ROZDZIAŁ IV.

Obliczanie na spadek napięcia.

§ 17. Tor o przekroju jednostajnym.

Dotychczas obliczaliśmy rozpływ prądów i największe spadki napięcia przy danych przekrojach, obecnie zadanie odwrócimy i będziemy obliczali przekroje przy danym największym spadku napięcia, do którego powinniśmy się choć w jednym punkcie możliwie zbliżyć, a którego nie wolno nam będzie przekroczyć w żadnym punkcie toru lub sieci.

Zaczynamy od torów otwartych. W torach tych punktem największego spadku napięcia jest punkt krańcowy. A więc w torach otwartych należy wyznaczać takie przekroje, aby spadek napięcia w punkcie krańcowym równał się przepisanej wartości lub możliwie się do niej zbliżał.

Zasada nieprzekraczania dopuszczalnego spadku napięcia nie wystarcza do wyznaczenia przekrojów. Pozostawia ona wiele dowolności. Ten sam spadek napięcia na krańcu można osiągnąć, wyznaczając na całej długości toru przekrój jednostajny, albo różnoraki. To też przy obliczaniu przekroju na spadek napięcia trzeba wziąć do pomocy jeszcze inną zasadę, którąby miała pewne uzasadnienie teoretyczne, czy praktyczne, a którąby usuwała dowolność w wyznaczaniu przekrojów.

Jest kilka takich zasad. Pierwsza z nich polega na wyznaczaniu przekroju jednostajnego dla całej długości toru. Za tym przepisem przemawiają względy natury praktycznej. Jednostajny przekrój wprowadza znaczne uproszczenie montażu. Monter nie potrzebuje pilnować się planu, segregować materjału, ani sprawdzać przekrojów. Przy montażu natrafia się zwykle na jakieś nieprzewidziane okoliczności, które zmuszają do odstępstwa od pierwotnego planu. Licząc się z tem, biura techniczne wysyłają na montaż zwykle nieco więcej materjału. Przy różnorakich przekrojach może się zdarzyć, że pomimo zapasu, zabraknie pewnego przewodnika, gdy inny — pozostanie w większej ilości. Przy jednostajnym przekroju tegoby nie było. Zamówienia dodatkowe pociągają za sobą zwłokę i zwiększają koszta montażowe. W dodatku, z materjału przewodowego pozostają resztki (np. kilkodziesięciometrowe), które nie znajdują już należytego zastosowania. Im większa jest różnorodność przewodników, tem więcej jest odpadków. Również i dla eksploatacji linji elektrycznej dogodniej jest mieć do czynienia z jednym tylko przekrojem i przechowywać w składzie jeden tylko rodzaj przewodnika.

W torach o przekroju jednostajnym największy spadek napięcia, panujący na krańcu z, wyrazi się wg wzorów (7), (8) następującemi równaniami:

$$\Delta E_{az} = \frac{2}{ks} \sum_a^z I_{pr}\, l_{pr} \text{ (sumowanie odcinkami)}$$

$$\Delta E_{az} = \frac{2}{ks} \sum_a^z \pm\, i_p\, l_{pz} \text{ (sumowanie momentami: + zasilanie; — odbiór).}$$

Gdy zrównamy spadek największy ΔE_{az} ze spadkiem dopuszczalnym ΔE_{dzw} i odwrócimy te równania, otrzymamy:

$$s = \frac{2}{k\, \Delta E_{dzw}} \sum_a^z I_{pr}\, l_{pr} \text{ (sumowanie odcinkami)} \tag{38}$$

$$\boxed{s = \frac{2}{k\, \Delta E_{dzw}} \sum_a^z \pm\, i_p\, l_{pz} \text{ (sumowanie momentami: + zasilianie; — odbiór).}} \tag{39}$$

Przy wyznaczaniu przekroju trzeba pamiętać, że fabryki nie wyrabiają przewodników o dowolnym przekroju, lecz tylko o następujących przekrojach normalnych:

1 mm²	*1,5*	*2,5*	*4*	*6*	*10*	*16*	*25*	*35*
50	*70*	*95*	*120*	*150*	*185*	*240*	*300*	*400*
500	*625*	*800*	*1000*					

Należy się z tem liczyć i po obliczeniu przekroju teoretycznego wybierać z przekrojów fabrycznych następny w i ę k s z y. W przypadkach wyjątkowych, gdzie dozwolone jest niewielkie przekroczenie przepisanego spadku napięcia, można wybierać najbliższy przekrój m n i e j s z y od teoretycznego.

Przykład 17. Obliczyć tor z rys. 79 na dopuszczalny spadek napięcia $\Delta E_{dzw.} = 10\ V$ i na przekrój jednostajny.

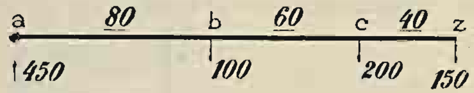
Wg wzoru (39):

$$s = \frac{2}{57 \cdot 10}(450.180 - 100.100 - 200.40) = 221\ mm^2.$$

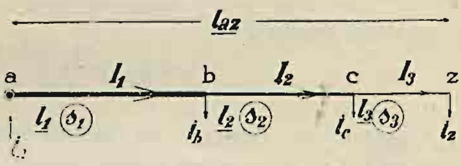
Wybieramy najbliższy przekrój fabryczny większy ... 240 mm^2.

§ 18. Tor o jednostajnej gęstości prądu.

Jak mówiliśmy wyżej, przy obliczaniu na spadek napięcia musimy przyjąć jakąś zasadę, któraby wyłączała dowolność w wyznaczaniu przekrojów. Jedną taką zasadę, mianowicie zasadę jednostajności przekroju, zastosowaliśmy wyżej, obecnie poszukamy innej. Jeżeli przekroje mają być niejednakowe, to jest zrozumiałe, że większe prądy muszą otrzymać większe przekroje, a mniejsze prądy — przekroje mniejsze.



Rys. 79.



Rys. 80.

Za stopniowaniem przekrojów wg natężenia prądu przemawia między innemi wzgląd na nagrzewanie się przewodów. Nagrzewanie, szczególnie przewodów izolowanych, nie powinno przekraczać pewnych granic. Przy jednostajnym przekroju nagrzewanie jest nierównomierne: odcinki o wielkich prądach nagrzewają się bardziej, niż odcinki o prądach małych. Natomiast stopniowanie przekrojów wg prądów wprowadza większą równomierność temperatury.

Stopniowanie przekrojów ma więc swoje uzasadnienie, trzeba byłoby tylko ułożyć wzór zależności przekrojów od prądów. Przyjmijmy zwyczajną proporcjonalność. A więc stosunek prądu do przekroju ma być dla całego toru wielkością stałą. Innemi słowy, wysuwamy zasadę jednostajnej gęstości prądu. Mimochodem zaznaczymy, że ta zasada zgadza się z wymaganiami natury ekonomicznej, gdyż, jak przekonamy się później (§ 27), obliczanie na gospodarność prowadzi właśnie do jednostajnej gęstości prądu.

Weźmy dowolny tor, obciążony w kilku punktach (rys. 80), i obliczmy go na dopuszczalny spadek napięcia ΔE_{dsw} i na jednostajną gęstość prądu J, wyrażoną w A/mm^2.

Największy spadek napięcia wypadnie na krańcu z i wyniesie:

$$\Delta E_{az} = \frac{2}{k}\left\{\frac{I_1}{s_1} l_1 + \frac{I_2}{s_2} l_2 + \frac{I_3}{s_3} l_3\right\} = \Delta E_{dsw}.$$

Zgodnie z zasadą jednostajnej gęstości prądu:

$$\frac{I_1}{s_1} = \frac{I_2}{s_2} = \frac{I_3}{s_3} = J,$$

a więc poprzedni wzór przybierze postać:

$$\Delta E_{dzw} = \frac{2}{k}\left\{ Jl_1 + Jl_2 + Jl_3 \right\} = \frac{2Jl_{az}}{k}.$$

Stąd wynika, że jednostajna gęstość prądu J dla osiągnięcia pewnego największego spadku ΔE_{dzw} da się wyrazić wzorem:

$$\boxed{J = k\frac{\Delta E_{dzw}}{2\,l_{az}}}. \qquad (40)$$

Zadanie jest już rozwiązane. Przekroje w poszczególnych odcinkach toru znajdziemy, dzieląc prądy przewodowe I_1, I_2 ... ogólnie I_α przez znalezioną gęstość prądu J:

$$s_\alpha = \frac{I_\alpha}{J}. \qquad (41)$$

Przykład 18. Obliczyć tor na rys. 79 na dopuszczalny spadek napięcia $\Delta E_{dzw} = 10\ V$ i na jednostajną gęstość prądu.

Gęstość prądu wyniesie wg wzoru (40):

$$J = \frac{57 \, . \, 10}{2\,(80 + 60 + 40)} = 1{,}583\ A/mm^2,$$

a przekroje:

$$s_1 = \frac{450}{1{,}583} = 284\ mm^2 \qquad s_2 = \frac{350}{1{,}583} = 221\ mm^2$$

$$s_3 = \frac{150}{1{,}583} = 95\ mm^2.$$

Gdyby wypadły nam przekroje fabryczne, zadanie byłoby już rozwiązane. Zaokrąglanie wszystkich liczb wzwyż mogłoby być błędne, gdyż zdarza się często, że zaokrąglenie jednej liczby wzwyż pozwala na zaokrąglenie innej liczby na dół i odwrotnie. Właściwy bieg obliczenia będzie następujący.

Znaleźliśmy przekrój pierwszego odcinka $s_1 = 284\ mm^2$; zaokrąglamy go wzwyż do

$$s_1 = 300\ mm^2.$$

Spadek napięcia w pierwszym odcinku wyniesie:

$$\Delta E_{ab} = \frac{2 \, . \, 450 \, . \, 80}{57 \, . \, 300} = 4{,}21\ V.$$

W dwóch ostatnich odcinkach można będzie stracić:

$$10 - 4{,}21 = 5{,}79\ V.$$

Obliczamy te dwa odcinki na największy dopuszczalny spadek napięcia 5,79 V i na jednostajną gęstość prądu:

$$J' = \frac{57 \,.\, 5{,}79}{2(60+40)} = 1{,}65\ A/mm^2,$$

$$s'_2 = \frac{350}{1{,}65} = 212\ mm^2.$$

Przekrój drugiego odcinka zaokrąglamy wzwyż do

$$s_2 = 240\ mm^2.$$

Spadek napięcia w drugim odcinku wyniesie:

$$\Delta E_{bc} = \frac{2 \,.\, 350 \quad 60}{57 \,.\, 240} = 3{,}07\ V$$

i pozostanie dla odcinka trzeciego

$$5{,}79 - 3{,}07 = 2{,}72\ V.$$

Wreszcie przekrój odcinka ostatniego wyniesie:

$$s'_3 = \frac{2 \,.\, 150 \,.\, 40}{57 \,.\, 2{,}72} = 77\ mm^2;$$

zaokrąglimy go wzwyż do

$$s_3 = 95\ mm^2.$$

Można byłoby przypuszczać, że przy jednostajnej gęstości prądu wskutek stopniowania przekrojów następuje lepsze wyzyskanie materjału przewodowego, niż przy jednostajnym przekroju. Mniemanie błędne. Objętość materjału przewodowego w torach, obliczonych na jednostajną gęstość prądu, jest ściśle taka sama, jak w torach, obliczonych na przekrój jednostajny.

Możemy to łatwo sprawdzić. Objętość przewodów V_1 w cm^3 przy jednostajnym przekroju wynosi:

$$V_1 = 2\, l_{as}\, s = 2\, l_{as} \frac{2}{k\, \Delta E_{dsw}} \sum_a^s I_{pr}\, l_{pr} = \frac{4\, l_{as}}{k\, \Delta E_{dsw}} \sum_a^s I_{pr}\, l_{pr};$$

a przy jednostajnej gęstości prądu —

$$V_2 = 2 \sum_a^s l_{pr}\, s_{pr} = 2 \sum_a^s l_{pr} \frac{I_{pr}}{J} = \frac{2}{J} \sum_a^s I_{pr}\, l_{pr} = \frac{2}{\dfrac{k\, \Delta E_{dsw}}{2\, l_{as}}} \sum_a^s I_{pr}\, l_{pr} =$$

$$= \frac{4\, l_{as}}{k\, \Delta E_{dsw}} \sum_a^s I_{pr}\, l_{pr}.$$

Otrzymujemy w obu przypadkach wyrazy jednakowe:

$$V = \frac{4\, l_{az}}{k\, \Delta E_{dzw}} \sum_a^z I_{pr}\, l_{pr}\,. \tag{42}$$

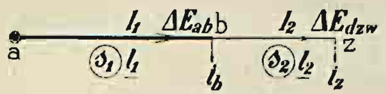
Sprawdzimy to na liczbach z przykładów 17-go i 18-go:

$V_1 = 2 \,.\, 180 \,.\, 221 = 79\,560\, cm^3$ $\qquad V_2 = 2\,(80 \,.\, 284 + 60 \,.\, 221 + 40 \,.\, 95) = 79\,560\, cm^3$.

§ 19. Tor o najmniejszej objętości.

Rezygnując z jednostajności przekrojów, chcieliśmy zyskać na materjale przewodowym, innemi słowy chcieliśmy zaoszczędzić na koszcie zakładowym linji. Przyjęliśmy zasadę jednostajnej gęstości prądu, lecz tu spotkał nas zawód. Nie osiągnęliśmy żadnej oszczędności.

Obliczymy teraz przekroje na najmniejszą objętość materjału przewodowego. Weźmy tor najprostszy (rys. 81), obciążony tylko w dwóch punktach, a więc składający się z dwóch odcinków. Przepisany największy spadek napięcia wynosi ΔE_{dzw}. Oznaczmy niewiadomy spadek napięcia w punkcie b przez ΔE_{ab}. Przekroje obu odcinków: s_1 i s_2 wyrażą się następującemi wzorami:



Rys. 81.

$$s_1 = \frac{2\, I_1\, l_1}{k\, \Delta E_{ab}} \qquad s_2 = \frac{2\, I_2\, l_2}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})}\,. \tag{a}$$

Objętość wszystkich przewodów razem wyniesie:

$$V = 2\, l_1\, s_1 + 2\, l_2\, s_2 = \frac{4\, I_1\, l_1^2}{k\, \Delta E_{ab}} + \frac{4\, I_2\, l_2^2}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})}\,.$$

W powyższem równaniu wielkości I_1, I_2, l_1, l_2, k i ΔE_{dzw} są stałe, niezmienne. Zmieniając stosunek przekroju s_1 do s_2, zmieniamy spadek napięcia ΔE_{ab}. Tak więc zmienna objętość V jest funkcją zmiennego spadku napięcia ΔE_{ab}

$$V = f\,(\Delta E_{ab})\,.$$

Ażeby znaleźć najmniejszą objętość V, obliczamy pochodną tej funkcji i zrównywamy ją z zerem:

$$\frac{d\, V}{d\, \Delta E_{ab}} = -\frac{4\, I_1\, l_1^2}{k\, \Delta E_{ab}^2} + \frac{4\, I_2\, l_2^2}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})^2} = 0\,. \tag{b}$$

Równanie to przekształcamy:

$$-\frac{4\,I_1^2 l_1^2}{k^2\,\Delta E^2_{ab}}\,\frac{k}{I_1}+\frac{4\,I_2^2 l_2^2}{k^2\,(\Delta E_{dzw}-\Delta E_{ab})^2}\,\frac{k}{I_2}=0.$$

Podstawiając do tego równania zpowrotem s_1 i s_2 wg wzorów (a), otrzymamy:

$$-\frac{s_1^2}{I_1}+\frac{s_2^2}{I_2}=0, \tag{43}$$

czyli

$$s_1 : s_2 = \sqrt{I_1} : \sqrt{I_2}. \tag{44}$$

Można byłoby dowieść, że w torach, złożonych z dowolnej liczby odcinków, również objętość przewodów osiąga minimum, gdy:

$$\boxed{s_1 : s_2 : .. : s_\alpha : ... : s_n = \sqrt{I_1} : \sqrt{I_2} : .. : \sqrt{I_\alpha} : ... : \sqrt{I_n}}\,. \tag{45}$$

Warunkiem najmniejszej objętości materjału przewodowego jest proporcjonalność przekrojów do pierwiastków drugiego stopnia z prądów.

Przykład 19. Obliczyć tor z rys. 79 na dopuszczalny spadek napięcia 10 V i na najmniejszą objętość przewodów.

$$s_1 : s_2 : s_3 = \sqrt{450} : \sqrt{350} : \sqrt{150} = 21{,}2 : 18{,}7 : 12{,}2.$$

Przypuśćmy, że $s'_1 = 212\,mm^2$. Chcąc zachować właściwy stosunek wzajemny, wyznaczamy $s'_2 = 187\,mm^2$ i $s'_3 = 122\,mm^2$. Spadek napięcia na końcu toru wyniósłby w tym przypadku:

$$\Delta E'_{as} = \frac{2}{57}\left(\frac{450\,.\,80}{212}+\frac{350\,.\,60}{187}+\frac{150\,.\,40}{122}\right)=11{,}62\,V.$$

Ponieważ dopuszczamy tylko 10 V spadku napięcia, przeto musimy powiększyć przyjęte przekroje w stosunku $\frac{11{,}62}{10}$:

$$s_1 = 212\,\frac{11{,}62}{10} = 246\,mm^2 \qquad s_2 = 187\,\frac{11{,}62}{10} = 217\,mm^2$$

$$s_3 = 122\,\frac{11{,}62}{10} = 142\,mm^2.$$

Obliczmy objętość przewodów:

$$V = 2\,(80\,.\,246 + 60\,.\,217 + 40\,.\,142) = 76\,760\,cm^3.$$

Przy jednostajnym przekroju, wzgl. przy jednostajnej gęstości prądu, objętość ta wynosiła 79 560 cm^3.

Znalezione liczby nie odpowiadają przekrojom fabrycznym. Przekrój s_1 tak niewiele przekracza 240 mm^2, że zaokrąglimy go wyjątkowo na dół:

$$s_1 = 240\,mm^2,$$

przekrój zaś s_2 zaokrąglamy wzwyż:

$$s_2 = 240\ mm^2.$$

Spadek napięcia w dwóch pierwszych odcinkach wyniesie:

$$\Delta E_{ac} = \frac{2}{57 \, . \, 240}(450 \, . \, 80 + 350 \, . \, 60) = 8{,}33\ V.$$

a dla ostatniego odcinka pozostanie:

$$\Delta E_{cs} = 10 - 8{,}33 = 1{,}67\ V.$$

Przekrój s_3 wyniesie:

$$s_3 = \frac{2 \ 150 \, . \, 40}{57 \, . \, 1{,}67} = 126\ mm^2,$$

a z zaokrągleniem wzwyż:

$$s_3 = 150\ mm^2.$$

Weźmy najprostszy tor o jednostajnym prądzie przewodowym, a więc obciążony tylko na krańcu. Zadajmy sobie pytanie, jakie przekroje są w tym przypadku najkorzystniejsze: jednostajne czy różnorakie. Można byłoby sądzić, że jeżeli tylko suma objętości obu przewodów nie ulegnie zmianie, to jest rzeczą obojętną, czy przekroje będą jednakowe, czy rozmaite. Przypuszczenie to jednak jest błędne. Ze wzoru (45) bowiem wynika, że przy jednostajnym prądzie musi być przekrój jednostajny, o ile chcemy osiągnąć minimum objętości. Sprawdzimy to na przykładzie.

Przypuśćmy, że wypadło nam budować tor o przekroju 100 mm^2, ale z powodu braku takiego przewodnika wyznaczyliśmy dla przewodu dodatniego 150 mm^2, a dla ujemnego 50 mm^2. Przy jednostajnym przekroju spadek napięcia wyniósłby:

$$\Delta E = \frac{2 I l}{k \, 100} = 0{,}02 \frac{I l}{k},$$

natomiast przy różnych przekrojach wyniesie:

$$\Delta E = \frac{I l}{k \, 150} + \frac{I l}{k \, 50} = 0{,}0267 \frac{I l}{k}.$$

Wróćmy do równania (b), aby znaleźć inne jeszcze rozwiązanie naszego zadania:

$$-\frac{4 I_1 l_1^2}{k \, \Delta E_{ab}^2} + \frac{4 I_2 l_2^2}{k (\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})^2} = 0. \qquad \text{(b)}$$

Równanie przekształcimy obecnie inaczej, niż poprzednio:

$$\frac{I_1 l_1^2}{\Delta E_{ab}^2} = \frac{I_2 l_2^2}{(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})^2}$$

$$\frac{l_1^2}{\Delta E_{ab}^2} = \frac{\frac{I_2 l_2^2}{I_1}}{(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})^2} \cdot$$

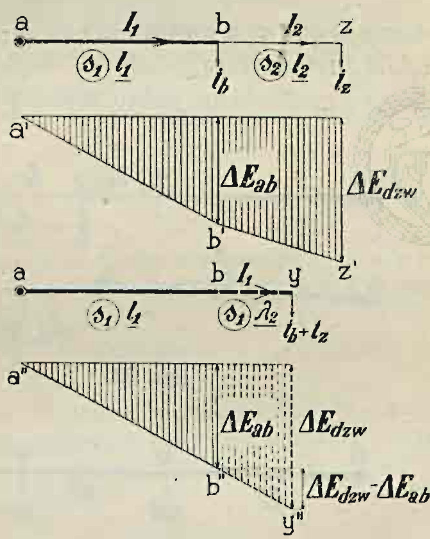
Oznaczmy licznik drugiego ułamku przez λ_2^2:

$$\frac{I_2 l_2^2}{I_1} = \lambda_2^2, \tag{c}$$

a otrzymamy proporcję:

$$\frac{l_1}{\Delta E_{ab}} = \frac{\lambda_2}{\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab}} \cdot \tag{46}$$

Wyobraźmy sobie wielkość λ_2 jako długość pewnego umyślonego odcinka by, który w naszym torze abz (rys. 82) zastąpi odcinek bz. Przypuśćmy, że przekrój tego umyślonego odcinka by będzie taki sam, jak rzeczywistego odcinka ab czyli równy s_1 mm^2. W ten sposób otrzymamy tor aby (rys. 82) częściowo rzeczywisty (ab), częściowo umyślony (by) o jednostajnym przekroju s_1. Porównajmy spadki napięcia w torach abz i aby (wykresy na rys. 82). W obu tych torach w punktach b panują jednakowe spadki napięcia ΔE_{ab}, a na krańcach (z i y) panują również jednakowe spadki napięcia ΔE_{dzw}.



Rys. 82

Zastosujemy równanie (46) do toru aby. Równanie to mówi o proporcjonalności długości l_1 i λ_2 do spadków napięcia ΔE_{ab} i ($\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab}$). Przy tej proporcjonalności linja sznurowa wykresu spadków napięcia $a'' b'' y''$ jest linją prostą. Wiemy, że ten przypadek zachodzi wówczas, gdy na całej długości toru o przekroju jednostajnym płynie prąd o stałej wartości. W rzeczywistym odcinku ab płynie prąd I_1, a więc i w odcinku umyślonym by musi płynąć ten sam prąd I_1.

Powyższe przesłanki prowadzą nas do następujących wniosków. Chcąc obliczyć tor abz na najmniejszą objętość i na spadek napięcia

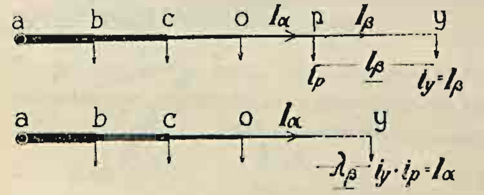
ΔE_{dzw}, możemy zastąpić odcinek bz odcinkiem umyślonym by o długości λ_2 ze wzoru (c):

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{I_2 l_2^2}{I_1}}$$

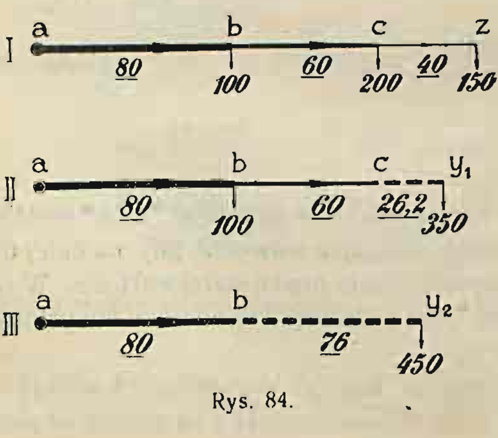
i przełożyć prąd i_b z punktu b na kraniec toru y. W ten sposób otrzymamy tor $a\,b\,y$, obciążony tylko na krańcu, o przekroju jednostajnym. Obliczamy ten przekrój na spadek napięcia ΔE_{dzw}. Znaleziony przekrój s_1 będzie przekrojem pierwszego odcinka $a\,b$ w rzeczywistym torze abz.

Można byłoby dowieść, że ta sama metoda, którą wyprowadziliśmy dla torów obciążonych w dwóch punktach, może być zastosowana do torów o dowolnej liczbie punktów odbiorczych.

Aby obliczyć tor o dowolnej liczbie punktów odbiorczych ($ab \ldots p \ldots wxz$) *na najmniejszą objętość i na spadek napięcia* ΔE_{dzw}, *zastępujemy najpierw ostatni odcinek* (xz) *odcinkiem umyślonym* (xy_1) *i przekładamy prąd* (i_x) *z punktu* (x) *do* (y_1), *następnie w torze przekształconym znów zastępujemy ostatni odcinek* (wy_1) *nowym odcinkiem umyślonym* (wy_2), *przekładając jednocześnie prąd* (i_w) *z punktu* (w) *do* (y_2) *i t. d., dopóki nie otrzymamy toru umyślonego* (ay), *obciążonego tylko na krańcu sumą wszystkich prądów. Przekrój jednostajny tego umyślonego toru, obliczony na spadek napięcia* ΔE_{dzw}, *będzie przekrojem pierwszego odcinka* ($a\,b$).



Rys. 83.



Rys. 84.

Długości umyślone będziemy obliczali wg wzoru (c). Oznaczmy prąd przewodowy w odcinku krańcowym (rys. 83) przez I_β, długość tego odcinka przez l_β, a prąd w odcinku przedostatnim przez I_α; wówczas długość umyślona λ_β wyrazi się wzorem ogólnym:

$$\boxed{\lambda_\beta = \sqrt{\frac{I_\beta l_\beta^2}{I_\alpha}}}. \qquad (47)$$

Zamiast prądów przewodowych I_α i I_β możemy podstawić do wzoru prądy odbierane: i_p — w punkcie przedostatnim, i_y — w punkcie krańcowym:

$$I_\beta = i_y \qquad I_\alpha = i_y + i_p.$$

$$\lambda_\beta = \sqrt{\frac{i_y\, l_\beta^2}{i_y + i_p}}. \tag{48}$$

Bieg obliczenia podamy na przykładzie.

Przykład 20. Obliczyć tor z rys. 79 na dopuszczalny spadek napięcia 10 V i na najmniejszą objętość przewodów.

Zadanie, rozwiązane już raz w przykładzie 19-ym, rozwiążemy powtórnie innym sposobem.

Zastępujemy odcinek ostatni (rys. 84-I) cz odcinkiem umyślonym (rys. 84-II) cy_1 o długości:

$$\sqrt{\frac{150 \,.\, 40^2}{150 + 200}} = 26{,}2\ m$$

i przekładamy jednocześnie odbiór prądu 200A z punktu c do punktu krańcowego y_1. Tor składa się teraz z dwóch odcinków: ab i bcy_1.

Zastępujemy odcinek bcy_1 (rys. 84-II) nowym odcinkiem umyślonym (rys. 84-III) by_2 o długości:

$$\sqrt{\frac{350\ (60 + 26.2)^2}{350 + 100}} = 76\ m$$

i przekładamy odbiór prądu 100A z punktu b do punktu krańcowego y_2. Tor aby_2 obciążony jest tylko na krańcu. Obliczamy go na spadek napięcia 10 V i na przekrój jednostajny:

$$s_{ay_2} = \frac{2 \,.\, 450 \,.\, (80 + 76)}{57 \,.\, 10} = 246\ mm^2.$$

Znaleziona liczba jest jednocześnie przekrojem pierwszego odcinka ab (rys. 84-I) toru rzeczywistego. Ponieważ liczba ta niewiele przekracza najbliższy przekrój fabryczny, przeto zaokrąglimy ją w tym przypadku na dół:

$$s_{ab} = 240\ mm^2.$$

Spadek napięcia w pierwszym odcinku wyniesie:

$$\Delta E_{ab} = \frac{2}{57 \,.\, 240}\, 450 \,.\, 80 = 5{,}26\ V.$$

Rozpatrujemy tor aby_1 (rys. 84-II). W odcinku ab spadek napięcia wynosi 5,26 V, a zatem na drugi odcinek by_1 pozostaje do stracenia:

$$\Delta E_{by_1} = 10 - 5{,}26 = 4{,}74\ V.$$

Obliczamy ten odcinek na powyższy spadek napięcia i na przekrój jednostajny:

$$s_{bg_1} = \frac{2 \,.\, 350(60+26,2)}{57 \,.\, 4,74} = 224\ mm^2.$$

Jest to jednocześnie przekrój rzeczywistego odcinka drugiego bc. Znalezioną liczbę zaokrąglamy wzwyż do przekroju fabrycznego:

$$s_{bc} = \mathbf{240}\ mm^2.$$

Spadek napięcia w drugim odcinku wyniesie:

$$\Delta E_{bc} = \frac{2}{57 \,.\, 240} 350 \,.\, 60 = 3,07\ V,$$

a dla ostatniego odcinka pozostanie:

$$\Delta E_{cz} = 4,74 - 3,07 = 1,67\ V.$$

Obliczamy przekrój s_{cn}:

$$s_{cz} = \frac{2 \,.\, 150 \,.\, 40}{57 \,.\, 1,67} = 126\ mm^2$$

i zaokrąglamy go wzwyż:

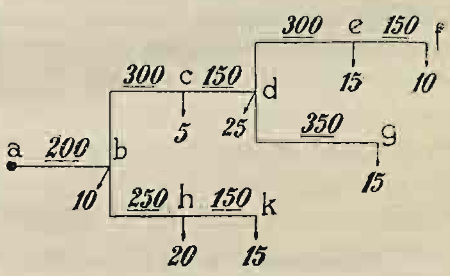
$$s_{cn} = \mathbf{150}\ mm^2.$$

Otrzymujemy wyniki identyczne z osiągniętemi w przykładzie 19-tym.

§ 20. Tor rozgałęziony o przekroju jednostajnym.

Przy obliczaniu torów rozgałęzionych na dopuszczalny spadek napięcia potrzebna jest również jakaś zasada, któraby usuwała dowolność w wyznaczaniu przekrojów. Zastosujemy te same zasady, co przy torach nierozgałęzionych. A więc najpierw załóżmy jednostajność przekrojów.

Zadanie sprowadza się do wyszukania wśród gałęzi takiej drogi, dla której suma iloczynów prądów przewodowych przez długości odcinków dałaby wartość największą. Znalezioną drogę uważamy za tor nierozgałęziony, a gałęzie traktujemy jako odbiory prądu.



Rys. 85.

Przykład 21. Obliczyć tor rozgałęziony z rys. 85 na dopuszczalny spadek napięcia $\Delta E_{dzw} = 15\ V$ i na przekrój jednostajny.

Na pierwszy rzut oka widać, że droga największej sumy iloczynów prądów przez długości prowadzi przez punkty a, b, c i d. Możnaby mieć wątpliwość, czy droga ta prowadzi do punktu f, czy do g. Sprawdzamy:

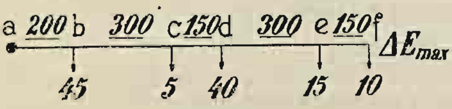
$$M_{df} = 25 \,.\, 300 + 10 \,.\, 150 = 9000$$

$$M_{dg} = 15 \,.\, 350 = 5\,250 \,.$$

A więc pniem zasadniczym jest *abcdef* (rys. 86), podczas gdy gałęzie *dg*, *bhk* mogą być uważane za odbiory.

Obliczamy znaleziony pień na przekrój jednostajny i na spadek 15 *V*:

$$s = \frac{2}{57 \,.\, 15}(115 \,.\, 1100 - 45 \,.\, 900 - 5 \,.\, 600 - 40 \,.\, 450 - 15 \,.\, 150) = 158{,}5 \; mm^2$$



Rys. 86.

i zaokrąglamy wyjątkowo w tym przypadku na dół do przekroju fabrycznego:

$$s = 150 \; mm^2,$$

decydując się na powiększenie spadku napięcia o 6% z 15 *V* do

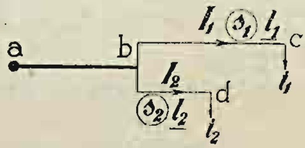
$$\Delta E_{max} = 15{,}85 \; V.$$

§ 21. Tor rozgałęziony o jednostajnej gęstości prądu.

Rys. 87 przedstawia najprostszy tor rozgałęziony. Przypuśćmy, że tor ten został obliczony na jednostajną gęstość prądu J. Porównajmy spadki napięcia na obu gałęziach ΔE_{bc} i ΔE_{bd}:

$$\Delta E_{bc} = \frac{2\, I_1 l_1}{k s_1} = \frac{2J}{k}\, l_1$$

$$\Delta E_{bd} = \frac{2\, I_2 l_2}{k s_2} = \frac{2J}{k}\, l_2 \,.$$



Rys. 87.

Iloraz $\frac{2J}{k}$ jest wielkością stałą, a więc spadki napięcia w gałęziach są proporcjonalne do długości. Największy spadek napięcia będzie na krańcu gałęzi najdłuższej.

Obliczanie toru rozgałęzionego sprowadza się w tym przypadku do wyszukania wśród gałęzi drogi najdłuższej. Znalezioną drogę uważamy za tor nierozgałęziony, a gałęzie traktujemy, jako odbiory prądu.

Przykład 22. Obliczyć tor rozgałęziony z rys. 85 na dopuszczalny spadek napięcia $\Delta E_{dop} = 15 \; V$ i na jednostajną gęstość prądu.

W tym przykładzie najdłuższą drogą będzie *abcdef*, czyli zbiegiem okoliczności ta sama droga, co w przykładzie poprzednim (rys. 86). Obliczamy znaleziony tor nierozgałęziony na jednostajną gęstość prądu (wzór 40):

$$J = \frac{57 \,.\, 15}{2\,(200 + 300 + 150 + 300 + 150)} = 0{,}39 \; A/mm^2$$

$$s_{ab} = \frac{115}{0{,}39} = 295 \; mm^2 \qquad s_{bc} = \frac{70}{0{,}39} = 180 \; mm^2 \qquad s_{cd} = \frac{65}{0{,}39} = 167 \; mm^2$$

$$s_{de} = \frac{25}{0,39} = 64\,mm^2 \qquad s_{ef} = \frac{10}{0,39} = 26\,mm^2 \qquad s_{dg} = \frac{15}{0,39} = 39\,mm^2$$

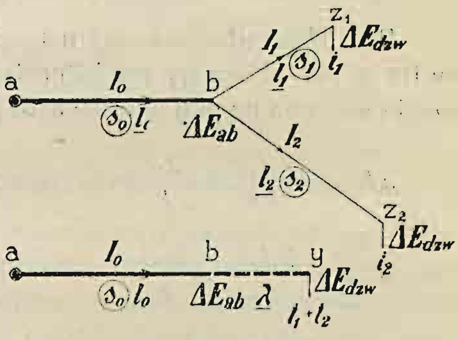
$$s_{bh} = \frac{35}{0,39} = 90\,mm^2 \qquad s_{hk} = \frac{15}{0,39} = 39\,mm^2.$$

Po zaokrągleniu tych liczb do przekrojów fabrycznych i po wyzyskaniu dla gałęzi bocznych całego spadku napięcia, będącego do dyspozycji, otrzymamy następujące wyniki:

$$310\,mm^2 \begin{cases} 185\,mm^2 & 185\,mm^2 \begin{cases} 50\,mm^2 & 16\,mm^2 \\ 25\,mm^2 & \end{cases} \\ 50\,mm^2 & 16\,mm^2 \end{cases}$$

§ 22. Tor rozgałęziony o najmniejszej objętości.

Zadanie polega na obliczeniu przekrojów s_0, s_1, s_2 (rys. 88) w ten sposób, by 1) spadek napięcia na krańcach obu gałęzi: z_1, z_2 wynosił przepisaną wartość ΔE_{dzw} i 2) by objętość wszystkich przewodów stanowiła minimum. Zadanie sprowadza się do racjonalnego podziału napięcia ΔE_{dzw} na dwie części: 1) ΔE_{ab} dla pnia i 2) $\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab}$ dla obu gałęzi.



Rys. 88.

Przekroje wyrażą się wzorami:

$$s_0 = \frac{2\,I_0\,l_0}{k\,\Delta E_{ab}}$$

$$s_1 = \frac{2\,I_1\,l_1}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})} \qquad s_2 = \frac{2\,I_2\,l_2}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})}, \tag{a}$$

a objętość wszystkich przewodów razem:

$$V = 2\,l_0\,s_0 + 2\,l_1\,s_1 + 2\,l_2\,s_2 = \frac{4\,I_0\,l_0^2}{k\,\Delta E_{ab}} + \frac{4\,I_1\,l_1^2 + 4\,I_2\,l_2^2}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})}.$$

W równaniu tem są dwie wielkości zmienne: objętość V i spadek napięcia ΔE_{ab}:

$$V = f\,(\Delta E_{ab}).$$

Ażeby znaleźć najmniejszą objętość V, obliczamy pochodną tej funkcji i zrównywamy ją z zerem:

$$\frac{d\,V}{d\,\Delta E_{ab}} = -\frac{4\,I_0\,l_0^2}{k\,\Delta E_{ab}^2} + \frac{4\,I_1\,l_1^2 + 4\,I_2\,l_2^2}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})^2} = 0. \tag{b}$$

Równanie to przekształcamy:

$$\frac{I_0 l_0^2}{\Delta E_{ab}^2} = \frac{I_1 l_1^2 + I_2 l_2^2}{(\Delta E_{dsw} - \Delta E_{ab})^2}$$

$$\frac{l_0^2}{\Delta E_{ab}^2} = \frac{\frac{I_1 l_1^2 + I_2 l_2^2}{I_0}}{(\Delta E_{dsw} - \Delta E_{ab})^2}.$$

Licznik drugiego ułamku oznaczamy przez λ^2:

$$\frac{I_1 l_1^2 + I_2 l_2^2}{I_0} = \lambda^2 \qquad \text{(c)}$$

i otrzymujemy proporcję:

$$\frac{l_0}{\Delta E_{ab}} = \frac{\lambda}{\Delta E_{dsw} - \Delta E_{ab}}. \qquad (49)$$

Proporcja ta jest identyczna z proporcją (46) i takie same wyprowadzimy z niej wnioski. Wielkości λ nadamy znaczenie długości umyślonego odcinka by o przekroju s_0. Odcinek ten zastąpi obie gałęzie bz_1 i bz_2. Z proporcjonalności spadków napięcia do długości wynika, że po odcinku umyślonym by płynie ten sam prąd, co w odcinku ab, czyli

$$I_0.$$

Bieg obliczenia toru rozgałęzionego będzie taki, jak toru nierozgałęzionego. Długość odcinka umyślonego wynika z równania (c):

$$\lambda = \sqrt{\frac{I_1 l_1^2 + I_2 l_2^2}{I_0}}. \qquad (50)$$

Wyobraźmy sobie teraz, że z punktu węzłowego b (rys. 88) odchodzą nie dwie gałęzie, lecz dowolna ich liczba n. Oznaczmy długości tych gałęzi literami: $l_1, l_2 \ldots l_\alpha \ldots l_n$, a prądy przewodowe — $I_1, I_2 \ldots I_\alpha \ldots I_n$. Tok wyprowadzania wzorów pozostanie bez zmiany, a długość odcinka umyślonego wyrazi się wzorem:

$$\lambda = \sqrt{\frac{I_1 l_1^2 + I_2 l_2^2 + \ldots + I_\alpha l_\alpha^2 + \ldots + I_n l_n^2}{I_0}}. \qquad (51)$$

Zamiast prądu I_0 możemy podstawić sumę wszystkich prądów, płynących w gałęziach:

$$I_0 = I_1 + I_2 + \ldots + I_\alpha + \ldots + I_n$$

i otrzymamy wzór ostateczny:

$$\lambda = \sqrt{\frac{I_1 l_1^2 + I_2 l_2^2 + \ldots + I_\alpha l_\alpha^2 + \ldots I_n l_n^2}{I_1 + I_2 + \ldots I_\alpha + \ldots I_n}}$$

czyli

$$\boxed{\lambda = \sqrt{\frac{\sum\limits_{\alpha=1}^{\alpha=n} I_\alpha l_\alpha^2}{\sum\limits_{\alpha=1}^{\alpha=n} I_\alpha}}} . \tag{52}$$

Podstawiając liczby do powyższego wzoru, należy dla uniknięcia błędów sprawdzać liczbę składników w liczniku i mianowniku, gdyż każdemu członowi licznika odpowiada składnik w mianowniku.

Przykład 23. Obliczyć tor rozgałęziony z rys. 89 na dopuszczalny spadek napięcia $\Delta E_{dsw} = 30\ V$ i na najmniejszą objętość.

Wszystkie trzy gałęzie zastępujemy jedną wypadkową o długości:

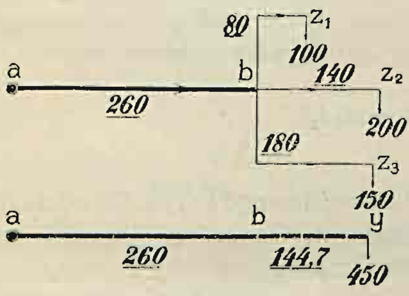
$$\lambda = \sqrt{\frac{100 \cdot 80^2 + 200 \cdot 140^2 + 150 \cdot 180^2}{100 + 200 + 150}} = 144{,}7\ m,$$

a obciążoną na krańcu sumą prądów:

$$100 + 200 + 150 = 450\ A.$$

W ten sposób otrzymaliśmy tor *aby* o jednostajnym przekroju s_0:

$$s_0 = \frac{2 \cdot 450\,(260 + 144{,}7)}{57 \cdot 30} = 213\ mm^2.$$



Rys. 89.

Jest to przekrój pierwszego odcinka rzeczywistego ab. Znaleziony przekrój zaokrąglamy wzwyż do przekroju fabrycznego:

$$s_0 = \mathbf{240}\ mm^2.$$

Spadek napięcia w pierwszym odcinku wynosi:

$$\Delta E_{ab} = \frac{2 \cdot 450 \cdot 260}{57 \cdot 240} = 17{,}1\ V,$$

a więc na gałęzie przypada:

$$\Delta E_{bz} = 30 - 17{,}1 = 12{,}9\ V.$$

Przekroje gałęzi wypadają następujące:

$$s_1 = \frac{2 \cdot 100 \cdot 80}{57 \cdot 12{,}9} = 22 \approx \mathbf{25}\ mm^2 \qquad s_2 = \frac{2 \cdot 200 \cdot 140}{57 \cdot 12{,}9} = 76 \approx \mathbf{90}\ mm^2$$

$$s_3 = \frac{2 \cdot 150 \cdot 180}{57 \cdot 12{,}9} = 73 \approx \mathbf{70}\ mm^2.$$

Gdyby w punkcie węzłowym (na rys. 89 w punkcie b) był odbiór prądu, wówczas odbiór ten moglibyśmy uważać za nowe odgałęzienie o długości równej zeru. Przy obliczaniu długości umyślonej odpowiedni człon w liczniku wzoru (52) brzmiałby:

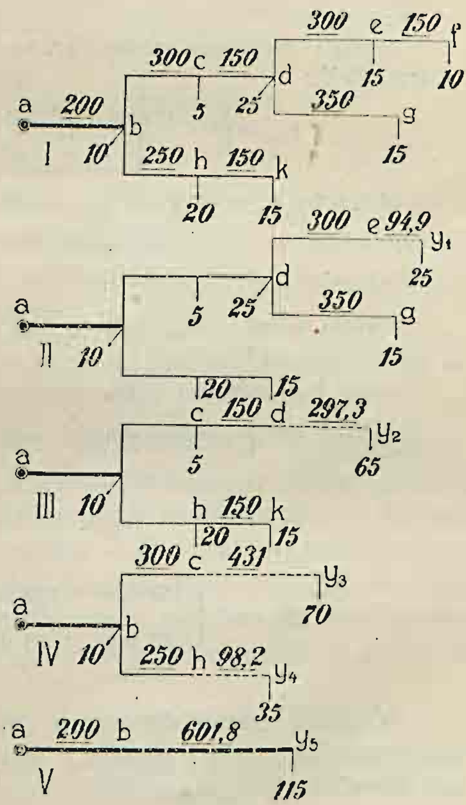
$$I_a \cdot 0,$$

a więc równałby się zeru, w mianowniku zaś przedstawiałby wartość prądu odbieranego ... I_a.

Wzór (47) na obliczanie długości umyślonej toru nierozgałęzionego można wyprowadzić wprost ze wzoru (50), wzgl. (51). W tym przypadku (rys. 83) mamy pień op z prądem I_a i dwie gałęzie: 1) py o długości l_β z prądem I_β, 2) gałąź o długości$=0$ z prądem i_p. Długość umyślona:

$$\lambda_\beta = \sqrt{\frac{I_\beta l_\beta^2 + i_p \cdot 0}{I_\beta + i_p}} = \sqrt{\frac{I_\beta l_\beta^2}{I_a}}$$

Dotychczas przypuszczaliśmy, że gałęzie są obciążone tylko na krańcu. Gdy gałęzie składają się z kilku odcinków, wówczas trzeba je zastąpić jednoodcinkowemi przez stopniowe wprowadzanie odcinków umyślonych. Wyjaśni to przykład następujący.



Rys. 90.

Przykład 24. Obliczyć tor rozgałęziony (rys. 90-I) na dopuszczalny spadek napięcia $\Delta E_{dzw} = 15\ V$ i na najmniejszą objętość.

Zaczynamy od końca gałęzi df. Zastępujemy krańcowy odcinek ef odcinkiem umyślonym ey_1 (rys. 90-II) o długości:

$$\lambda_{ey_1} = \sqrt{\frac{10 \cdot 150^2}{10 + 15}} = 94{,}9\ m.$$

Zastępujemy dwie gałęzie dy_1 i dg tudzież odbiór prądu w punkcie d jednym odcinkiem umyślonym dy_2 (rys. 90-III):

$$\lambda_{dy_2} = \sqrt{\frac{25 \cdot 394{,}9^2 + 15 \cdot 350^2 + 25 \cdot 0}{25 + 15 + 25}} = 297{,}3\ m.$$

W obu gałęziach zastępujemy odcinki krańcowe cy_2 i hk przez umyślone cy_3 i hy_4 (rys. 90-IV):

$$\lambda_{cy_3} = \sqrt{\frac{65 \cdot 447{,}3^2}{65 + 5}} = 431\ m \qquad \lambda_{hy_4} = \sqrt{\frac{15 \cdot 150^2}{15 + 20}} = 98{,}2\ m.$$

Wreszcie zespalamy gałęzie by_3, by_4 i odbiór w punkcie b w jeden odcinek by_5 (rys. 90-V):

$$\lambda_{by_5} = \sqrt{\frac{70 \cdot 731^2 + 35 \cdot 348{,}2^2 + 10 \cdot 0}{70 + 35 + 10}} = 601{,}8\ m.$$

Obliczamy tor ay_5 na przekrój jednostajny:

$$s_{ab} = \frac{2 \cdot 115 \cdot 801{,}8}{57 \cdot 15} = 216 \approx \mathbf{240}\ mm^2.$$

Spadek napięcia ΔE_{ab} wypada 3,36 V, a przekroje $s_{bc} = 154 \approx \mathbf{150}\ mm^2$, $s_{bh} = 36{,}5 \approx \mathbf{35}\ mm^2$.

Dalszy bieg rachunku będzie następujący:

$$\Delta E_{bh} = 8{,}8\ V; \quad s_{hk} = 28 \approx \mathbf{25}\ mm^2; \quad \Delta E_{bc} = 4{,}9\ V; \quad s_{cd} = 151 \approx \mathbf{150}\ mm^2;$$

$$\Delta E_{cd} = 2{,}3\ V; \quad s_{dg} = 41 \approx \mathbf{50}\ mm^2; \quad s_{de} = 78 \approx \mathbf{95}\ mm^2; \quad \Delta E_{de} = 2{,}6\ V;$$

$$s_{ef} = 28 \approx \mathbf{35}\ mm^2.$$

$$\mathbf{240}\ mm^2 \begin{cases} \mathbf{150}\ mm^2 & \mathbf{150}\ mm^2 \begin{cases} \mathbf{95}\ mm^2 & \mathbf{35}\ mm^2 \\ \mathbf{50}\ mm^2 \end{cases} \\ \mathbf{35}\ mm^2 & \mathbf{25}\ mm^2 \end{cases}$$

Wróćmy jeszcze do wzoru (b) i przedstawmy go w ogólniejszej formie tak, jak gdyby z punktu b (rys. 88) wychodziły nie dwie gałęzie, lecz dowolna ich liczba ... n:

$$-\frac{4\, I_0\, l_0^2}{k\, \Delta E_{ab}^2} + \frac{4\, I_1\, l_1^2 + 4\, I_2\, l_2^2 + \ldots + 4\, I_n\, l_n^2}{k\,(\Delta E_{dw} - \Delta E_{ab})^2} = 0.$$

Przekształćmy to równanie:

$$\frac{4\,I_0^2\,l_0^2}{k^2\,\Delta E_{ab}^2\,I_0}-\frac{4\,I_1^2\,l_1^2}{k^2(\Delta E_{dzw}-\Delta E_{ab})^2\,I_1}-\frac{4\,I_2^2\,l_2^2}{k^2(\Delta E_{dzw}-\Delta E_{ab})^2\,I_2}-\ldots$$

$$-\frac{4\,I_n^2\,l_n^2}{k^2(\Delta E_{dzw}-\Delta E_{ab})^2\,I_n}=0,$$

czyli:

$$\frac{s_0^2}{I_0}-\frac{s_1^2}{I_1}-\frac{s_2^2}{I_2}-\ldots-\frac{s_n^2}{I_n}=0.$$

Prądy I_0, I_1, $I_2 \ldots I_n$ wszystkie zbiegają się w jednym punkcie węzłowym ... b. Gdy dopływający prąd do punktu b zaopatrzymy znakiem plus $+$, a odpływające... znakiem minus $-$, wówczas będziemy mogli napisać:

$$\frac{s_0^2}{+I_0}+\frac{s_1^2}{-I_1}+\frac{s_2^2}{-I_2}+\ldots\frac{s_n^2}{-I_n}=0,$$

czyli

$$\boxed{\sum_{\alpha=0}^{\alpha=n}\frac{s_\alpha^2}{\pm I_\alpha}=0} \quad \begin{array}{l}(+\text{zasilanie,}\\ -\text{odbiór}).\end{array} \qquad (53)$$

Tor rozgałęziony osiąga minimum objętości, gdy algebraiczna suma ilorazów z drugiej potęgi przekroju przez prąd przewodowy (dopływowy $+$, odpływowy $-$) dla wszystkich gałęzi, zbiegających się w punkcie węzłowym, równa się zeru.

Równanie (43) jest tylko przypadkiem specjalnym wzoru (53).

§ 23. Tor rozgałęziony o stałej sumie przekrojów.

Obliczanie na minimum objętości wymaga znacznego nakładu pracy rachunkowej. W dodatku cała ścisłość rachunku zatraca się przez zaokrąglanie liczb to wzwyż, to na dół — do przekrojów fabrycznych. Nasuwa się pytanie, czy wobec tego nie lepiej uprościć rachunek i liczyć na „minimum przybliżone", zamiast na „minimum rzeczywiste". Rachunek uprości się znacznie, gdy we wzorze do obliczania długości umyślonej:

$$\lambda=\sqrt{\frac{I_1\,l_1^2+I_2\,l_2^2+\ldots+I_\alpha\,l_\alpha^2+\ldots+I_n\,l_n^2}{I_1+I_2+\ldots I_\alpha+\ldots+I_n}}$$

odrzucimy podnoszenie do potęgi i wyciąganie pierwiastka:

$$\lambda\approx\frac{I_1\,l_1+I_2\,l_2+\ldots+I_\alpha\,l_\alpha+\ldots+I_n\,l_n}{I_1+I_2+\ldots I_\alpha+\ldots+I_n},$$

czyli

$$\boxed{\lambda = \frac{\sum\limits_{\alpha=1}^{\alpha=n} I_\alpha l_\alpha}{\sum\limits_{\alpha=1}^{\alpha=n} I_\alpha}}, \tag{54}$$

albo

$$\lambda = \frac{\sum\limits_{\alpha=1}^{\alpha=n} I_\alpha l_\alpha}{I_0}. \tag{55}$$

Zastosujmy wzór (54) do najprostszego toru rozgałęzionego (rys. 88), złożonego z pnia (I_0, l_0, s_0) i dwóch gałęzi (I_1, l_1, s_1; I_2, l_2, s_2):

$$\lambda = \frac{I_1 l_1 + I_2 l_2}{I_1 + I_2}, \tag{a}$$

obliczmy przekrój pnia:

$$s_0 = \frac{2\,(I_1 + I_2)\,(l_0 + \lambda)}{k\,\Delta E_{dzw}} \tag{b}$$

i przekroje gałęzi:

$$s_1 = \frac{2\,I_1\,l_1}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})} \qquad s_2 = \frac{2\,I_2\,l_2}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})}. \tag{c}$$

Tor umyślony ay na całej długości ma przekrój jednakowy, a więc spadki napięcia są w nim proporcjonalne do długości:

$$\frac{l_0 + \lambda}{\Delta E_{dzw}} = \frac{\lambda}{\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab}}. \tag{d}$$

Podstawiamy do równania (b) wartość $\frac{l_0 + \lambda}{\Delta E_{dzw}}$ z proporcji (d):

$$s_0 = \frac{2\,(I_1 + I_2)}{k} \cdot \frac{\lambda}{\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab}},$$

a następnie podstawiamy wielkość λ ze wzoru (a):

$$s_0 = \frac{2\,(I_1\,l_1 + I_2\,l_2)}{k\,(\Delta E_{dzw} - \Delta E_{ab})}. \tag{e}$$

Z porównania wzoru (e) ze wzorami (c) wynika, że

$$s_0 = s_1 + s_2.$$

Przekrój pnia równa się sumie przekrojów obu gałęzi.

Gdyby z punktu węzłowego b (rys. 88) wychodziły nie dwie gałęzie, lecz dowolna liczba gałęzi n, wówczas ten sam tok wywodu doprowadziłby do równania:

$$s_0 = s_1 + s_2 + \ldots + s_\alpha + \ldots + s_n$$

czyli

$$\boxed{s_0 = \sum_{\alpha=1}^{\alpha=n} s_\alpha}. \qquad (56)$$

Przekrój pnia równa się sumie przekrojów wszystkich odchodzących gałęzi.

A zatem obliczanie na przybliżone minimum objętości zapomocą wzoru (54) jest jednocześnie obliczaniem na stałą sumę przekrojów.

Przykład 25. Obliczyć tor rozgałęziony z rys. 89 na dopuszczalny spadek napięcia $\Delta E_{dzw} = 30\,V$ i na przybliżone minimum objętości czyli na stałą sumę przekrojów.

Gałęzie zastępujemy odcinkiem umyślonym:

$$\lambda = \frac{100\,.\,80 + 200\,.\,140 + 150\,.\,180}{100 + 200 + 150} = 140\,m.$$

Otrzymaliśmy tor $a\,b\,y$, obciążony na krańcu prądem:

$$100 + 200 + 150 = 450\,A.$$

Obliczamy ten tor na przekrój jednostajny:

$$s_n = \frac{2\,.\,450\,.\,(260 + 140)}{57\,.\,30} = 210\,mm^2.$$

Dla pnia $a\,b$ przekrój ten zaokrąglamy wzwyż do przekroju fabrycznego:

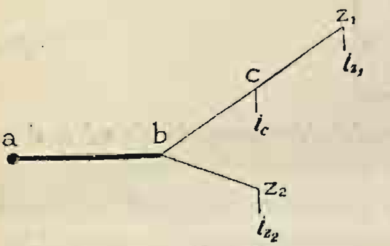
$$s_0 = 240\,mm^2.$$

Dalszy bieg obliczenia będzie ten sam, jak i w przykładzie 23-im. W tym przypadku otrzymaliśmy te same wyniki praktyczne w obliczaniu na rzeczywiste minimum objętości (przykład 23-ci), co w obliczeniu na przybliżone minimum objętości (przykład 25 ty).

Co się tyczy zasady stałej sumy przekrojów, to tylko przekroje teoretyczne, niezaokrąglone są w zgodzie z tą zasadą. W przykładzie niniejszym przekrój pnia wypadł 210 mm^2. Gdybyśmy zachowali tę wielkość, gałęzie wypadłyby o przekrojach, które w sumie dałyby przekrój pnia:

$$26{,}5 + 93{,}5 + 90 = 210\,mm^2.$$

Zadajemy sobie pytanie, jakie otrzymalibyśmy przekroje, gdybyśmy zastosowali wzór (54) do toru nierozgałęzionego, a złożonego z kilku odcinków. Tor nierozgałęziony możemy uważać za tor rozgałęziony o znikomo krótkich gałęziach, wychodzących z punktów odbioru prądu. Wzór (56) da nam odpowiedź na pytanie. Przekrój przed każdym punktem odbioru musi się równać przekrojowi za tym punktem. Dla toru nierozgałęzionego wypadną zatem przekroje jednostajne.



Rys. 91.

Rozpatrzmy teraz przypadek bardziej złożony. Chodzi o obliczenie toru rozgałęzionego (rys. 91), w którym jedna z gałęzi (bz_1) jest obciążona, nie tylko na krańcu z_1, lecz jeszcze w jednym punkcie przejściowym — c. Wiemy już, że gałąź ta otrzyma przekrój jednostajny i że przekrój pnia będzie się równał sumie przekrojów obu gałęzi. Ażeby jednak obliczyć te przekroje, trzeba znaleźć długość umyśloną odcinka, zastępującego te gałęzie.

Zastąpmy najpierw odcinek cz_1 odcinkiem umyślonym:

$$\lambda_{cy_1} = \frac{i_{z_1} l_{cz_1} + i_c \, . \, 0}{i_{z_1} + i_c} .$$

Mamy teraz dwie gałęzie, obciążone tylko na krańcach: 1) bcy_1 o długości $l_{bc} + \lambda_{cy_1}$ i o obciążeniu $i_c + i_{z_1}$, 2) bz_2 o długości l_{bz_2} i o obciążeniu i_{z_2}. Zastępujemy te gałęzie nowym odcinkiem umyślonym:

$$\lambda_{by} = \frac{(i_c + i_{z_1})(l_{bc} + \lambda_{cy_1}) + i_{z_2} l_{bz_2}}{i_c + i_{z_1} + i_{z_2}} = \frac{i_c l_{bc} + i_{z_1} l_{bc} + i_{z_1} l_{cz_1} + i_{z_2} l_{bz_2}}{i_c + i_{z_1} + i_{z_2}} =$$

$$= \frac{i_c l_{bc} + i_{z_1} l_{bz_1} + i_{z_2} l_{bz_2}}{i_c + i_{z_1} + i_{z_2}} .$$

Jak widzimy, w tym przypadku można, nie obliczając λ_{cy_1}, odrazu znaleźć długość umyśloną λ_{by}, stosując wzór:

$$\lambda_{by} = \frac{i_c l_{bc} + i_{z_1} l_{bz_1} + i_{z_2} l_{bz_2}}{i_c + i_{z_1} + i_{z_2}} .$$

Taki sam wzór otrzymalibyśmy, gdyby z punktu b wychodziły trzy gałęzie o długości: l_{bc}, l_{bz_1}, l_{bz_2}, obciążone na krańcach prądami i_c, i_{z_1}, i_{z_2}. Uogólniając to, możemy powiedzieć, że

Przy obliczaniu na stałą sumę przekrojów długość umyślona gałęzi, obciążonych nietylko na krańcach, lecz i w dowolnych punktach przejściowych, oblicza się tak, jak gdyby każde obciążenie było na osobnej gałęzi.

Zasada ta jest ważna tylko przy obliczaniu na minimum przybliżone, natomiast przy minimum rzeczywistem wzór analogiczny:

$$\lambda_{by} = \sqrt{\frac{i_c l^2_{bc} + i_{z_1} l^2_{bz_1} + i_{z_2} l^2_{bz_2}}{i_c + i_{z_1} + i_{z_2}}}$$

byłby błędny.

Tak więc, obliczając przekroje na przybliżone minimum, zamiast na rzeczywiste, upraszczamy sobie rachunek nie tylko przez posiłkowanie się prostszym wzorem (bez potęg i pierwiastków!), ale i przez to, że gałęzie o kilku odcinkach odrazu można zastąpić jedną gałęzią umyśloną, podczas gdy przy obliczaniu na minimum rzeczywiste trzeba byłoby je kilkakrotnie i stopniowo przekształcać.

Przy obliczaniu na minimum rzeczywiste wypada nadmierna mnogość różnych przekrojów. Nie tylko każda gałąź, ale każdy odcinek gałęzi, zawarty między dwoma odbiorami prądu, otrzymuje inny przekrój. W torach zaś, obliczonych na przybliżone minimum, tylko gałęzie różnią się przekrojami, natomiast każda gałąź bez względu na liczbę odcinków ma przekrój jednostajny. Jest to ze stanowiska praktycznego (§ 17) wielka zaleta tej metody.

Przykład 26. Obliczyć tor rozgałęziony (rys. 92-I) na dopuszczalny spadek napięcia $\Delta E_{dzw} = 15\ V$ i na przybliżone minimum objętości.

Zastępujemy gałęzie df, dg oraz gałąź o długości równej zeru jednym odcinkiem umyślonym dy_1 (rys. 92-II):

$$\lambda_{dy_1} = \frac{15 \cdot 300 + 10 \cdot 450 + 15 \cdot 350 + 25 \cdot 0}{15 + 10 + 15 + 25} = 219\ m.$$

Zastępujemy gałęzie by_1, bk oraz gałąź o długości równej zeru odcinkiem by_2 (rys. 92-III):

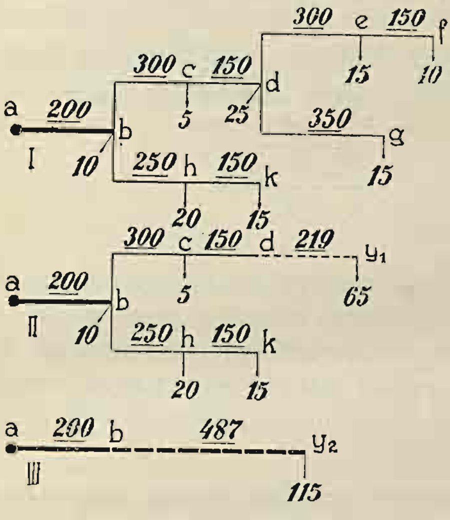
$$\lambda_{by_2} = \frac{5 \cdot 300 + 65 \cdot 669 + 20 \cdot 250 + 15 \cdot 400 + 10 \cdot 0}{5 + 65 + 20 + 15 + 10} = 487\ m.$$

Obliczamy przekrój pnia:

$$s_{ab} = \frac{2 \cdot 115 \cdot 687}{57 \cdot 15} = 185\ mm^2.$$

Spadek napięcia w pniu wypada 4,4 V, a na gałęzie pozostaje 10,6 V. Przekroje gałęzi bd, bk (rys. 92-II):

$$s_{bd} = \frac{2}{57 \cdot 10{,}6}(5 \cdot 300 + 65 \cdot 669) = 149 \approx 150 \ mm^2$$



Rys. 92.

$$s_{bk} = \frac{2}{57 \cdot 10{,}6}(20 \cdot 250 + 15 \cdot 400) = 36 \approx 35 \ mm^2.$$

Spadek napięcia w gałęzi bd wynosi 7,3 V, a na gałęzie df, dg pozostaje 3,3 V. Wreszcie przekroje gałęzi df, dg wyniosą:

$$s_{df} = \frac{2}{57 \cdot 3{,}3}(15 \cdot 300 + 10 \cdot 450) = 95 \ mm^2$$

$$s_{dg} = \frac{2}{57 \cdot 3{,}3} 15 \cdot 350 = 55 \approx 50 \ mm^2.$$

$$185 \ mm^2 \begin{cases} 150 \ mm^2 \begin{cases} 95 \ mm^2 \\ 50 \ mm^2 \end{cases} \\ 35 \ mm^2 \end{cases}$$

§ 24. Tor zamknięty i sieć.

Wyznaczenie największego dopuszczalnego spadku napięcia w torach zamkniętych i sieciach, tak samo, jak w torach otwartych, nie wystarcza do obliczenia przekrojów. Potrzebna jest jeszcze jakaś zasada, któraby usuwała dowolność w wyznaczaniu tych przekrojów.

Zasada przekroju jednostajnego ma w tym przypadku uzasadnienie nie tylko natury montażowej, o czem mówiliśmy już przy torach otwartych (§ 17), ale również natury eksploatacyjnej. Obciążenie torów i sieci nie jest wielkością stałą, lecz zmienną. Zmienność ta występuje w daleko większym stopniu w torach zamkniętych i sieciach, niż w torach otwartych. W poszczególnych odcinkach zmienia się nietylko wartość prądu, ale i kierunek. Zmiany zachodzą nietylko wskutek częściowych przerw w ruchu tych lub owych odbiorników, ale również przez przyłączanie do sieci nowych instalacyj odbiorczych lub wskutek wypadków, jako to pęknięć przewodów i zwarć. Wyobraźmy sobie, że przy ustalaniu rozpływu prądów w pewnej sieci okazało się, że w jednym z odcinków niema wcale prądu. Licząc na ściśle minimum objętości, należałoby ten odcinek usunąć. Sieć straciłaby na tem. Odcinek ten, niepotrzebny przy największem obciążeniu wszystkich punktów odbiorczych, może przewodzić dość znaczne prądy przy mniejszych lub nierównomiernych obciążeniach. Wobec tej zmienności obciążenia niema zasady wyróżniania tego, czy innego boku sieci, lecz narzuca się zasada zrównywania przekrojów w całej sieci.

Obliczanie toru zamkniętego lub sieci na przekrój jednostajny nie przedstawia żadnej trudności.

Rozpływ prądów przy jednostajnym przekroju zupełnie nie zależy od wartości tego przekroju.

Możemy zatem przyjąć przekrój dowolny, ustalić rozpływ prądów, obliczyć największy spadek napięcia, a następnie pomnożyć przyjęty przekrój przez stosunek znalezionego spadku napięcia do największego spadku dopuszczalnego.

Rzecz przedstawi się zawilej, gdy ze względów oszczędności zdecydujemy się dać przekroje stopniowane. Chcąc ustalić rozpływ prądów, trzeba przedtem znać przekroje, a niepodobna obliczyć przekrojów, nie znając rozpływu prądów. Wpadamy w błędne koło.

Aby dojść do celu, przyjmujemy zwykle pewien przypuszczalny rozpływ prądów, tniemy sieć w punktach spływu i obliczamy otrzymane tory rozgałęzione na jednostajną gęstość prądu, na rzeczywiste lub na przybliżone minimum objętości. Nie koniec na tem, gdyż obliczone przekroje opierają się nie na rzeczywistym, lecz tylko na domniemanym rozpływie prądów. To też obliczamy teraz rzeczywisty rozpływ prądów i sprawdzamy, czy spadki napięcia nie przekraczają przepisanej normy. Gdyby zaszedł taki przypadek, należałoby powiększyć przekroje w zagrożonych odcinkach i jeszcze raz obliczyć rozpływ prądów i spadki napięcia.

Wynik obliczenia wg powyższej metody zależy w znacznym stopniu od przyjętego rozpływu prądów. Prąd bowiem dostosowywa się automatycznie do wyznaczonego przekroju. Gdy w pewnym odcinku oczekujemy prądu niewielkiego i wyznaczymy dla niego mały przekrój, to, wskutek zwiększonej oporności, w odcinku tym rzeczywiście popłynie prąd niewielki. Gdy dla jednej sieci założymy dwie różne możliwości rozpływu prądów, to otrzymamy, przy jednakowych największych spadkach napięcia, przekroje różniące się między sobą. Z dwóch rozwiązań tej samej sieci to rozwiązanie będzie trafniejsze, w którem wypadnie mniejsza objętość przewodów.

Rzeczywiste minimum objętości otrzymalibyśmy wówczas, gdyby w każdym punkcie sieci, zgodnie ze wzorem (53):

$$\sum_{\alpha=0}^{\alpha=n} \frac{s_\alpha^2}{\pm I_\alpha} = 0$$

suma ilorazów drugiej potęgi przekroju przez prąd przewodowy równała się zeru. Nie łatwo jednak dojść do takiego wyniku. W każdym razie obliczanie gałęzi, otrzymanych po rozcięciu sieci, na minimum objętości nie gwarantuje rzeczywistego minimum objętości całej sieci. Zakładając nietrafny rozpływ prądów, możemy otrzymać nawet większą objętość przewodów, niż przy obliczaniu na przekrój jednostajny.

Zamiast zakładać dowolny rozpływ prądów dla wyznaczenia przekrojów stopniowanych, *możemy najpierw obliczyć sieć na przekrój jednostajny, a znaleziony rozpływ prądów przyjąć za podstawę obrachunku.*

Przykład 27. Obliczyć sieć z rys. 93 na dopuszczalny spadek napięcia 1,8 V i na przekrój jednostajny.

Przyjmujemy przekrój dowolny np. 35 mm^2 ustalamy rozpływ prądów. Otrzymujemy 5 równań z pięcioma niewiadomemi:

$$\begin{aligned}
101{,}9\,\Delta E_1 - 20\,\Delta E_2 - 28{,}5\,\Delta E_3 - 24{,}9\,\Delta E_4 - 33{,}64 &= 0\\
-20\,\Delta E_1 + 96{,}2\,\Delta E_2 - 33{,}2\,\Delta E_3 - 18{,}1\,\Delta E_5 - 47{,}44 &= 0\\
-28{,}5\,\Delta E_1 - 33{,}2\,\Delta E_2 + 130{,}1\,\Delta E_3 - 39{,}9\,\Delta E_4 - 28{,}5\,.\,\Delta E_5 - 44{,}19 &= 0\\
-24{,}9\,\Delta E_1 - 39{,}9\,\Delta E_3 + 118{,}2\,\Delta E_4 - 24{,}9\,\Delta E_5 - 14{,}68 &= 0\\
-18{,}1\,\Delta E_2 - 28{,}5\,\Delta E_3 - 24{,}9\,\Delta E_4 + 96{,}4\,\Delta E_5 - 26{,}56 &= 0.
\end{aligned}$$

Przybliżone rozwiązanie tych równań dało wyniki następujące:

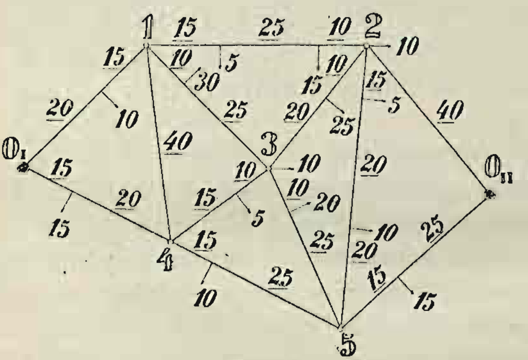
$\Delta E_1 = 1{,}56\ V;$

$\Delta E_2 = 1{,}75\ V;$

$\Delta E_3 = 1{,}89\ V;$

$\Delta E_4 = 1{,}44\ V;$

$\Delta E_5 = 1{,}54\ V.$



Rys. 93.

Rozpływ prądów podaje rys. 94. Największy spadek napięcia wypada w punkcie x:

$$\Delta E_{\max} = \Delta E_x = 1{,}95\ V.$$

A więc, przekrój przewodów powinien wynosić:

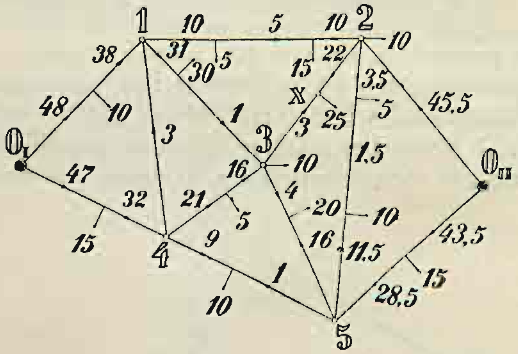
$$s = 35\,\frac{1{,}95}{1{,}8} = 38\ mm^2.$$

Wobec tego wypada bądź pozostać przy 35 mm^2 i tolerować spadek napięcia 1,95 V, bądź zaprojektować przekrój **50** mm^2.

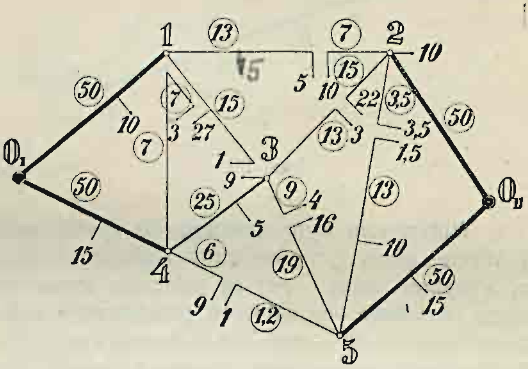
Przykład 27-a. Obliczyć sieć z przykładu poprzedniego (rys. 93) na dopuszczalny spadek napięcia 1,8 *V* i na przybliżone minimum objętości.

Za punkt wyjścia przyjmujemy rozpływ prądów przy jednostajnym przekroju (rys. 94). Przecinamy boki: 12, 32, 25, 35, 45 w punktach spływu i otrzymujemy przy punkcie zasilającym O_{II} dwa rozgałęzione tory otwarte, a przy punkcie O_I — sieć zamkniętą o dwóch okach.

Ponieważ lewa strona sieci nie rozpadła się sama przez się na tory otwarte, trzeba pociąć ją w sposób sztuczny i poniekąd dowolny. Tak np. możemy odciąć bok „13“ od punktu „3“ (rys. 95), przydzielając jednocześnie do krańca tego boku odbiór 1-amperowy, oraz odciąć bok „41“ od punktu „1“ i rozszczepić pierwszy odcinek boku „13“ dla doprowadzenia 3 amperów wprost do punktu odbiorczego. Błąd, który popełniamy przy takiem dowolnem rozcinaniu sieci, niema wielkiego wpływu na wynik ostateczny.



Rys 94.



Rys. 95.

Sieć rozpadła się na cztery otwarte tory rozgałęzione. Obliczamy je na przybliżone minimum objętości, przyczem przekroje pni ($O_I 1$, $O_I 4$, 43, $O_{II} 2$, $O_{II} 5$) zaokrąglamy odrazu wzwyż do norm fabrycznych:

$\overline{O_I 1}$ — 50 mm^2; $O_I 4$ — 50 mm^2; 43 — 25 mm^2; $\overline{O_{II} 2}$ — 50 mm^2; $O_{II} 5$ — 50 mm^2,

natomiast przekroje gałęzi pozostawiamy chwilowo bez zaokrąglenia. Wartości znalezionych przekrojów podaje rys. 95.

Po obliczeniu przekrojów przecięte boki łączymy zpowrotem i ustalamy przekroje, trzymając się zasady, by każdy bok sieci miał przekrój jednostajny. Dla bezpieczeństwa wszystkie przekroje zaokrąglamy wzwyż.

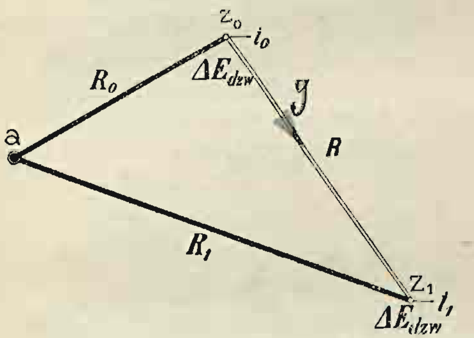
14 — 7 $\approx$ 10 mm^2; $\overline{13}$ — częściowo 15, częściowo 7 + 15 $\approx$ 25 mm^2; $\overline{12}$ — częściowo 7, częściowo 13 $\approx$ 16 mm^2; $\overline{32}$ — częściowo 13, częściowo 15 $\approx$ 16 mm^2; $\overline{45}$ — częściowo 1,2, częściowo 6 $\approx$ 6 mm^2; $\overline{35}$ — częściowo 9, częściowo 19 $\approx$ 25 mm^2; $\overline{25}$ — częściowo 3,5, częściowo 13 $\approx$ 16 mm^2.

Wyniki ostateczne podaje rys. 42. Po ustaleniu przekrojów obliczamy rozpływ prądów (uczyniliśmy to w przykładzie 12-ym) i sprawdzamy spadki napięcia. Największy spadek napięcia wypada w tym samym punkcie x, co poprzednio (rys. 94) i wynosi 1,78 V.

§ 25. Tor wyrównawczy.

W obliczeniach dotychczasowych przyjmowaliśmy zawsze, że obciążenie jest wielkością stałą. Przypuśćmy teraz, że mamy dwa zmienne odbiory prądu w punktach: z_0 i z_1 (rys. 96), zasilane z jednego punktu a osobnemi torami elektrycznemi $a z_0$ i $a z_1$. Przekroje tych przewodów zostały obliczone na największe obciążenia i_1, i_0 przy dopuszczalnym spadku napięcia ΔE_{dzw}.

Wyobraźmy sobie, że obciążenie punktu z_0 zmniejszy się o i amperów, podczas gdy obciążenie punktu z_1 pozostanie bez zmiany. Spadki napięcia zmienią się w tym samym stosunku, co prądy. W punktach z_0, z_1 powstanie różnica napięć ΔV. Różnica ta byłaby mniejsza, gdyby punkty z_0, z_1 były ze sobą połączone torem wyrównawczym $z_0 z_1$ (na rys. oznaczonym kreską podwójną). Tor bowiem wyrównawczy sam przez się przesłałby część prądu z punktu z_0 do z_1, a więc zwiększyłby obciążenie toru $a z_0$, a zmiejszył obciążenie toru $a z_1$. Nastąpiłoby wyrównanie obciążeń obu torów zasilających, a zatem i wyrównanie spadków napięcia.



Rys. 96.

Wpływ toru wyrównawczego na spadki napięcia przedstawiają wykresy na rys. 97. Wykres górny tyczy się torów zasilających $a z_0, a z_1$, gdy są od siebie niezależne, a wykres dolny — gdy są połączone torem wyrównawczym. Przypadek całkowitego obciążenia obu odbiorów przedstawiają wykresy punktowane. Spadki napięcia są zupełnie takie same bez toru wyrównawczego, jak przy torze wyrównawczym. Dopiero przy zmniejszonem obciążeniu punktu z_0 (na rys. wykresy podane linjami pełnemi i zacieniowane) występuje działanie pożyteczne toru wyrównawczego: spadek napięcia ΔE_0 wzrasta, spadek ΔE_1 zmniejsza się, a zatem zmniejsza się różnica tych dwóch spadków, czyli ΔV.

Przedstawmy rzecz rachunkowo. Przy całkowitem obciążeniu odbiorów (rys 97 — linja punktowana) w obu punktach będą spadki napięcia jednakowe:

$$\Delta E_{dzw} = i_0 R_0 = i_1 R_1,$$

a tor wyrównawczy pozostanie bez prądu. Przy zmniejszonem obciążeniu punktu z_0 przez tor wyrównawczy popłynie prąd I, a przez tory zasilające — prądy:

$$I_0 = (i_0 - i) + I \qquad I_1 = i_1 - I.$$

Spadki napięcia wyniosą:

$$\Delta E_0 = I_0 R_0 = (i_0 - i) R_0 + I R_0 \qquad \Delta E_1 = I_1 R_1 = i_1 R_1 - I R_1,$$

a różnica tych spadków:

$$\Delta V = \Delta E_1 - \Delta E_0 = i_1 R_1 - I R_1 - (i_0 - i) R_0 - I R_0 = -I R_1 + i R_0 - I R_0.$$

Stąd obliczymy wartość prądu wyrównawczego:

$$I = \frac{i R_0 - \Delta V}{R_0 + R_1}.$$

Prąd ten wg prawa Ohma wynosi:

$$I = \frac{\Delta V}{R},$$

a więc

$$\frac{\Delta V}{R} = \frac{i R_0 - \Delta V}{R_0 + R_1}.$$

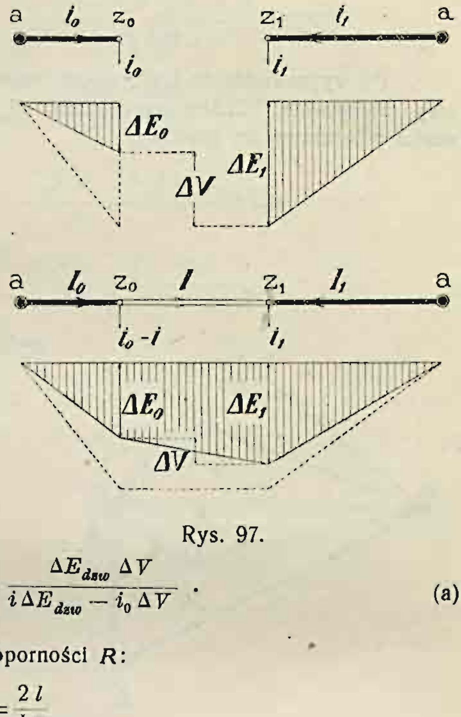
Stąd znajdujemy oporność toru wyrównawczego:

$$R = \frac{\Delta V (R_0 + R_1)}{i R_0 - \Delta V}.$$

Zamiast oporności R_0 i R_1 podstawiamy ilorazy spadku napięcia przez prąd:

$$R_0 = \frac{\Delta E_{dsw}}{i_0} \qquad R_1 = \frac{\Delta E_{dsw}}{i_1}$$

i otrzymujemy:



Rys. 97.

$$R = \frac{i_0 + i_1}{i_1} \cdot \frac{\Delta E_{dsw} \, \Delta V}{i \Delta E_{dsw} - i_0 \Delta V}. \tag{a}$$

Wreszcie podstawiamy znaczenie oporności R:

$$R = \frac{2l}{ks}$$

i otrzymujemy wzór do obliczania przekroju w torach wyrównawczych:

$$s = \frac{2l}{k} \cdot \frac{i_1}{i_0 + i_1} \cdot \left(\frac{i}{\Delta V} - \frac{i_0}{\Delta E_{dsw}} \right). \tag{57}$$

Przechodzimy do zadania bardziej złożonego. Zamiast dwóch, mamy dowolną liczbę torów zasilających (rys. 98): $a z_0$, $a z_1$, $a z_2 \ldots a z_\alpha \ldots a z_n$, obliczonych na obciążenie i_0, i_1, $i_2 \ldots i_\alpha \ldots i_n$ przy dopuszczalnym spadku napięcia ΔE_{dsw}. W punkcie z_0 obciążenie waha się w granicach od i_0 do $i_0 - i$. Różnice napięć w punktach odbiorczych mają nie przekraczać przepisanej liczby ΔV woltów. Zadanie polega na obliczeniu przekrojów w torach wyrównawczych $z_0 z_1$, $z_0 z_2$, $z_0 z_3 \ldots z_0 z_\alpha \ldots z_0 z_n$.

Zgodnie z założeniem, obciążenie punktów z_1, $z_2, \ldots z_n$ nie ulega zmianie, a więc spadek napięcia w tych punktach jest jednakowy i wynosi ΔE_{dsw} woltów.

Wobec tego moglibyśmy wszystkie te punkty nałożyć jeden na drugi, tory zasilające: $az_1, az_2, \dots az_n$ zespolić w jeden jedyny az i również w jeden wspólny tor z_0z połączyć wszystkie tory wyrównawcze: $z_0z_1, z_0z_2, \dots z_0z_n$. To zespolenie nic nie zmieni rozpływu prądów.

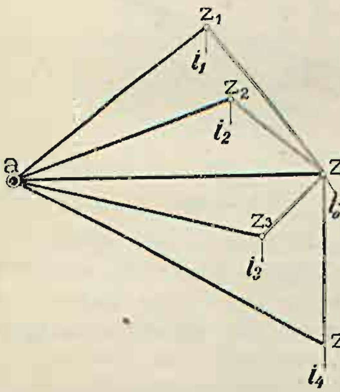
W ten sposób sprowadziliśmy cały układ do dwóch torów zasilających: rzeczywistego az_0, umyślonego az i jednego umyślonego toru wyrównawczego z_0z. Oporność umyślonego toru wyrównawczego wyniesie wg wzoru (a):

$$R_{z_0z} = \frac{i_0 + (i_1 + i_2 + \dots + i_\alpha + \dots + i_n)}{(i_1 + i_2 + \dots + i_\alpha + \dots i_n)} \cdot \frac{\Delta E_{dzw}\,\Delta V}{i\,\Delta E_{dzw} - i_0\,\Delta V}.$$

Po wyprowadzeniu tego wzoru rozszczepiamy zpowrotem umyślone tory na tory rzeczywiste. Znalezioną oporność R_{z_0z} dzielimy na poszczególne tory w stosunku odwrotnym do prądów:

$$R_{01} = \frac{i_0 + i_1 + \dots + i_\alpha + \dots + i_n}{i_1} \cdot \frac{\Delta E_{dzw}\,\Delta V}{i\,\Delta E_{dzw} - i_0\,\Delta V}$$

$$R_{02} = \frac{i_0 + i_1 + \dots + i_\alpha + \dots + i_n}{i_2} \cdot \frac{\Delta E_{dzw}\,\Delta V}{i\,\Delta E_{dzw} - i_0\,\Delta V},$$



Rys. 98.

ogólnie dla toru z_0z_α

$$R_{0\alpha} = \frac{i_0 + i_1 + \dots + i_\alpha + \dots + i}{i_\alpha} \cdot \frac{\Delta E_{dzw}\,\Delta V}{i\,\Delta E_{dzw} - i_0\,\Delta V}.$$

Przechodząc wreszcie od oporności do przekroju, podstawiamy:

$$R_{0\alpha} = \frac{2\,l_{0\alpha}}{k\,s_{0\alpha}}$$

i otrzymujemy dla toru wyrównawczego z_0z_α przekrój:

$$s_{0\alpha} = \frac{2\,l_{0\alpha}}{k}\,\frac{i_\alpha}{i_0 + i_1 + \dots + i_\alpha + \dots + i_n}\left(\frac{i}{\Delta V} - \frac{i_0}{\Delta E_{dzw}}\right)$$

czyli

$$\boxed{s_{0\alpha} = \frac{2\,l_{0\alpha}}{k} \cdot \frac{i_\alpha}{\sum\limits_{\alpha=0}^{\alpha=n} i_\alpha}\left(\frac{i}{\Delta V} - \frac{i_0}{\Delta E_{dzw}}\right)}. \tag{58}$$

Przykład 28. Z elektrowni wychodzą cztery tory zasilające, obciążone na krańcach: z_0, z_1, z_2, z_3 prądami: $i_0 = 600\,A$, $i_1 = 450\,A$, $i_2 = 700\,A$, $i_3 = 500\,A$. W punkcie z_0 przewidują się wahania obciążenia od $600\,A$ do $250\,A$. Wszystkie przewody zasilające obliczono na $20\,V$ spadku napięcia. Długości torów wyrównawczych wynoszą: $l_{01} = 200\,m$, $l_{02} = 350\,m$, $l_{03} = 300\,m$. Obliczyć przekroje przewodów wyrównawczych, dopuszczając różnicę napięć w punktach zasilających $2\,V$.

$$\Delta E_{dsw} = 20\,V \qquad \Delta V = 2\,V \qquad i = 600 - 250 = 350\,A.$$

Przekroje żądane wyniosą:

$$s_{01} = \frac{2\,.\,200}{57}\;\frac{450}{600 + 450 + 700 + 500}\left(\frac{350}{2} - \frac{600}{20}\right) = 204 \approx \mathbf{240}\,mm^2$$

$$s_{02} = \frac{2\,.\,350}{57}\;\frac{700}{600 + 450 + 700 + 500}\left(\frac{350}{2} - \frac{600}{20}\right) = 554 \approx \mathbf{625}\,mm^2$$

$$s_{03} = \frac{2\,.\,300}{57}\;\frac{500}{600 + 450 + 700 + 500}\left(\frac{350}{2} - \frac{600}{20}\right) = 339 \approx \mathbf{400}\,mm^2.$$