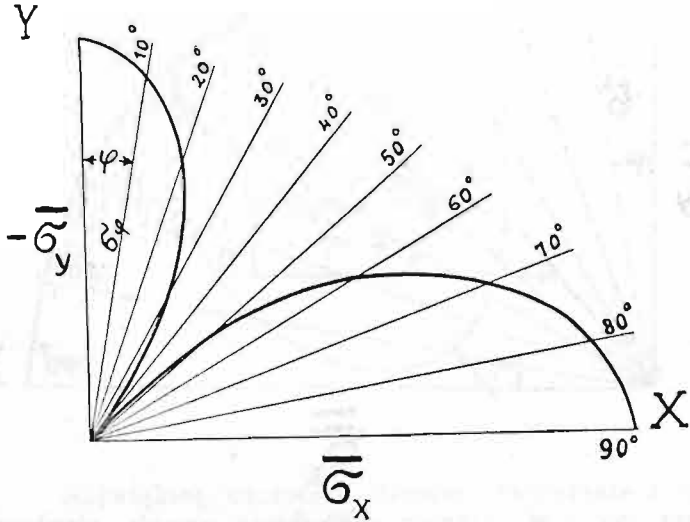


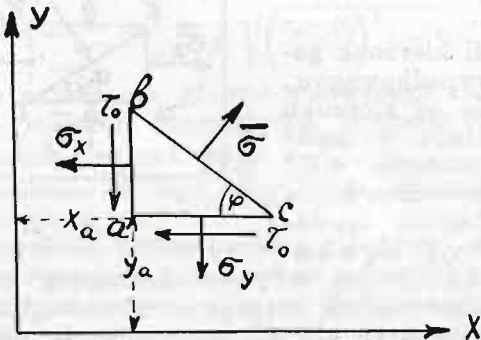
będą naprężeniami wyciągającymi. Rzecz będzie się miała odwrotnie, gdy naprężenie główne σ_y będzie ściskającym, a naprężenie główne σ_x wyciągającym.

Wykres biegunowy, odpowiadający wykresowi z rys. 8, przybiera tu postać przedstawioną na rys. 10.



Rys. 10.

Przy wyznaczaniu położenia przekrojów głównych w danym punkcie, a więc tem samym osi elipsy naprężeń natrafiamy na pytanie, które z dwu rozwiązań równania (6), któremu odpowiada naprężeniu głównemu. Aby kwestję tę rozstrzygnąć, wstawiamy oba rozwiązania równania (6) φ_1 i φ_2 w równanie (3) lub (4). Wówczas wartość σ , odpowiadająca kątowi φ_1 , musi być odłożona prostopadłe do przekroju nachylnego względem osi OX w sensie rys. 3 pod kątem φ_1 , a wartość σ , odpowiadająca kątowi φ_2 musi być odłożona prostopadłe do przekroju nachylnego względem tejże osi pod kątem φ_2 .



Rys. 11.

Inne kryterjum przy wyznaczaniu naprężeń głównych może być otrzymane z warunków równowagi

graniastosłupa abc (rys. 3) w razie, gdy naprężenie σ jest jednym z naprężeń głównych σ (rys. 11). Rzutując na oś OY siły, działające w tym wypadku na graniastosłup abc , otrzymujemy:

$$-\tau_0 dA \sin \varphi + \sigma dA \cos \varphi - \sigma_y dA \cos \varphi = 0, \quad (15)$$

gdzie dA oznacza pole ściany bce . Znajdujemy stąd:

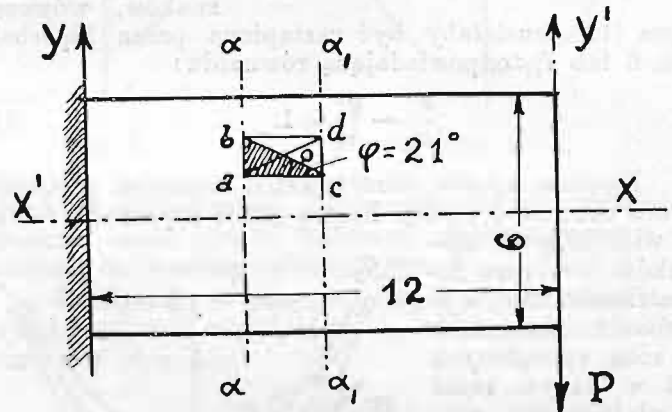
$$\text{tg } \varphi = \frac{\sigma - \sigma_y}{\tau_0}. \quad (16)$$

W belkach, gdy możemy przyjąć $\sigma_y = 0$, otrzymujemy:

$$\text{tg } \varphi = \frac{\sigma}{\tau_0}. \quad (17)$$

W tym więc przypadku kąt ostry $\varphi = \varphi_1$, związany równaniem (17) z naprężeniem głównym $\sigma = \sigma_1$, jest kątem nachylenia względem osi X -ów przekroju głównego, znajdującego się pod działaniem tego właśnie naprężenia. W ten sam sposób kątowi ostremu $\varphi = \varphi_2$ odpowiada naprężenie główne $\sigma = \sigma_2$.

Należy zauważyć, że wprowadzając przy ustawieniu wzorów (6) i (7), przeznaczonych do wyznaczenia położenia przekrojów głównych, liczyliśmy się ze schematem statycznym, przyjętym na rys. 3, jednak przy korzystaniu z wymienionych wzorów, jest rzeczą obojętną, jakie położenie graniastosłupa abc względem osi współrzędnych będziemy mieli na uwadze, byleby znaki naprężeń osi współrzędnych i kąty φ były uzgodnione ze schematem zasadniczym.



Rys. 12.

Ponieważ uzasadnienie tego oczywistego zresztą twierdzenia wymaga zestawienia długiej a niezbyt ciekawej tablicy, ograniczymy się tu do rozpatrzenia przykładu belki, utwierdzonej w jednym końcu, swobodnej na drugim i obciążonej tu siłą skupioną P . Łatwo przekonać się, że dla punktu o ($x=10, y=15$) otrzymamy tu nachylenie przekroju głównego $\varphi=21^\circ$, niezależnie ani od przyjętego układu współrzędnych, ani od przyjętego przekroju poprzecznego (aa lub $\alpha_1 \alpha_1$), ani też od przyjętego położenia elementarnego graniastosłupa (rys. 12). (C. d. n.)

Stefan Bryła i Alfons Chmielowiec.

Wzory uproszczone, dotyczące połączeń nitowanych wzmocnionych przy pomocy spawania.

Wzory podane w artykule, p. t. „Doświadczenia z połączeniami nitowanymi, wzmocnionymi przy pomocy spawania“ (*Czasopismo Techniczne* Nr. 16 z r. 1931, str. 265), są dość zawile. Ustawienie wzorów prostszych jest celem niniejszego artykułu.

Z doświadczeń wynika, że wytrzymałość połącze-

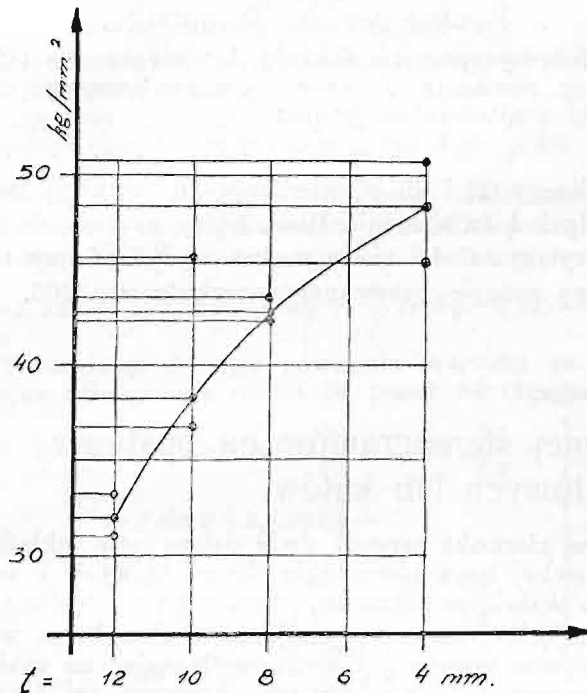
nia kombinowanego, nitowanego i spawanego, jest mniejsza od sumy wytrzymałości połączenia nitowanego P_n i połączenia spawanego P_s , czyli:

$$P_c < P_n + P_s.$$

Zbadajmy różnicę:

$$D = P_n + P_s - P_c. \quad (1)$$

Serja doświadczeń (2a) opisanych we wspomnianym artykule podaje zależność pomiędzy P_s i t dla szwu czołowego 10 cm długiego. Nanosząc P_s jako rzędne na odciętych $t = 4, 8, 10$ i 12 mm otrzymamy szereg punktów, które pozwalają zorientować się, jaki charakter miałaby krzywa (t, P_s) (rys. 1), gdyby doświadczenia były idealnie bezbłędne.



Rys. 1.

Na podstawie tej krzywej ustawiono tabelkę 1.

Tabela 1.

$t = 4$	6	8	10	12 mm
$P_s = 13,5$	19,2	24,0	26,8	27,2 ton

Tabela 2.

1	2	3	4	5	6	7	8
Nity	t	P_c	P_s	P_n	$P_s + P_n$	D	D średnio
	mm	ton					
2 ϕ 11 mm $l = 10$ cm	4	23,4	13,5	15,2	28,7	5,3	6,35 = $\frac{P_n}{2,4}$
	6	27,7	19,2	"	34,4	6,7	
	8	32,3	24	"	39,2	6,9	
	10	35,8	26,8	"	42,0	6,2	
2 ϕ 14 $l = 10$ cm	4	29,1	13,5	24,6	38,1	9	9,35 = $\frac{P_n}{2,63}$
	6	35,0	19,2	"	43,8	8,8	
	8	37,6	24	"	48,6	11	
	10	42,8	26,8	"	51,4	8,6	
2 ϕ 17 $l = 8$ cm	4	36,3	10,8	36,3	47,1	10,8	12,5 = $\frac{P_n}{2,9}$
	6	35,4	15,4	"	51,7	16,3	
	8	38,7	19,2	"	55,5	6,8	
	10	40,1	21,4	"	57,7	17,6	
	12	48,3	21,8	"	58,1	9,8	

Tabela 2 przedstawia wyniki 3 serji doświadczeń z połączeniami nitowanymi, kombinowanymi ze szwem czołowym.

W kolumnie 3 zestawiono P_c , jako średnie wartości grup, mających tesame wymiary. Kolumny 4 i 5 przedstawiają odpowiednie wartości P_s i P_n . Kolumnę 7 obliczono wg. wzoru 1. Trudno dopatrzeć się tu jakiegokolwiek zależności pomiędzy D i P_s . Natomiast łatwo

zauważyć, że ze wzrostem P_n rośnie i D . Można przyjąć średnio $D = P_n : 2,64 = 0,38 P_n$.

Wstawmy to w równanie (1) to otrzymamy wzór dla szwu czołowego w połączeniu z nitowaniem:

$$P_c = P_s + P_n - 0,38 P_n = P_s + 0,62 P_n \quad (2)$$

Serja 2b (str. 267) podaje w ostatniej kolumnie wytrzymałość jednostkową $\frac{P_s}{t' l}$ szwów bocznych w zależności od ich długości l i grubości t' . Widać z niej, że wartość ta rośnie, gdy przy stałym l t' maleje i, gdy przy stałym t' l maleje. Od tej prawidłowości uchylają się doświadczenia l. p. 22 i 31, które eliminujemy. Tabela 3. przedstawia wytrzymałość P_s w tonach (szwu bocznego).

Tabela 3.

t' mm	$l = 8$	12	16	20 cm
8,5	21,6	24,3	—	—
7	19,7	28,5	36,0	44,4
5,6	19,6	—	32,2	39,2
4,2	17,4	21,0	24,0	29,6
2,8	—	17,8	20,7	22,5

Tabela 4.

t'	l	P_s	$P_n + P_s$	P_c	D
mm	cm	ton			
2,8	12	17,8	33,0	27,0	6,0
	16	20,7	35,9	30,15	5,7
	20	22,5	37,7	31,55	6,1
4,2	8	17,4	32,6	25,75	6,8
	12	21	36,2	30,3	5,9
	16	24	39,2	38	1,2
	20	29,6	44,8	44,25	0,5
5,6	8	19,6	34,8	29,7	5,1
	16	32,2	47,4	40,25	7,1
	20	39,2	54,4	49,95	4,4
7	8	19,7	34,9	29,5	5,4
	12	28,5	43,7	42,75	1,0
	16	36,0	51,2	49,2	2,0
	20	44,4	59,6	55,0	4,6
$P_n =$		15,2		$\Sigma = 61,8$	

Tabela 5.

t'	l	P_s	$P_n + P_s$	P_c	D
mm	cm	ton			
2,8	12	17,8	42,4	30,9	11,5
	16	20,7	45,3	36,1	9,2
	20	22,5	47,1	42,0	5,1
4,2	8	17,4	42,0	31,95	10
	12	21	45,6	37,4	8,2
	16	24	48,6	41,55	7
	20	29,6	54,2	48,35	5,8
5,6	8	19,6	44,2	36,0	8,2
	16	32,2	56,8	52,5	4,3
	20	39,2	63,8	58,5	5,3
7	8	19,7	44,3	36,8	7,5
	12	28,5	53,1	48,75	4,3
	16	36	60,6	54	6,6
	20	44,4	69,0	60,25	8,7
$P_n =$		24,6		$\Sigma = 101,7$	
$D_{sr} =$		101,7 : 14 = 7,3		$t = 0,296 P_n$	

Tabela 6.

t'	l	P_s	$P_n + P_s$	P_c	D
mm	cm	t o n			
2,8	12	17,8	54,1	42,15	11,3
	16	20,7	51,0	44,35	12,6
	20	22,5	58,8	48,4	10,4
4,2	8	17,4	53,7	41,5	12,2
	12	21	57,3	46,15	11,1
	16	24	60,3	51,5	8,8
	20	29,6	65,9	60,85	5,0
5,6	8	19,6	55,9	44,1	11,8
	16	32,2	68,5	55,2	13,3

$$P_n = 36,3 \quad \Sigma = 96,5$$

$$D_s = \frac{96,5}{9} = 10,72 \text{ ton} = 0,296 P_n.$$

Tabele 4, 5 i 6 przedstawiają analizę doświadczeń z połączeniami nitowaniami, wzmocnionymi przy pomocy szwów bocznych, str. 269. Otrzymujemy z niej

dla $P_n = 15,2 t$,

$$\text{średnio } D = \frac{61,8}{14} = 4,41 = 0,290 P_n \text{ (tab. 4)}$$

dla $P_n = 24,6$ (tab. 5) $D = 0,296 P_n$

„ $P_n = 36,3$ (tab. 6) $D = 0,296 P_n$.

Możemy przyjąć średnio i okrągło $D = 0,3 P_n$, więc wg. równania (1) wzór dla szwu bocznego w połączeniu z nitowaniem brzmi:

$$P_c = P_s + 0,7 P_n. \quad (3)$$

Wzory (2) i (3) potwierdzają do pewnego stopnia wywody i doświadczenia Roša, który znalazł, że tylko 60% wytrzymałości nitów można wyzyskać, jak to podano we wstępie cytowanego artykułu, str. 266.

Inż. Edmund Wilczkiewicz.

Wyznaczenie elementów orientacji wzajemnej stereogramów na podstawie pomierzonych współrzędnych tłowych lub kątów.

Wyznaczenie elementów orientacji zewnętrznej przeprowadzamy zazwyczaj drogą optyczno-mechaniczną, dostosowując zdjęcia fotograficzne (stereogramy) do podanej sytuacji i wysokości najmniej trzech punktów, przy czym wystarcza nam znajomość sytuacji dwu punktów, oraz wysokości trzech punktów. Przy tego rodzaju postępowaniu tok pracy dzieli się na trzy części: 1. utworzenie stereoskopowego modelu, 2. nadanie mu żądanej skali, oraz 3. odpowiednie pochylenie i skręcenie modelu tak, by wysokości punktów dostosowania odpowiadały pomiarom polowym.

Utworzenie modelu stereoskopowego uzyskujemy przez stopniowe usuwanie paralaksy pionowej w takich punktach na kliszach, dla których wpływ błędnego nastawienia elementów orientacji zewnętrznej jest najmniejszy. To wzajemne zestrojenie klisz uzyskujemy drogą kolejnych przybliżeń, a jeżeli w terenie występują znaczne różnice wysokości, wtedy napotkać możemy na znaczne trudności. Zestrojenie takich zdjęć trwa czasem kilka godzin. To też uzyskanie elementów orientacji przynajmniej przybliżonych drogą rachunkową, może okazać się korzystnym, a przy badaniu stereogramów i triangulacji nadirowej (radjalnej) będzie konieczne.

Poniżej podam wzory ścisłe i przybliżone, wychodząc z założenia, że aby (w przyrządzie) powstał model stereoskopowy powinny każde dwa odpowiadające sobie promienie dwu wiązek promieni przeciąć się w jednym punkcie, odpowiadającym punktowi terenu.

Z założenia tego wychodzi H. v. Sanden w pracy p. t.: „Gegenseitige Orientierung von nahezu parallelen Aufnahmen in der Photogrammetrie“ ogłoszonej w *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, Tom 59, Lipsk 1911. W pracy tej podaje Sanden wzory przybliżone i niezupełne, które mogą mieć zastosowanie tylko dla zdjęć prostopadłych.

Temat ten opracowany został również przez S. Finsterwaldera i Ch. Schmidta jednak przy zastosowaniu rzutów gnomonicznych i uwzględnieniu punktów rdzennych.

Do wyprowadzenia równania przecięcia się promieni przyjmujemy układ prostokątny, którego początek znajduje się w położeniu środka obiektywu lewego stanowiska fotogrametrycznego. Dodatni kierunek osi yy niechaj zgadza się z przedłużeniem osi obiektywu ka-

mery w kierunku terenu, dwie dalsze osie układu xx i zz niechaj będą równoległe do osi tłowych i o tym samym dodatnim kierunku.

Zdjęcie prawe przyjmujemy w dowolnym względem zdjęcia lewego położeniu, wyłączając na razie kąt skantowania t. j. wzajemnego skręcenia osi tłowych. Zatem oś optyczna zdjęcia prawego jest pochylona pod kątem ν do płaszczyzny xy przyjętego układu, przy czym dodatni kierunek odpowiada dodatniemu kierunkowi osi zz ; oś optyczna prawego zdjęcia skręcona jest o kąt γ względem osi lewego zdjęcia, który to kąt zawarty jest między rzutami obu osi na płaszczyznę xy , o znaku dodatnim, gdy rzuty są zbieżne. Położenie środka obiektywu prawego zdjęcia w przyjętym układzie przesunięte jest o rzuty podstawy bx , by i bz na osie układu o dodatnim kierunku zgodnym z kierunkiem osi układu.

Jeżeli przeliczymy współrzędne tłowe prawej kliszy w przyjętym układzie lewej kliszy, to otrzymamy następujące równanie:

$$\begin{aligned} x_2' &= bx - (f \cos \nu - z_2 \sin \nu) \sin \gamma + x_2 \cos \gamma, \\ y_2' &= by + (f \cos \nu - z_2 \sin \nu) \cos \gamma + x_2 \sin \gamma, \\ z_2' &= bz + f \sin \nu + z_2 \cos \nu. \end{aligned} \quad (I)$$

Dla uproszczenia dalszych wzorów oznaczmy:

$$\begin{aligned} P &= x_2' - bx = -(f \cos \nu - z_2 \sin \nu) \sin \gamma + x_2 \cos \gamma, \\ Q &= y_2' - by = (f \cos \nu - z_2 \sin \nu) \cos \gamma + x_2 \sin \gamma, \\ R &= z_2' - bz = f \sin \nu + z_2 \cos \nu. \end{aligned} \quad (II)$$

Promień łączący dowolny punkt terenu ze stanowiskiem lewym, podany będzie dwoma równaniami:

$$\begin{aligned} y &= mx, \\ z &= nx, \end{aligned} \quad \text{przy czym: } m = \frac{f}{x_1} \text{ i } n = \frac{z_1}{x_1}. \quad (III)$$

Promień, łączący ten sam punkt z prawym stanowiskiem przeliczonym w układzie lewej kliszy, podany będzie równaniami prostej przechodzącej przez stanowisko prawe o współrzędnych bx , by i bz , oraz przez odpowiadający punkt na kliszy prawej. Otrzymamy zatem:

$$\begin{aligned} y &= \frac{y_2' - by}{x_2' - bx} x + by - \frac{y_2' - by}{x_2' - bx} bx, \\ z &= \frac{z_2' - bz}{x_2' - bx} x + bz - \frac{z_2' - bz}{x_2' - bx} bx, \end{aligned}$$

przyczem wstawiając oznaczenie (II) będzie:

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{Q}{P}, & b_1 &= by - \frac{Q}{P} bx, \\ n_1 &= \frac{R}{P}, & c_1 &= bz - \frac{R}{P} bx, \end{aligned} \quad (IV).$$

Przecięcie się odpowiadających sobie promieni uwarunkowane jest następującym związkiem:

$$(m - m_1) : (n - n_1) = (b - b_1) : (c - c_1).$$

Po wstawieniu do tego równania wartości z równań (III) i (IV) otrzymamy:

$$\frac{f}{x_1} - \frac{Q}{P} \cdot \frac{z_1}{x_1} - \frac{R}{P} = by - \frac{Q}{P} bx : bz - \frac{R}{P} bx.$$

Wykonując wskazane działanie, otrzymamy po uproszczeniu i uporządkowaniu równanie podstawowe do dalszych badań:

$$(Pbz - Rbx) - \frac{x_1}{f} (Qbz - Rby) - \frac{z_1}{f} (Pby - Qbx) = 0. \quad (V).$$

Wstawiając do tego równania wartości za P , Q i R , oraz dzieląc całe równanie przez bx otrzymamy

$$\left. \begin{aligned} & \left[- (f \cos \nu - z_2 \sin \nu) \sin \gamma \frac{bz}{bx} + x_2 \cos \gamma \frac{bz}{bx} - \right. \\ & \quad \left. - f \sin \nu - z_2 \cos \nu \right] - \\ & - \frac{x_1}{f} \left[(f \cos \nu - z_2 \sin \nu) \cos \gamma \frac{bz}{bx} + x_2 \sin \gamma \frac{bz}{bx} - \right. \\ & \quad \left. - (f \sin \nu + z_2 \cos \nu) \frac{by}{bx} \right] - \\ & - \frac{z_1}{f} \left[- (f \cos \nu - z_2 \sin \nu) \sin \gamma \frac{by}{bx} + x_2 \cos \gamma \frac{by}{bx} - \right. \\ & \quad \left. - (f \cos \nu - z_2 \sin \nu) \cos \gamma - x_2 \sin \gamma \right] = 0. \end{aligned} \right\} \quad (VI).$$

W równaniu tem rzut podstawy bx służy do obliczenia skali modelu, który powstaje z przecięcia się odpowiadających sobie promieni. Ponieważ przy wyznaczeniu elementów orientacji nie zależy nam na skali, przeto niewiadomej bx nie musimy wyznaczać.

Zanim przystąpimy do opisu zastosowania wzorów (VI) przy zdjęciach aerofotogrametrycznych, zastanówmy się, jak wzór ten przekształci się przy poszczególnych przypadkach zdjęć terrofotogrametrycznych. Poniżej zestawione wzory posłużą do badania stereogramów, czy w czasie wykonania zdjęć w terenie nie popełniono błędów przy nastawianiu fototeodolitu.

1. Zdjęcia normalne. W przypadku tym $\nu = \gamma = 0^\circ$, $bx = B$, $by = bz = 0$. Wstawiając te wartości do równania (VI) otrzymamy:

$$z_2 = z_1. \quad (1)$$

W przypadku tym nie wystąpi paralaksa pionowa, gdyż dla wszystkich punktów $z_2 - z_1 = 0$.

2. Zdjęcia normalne na różnej wysokości stanowisk. Zatem; $\nu = \gamma = 0^\circ$, $bx = B \cos \varepsilon$, $bz = B \sin \varepsilon = \Delta H$, $by = 0$. Po wstawieniu tych wartości do równania (VI) otrzymamy:

$$z_2 = z_1 + (x_2 - x_1) \frac{bz}{bx},$$

względnie podstawiając paralaksę poziomą $a = x_1 - x_2$,

$$z_2 = z_1 - a \frac{bz}{bx}. \quad (2)$$

W przypadku tym wystąpi paralaksa pionowa $z_1 - z_2$ malejąca z zmniejszającą się paralaksą poziomą. Punkty leżące w płaszczyźnie równoległej do podstawy posiadać będą równą paralaksę pionową.

3. Zdjęcia lewo (prawo) skrócone. W przypadku tym oprócz rzutów podstawy bz i bx wystąpi jeszcze rzut podstawy by , zależny od kąta, o jaki skrócimy oś optyczną względem położenia normalnego t. j. prostopadłego do podstawy, zatem $bx = B \cos \varepsilon \cos \varphi$, $by = B \cos \varepsilon \sin \varphi$, $bz = B \sin \varepsilon$, $\nu = \gamma = 0^\circ$. Równanie (VI) w przypadku tym przejdzie w równanie:

$$(x_2 - x_1) \frac{bz}{bx} + (z_1 - z_2) + \frac{1}{f} (x_1 z_2 - x_2 z_1) \frac{by}{bx} = 0. \quad (3)$$

Dla punktu, którego współrzędne tłowe lewej kliszy $x_1 = 0$, $z_1 = 0$, otrzymamy paralaksę pionową równą tej, jaką otrzymamy również ze wzoru (2), a więc:

$$z_2 = x_2 \frac{bz}{bx}.$$

Punkt ten, może nam posłużyć do wyznaczenia błędów rzutu podstawy bz (różnicy wysokości stanowisk). Po obliczeniu bz wyznaczyć możemy rzut podstawy by z równania (3) najkorzystniej dla punktu, którego współrzędne prawej kliszy $x_2 = z_2 = 0$.

4. Osie optyczne prostopadłe do podstawy, przy czym prawa oś optyczna nachylona jest pod kątem ν względem płaszczyzny poziomej xy . W przypadku tym $\gamma = 0^\circ$, $bx = B$, $by = bz = 0$, zatem:

$$z_1 = f \frac{f \sin \nu + z_2 \cos \nu}{f \cos \nu - z_2 \sin \nu}. \quad (4)$$

Przyjmując punkt na prawej kliszy, którego współrzędne $z_2 = 0$, obliczamy kąt ν ze wzoru:

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{z_1}{f}.$$

5. Zdjęcia zbieżne (rozbieżne). Lewa oś optyczna prostopadła do podstawy. $\nu = 0^\circ$, $bx = bz = 0$. W przypadku tym otrzymamy:

$$z_2 = \frac{z_1}{f} (f \cos \gamma + x_2 \sin \gamma). \quad (5)$$

Do wyznaczenia kąta γ powinniśmy użyć punktów leżących w rogu prawej kliszy. Punkt o współrzędnych $z_2 = 0$ nie nadaje się do obliczenia z tego powodu, że $z_1 = 0$.

Przechodząc do zdjęć aerofotogrametrycznych dla, których nie znamy zupełnie elementów orientacji zewnętrznej lub znamy tylko jej wartości przybliżone, musimy stosować wzór (VI), przy pomocy którego obliczymy elementy orientacji wzajemnej stereogramu. We wzorze tym nie wprowadzono jeszcze jednej niewiadomej, jaką jest kąt skantowania kliszy prawej względem kliszy lewej. Kąt ten możemy jednak wyeliminować w przyrządzie, na którym mierzyć będziemy współrzędne obu klisz. (Porównaj R. Hegershoff: „Photogrammetrie und Luftbildwesen“ str. 188). Również obliczenie niewiadomej bx nie jest konieczne, gdyż od niej zależy wyznaczenie skali modelu, na którym badane punkty będą położone. Pozostaje zatem do wyznaczenia cztery niewiadome ν , γ i stosunki $\frac{by}{bx}$ i $\frac{bz}{bx}$. Aby nie-

wiadome te wyznaczyć ustawić musimy cztery równania wzoru (VI). W tym celu mierzymy na kliszach współrzędne tłowe 4 punktów, tak położonych, by uzyskać ułatwienie rachunkowe i aby na nich wpływ poszczególnych niewiadomych był jaknajmniejszy. Punkty takie położone będą na osiach tłowych i w rogach kliszy.

Do pomiaru współrzędnych tłowych użyjemy stereokomparatora, w którym lewą kliszę założymy normalnie (t. zn. osie tłowe równoległe do osi stereokomparatora), kliszę zaś prawą skrócimy i przesuniemy tak, byśmy przy nastawianiu punktów głównych lewej i prawej kliszy, usuwali tylko paralaksę poziomą.

Wzór ścisły zastąpimy wzorem przybliżonym, przez wprowadzenie do niego wartości przybliżonych

na niewiadome i rozwinięcie w szereg Taylora z opuszczeniem wyrazów rzędów wyższych, niż pierwszy. Otrzymamy zatem:

$$F\left(\frac{by_0}{bx_0}, \frac{bz_0}{bx_0}, \nu_0, \gamma_0\right) + \frac{\partial F}{\partial \frac{by}{bx}} d\frac{by}{bx} + \frac{\partial F}{\partial \frac{bz}{bx}} d\frac{bz}{bx} + \frac{\partial F}{\partial \nu} \frac{1}{\rho} d\nu + \frac{\partial F}{\partial \gamma} \frac{1}{\rho} d\gamma = 0. \quad (\text{VII}).$$

Różniczki cząstkowe równają się:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \frac{bz}{bx}} &= \left[- (f \cos \nu_0 - z_2 \sin \nu_0) \sin \gamma_0 + \right. \\ &\quad \left. + x_2 \cos \gamma_0 \right] - \\ &\quad - \frac{x_1}{f} \left[(f \cos \nu_0 - z_2 \sin \nu_0) \cos \gamma_0 + \right. \\ &\quad \left. + x_2 \sin \gamma_0 \right], \\ \frac{\partial F}{\partial \frac{by}{bx}} &= \frac{x_1}{f} (f \sin \nu_0 + x_2 \cos \nu_0) - \\ &\quad - \frac{z_1}{f} \left[- (f \cos \nu_0 - z_2 \sin \nu_0) \sin \gamma_0 + \right. \\ &\quad \left. + x_2 \cos \gamma_0 \right], \\ \frac{\partial F}{\partial \nu} &= \left[- (-f \sin \nu_0 - z_2 \cos \nu_0) \sin \gamma_0 \frac{bz_0}{bx_0} - \right. \\ &\quad \left. - f \cos \nu_0 + z_2 \sin \nu_0 \right] - \\ &\quad - \frac{x_1}{f} \left[(-f \sin \nu_0 - z_2 \cos \nu_0) \cos \gamma_0 \frac{bz_0}{bx_0} - \right. \\ &\quad \left. - (f \cos \nu_0 - z_2 \sin \nu_0) \frac{by_0}{bx_0} \right] - \\ &\quad - \frac{z_1}{f} \left[- (-f \sin \nu_0 - z_2 \cos \nu_0) \sin \gamma_0 \frac{by_0}{bx_0} - \right. \\ &\quad \left. - (-f \sin \nu_0 - z_2 \cos \nu_0) \cos \gamma_0 \right], \\ \frac{\partial F}{\partial \gamma} &= \left[- (f \cos \nu_0 - z_2 \sin \nu_0) \cos \gamma_0 - \right. \\ &\quad \left. - x_2 \sin \gamma_0 \right] \frac{bz_0}{bx_0} - \\ &\quad - \frac{x_1}{f} \left[- (f \cos \nu_0 - z_2 \sin \nu_0) \sin \gamma_0 + \right. \\ &\quad \left. + x_2 \cos \gamma_0 \right] \frac{bz_0}{bx_0} - \\ &\quad - \frac{z_1}{f} \left[- (f \cos \nu_0 - z_2 \sin \nu_0) \cos \gamma_0 - \right. \\ &\quad \left. - x_2 \sin \gamma_0 \right] \frac{by_0}{bx_0} - \\ &\quad - \frac{z_1}{f} \left[+ (f \cos \nu_0 - z_2 \sin \nu_0) \sin \gamma_0 - \right. \\ &\quad \left. - x_2 \cos \gamma_0 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VII } a).$$

Jako wartości przybliżone przyjmujemy te, które odczytamy na zdjęciach lotniczych (n. p. położenie libelli) lub podane zostaną w zapiskach obserwatora.

Jeżeli nie posiadamy żadnych przybliżonych wartości dla elementów orientacji zewnętrznej, a wiemy, że zdjęcia lotnicze są prawie prostopadłe, wtedy możemy przyjąć $\nu_0 = \gamma_0 = 0^\circ$, oraz $by_0 = bz_0 = 0$.

Dla tego przyjęcia otrzymamy bardzo prosty wzór przybliżony, który pozwala na szybkie obliczenie war-

tości przybliżonych szukanych elementów. W przypadku tym równanie (VII) przyjmie następującą formę:

$$(x_2 - x_1) d\frac{bz}{bx} + \frac{1}{f} (x_1 z_2 - z_1 x_2) d\frac{by}{bx} - \left(f + \frac{z_1 z_2}{f}\right) \frac{1}{\rho} d\nu + \frac{z_1 x_2}{f} \frac{1}{\rho} d\gamma + (z_1 - z_2) = 0. \quad (\text{VIII}).$$

Przy pomocy tego wzoru potrafimy obliczyć niewiadome z dość znacznym przybliżeniem i to w stosunkowo krótkim czasie, jeżeli tylko obierzemy na kliszach korzystnie położone punkty.

Do takich punktów należeć będzie: punkt 1 leżący w punkcie głównym lewej kliszy o współrzędnych tłowych $x_1 = z_1 = 0$. Współrzędne tego punktu wstawione do równania (VIII), pozwalają na wyrażenie $d\frac{bz}{bx}$ przez $d\nu$. Dwa dalsze punkty 2 i 3 położone na osi tłowej zz prawej kliszy, leżące w tej samej odległości od osi xx , ale o przeciwnym znaku i w pobliżu skraju kliszy, pozwolą nam na ustawienie dwu dalszych równań, które łącznie z równaniem pierwszym służą do obliczenia trzech niewiadomych. Punkt 4 obieramy w lewym górnym rogu prawej kliszy (względnie w lewym dolnym rogu, gdy punkt główny lewej kliszy leży na prawej kliszy poniżej osi xx). W punkcie tym wpływ czwartej niewiadomej będzie największy. Współrzędne tego punktu wstawione do równania (VIII) posłużą do obliczenia czwartej niewiadomej.

Gdy wymagana dokładność wyznaczenia elementów orientacji wzajemnej nie jest wielka, wtedy już to pierwsze obliczenie odpowiadać będzie naszym wymaganiom. I tak przy obliczeniu wzorami (VIII) otrzymujemy dla klisz nachylonych i skręconych o 1° przybliżone wartości elementów orientacji ν i γ z dokładnością $\pm 10'$.

Obierając na kliszach szereg dalszych punktów, otrzymamy dla 4 niewiadomych w ogólności n równań błędów, następującego kształtu:

$$\delta = a d\frac{bz}{bx} + b d\frac{by}{bx} + c d\nu + e d\gamma + L,$$

przyczem:

$$a = x_2 - x_1, \quad b = \frac{1}{f} (x_1 z_2 - z_1 x_2), \quad c = - \left(f + \frac{z_1 z_2}{f}\right), \\ e = \frac{z_1 x_2}{f} \quad \text{i} \quad L = z_1 - z_2.$$

Z równań błędów tworzymy równania normalne, które służą nam do obliczenia najbardziej prawdopodobnych wartości niewiadomych. Wartości te nie będą jeszcze równe elementom orientacji wzajemnej, będą jednak do nich bardzo zbliżone.

Rachunek ten będzie bardzo korzystnym przy parostopniowem pochyleniu i skręceniu klisz.

W wyżej wyprowadzonych wzorach nie uwzględniono kąta skantowania klisz względem siebie, gdyż jak to już poprzednio wspomniano, może on być wyeliminowany. Gdyby jednak miano i ten kąt obliczyć (n. p. współrzędne tłowe zostały pomierzone oddzielnie na komparatorze), wtedy do wzoru (VI) należy jeszcze wstawić:

$$x_2 = z_2' \sin k + x_2' \cos k, \\ z_2 = z_2' \cos k - x_2' \sin k,$$

x_2' i z_2' są współrzędnymi tłowymi prawej kliszy nie skantowanej względem kliszy lewej. k równa się kątowi skantowania.

Po wprowadzeniu nowej niewiadomej zmieniają się odpowiednio równania (VII), (VII a) i (VIII). Do obliczenia niewiadomych konieczne będzie ustawienie 5 równań, a zatem i obiór dalszych korzystnych punktów. Punktem takim będzie punkt główny prawej kliszy.

Jakkolwiek opisana metoda rachunkowa wymaga dużego nakładu pracy, to jednak może mieć zastosowanie przy pracach przygotowawczych. Każda instytucja posiadająca autograf, czy też aerokartograf, posiadająca również stereokomparator, na którym odczytamy konieczne daty do obliczenia przybliżonych elementów.

W przypadku, gdy zdjęcia lotnicze wykonujemy kamerą podwójną lub kamerą pojedynczą, ale jako zdjęcia wahadłowe, znany nam będzie kąt, pod jakim dwa odpowiadające sobie zdjęcia będą względem siebie skręcone, (dla zdjęć wahadłowych tylko w przybliżeniu). Możemy zatem przeliczyć dla szeregu punktów prawej kliszy odnośne wyrazy we wzorze (VI), (VII) i (VIIa), które dla danego szeregu będą się stale powtarzać. Dla każdej pary klisz musimy tylko odszukać odpowiadające punkty na kliszy lewej, pomierzmy ich współrzędne tłowe i ustawić równania do obliczenia niewiadomych. W przypadku tym przyjmujemy dla pierwszego obliczenia wartość przybliżoną na kąt γ , pozostałe zaś niewiadome jako równe zeru.

Przy triangulacji nadirowej (radjalnej) uzyskamy przy pomocy wzorów przybliżonych orientację wzajemną klisz, a jeżeli będziemy znali położenie pierwszej kliszy względem punktów terenu, wtedy przeliczenie kąta pochylenia następnej kliszy nie będzie przedstawiać trudności. Jak wiadomo kąt pochylenia kliszy względem terenu jest potrzebny przy pomiarze kątów dla sieci triangulacyjnej i brany jest z odfotografowanego położenia libelli pudełkowej, która niejednokrotnie zawodzi.

Badania przeprowadzone przez P. Gasta wykazują, że dokładność uzyskania elementów orientacji zewnętrznej przy optyczno-mechanicznym dostosowaniu zdjęć lotniczych na aerokartografie, obliczona z 6 kolejnych dostosowań leży w dość dużych granicach. I tak średni błąd dostosowania wynosi dla kąta γ , $\mu_\gamma = \pm 11'$, dla kąta ν , $\mu_\nu = \pm 3'$, dla $b\gamma$, $\mu_{b\gamma} = \pm 0,76 \text{ mm}$, dla bz , $\mu_{bz} = \pm 0,10 \text{ mm}$ w skali opracowanego modelu 1:10000. Daty te wskazują na to, że i obliczone wartości przybliżone będą mogły wykazywać błędy. (Porównaj P. Gast: „Vorlesungen über Photogrammetrie“. Lipsk 1930, str. 249).

Wzory (VI), (VII) i (VIIa) mogą mieć również zastosowanie przy wyznaczeniu orientacji zewnętrznej szeregu zdjęć lotniczych pokrywających się w 60% do 75%, pod tym jednak założeniem, że znamy orientację zewnętrzną pierwszego zdjęcia.

Jeżeli bowiem znamy położenie punktu nadirowego w układzie przestrzennym prostokątnym punktów dostosowania, wtedy możemy obliczyć położenie środka obiektywu w tym układzie. Następnie możemy przesunąć układ równolegle do płaszczyzny poziomej tak, by początek układu znalazł się w położeniu środka obiektywu. W układzie tym przeliczone współrzędne

przestrzenne punktów dostosowania (terenu) możemy przyjąć w miejsce współrzędnych i ogniskowej lewej kliszy. Powyżej opisany układ nie będzie odpowiadał przyjęciu we wzorze (VI), gdyż klisza może mieć dowolne położenie względem terenu, zatem podobnie jak to ma miejsce dla kliszy prawej. W przypadku tym lewą kliszę zastępujemy terenem.

We wzorach (VI), (VII) i (VIIa) uzupełnionych niewiadomą kąta skantowania k , należy podstawić:

zamiast $\frac{x_1}{f}$ stosunek $\frac{X_p}{Y_p}$, oraz zamiast $\frac{z_1}{f}$ stosunek $\frac{Z_p}{Y_p}$,

przyczem Y_p równa się różnicy wysokości między punktem terenu P , a wysokością, na jakiej wykonano lewe zdjęcie lotnicze, (t. j. na której znajdował się środek obiektywu w chwili wykonania zdjęcia lotniczego), zaś X_p i Z_p są współrzędnymi prostokątnymi na płaszczyźnie poziomej odniesione do początku układu leżącego w punkcie nadirowym. x_2' i z_2' są współrzędnymi tłowymi prawej kliszy (gdy znamy orientację zewnętrzną lewej kliszy).

Z powyższego opisu wynika, że dostosowanie każdej następnej kliszy jest możliwe do przeprowadzenia drogą rachunkową. Jeżeli to dostosowanie przeprowadzone będzie przy uwzględnieniu punktów dostosowania pomierzonych na terenie, wtedy otrzymamy wyniki dokładne, gdy natomiast opierać się będziemy tylko na punktach dostosowania pierwszej kliszy, a następnie kolejno przeliczać będziemy przy uwzględnieniu elementów obliczonych rachunkowo, wtedy nie unikniemy błędów wyznaczenia elementów orientacji wzajemnej spowoduje powiększenie się błędów dla klisz dalszych.

Wartości przybliżone dla kątów ν i γ należy przyjmując te, jakie obliczone zostały dla kliszy pierwszej.

W przypadku, gdy zamiast współrzędnych tłowych zostały dla każdego punktu pomierzone kąty α i β przy pomocy teodolitu do wymierzania klisz, należy do wzorów (VI), (VII) i (VIIa) podstawić:

$$\frac{x_1}{f} = \operatorname{tg} \alpha_1, \quad \frac{z_1}{f} = \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\cos \alpha_1}, \quad x_2 = f \operatorname{tg} \alpha_2, \quad z_2 = f \frac{\operatorname{tg} \beta_2}{\cos \alpha_2}.$$

Zastosowanie tych wzorów w praktyce okaże się mniej odpowiednie, gdyż błędy pomiaru będą większe, niż te, które otrzymamy na podstawie obliczeń ze współrzędnych tłowych.

W końcu należy nadmienić, że wpływ krzywizny ziemi i refrakcji na współrzędne tłowe odfotografowanych punktów będzie w niektórych przypadkach tak znaczny, iż przy wyznaczeniu elementów orientacji zewnętrznej musimy go wziąć pod uwagę.

Wpływ ten będzie nieznaczny przy zdjęciach prostopadłych wykonanych kamerą pojedynczą lub podwójną nawet dla małej skali zdjęcia, natomiast jeżeli użyjemy kamery panoramowej, wtedy przesunięcia punktów będą większe niż błędy obserwacyjne.

Wiadomości z literatury technicznej.

Drogi.

— **Sprawa drogowa w Wielkiej Brytanji.** Wedle ostatnich urzędowych publikacji sumaryczna długość dróg komunikacyjnych wynosiła z dniem 31 grudnia 1930 — 285.000 km, z czego wypadało na Anglię i Walję 244.000 km, na Szkocję zaś 41.000 km. Główne drogi przejazdowe dzielią się na dwie klasy, przyczem dróg głównych przejazdowych I kl. było 42.500 km (14,9%), II kl. 25.000 km (9%). Prawie połowa głównych dróg przejazdowych dostosowana została zupełnie do wymogów nowoczesnego ruchu samochodowego, posiadając przejrzyste przejazdy w osiedlach, ubezpieczone skrzy-

żowania z kolejami, należyte krzywizny, skrzyżowania swobodne itp. Przy drogach I kl. zastosowano przeważnie natomiast asfaltowe najrazmaitszych typów ułożone na fundamencie betonowym. W ostatnich latach zaczęto silnie wprowadzać makadam maziowy oraz nawierzchnię betonową. W partjach portowych oraz w pobliżu składów, gdzie jeszcze zaprzęg odgrywa pewną rolę, używa się często bruku granitowego. Drogi II kl. posiadają nawierzchnie maziowe lub tłuczniowe z utwaleniem maziowem lub asfaltowem.

Utrzymanie i budowa dróg pokrywa się częściowo z ogólnych wpływów hrabstw i gmin, częściowo zaś ze świadczeń ruchu samochodowego, przyczem dla sfinansowania całości zagadnienia istnieje fundusz drogowy, któ-