nione na rys. 12 dwa mosty przeładunkowe są wyrobu krajowego (Huta Zgoda) i zainstalowane są w Gdyni.

Mosty przeładunkowe buduje się o długościach dochodzących do 160 m, przyczem część przednia jest podnoszona, dla swobodnego przejazdu statków, i jej długość dochodzi do 40 m.

Ze względu na wielkie odległości placów składowych od brzegu, prędkość jazdy wózka jest znaczna i wynosi 2 — 3 m/sek. Udźwig dochodzi do 20 tonn, czyli zawartość chwytaka dochodzi do 12 tonn ciężaru. Wydajność mostu przy średnich odległościach i wyładunku na plac ze statku lub z placu na statek wynosi 100 — 300 tonn na godzinę.

Na nabrzeżach przeznaczonych do przeładunku takich towarów, jak węgiel i ruda, zwykle nie przeładowuje się już innych towarów, i na całem nabrzeżu ustawia się szereg mostów przeładunkowych. Układ mostów przeładunkowych na jednem z nabrzeży w Rotterdamie przedstawia rys. 15.

(d. c. n.)

Ramy eliptyczne*).

Napisał Stefan Bryła.

4. Całkowite jednostajne obciążenie rozpory.

Dla belki wolno podpartej o rozpiętości $2a$ siła poprzeczna w odległości x od środka wynosi

$$T_{00} = -p\,x.$$

Rozkłada się ona na dwie siły N_0 i T_0. Zatem

$$N_0 = T_{00} \sin\vartheta = -p\,x \sin\vartheta,$$
$$T_0 = T_{00} \cos\vartheta = -p\,x \cos\vartheta.$$

W równaniach powyższych x jest ujemne dla lewej połowy, dodatnie dla prawej, kąt ϑ zaś odwrotnie, zatem N_0 jest dodatnie wszędzie, zaś T_0 jest dodatnie dla lewej, ujemne dla prawej połowy ramy.

Dla słupów jest

$$N_0 = A = B = p\,a,$$
$$T_0 = 0.$$

$$M_0 = A(a+x) - \frac{1}{2}p(a+x^2) = \frac{1}{2}p(a^2 - x^2). \quad (46)$$

Dla słupów jest $x = \pm a$, więc $M_0 = 0$.

Zatem

$$S = 0.$$

Wedł. (11)

$$R = \frac{1}{2}p\int_C^D (a^2 - x^2)(h+y)\,ds = \varphi_2 R',$$

przyczem

$$R' = p\int_0^a (a^2 - x^2)(h+y)\,dx.$$

Ponieważ M_0, a więc i wyrażenie pod całką, maleje ku słupom aż do zera, przeto podstawiając dx za ds popełniamy niewielki błąd. Błąd ten naprawimy przez wstawienie spółczynnika zwiększającego φ_2.

Wyrażenie ostatnie można rozbić na trzy całki:

$$1)\quad p\,h\int_0^a (a^2 - x^2)\,dx = \frac{2}{3}p\,a^3 h,$$

$$2)\quad p\,a^2\int_0^a y\,dx = \frac{\pi}{4}p\,a^3 b,$$

gdyż całka ostatnia przedstawia ćwierć pola elipsy, które wynosi $ab\pi$,

$$3)\quad p\int_0^a y\,x^2\,dx = pb\int_0^a \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}\,x^2\,dx =$$
$$= p\,a^3 b\int_0^1 \sqrt{1 - x^2}\,x^2\,dx = p\,a^3 b\,I.$$

Ostatnią całkę otrzymaliśmy, podstawiając w poprzedniej x za $\frac{x}{a}$, wskutek czego granica górna zmieniła się z a na 1. Podstawiając $x = \sin\varphi$ otrzymujemy

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\varphi\cos^2\varphi\,d\varphi = \frac{\pi}{16}.$$

Zatem

$$R' = p\left[\frac{2}{3}a^3 h + \frac{\pi}{4}a^3 b + \frac{\pi}{16}a^3 b\right] =$$
$$= p\,a^3\left[\frac{2}{3}h + \frac{3}{16}\pi b\right].$$

Czyli

$$R' = p\,a^3\,(\mathbf{0{,}667}\,h + \mathbf{0{,}589}\,b) \quad . \quad . \quad (47)$$

Dla koła

$$R'_0 = pr^3\,(0{,}667\,h + 0{,}589\,r),$$

$$M_0 = \frac{1}{2}p(r^2 - x^2) = \frac{1}{2}p\,y^2 = \frac{1}{2}p\,r^2\sin^2\delta,$$

$$R_0 = \int_{-r}^{+r} M_0\,(h+y)\,ds = p\,r^3\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\vartheta\,(h + r\sin\vartheta)\,d\vartheta.$$

Ale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\vartheta\,d\vartheta = \frac{\pi}{4} \text{ (por. 16)}$$

---

*) Ciąg dalszy do str. 199 w zesz. 10 z r. b.

zaś

$$\int \sin^3\vartheta\, d\vartheta = -\int \sin^2\vartheta\, d\cos\vartheta =$$

$$= -\int (1-\cos^2\vartheta)\, d\cos\vartheta = -\cos\vartheta + \frac{1}{3}\cos^3\vartheta,$$

czyli

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3\vartheta = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Więc

$$R_0 = p\,r^3\left(\frac{\pi}{4}h + \frac{2}{3}r\right) = p\,r^3\,(0{,}785\,h + 0{,}667\,r).$$

Dla

$$h = 0 \qquad R_0 = 0{,}667\,p\,r^4, \qquad R'_0 = 0{,}589\,p\,r^4,$$

$$\varepsilon = \frac{R-R'}{R'} = \frac{667}{589} - 1 = 0{,}1325.$$

Dla

$$h = r \qquad \varepsilon = \frac{196}{1256} = 0{,}156,$$

$$h = 2r \qquad \varepsilon = \frac{314}{1923} = 0{,}163,$$

$$h = 3r \qquad \varepsilon = \frac{432}{2600} = 0{,}166,$$

$$h = 4r \qquad \varepsilon = \frac{550}{3267} = 0{,}168,$$

$$h = \infty \qquad \varepsilon = \frac{118}{667} = 0{,}177.$$

Dla $b = 0$ t. j. dla rozpory prostej jest

$$R' = R = 0{,}667\,p\,a^3 h,$$

czyli błąd $\delta = 0$. Będzie więc

$$\varphi_2 = 1 + \alpha\varepsilon$$

przyczem dla

$\frac{h}{a} =$	0	1	2	3	4	∞
$\varepsilon =$	0,1325	0,156	0,163	0,166	0,168	0,177.

Dla innych wartości $\frac{h}{a}$ należy interpolować linijnie.

Przykład 3.

Rama jak w przykładzie 1.

Płyta 10 cm gruba, żebra 30 cm szerokie wystają z płyty o 40 cm. Odstęp żeber od osi do osi 3,0 m.

Ciężar stały, żelbet $\gamma = 2{,}4\ t/m^3$.

Płyta **10 cm** = 0,1 m, żebro grubość 0,50, szerokość 0,30 m, odstęp żeber 3 m,

$$p = (0{,}1\,.\,3{,}0 + 0{,}4\,.\,0{,}3)\,2{,}4 = (0{,}3 + 0{,}12)\,.\,2{,}4 = 1{,}008\ t/m$$

$$A = B = a\,p = 9\,.\,1{,}008 = 9{,}072\ t.$$

Wedł. (47)

$$R' = 9{,}072\,.\,9^2\,(0{,}667\,.\,14 + 0{,}5896\,.\,) =$$

$$= 9{,}072\,.\,81\,(9{,}35 + 3{,}534) = 9{,}072\,.\,81\,.\,12{,}884 = 9470,$$

$$\varepsilon = 0{,}156 + (0{,}163 - 0{,}156)\,0{,}555 =$$

$$= 0{,}156 + 0{,}004 = 0{,}16$$

$$\varphi = 1 + 0{,}16\,\frac{6}{9} = 1{,}107,$$

$$R = 1{,}107\,.\,9470 = 10489\ tm^3,$$

$$H = \frac{10\,480}{10\,890} = 0{,}963\ t.$$

Dla $x = 0$ (wierzchołek)

$$M_0 = \frac{1}{8}\,p\,(2a)^2 = \frac{1}{2}\,.\,1{,}008\,.\,9^2 = 40{,}9\ tm.$$

Wedł. (4)

$$M = 40{,}9 - 0{,}963\,.\,20 = 40{,}9 - 19{,}26 = 21{,}64\ tm,$$

$$N = 0{,}963, \qquad T = 0.$$

Dla

$$x = \pm\frac{a}{2} = 4{,}5\,\mathrm{m},\ \text{(równ. 46)},\ \text{Wedł. } M_0 =$$

$$= \frac{1}{2}\,p a^2\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 40{,}9\,.\,\frac{3}{4} = 30{,}65\ tm,$$

$$M = M_0 - H\,.\,19{,}2 = 30{,}65 - 18{,}49 = 12{,}16\ tm\ \text{(r. 4)}$$

$$T_{00} = \pm 1{,}008\,.\,4{,}5 = \pm 4{,}536\ t,$$

$$N_0 = 4{,}536\,.\,0{,}36 = 1{,}63\ t,$$

$$T_0 = \pm 4{,}536\,.\,0{,}936 = \pm 4{,}25\ t,$$

$$N = 1{,}63 + 0{,}963\,.\,0{,}936 = 1{,}63 + 0{,}902 = 2{,}532\ t,$$

$$T = \pm 4{,}25 \pm 0{,}963\,.\,0{,}36 = 4{,}25 - 0{,}346 = \pm 4{,}596\ t$$

Punkt C $\quad N = 9{,}072\ t \quad T = -0{,}963,$

" $\ D$ $\quad N = 9{,}026\ t \quad T = +0{,}663,$

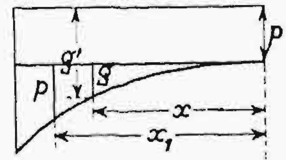
$$M_C = M_D = -0{,}963\,.\,14 = -13{,}5\ tm.$$

5. Ciężar własny rozpory.

Gdyby grubość d rozpory była nieskończenie razy mniejsza od wymiarów a i b, pionowa grubość v (a zatem i obciążenie jednostkowe, t. j. przypadające na jednostkę rzutu poziomego) rosłoby proporcjonalnie do sec ϑ, czyli byłoby

$$v = d\ \sec\vartheta.$$

Ponieważ d posiada wartość skończoną w porównaniu do a i b, równanie powyższe ważne jest z *bardzo wielkiem przybliżeniem dla części* płaskiej, dla $\vartheta < 45'$. Dla części stromych odchylka od tego równania rośnie szybko ze wzrostem ϑ. Dla $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ byłoby $v = \infty$, w rzeczywistości v jest skończone. Możemy ciężar własny g' (rys. 8) rozłożyć na:



Rys. 8.

1) Ciężar jednostajny stały, odpowiadający zwornikowi, o wielkości p. Wpływ jego omówiono w rozdziale poprzednim.

2) Ciężar zmienny g' rosnący od zera wraz z oddaleniem od klucza (zwornika).

Jest więc

$$g' = p \sec \vartheta = p + g$$

czyli

$$g = p\,(\sec \vartheta - 1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Dla $\vartheta = 45^0$ $\sec \vartheta = 2$, więc $g = p$.

Odpowiada temu odcięta x_1 (równ. 19). Ponieważ prawo zmienności obciążenia (48) ważne jest tylko w przybliżeniu, a zastosowanie go do rachunku prowadzi do bardzo zawiłych całek, wreszcie dla stromych części daje ono wyniki wręcz absurdalne, zastąpiono je z korzyścią prawem parabolicznem, które dla części środkowej ($\vartheta < 45^0$) jest prawie identyczne z prawem (48), zaś dla części stromych nie prowadzi do absurdu ($g = \infty$), tylko daje wartości skończone. Mianowicie przyjmiemy

$$g = n\,x^2.$$

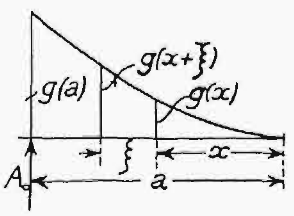
Dla $x = o$ $g = o$, dla $x = x_1$ $g = p$,

więc $p = n\,x_1^{\,2}$, czyli $n = \dfrac{p}{x_1^{\,2}} = \dfrac{p}{a^2}\,(1 + \alpha^2)$.

Dla

$$x = a \quad g = g_a = n\,a^2 = p\left(\frac{a}{x_1}\right)^2 = p\,(1 + \alpha^2).$$

Ostatnia wartość może przypadkowo być równa rzeczywistej, w ogólności jednak jest od niej różna. Błąd ten jednak ma mały wpływ na moment M_0, a więc i na wartość R.



Rys. 9.

Oddziaływanie belki wolno podpartej, a zarazem naszej ramy

$$A = B = \int_0^a g\,dx = n\int_0^a x^2\,dx = \frac{n}{3}\,a^3 = \frac{1}{3}\,g_a\,a.$$

Siła poprzeczna w belce wolno podpartej w w odległości x od środka

$$T_{00} = -\int_0^x g\,dx = -\,\frac{n}{3}\,x^3 = -A\left(\frac{x}{a}\right)^3.$$

Znak —, gdyż dla prawej połowy belki siła poprzeczna jest ujemna, zaś x dodatnie.

Podobnie jak w poprzednim rozdziale,

$$N_0 = T_{00}\,\sin\vartheta$$
$$T_0 = T_{00}\,\cos\vartheta,$$

i taż sama uwaga odnośnie do znaków, co tam, i tu dotyczy. Dla słupów $N_0 = A$, $T_0 = 0$,

$$M_0 = B\,(a - x) - \int_0^{a-x} g\,\xi\,d\xi = \frac{n}{3}\,a^3\,(a - x) - \int_0^{a-x} g\,(x + \xi)\,\xi\,d\xi,$$

przyczem

$$g\,(x + \xi) = n\,(x + \xi)^2.$$

Zatem

$$\int_0^{a-x} g\,(x + \xi)\,\xi\,d\xi = n\int_0^{a-x}(x + \xi)^2\,\xi\,d\xi = \frac{n}{12}\,(3a^4 - 4a^3 x + x^4),$$

zaś

$$M_0 = \frac{n}{12}\,(a^4 - x^4) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Dla

$$x = \pm a \qquad M_0 = 0,$$

więc

$$S = 0,$$

zatem

$$R = \varphi_8\,R'.$$

I znów można przyjąć $ds = dx$, więc

$$R' = 2\,\frac{n}{12}\int_0^a (a^4 - x^4)\,(h + y)\,dx.$$

Ale

$$h\int_0^a (a^4 - x^4)\,dx = \frac{4}{5}\,h\,a^5,$$

$$\int_0^a a^4\,y\,dx = \frac{\pi}{4}\,a^5\,b,$$

$$\int_0^a y\,x^4\,dx = a^5\,b\int_0^1 \sqrt{1 - x^2}\,x^4\,dx = a^5\,b\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4\varphi\,\cos^2\varphi\,d\varphi.$$

W ostatniej całce wolno zamienić sin i cos, więc

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4\varphi\,\cos^2\varphi\,d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\varphi\,\cos^4\varphi\,d\varphi$$

czyli

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\varphi\,\cos^2\varphi\,(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi)\,d\varphi = \frac{\pi}{16}.$$

Zatem

$$R' = \frac{n}{6}\left(\frac{4}{5}\,h\,a^5 + \frac{\pi}{4}\,a^5\,b - \frac{\pi}{32}\,a^5\,b\right) = \frac{n}{3}\,a^5\left(\frac{2}{5}\,h + \frac{7}{64}\,\pi b\right),$$

czyli

$$R' = A\,(0{,}4\,h + 0{,}344\,b)\,a^2 = \frac{1}{3}\,p\,a^3\,(1 + \alpha^2)\,(0{,}4\,h + 0344\,b),$$

Dla rozpory prostej $b = 0$, $\alpha = 0$

$$R_{II}' = R_{II} = \frac{2}{15}\,p\,h\,a^3.$$

Dla

$$a = b = r$$

jest

$$M_0 = \frac{n r^4}{12}(1 - \cos^4 \vartheta).$$

Więc

$$R_0 = 2\frac{n r^5}{12}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1 - \cos^4 \vartheta)(h + r \sin\vartheta)\, d\vartheta;$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\vartheta\, d\vartheta = 1,$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4\vartheta\, d\vartheta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\vartheta\, d\vartheta - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\vartheta \cos^2\vartheta\, d\vartheta =$$

$$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{16} = \frac{3}{16}\pi,$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\vartheta \cos^4\vartheta\, d\vartheta = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4\vartheta\, d\cos\vartheta = \frac{1}{5}.$$

Zatem

$$R_0 = \frac{n r^5}{6}\left[h\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{16}\pi\right) + r\left(1 - \frac{1}{5}\right)\right] =$$

$$= \frac{n r^5}{6}\left[\frac{5}{16}\pi h + \frac{4}{5} r\right] = A r^2 (0{,}941\, h + 0{,}4\, r).$$

Tymczasem (por. a)

$$R_0' = A r^2 (0{,}4\, h + 0{,}344\, r).$$

Z porównania obu ostatnich wzorów wynikają następujące wartości

$$\varepsilon_3 = \frac{R - R'}{R'}$$

dla

$$\frac{h}{r} = \frac{h}{a} = 0 \qquad \varepsilon_3 = \frac{0{,}056}{0{,}344} = 0{,}163$$

$$= 1 \qquad \varepsilon_3 = \frac{147}{744} = 0{,}198$$

$$= 2 \qquad \varepsilon_3 = \frac{238}{1144} = 0{,}208$$

$$= 3 \qquad \varepsilon_3 = \frac{329}{1544} = 0{,}213$$

$$= 4 \qquad \varepsilon_3 = \frac{420}{1944} = 0{,}216$$

$$= \infty \qquad \varepsilon_3 = \frac{91}{400} = 0{,}2275.$$

Dla innych wartości $\frac{h}{a}$ można interpolować linijnie. Spółczynnik zwiększający $\varphi_3 = 1 + \alpha\,\varepsilon_3$.

P r z y k ł a d 4.

Ciężar zmienny. Rama jak w przykł. 2.

$$g_a = 1{,}008\,.\,(1 + 0{,}667)^2 = 1{,}458\ tm,$$

$$n = g_a : a^2 = 1{,}458 : 81 = 0{,}018,$$

$$A = B = \frac{a}{3}\,.\,1{,}458 = 4{,}374\ t,$$

$$R' = Aa^2(0{,}4\,.\,14 + 0{,}334\,.\,6) = Aa^2(5{,}6 + 2{,}064) =$$

$$= 4{,}374\,.\,81\,.\,7{,}664 \text{ (równ. } a),$$

$$\varepsilon_3 = 0{,}198 + 0{,}555\,(0{,}208 - 0{,}198) =$$

$$= 0{,}198 + 0{,}006 = 0{,}204,$$

$$R = 1{,}204\, R' = 3260\ tm^3,$$

$$H = \frac{3260}{10890} = 0{,}3\ t.$$

Dla $x = 0$

$$M_0 = \frac{n}{12}a^4 = 0{,}0015\,.\,81^2 = 9{,}85\ tm,$$

$$M = M_0 - 0{,}3\,.\,20 = 9{,}85 - 6 = 3{,}85\ tm,$$

$$N = 0{,}3\ t, \qquad T = 0.$$

$$x = \mp\frac{a}{2} = \mp 4{,}5\ m,$$

$$M_0 = 9{,}85\,(1 - 0{,}5^4) = \frac{15}{16}9{,}85 = 9{,}24\ tm,$$

$$M = M_0 - H\,.\,19{,}2 = 9{,}24 - 0{,}3\,.\,19{,}2 =$$

$$= 9{,}24 - 5{,}76 = 3{,}48\ tm$$

$$T_{00} = \pm A\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4{,}374 : 8 = +0{,}547\ t,$$

$$N_0 = 0{,}547\,.\,0{,}36 = 0{,}197,$$

$$T_0 = \pm 0{,}547\,.\,0{,}936 = \pm 0{,}5115,$$

$$N = N_0 + H\,.\,0{,}936 = 0{,}197 + 0{,}2808 =$$

$$= 0{,}4778\ t,$$

$$T = T_0 \mp H\,.\,0{,}36 = +0{,}5115 \mp 0{,}108 =$$

$$= \pm 0{,}4035\ t.$$

Punkt C

$$N = 4{,}374\ t, \qquad T = -0{,}3\ t,$$

$$M = -0{,}3\,.\,14 = -4{,}2\ tm.$$

Punkt D

$$N = 4{,}374\ t, \qquad T = +0{,}3\ t, \qquad M = -4{,}2\ tm.$$

(d. c. n.)