odpowiednimi współczynnikami proporcjonalności. Według rys. 7:

$$M = Ax - By.$$

Wprowadźmy kąty  $\varphi'$  i  $\varphi''$  według równań:

$$\text{tg } \varphi' = \frac{\lambda'}{\lambda''}, \quad \text{tg } \varphi'' = \frac{\lambda''}{\lambda'}$$

to

$$A = P (\lambda' \cos \alpha + \lambda'' \sin \alpha) =$$

$$= P \sqrt{\lambda'^2 + \lambda''^2} \sin (\alpha + \varphi'),$$

zaś

$$B = P \sqrt{\lambda'^2 + \lambda''^2} \sin (\alpha + \varphi'').$$

Zatem

$$M = P [x' \sin (\alpha + \varphi') - y' \sin (\alpha + \varphi'')], \quad (a)$$

przyczem

$$x' = x \sqrt{\lambda'^2 + \lambda''^2}$$

$$y' = y \sqrt{\lambda'^2 + \lambda''^2}.$$

Ale

$$\sin (\alpha + \varphi') = \sin \alpha \cos \varphi' + \cos \alpha \sin \varphi'$$

$$\sin (\alpha + \varphi'') = \sin \alpha \cos \varphi'' + \cos \alpha \sin \varphi'',$$

więc według (a)

$$\frac{M}{P} = \lambda''' \cos \alpha + \lambda'''' \sin \alpha,$$

przyczem

$$\lambda''' = x' \sin \varphi' - y' \sin \varphi''$$

$$\lambda'''' = x' \cos \varphi' - y' \cos \varphi''.$$

Wreszcie

$$M = P \sqrt{\lambda''''^2 + \lambda''''^2} \sin (\alpha + \varphi'''), \quad (b)$$

jeżeli

$$\text{tg } \varphi''' = \lambda'''' : \lambda''''.$$

Dostaliśmy więc i tu wzór (b) zgodny zasadniczo z równaniem (12).

### Wnioski:

1) Jakakolwiek wielkość mechaniczna M w dowolnym ustroju ma tę własność, że dla każdego punktu jako zaczepienia siły istnieją dwa kierunki wzajemnie prostopadłe: gdy siła działa w jednym z nich, to  $M = 0$ , gdy zaś w drugim, to  $M = \max$ .

2) Jeżeli dla pewnego  $\alpha$  pewna wielkość jest zerem, to i dla  $\alpha = \pm 180^\circ$ , t. j. dla kierunku wprost przeciwnego jest ona również = 0. Natomiast dla  $\alpha = \pm 90^\circ$  staje się ona bezwzględnie największą.

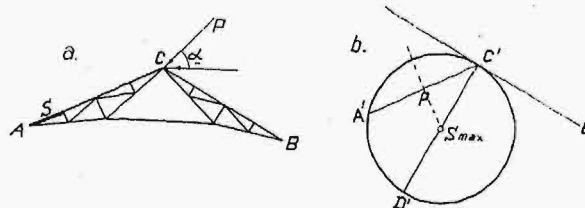
3) Dla dowolnego punktu ustroju i dla dowolnej wielkości mechanicznej tego ustroju istnieje zawsze pewien kierunek działania siły, dla którego wielkość ta jest = 0. To samo zachodzi dla kierunku wprost przeciwnego. Dla kierunków zaś prostopadłych wielkość ta osiąga swoje maximum dodatnie (+), względnie ujemne (-).

Niemożliwe są więc takie dwa kierunki nieprostopadłe do siebie, dla jednego z których wielkość M byłaby równa zeru, dla drugiego zaś największą.

4) Jeżeli na pewien punkt belki, albo na dowolny ustrój działa siła o stałej wielkości, ale o zmiennym kierunku, to powoduje ona we wszystkich wielkościach mechanicznych tego ustroju, mających niezmienny kierunek, zmianę od 0 aż do + max, i następnie od + max do 0, dalej od 0 do - max i od - max do 0, za każdym pełnym obrotem kierunku siły.

### Przykłady zastosowania.

Przykład 1. Znaleźć S max, gdy P jest w C (rys. 9a). Jeżeli siła P wpada w kierunek CB, to  $S = 0$ . Jeżeli siła P wpada w kierunek AC, to  $S = P$ .



Rys. 9 a i b.

Z dowolnego punktu C' (rys. 9b) kreślimy C'B' || CB i C'A' || CA; odcinamy C'A' = P. Przez C' i A' wykreślamy koło C'A'D' styczne do C'B'. Prostopadła C'D' || C'B' daje S max.

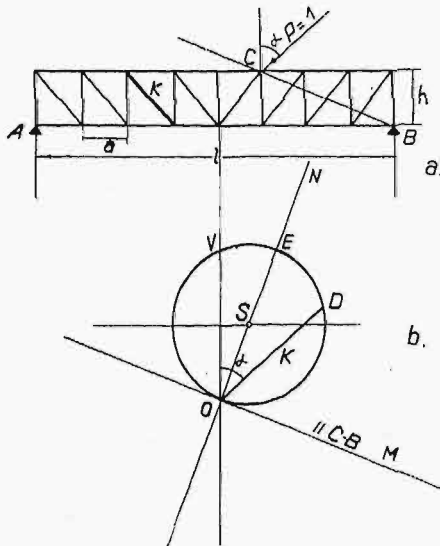
Przykład 2. Znaleźć siłę wewnętrzną w krzyżulcu  $K$ , gdy siła  $P = 1$ , zaczepiająca w  $C$ , ma kierunek, jak na rys. 10a. Mamy tutaj:

$$l = 24 \text{ m}, h = 3,6 \text{ m}, a = l : 8 = 3 \text{ m}.$$

$$\text{Długość krzyżulca } k = \sqrt{3^2 + 3,6^2} = \sqrt{9 + 12,95} = \sqrt{21,95} = 4,69 \text{ m}.$$

$$\text{Dla } P_e = 1, \text{ jest } A_r = \frac{3}{8}.$$

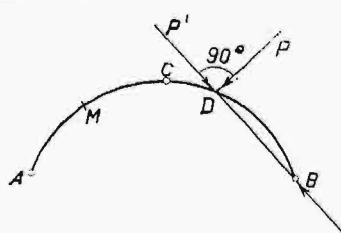
$$K_r = A_r \frac{k}{h} = \frac{3}{8} \cdot \frac{4,69}{3,6} = 0,489.$$



Rys. 10 a i b.

Z dowolnego punktu  $O$  (rys. 10b) kreślimy odcinek pionowy  $OV = K_r = 0,489$  i prostą  $OM \parallel CB$  i  $ON \perp CB$ .

Symetryczna odcinka  $OV$  przecina  $ON$  w środku koła  $S$ . Cięciwa  $OD \parallel P$  przedstawia siłę wewnętrzną w krzyżulcu  $OD = K$ , odpowiadającą kierunkowi siły  $P$ . Zarazem widać z rysunku, że, gdy siła  $P = 1$  działa prostopadle do  $CB$ , wówczas  $K = \max = OE$ .



Rys. 11.

Przykład 3. W punkcie  $D$  łuku trójprzegubowego działa siła  $P$  (rys. 11); znaleźć ten jej kierunek, dla którego moment w punkcie  $M$  lewej połowy łuku trójprzegubowego osiąga maximum.

Jeżeli  $P$  ma kierunek  $DB$ , to  $M = 0$ .

Zatem kierunek  $P'' \perp P'$  powoduje największy moment w dowolnym przekroju lewej części  $A C$ .

Przykład 4. Łuk trójprzegubowy o kształcie półkoła o promieniu  $r$ . Siła  $P = 1$  zaczepia w  $D$ , rys. 12a, gdzie nachylenie normalnej do poziomu  $\varphi = 45^\circ$ . Znaleźć największy moment w  $D$ , oraz w  $E$

( $\varphi = \frac{45^\circ}{2}$ ), rys. 13, i odpowiednie kierunki siły  $P = 1$ .

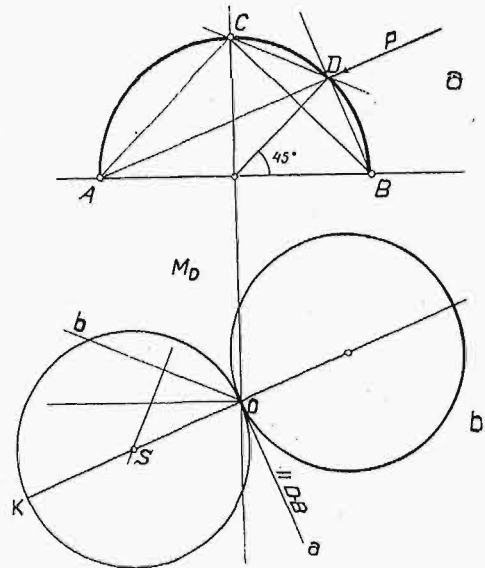
Jeżeli  $P$  ma kierunek  $DB$ , to reakcja  $B$  ma kierunek  $BD$ , więc  $M_D = 0$ . Zatem kierunkiem linii ze-

rowej jest (rys. 12b)  $Oa \parallel DB$ . Odległość p.  $E$  od cięciwy  $DB$  (rys. 13a) wynosi  $HE = 0,075r$ , więc  $M_E = 1,0,075r = 0,075r$ . Z p.  $O$  (rys. 13b) odmierzymy równoległe do  $DB$  odcinek  $Oa = 0,075r$  w dowolnie obranej skali sił.

Jeżeli siła  $P$  ma kierunek  $CD$ , to reakcja  $B$  ma kierunek  $BC$ , zaś reakcja  $A$  kierunek  $AC$ . Z trójkąta sił  $Cbc$  (rys. 14), w którym  $Cb = 1$ , czytamy:  $Cc = B = 0,925r$ . Ramię momentu  $ED = 0,29r$ ,  $EG = 0,216r$ , stąd moment w  $D$

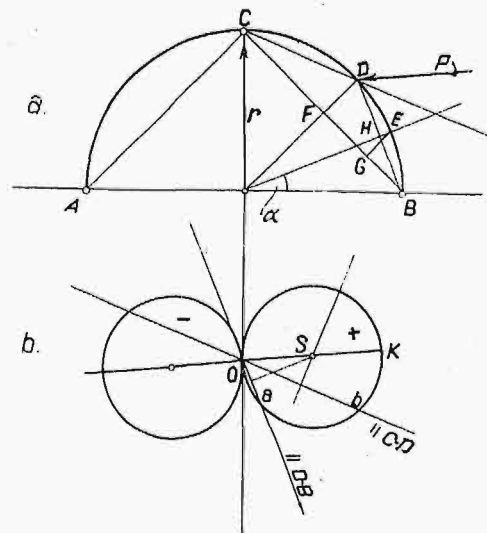
$$M_D = 0,925 \cdot 0,29 r = 0,268 r.$$

$$M_E = 0,925 \cdot 0,216 r = 0,200 r.$$



Rys. 12 a i b.

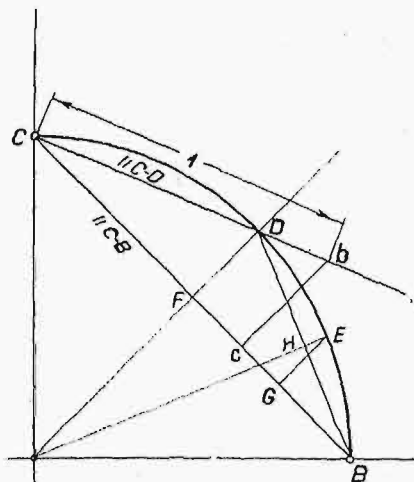
Na rys. 12b  $Ob \parallel CD$ ,  $Ob = 0,268r$ . Symetryczna odcinka  $Ob$  przecina prostopadłą do  $Oa$  z punktu  $O$  w punkcie  $S$ , który jest środkiem koła o promieniu  $OS$ .



Rys. 13 a i b.  $\alpha = 22^\circ 30'$ .

Moment w  $D$  jest największy, gdyż siła działająca w  $D$  ma kierunek  $DA$ . Wielkość tego momentu  $M_{D \max} = 2 OS = OK$ .

Na rys. 13b równoległe do  $CD$  odmierzamy  $Ob = 0,2r$ . Koło, przechodząc przez punkty  $O$ ,  $a$  i  $b$ ,



Rys. 14.

pory ramy dwuprzegubowej (rysunek 15a).  
Moment w E:

dla

$$P = 1, M_E = 0 \text{ (symetria);}$$

dla

$$H = \frac{3}{8} \frac{l}{h} \frac{P_v}{2k+3} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 4} = \frac{3}{16}$$

gdyż

$$k = h : l = \frac{1}{2}$$

$$M_E = \frac{P_v}{2} \frac{l}{2} - H h = l \left( \frac{1}{4} - \frac{3}{16 \cdot 2} \right) = \frac{5}{32} l$$

rys. 15b daje wykres  $M_E$ .

Moment w B:

dla

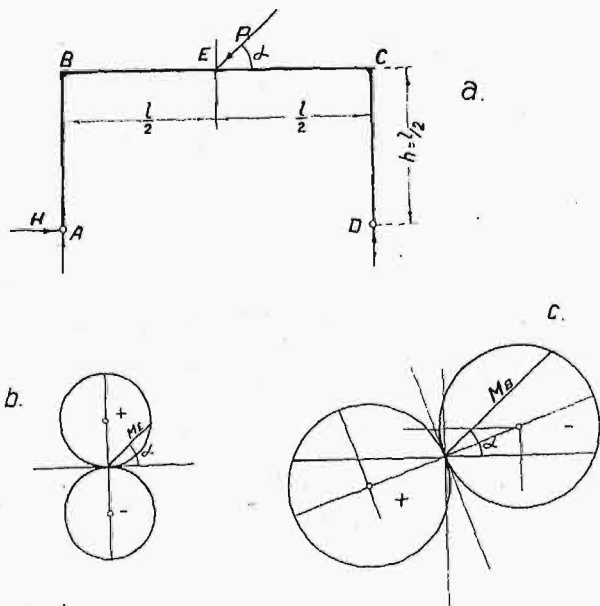
$$P_h = 1, H = \frac{1}{2}$$

$$M_B = -\frac{h}{2} = -\frac{l}{4}$$

Dla

$$P_v = 1, H = \frac{3}{16}, M_B = -\frac{3}{16} h = -\frac{3}{32} l;$$

por. rys. 15c.



Rys. 15 a - c.

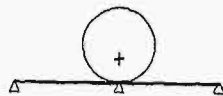
którego środek S leży na przecięciu symetrycznym odcinków  $Oa$  i  $Ob$ , wyznacza wielkość  $M_E$  dla dowolnych kierunków siły  $P$ , tudzież  $M_{E \max} = OK$ . Na rys. 13a wkreślono kierunek siły  $P$ , który właśnie wywołuje w  $E$  moment największy.

Przykład 5. Siła  $P$  działa pod kątem do poziomu w środku roz-

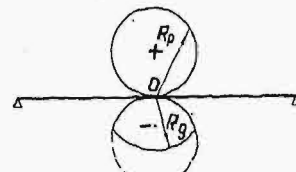
**Przypadki wyjątkowe.**

Wyjątki od podanej reguły (równ. 12) stanowią te wszystkie wypadki, w których zasada superpozycji nie ma zastosowania. Wymienimy tu kilka ciekawszych przypadków wyjątkowych.

1. *Belki ciągłe niezakotwione na podporach.* Reakcje podpór takich belek mogą być tylko dodatnie. Jeżeli belka jest nieważka, t. j. praktycznie

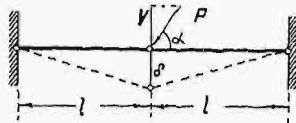


Rys. 16.



Rys. 17.

biorąc, gdy reakcja z powodu ciężaru własnego jest znikoma w porównaniu z reakcją od siły skupionej  $P$ , której wpływ kierunku badamy, to odpada z wykresu 5 koło, odpowiadające reakcjom ujemnym (rys. 16).



Rys. 18.

Jeżeli reakcja  $R_g$  z powodu ciężaru własnego (stałego) belki ciągłej jest większa aniżeli największa możliwa reakcja ujemna  $R_{p \max}$  z powodu siły skupionej  $P$ , to wpływ kierunku tej ostatniej będzie taki, jak w belce ciągłej o podporach zakotwionych. Jeżeli zaś reakcja  $R_g < R_{p \max}$ , to z koła, odpowiadającego reakcjom ujemnym, pozostanie tylko ta część, której odległość od  $O$  jest mniejsza od  $R$  (rys. 17). Ze środka  $O$  poprowadzony łuk o promieniu  $R_g$  odcina z koła ujemnego część, która jest w danym wypadku ważna.

2. *Układ dwu prętów* (rys. 18), leżących w jednej prostej, połączonych przegubem i przytwierdzonych przegubowo do dwu stałych podpór. Jest to graniczny przypadek łuku trójprzegubowego, którego strzałka  $f = 0$ .

Na przegub środkowy działa siła  $P$  w dowolnym kierunku. Jej składowa pionowa

$$V = P \sin \alpha \dots (19)$$

Pionowe przesunięcie przegubu środkowego

$$\delta = l \sqrt[3]{\frac{V}{EF}}, \dots (20)$$

przyczem  $F$  = przekrój pręta,  $E$  = moduł Younga dla materiału pręta.

Podstawmy (19) w (20), to

$$\delta = l \sqrt[3]{\frac{P}{EF}} (\sin \alpha)^{\frac{1}{3}} \dots (21)$$

Równanie (21) ma kształt ogólny

$$r = c \sin^n \alpha, \dots (22)$$

przyczem

$$c = l \sqrt[3]{\frac{P}{EF}} \dots (22a)$$

$$n = \frac{1}{3}$$

Przedstawia ono pewną krzywą w spórzędnych biegunowych  $r$  i  $\alpha$ .

Spórzędne prostokątne są tu:

$$y = r \sin \alpha$$

$$x = r \cos \alpha.$$

Podstawmy (22), to

$$y = c \sin^{n+1} \alpha, \quad (23)$$

$$x = c \sin^n \alpha \cos \alpha, \quad (24)$$

stąd

$$x^2 + y^2 = r^2 = c^2 \sin^{2n} \alpha \quad (25)$$

Według (23)

$$y^2 = c^2 \sin^{2n+2} \alpha \quad (26)$$

Podzielmy (26) przez (25), to:

$$\frac{y^2}{x^2 + y^2} = \sin^2 \alpha.$$

Podnieśmy to równanie do  $(n+1)$  potęgi, to, biorąc pod uwagę (26):

$$\left( \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right)^{n+1} = \frac{y^2}{c^2},$$

stąd

$$(x^2 + y^2)^{n+1} = c^2 y^{2n} \quad (27)$$

W naszym wypadku jest  $n = \frac{1}{3}$ ,

więc

$$(x^2 + y^2)^{\frac{4}{3}} = c^2 y^{\frac{2}{3}},$$

albo

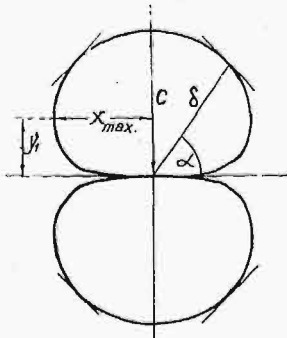
$$(x^2 + y^2)^4 = c^6 y^2.$$

Wprowadźmy spólrzędne bezwymiarowe

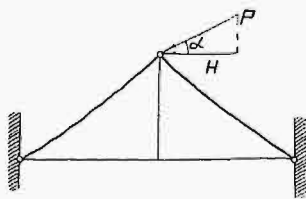
$$\xi = \frac{x}{c}, \quad \eta = \frac{y}{c}, \quad (28)$$

to

$$\eta = (\xi^2 + \eta^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (29)$$



Rys. 19.



Rys. 20.

Aby sobie zdać sprawę z kształtu krzywej, znajdziemy  $\xi_{\max}$  i odpowiednie  $\eta = \eta_1$ . Różniczkując (29) otrzymamy:

$$d\eta = 2(\xi^2 + \eta^2)(2\xi d\xi + 2\eta d\eta).$$

Dzieląc przez  $4 d\eta$  otrzymamy:

$$\frac{1}{4} = (\xi^2 + \eta^2) \left( \xi \frac{d\xi}{d\eta} + \eta \right).$$

Przyjmując  $\frac{d\xi}{d\eta} = 0$ , otrzymamy:

$$\frac{1}{4} = (\xi_{\max}^2 + \eta_1^2) \eta_1. \quad (30)$$

Według (29)

$$\xi^2 + \eta^2 = \sqrt{\eta}, \quad (31)$$

więc

$$\frac{1}{4} = \eta_1 \sqrt{\eta_1},$$

$$\eta_1^3 = \frac{1}{16} \quad \eta_1 = 0,398, \quad y_1 = 0,398 c.$$

Według (31)

$$\xi_{\max}^2 = \sqrt{0,398} - 0,398^2 = 0,63 - 0,158 = 0,472.$$

Zatem

$$x_{\max} = c \sqrt{0,472} = \pm 0,688 c.$$

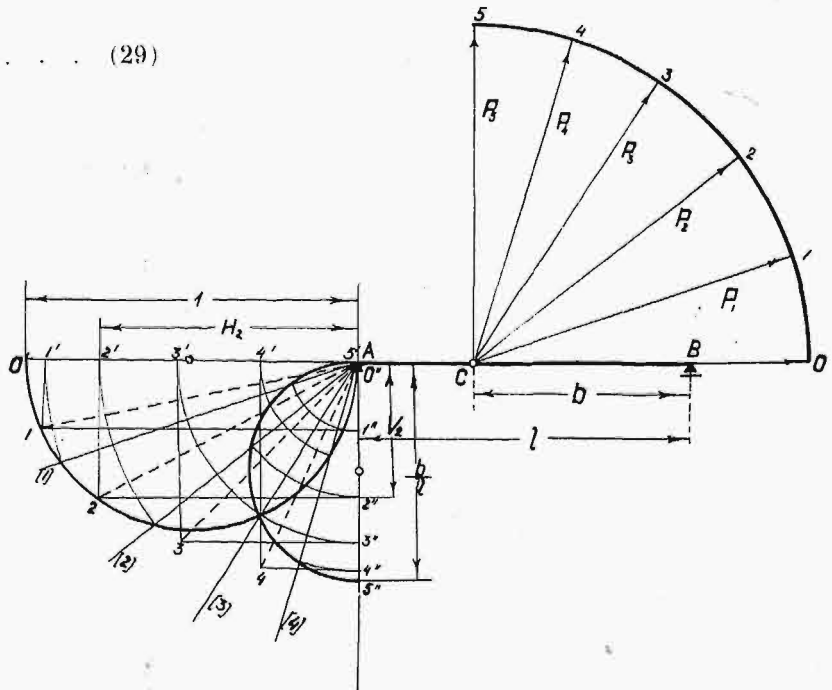
Rys. 19 przedstawia zależność  $\delta$  od  $\alpha$ , przyczem c por. równ. (22a).

Równanie (27) odnosi się również do przypadku przyciskania wałka łożyska ruchomego (rys. 6) do płaskiej podstawy. Według wzorów Hertz'a, największe naprężenie ściskające między wałkiem o promieniu  $r$ , długości  $s$ , a jego podstawą płaską wynosi przy reakcji  $B$ :

$$p_{\max} = 0,418 \sqrt{\frac{B E}{r s}},$$

ale

$$B = V \frac{a}{l} = P \frac{a}{l} \sin \alpha,$$



Rys. 21.

więc

$$p_{\max} = c \sqrt{\sin \alpha}, \quad \text{czyli } n = \frac{1}{2},$$

jeżeli

$$c = 0,418 \sqrt{\frac{P E \cdot a}{r s \cdot l}}.$$

W przypadku łożysk kulkowych jest  $n = \frac{1}{2}$  przy nieco innej wartości  $c$ , zależnej zresztą od ilości kul i ich rozkładu.

Innym przykładem układu, w którym prawo superpozycji nie ma zastosowania, jest przesunięcie

poziome wieży antenowej przytrzymanej w górnym końcu napiętymi linami (rys. 20). Przesunięcie to nie jest proporcjonalne do składowej poziomej  $H$ , a tem samem nie jest proporcjonalne linjowo do wartości  $P \cos \alpha$ , tylko w sposób skomplikowany (por. Chmielowiec. Die Abhängigkeit der Horizontalkraft des gespannten Seiles von der Verschiebung seiner Aufhängepunkte. Bautechnik 1931, str. 737).

Dotychczas rozważaliśmy takie wielkości mechaniczne, jako skutki siły  $P$ , które nie posiadają zmiennej kierunku, np. składowa pozioma lub pionowa oddziaływania, lub przesunięcia. Samo zaś oddziaływanie  $R$ , względnie przesunięcie, można otrzymać jako wypadkową składowej pionowej  $V$  i poziomej  $H$ . Składowe te można znaleźć wykreślnie (rys. 21). Składowa pionowa osiąga maximum

$$V_{\max} = \frac{b}{l}, \text{ gdy siła } P=1 \text{ działa pionowo } (\alpha = 90^\circ).$$

Składowa pozioma jest wtedy równa zero. Jej maximum  $H_{\max} = 1$  zachodzi dla  $\alpha = 0$ . Stąd wynika następująca konstrukcja: Kreślimy koło o średnicy 1, styczne do pionowej przez  $A$ , i koło o średnicy 1, styczne do prostej  $AB$  w punkcie  $A$ . Prosta  $A[2]$ , równoległa do  $P_2$ , przecina oba koła (na rys. 21 wykreślono tylko półkole). Cięciwa koła mniejszego daje składową pionową reakcji  $V_2$ , cięciwa koła większego — składową poziomą  $H_2$ . Przekątna  $A 2$  prostokąta o podstawie  $H_2$  i wysokości  $V_2$  jest szukaną reakcją  $R_2$  co do kierunku i natężenia, odpowiadającą sile  $P_2$ .

Reakcja pionowa lewej podpory belki wolno podpartej (rys. 21)

$$V = P \sin \alpha \frac{b}{l} = P k \sin \alpha \quad (a)$$

Reakcja pozioma

$$H = P \cos \alpha \quad (b)$$

zatem

$$R^2 = V^2 + H^2 = P^2 (k^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \quad (c)$$

Związek pomiędzy  $R$  i  $\alpha$  wyraża się w spólrzędnych prostokątnych  $X$  i  $Y$ , przyczem

$$X = R \cos \alpha, \quad Y = R \sin \alpha \quad (d)$$

Eliminując  $\alpha$  z równań (c) i (d), otrzymamy:

$$R^4 = P^2 (k^2 Y^2 + X^2).$$

Według (b)

$$R^2 = X^2 + Y^2,$$

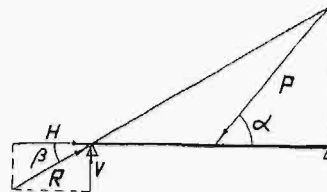
więc

$$(X^2 + Y^2)^2 = P^2 (k^2 Y^2 + X^2) \quad (e)$$

Jest to krzywa 4-go stopnia. Ponieważ przez zmianę  $X$  na  $-X$  i  $Y$  na  $-Y$  równanie (e) się nie zmieni, zatem krzywa nasza posiada środek. Zróżniczkujemy (c) według  $\alpha$

$$\frac{dR^2}{d\alpha} = P^2 (2k^2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha) = P^2 \sin 2\alpha (k^2 - 1).$$

$R = \max/\min$  jeżeli  $\sin 2\alpha = 0$ , więc  $\alpha = 0$  i  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .



Rys. 22.

Krzywa jest więc symetryczna względem osi poziomej i pionowej i podobna do elipsy.

Kierunek reakcji  $R$  i siły  $P$  są wogóle różne, por. rys. 22.

Równość  $\alpha = \beta$  zachodzi tylko dla  $\alpha = 0$  i  $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ .

Według (a) i (b)

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{V}{H} = k \operatorname{tg} \alpha.$$

Jeżeli siła  $P$  działa w środku belki, to  $\operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{tg} \beta = z$ .

Odchyłka pomiędzy kierunkiem siły i kierunkiem reakcji

$$\gamma = \alpha - \beta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} z - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{z}{2}$$

osiągnie maximum, gdy

$$\frac{d\gamma}{dz} = \frac{1}{1+z^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{z}{2}\right)^2} = 0.$$

Stąd

$$z = \sqrt{2} = \operatorname{tg} \alpha, \quad \beta = 35^\circ 15'.$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} = \operatorname{ctg} \alpha, \quad \alpha = 54^\circ 45',$$

Największa odchyłka  $\gamma_{\max} = 19^\circ 30'$ .

## O próbach regulacji rzeki Orzyca przy pomocy dynamitu<sup>\*)</sup>

Inż. Włodzimierz Szczypliowski.

Używanie środków wybuchowych przy meljoracjach podstawowych jest od kilku lat stosowane w Ameryce na większą skalę. Zakłady „Hercules Powder Co” oraz Duponta opracowały wielkim nakładem kosztów zasady kopania rowów przy pomocy dynamitu. W czasopiśmie „The Explosives Engineer” oraz „Dupont Magazine” opisano szereg wykonanych robót, przeważnie w bagnistych okolicach podzwrotnikowych (Floryda, Honduras),

<sup>\*)</sup> Opis tych robót zamieszczony był już w naszym piśmie. Patrz art. Inż. S. Raczyńskiego w zesz. 45 — 46 z r. ub., str. 499 — 501. (Przyp. Red.).

przy osuszaniu bagien celem założenia sadów bananowych. Zasada pracy dynamitem polega na podminowaniu, a później wysadzeniu pasa gruntu, który trzeba wykopać. W zależności zatem od wymiaru i głębokości założenia niwelety projektowanej trasy regulacyjnej oblicza się ilość, rozstaw i wielkość poszczególnych ładunków dynamitu. Odstrzeliwuje się po załadowaniu całe odcinki trasy na zasadzie przenośności, a zatem tylko ostatnio zakładana mina posiada spłonkę i zapalnik wybuchowy, zakładane przez wykwalifikowanego strzelca. Z powyższego widać, że robota przy ładowaniu