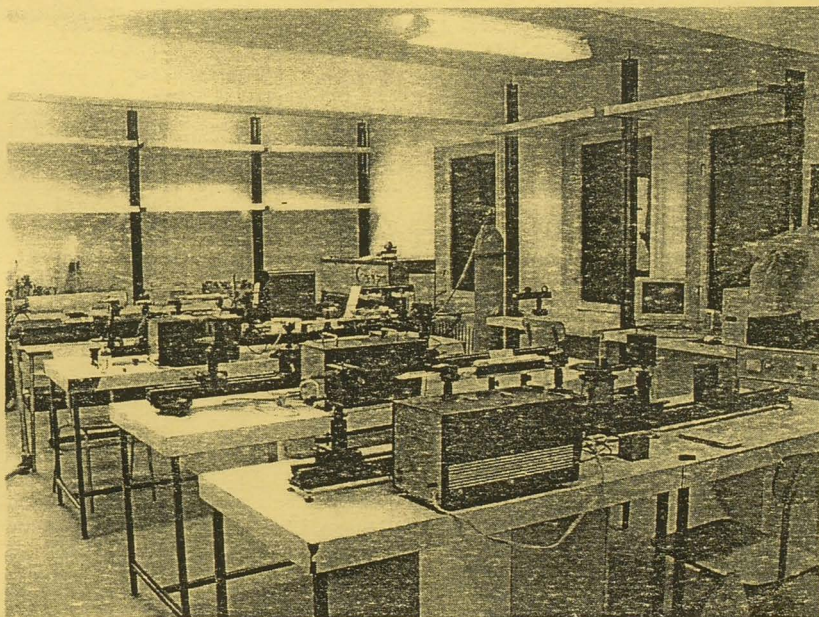


Levai Ștefan

Gruia Ion

FIZICA ȘI TEHNICA LASERILOR

APLICAȚII



Editura Universității din București

~ 2002 ~

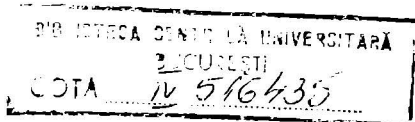
Levai Ștefan

Gruia Ion

FIZICA ȘI TEHNICA LASERILOR APLICAȚII

10/11
CL 25458E

Editura Universității din București
~ 2002 ~



**Referenți științifici: Prof. dr. I. Iova
Prof. dr. Tudor Tiberiu**

2196/02

© Editura Universității din București
Șos. Panduri 90-92, București - 76235; Tel./Fax: 410.23.84
E-mail: editura@unibuc.ro
Internet: www.editura.unibuc.ro

B.C.U. Bucuresti



C20024812

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
LEVAI, ȘTEFAN**

**Fizica și tehnica laserilor: aplicații / Levai Ștefan, Gruia
Ion. - București : Editura Universității din București, 2002**

p. ; cm

Bibliog.

ISBN 973-575-693-5

I. Gruia, Ion

621.375.826

*Tiparul s-a executat sub cda 950/2002
la Tipografia Editurii Universității din București*

CUPRINS

	Pag.
Introducere.	5
Capitolul I. Câmpul electromagnetic	7
Propagarea luminii sub formă de fascicul larg.	19
Densitatea de moduri.	22
Ghiduri de undă și rezonatori în domeniul hertzian.	25
Ghiduri de undă și rezonatori în domeniul optic.	30
Capitolul II Bazele fizicii laserilor. Tipuri de laseri.	68
Bazele fizicii laserilor.	68
Laseri cu mediul activ solid. Laserul cu rubin și neodim.	80
Metode de obținere a impulsurilor giganți.	87
Laserul cu semiconductori.	95
Laseri cu mediul activ gazos,	99
Laseri atomici și ionici, He-Ne, Ar ³⁺ , vapori metalici.	100
Laseri moleculari, CO ₂ , excimeri.	106
Capitolul III. Bazele holografiei optice.	112
Interferometrie holografică.	117
Materiale holografice.	122
Stocarea holografică a informației.	125
Capitolul IV Principiile prelucrării optice a informației.	126
Transformata Fourier în optică.	128
Filtrajul spațial.	132
Convoluția și corelația. Recunoașterea formei obiectelor.	134
Capitolul V Transmiterea informației cu fascicul laser	142
Noțiuni generale de comunicație	142
Teoria generală a modulării	145
Anexa I. Reflexia totală	148
Anexa II. Tabel cu funcții și transformatele lor Fourier des întâlnite în optică	151

Cuvântul LASER provine de la inițialele Light Amplification and Stimulated Emission of Radiation – amplificare de lumină și emisia stimulată a radiației. Descoperirea fenomenului LASER este una din minunatele realizări ale secolului XX, alături de energia nucleară și informatică.

Debutul secolului XX a fost marcat de apariția a două idei noi revoluționare. În anul 1900, Max Planck arată că, corpurile emit și absorb lumină sub formă de *porții de energie* numite de el *cuante* de energie și dă o relație celebră pentru emisia corpului negru. În anul 1905, Albert Einstein demonstrează că lumina, nu numai că este emisă și absorbită sub formă de cuante, dar și se propagă sub această formă de *porții de energie* numite de el *fotoni*. Cea de-a doua idee genială *relativitatea*, aparține tot lui Albert Einstein care, tot în 1905, enunță postulatele relativității restrânse. Aceste două idei au avut ca efect, nu numai explicarea unor probleme nerezolvate de secolul XIX (emisia corpului negru și nereușita experienței Michelson), scoțând fizica din această criză, ci a schimbat concepția noastră despre viață și univers. Ca urmare a teoriei corpusculare moderne a luminii și a teoriei ondulatorii (Huygens – Maxwell), a devenit clar că, lumina este de natură duală: corpuscul – undă. Această concepție a fost extinsă ulterior și asupra particulelor. Cu alte cuvinte, caracterul dual, corpuscul – undă, este o proprietate intrinsecă a materiei.

Teoria relativității, pe lângă produsul ei, celebra formulă a lui Albert Einstein $E=mc^2$ (relația dintre energie și masă) – având ca rezultat – energia nucleară – a generat poate cele mai profunde schimbări în mentalitatea noastră de a vedea lumea în care trăim.

Dezvoltând ideia privitor la relația substanță – lumină, Albert Einstein a arătat în 1917 că, la interacția luminii cu substanța au loc trei procese fundamentale, absorbție, emisie spontană, emisie stimulată. Cu aceste precizări, s-a deschis posibilitatea amplificării, respectiv generării de radiație, având la bază emisia stimulată. Din acest studiu se trage concluzia că, o substanță în starea de populație inversată poate amplifica respectiv genera radiație în domeniul optic. Punerea în aplicare a acestei idei s-a reușit de abia în anul 1960 (primul laser cu rubin roz – Maiman) Până în acest moment trebuiau rezolvate două probleme fundamentale: obținerea de sisteme cu populație inversate și realizarea de rezonatori optici.

Studiul sistemelor cu populația inversată (stare de neechilibru termic) a fost înlesnit de radiospectroscopie – din anii 1930 și mai ales de *rezonanța magnetică nucleară* (RMN) apărută imediat după cel de al doilea război mondial. Tocmai aici s-a obținut o ingenioasă metodă de inversare a populației la un sistem conținând hidrogen (H_2O) introdus într-un câmp magnetic constant și iradiat cu un câmp magnetic de înaltă frecvență ($10^6 - 10^7$ Hz) sub forma de pereche sau serie de pulsuri de anumite durate bine precizate – ecou de spini (inversare de populație ale nivelelor Zeeman pentru sistemul de spini nucleari format din nuclee de H). În domeniul optic o metodă aproximativ echivalentă cu aceasta, poartă denumirea de pompaj optic. Laserul cu rubin a lui Maiman funcționează pe acest principiu.

În anul 1961 grupul Javan A., Bennett W.R., Heriot D.R. construiește primul laser cu gaz (He-Ne), iar în 1962 apare primul laser cu He-Ne românesc construit de un colectiv de la IFA sub conducerea prof. I. Agârbiceanu. Această realizare a fizicienilor români, demonstrează că asemenea cercetări au mers în țara noastră paralel cu cercetările din marile laboratoare din străinătate. A urmat o extraordinar de rapidă dezvoltare a fizicii și tehnicilor laser, descoperând zeci de mii de tranziții laser

cuprînd domeniile de la ultraviolet pînă la cel submilimetric. Paralel cu construcția a numeroaselor noilor tipuri de laseri s-a extins și aria de aplicație ale acestora. În momentul de față, laserul a pătruns în toate activitățile umane, știință, tehnică, cultură. Cu mai puțin de o jumătate de secol din urmă, poate nici unul din creatorii primilor laseri nu au putut prevedea că la sfîrșit de secol și mileniu, operația cu laser devine ceva uzual, că raza laser devine cel mai eficient mijloc de telecomunicații. În mod analog, nici Bloch și alți fondatori ai RMN, nu puteau închipui că la sfîrșit de secol, una din cele mai performante mijloace de investigare a corpului uman, se va baza pe această descoperire a lor.

Această minunată și misterioasă *rază laser* – rază a progresului și civilizației, care poate fi și *raza morții*, încă nu și-a epuizat toate posibilitățile. Ea va ocupa un loc de frunte în tehnica informaticii, telecomunicației și probabil, după primele rezultate promițătoare, se va obține energia viitorului – sinteza nucleară, tot cu ajutorul fasciculului laser.

Lucrarea de față are ca scop, descrierea sintetică a problemelor fundamentale ale fizicii laserilor și trecerea în revistă a celor mai răspîndite aplicații ale laserilor. Țelul autorilor este ca această lucrare să fie utilă unor categorii de oameni tineri și nu numai dornici de a fi la curent cu asemenea probleme. În primul rînd cartea este destinată studenților anilor mari de la facultățile de Fizică care urmează diferite cursuri de laseri, sau pregătesc lucrări de licență sau dizertație. Lucrarea poate deveni utilă pentru doctoranzi și profesorilor de fizică din învățămîntul preuniversitar.

Capitolul I

Bazele fizicii laserilor

1. Câmpul electromagnetic

La sfârșitul secolului XVII, Cristian Huygens a emis teoria conform căreia, lumina este de natură ondulatorie (Traité de la lumière 1695), iar după aproape două secole J.C. Maxwell a elaborat teoria electromagnetică a luminii. Conform acestei teorii, lumina este un câmp electromagnetic, o undă formată dintr-un cuplu de două câmpuri, electric și magnetic care se propagă cu o anumită viteză finită. Starea câmpului electromagnetic este descrisă de sistemul de ecuații a lui Maxwell, care sub forma diferențială are expresia:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

unde $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ (5)

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (6)$$

Constantele de material $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ respectiv $\mu = \mu_0 \mu_r$, ε_0 și μ_0 fiind permitivitatea electrică respectiv permeabilitatea magnetică a vidului, ε_r și μ_r mărimile relative. Sistemul de ecuații Maxwell (1-4) a fost scris pentru un spațiu lipsit de curenți de conducție și de sarcini electrice libere. În caz contrar, ecuația (1) trebuie completată în membrul drept cu densitatea de curenți liberi \mathbf{j} iar ecuația (3) fiind de forma $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$, unde ρ este densitatea de sarcină electrică. Dacă câmpul electromagnetic se află nu în spațiu nelimitat ci îngrădit de pereți, starea lui va fi descrisă de ecuațiile (1-4) completate cu condițiile de frontieră. În optică și laseristică, în cele mai multe cazuri lumina este studiată în interacție cu medii dielectrice nemagnetice ($\mu_r = 1$).

Ecuațiile lui Maxwell (1-4) scrise sub forma diferențială, reprezintă: 1 – legea Biot – Savart, Amperé, 2 – legea inducției electromagnetice a lui Faraday, 3 și 4 – teorema Gauss pentru câmpul electric respectiv magnetic.

Aplicând identitatea vectorială $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \Delta \mathbf{F}$ ecuației (2) obținem:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial(\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t} = -\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}.$$

Ținând seama de ecuația (3) obținem:

$$\Delta \mathbf{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (7)$$

O ecuație identică se obține și pentru \mathbf{H} :

$$\Delta \mathbf{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (8)$$

Notând cu $\Psi(x,y,z)$ oricare din componentele $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$, ecuațiile (7, 8) iau forma scalară:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0, \quad (9)$$

ceea ce reprezintă o ecuație de propagare a undei dacă

$$\varepsilon \mu = 1/v^2 \quad (10)$$

unde v reprezintă viteza de propagare a undei într-un mediu cu permitivitatea electrică ε și permeabilitatea magnetică μ .

Ecuația (10) devine pentru vid:

$$\varepsilon_0 \mu_0 = 1/c^2. \quad (11)$$

Ținând seama că indicele de refracție unui mediu este

$$n = c/v, \quad (12)$$

conform cu ecuațiile (10) și (11), obținem (în medii nemagnetice)

$$n = (\varepsilon_r)^{1/2}. \quad (13)$$

Relațiile (10), (11) și (13) sunt o parte din argumentele ce susțin teoria electromagnetică a luminii. Soluțiile ecuației undei sunt de tip armonic. Cele mai frecvente unde întâlnite în optică sunt cele plane și sferice. Ținând seama că componenta electrică a câmpului electromagnetic este – componenta optică – vom folosi în descrierea noastră numai pe aceasta, cea magnetică o vom utiliza numai când va fi nevoie de ea. Astfel o undă plană are forma:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kz), \quad (14)$$

unde $\varphi = \omega t - kz$ reprezintă faza, (15)

$$k = 2\pi / \lambda \quad \text{numărul de undă (circular)} \quad (15')$$

spre deosebire de $1/\lambda = \sigma = k / 2\pi$ numărul de undă (liniar).

Unda scrisă sub forma (14) este: plană, $\mathbf{E}_0 = \text{constant}$, polarizată liniar, \mathbf{E} este o mărime vectorială ce vibrează într-un plan, progresivă – se propagă cu o viteză dată v în direcția axei OZ , monocromatică $\omega = \text{constant}$, dubluperiodică în timp și spațiu.

În figura 1. este reprezentată unda (14) pentru un t dat (fotografie instantanee).

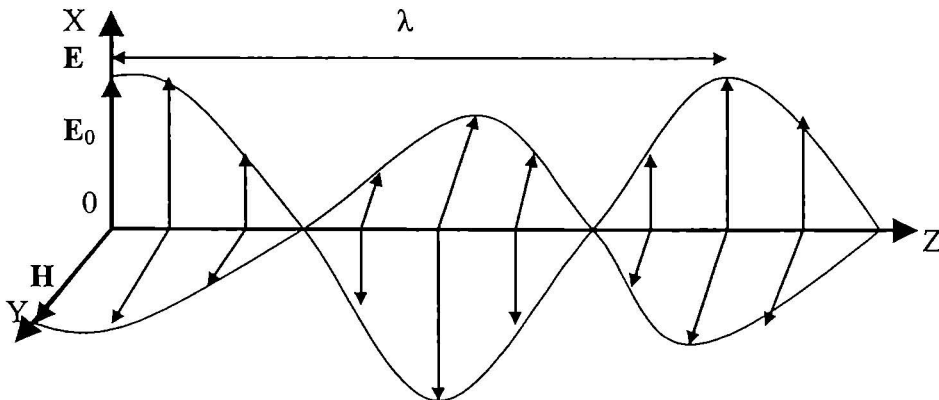


Figura 1.

În Figura 2. este reprezentată unda (14) observată într-un loc în spațiu ($z = 0$) în funcție de timp. Pe cele două figuri este conturată și variația componentei magnetice a câmpului electromagnetic, care oscilează într-un plan perpendicular pe componenta electrică.

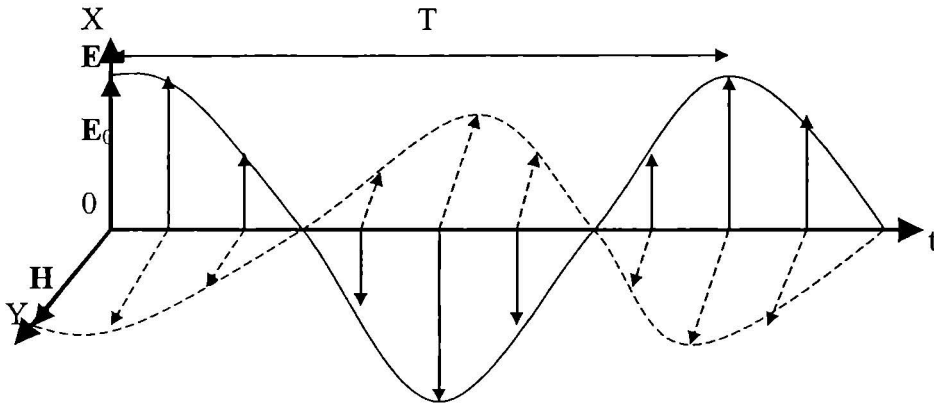


Figura 2.

Suprafața de undă este locul geometric al tuturor punctelor de egală fază, adică $\varphi = \omega t - kz = \text{constant}$. (16)

Pentru un moment dat ($t = \text{constant}$) ea devine:

$$z = \text{constant} \quad (17)$$

ceea ce reprezintă o suprafață Σ plană perpendiculară pe axa OZ.

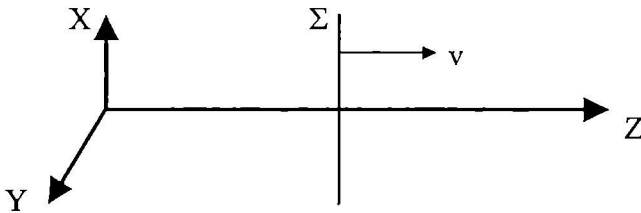


Figura 3.

Derivând relația (15) în raport cu timpul $\partial\varphi/\partial t = \omega - k \partial z/\partial t = 0$, de unde

$$v = \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\omega}{k} = 2\pi\nu \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{T}, \quad (18)$$

este viteza de propagare acestei suprafețe de undă (viteza de fază).

O undă sferică are forma:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{r} \cos(\omega t - kr), \quad (19)$$

unde r este raza suprafeței de undă sferice la un moment dat.

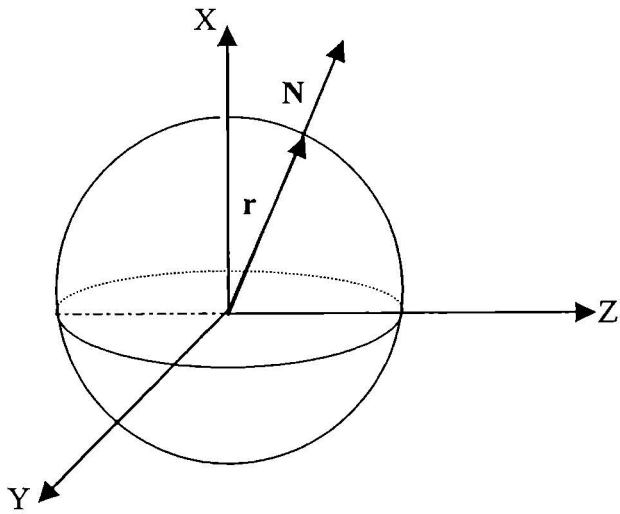


Figura 4.

În cazul general, ecuația unei suprafețe de undă oarecare are forma:

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = \mathbf{E}_0(x,y) \cos(\omega t - \varphi(xyz)) \quad (20)$$

care poate fi scrisă:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(x,y) \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}(xyz)) \quad (21)$$

unde \mathbf{k} are denumire de vector de propagare și arată direcția de propagare a unei în acel punct din spațiu. Vectorul \mathbf{k} este paralel cu normala \mathbf{N} la suprafață în acel punct. Având în vedere relația (15'),

$$|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c} \frac{c}{v} = k_0 n \quad (22)$$

unde k_0 = numărul de undă pentru vid, n = indicele de refracție al mediului respectiv, vectorul \mathbf{k} se poate scrie sub forma:

$$\mathbf{k} = k_0 \mathbf{n} \quad \text{sau} \quad \mathbf{k} = k \mathbf{N} = k_0 n \mathbf{v}. \quad (23)$$

Particularizată la o undă plană care se propagă într-o direcție oarecare, ecuația (14) se va scrie sub forma: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, unde \mathbf{r} este vectorul de poziție într-un punct de pe suprafața de undă.

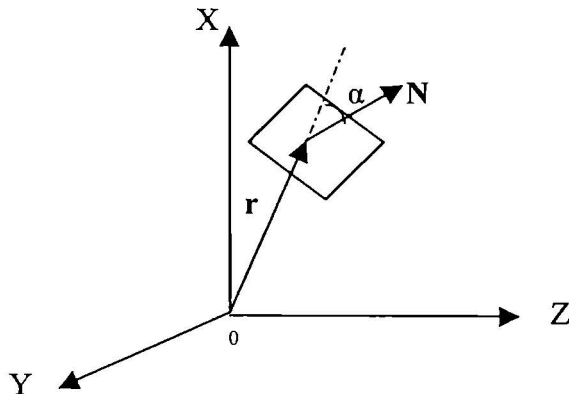


Figura 5.

Ținând cont că operațiile matematice cu funcții care descriu diferite tipuri de undă sunt în cele mai multe cazuri, dacă nu dificile, sunt laborioase, este mai comod folosirea în optică a formalismului complex. Relația ce face această trecere este:

$$\mathbf{A} = \operatorname{Re}\{\mathbf{A}_0 e^{-i\varphi}\} = \operatorname{Re}\{\mathbf{A}_0 (\cos \varphi - i \sin \varphi)\} = \mathbf{A}_0 \cos \varphi, \quad (24)$$

unde Re - înseamnă partea reală a mărimii din $\{ \}$.

În acest context sens fizic o are partea reală. Însă ținând seama că în optică și fizica laserilor nu ne interesează în final unda ci *intensitatea* dată de relația

$$I = \frac{1}{2} \langle \mathbf{E} \mathbf{E}^* \rangle, \quad (25)$$

putem opera cu undele fără a mai purta cu noi semnul $\operatorname{Re}\{ \}$.

Cu această scriere undele de mai sus vor avea forma:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (14')$$

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{r} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (19')$$

și

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_0(x, y) e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}. \quad (21)$$

Menționăm că și \mathbf{E}_0 poate fi o mărime complexă (descrie starea de polarizare a undei).

Una din consecințele sistemului de ecuații Maxwell este că, câmpul electromagnetic este un ansamblu de două câmpuri \mathbf{E} și \mathbf{H} reciproc perpendicularare ca direcție de oscilație. Întradevăr pentru undă plană (de exemplu) $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$, derivatele parțiale, temporală și spațială, sunt:

$$\partial \mathbf{E} / \partial t = -i \omega \mathbf{E},$$

respectiv

$$\nabla \mathbf{E} = i \mathbf{k} \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} = i \mathbf{k} \mathbf{E}. \quad (27)$$

Derivatele de ordin doi sunt:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2 \quad \nabla^2 = \Delta = -k^2 \quad (28)$$

Ținând seama de aceste relații, pentru un mediu izotrop și undă plană și cu mențiunea că relația $\nabla \cdot \mathbf{x} = i \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}$ - ca divergență se aplică și ca rotor $\nabla \times \mathbf{x} = i \mathbf{k} \times \mathbf{x}$, sistemul de ecuații (1 - 4) devine:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \varepsilon \mathbf{E} \quad (29 \text{ a})$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mu \mathbf{H} \quad (29 \text{ b})$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (29 \text{ c})$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (29 \text{ d})$$

Din relațiile (29 c) și (29 d) rezultă că \mathbf{E} și \mathbf{H} sunt perpendiculari pe direcția de propagare a unde \mathbf{k} , iar din (29 a) sau (29 b) reiese că \mathbf{E} este perpendicular pe planul $(\mathbf{k}; \mathbf{H})$ respectiv \mathbf{H} pe planul $(\mathbf{k}; \mathbf{E})$. Prin urmare cei trei vectori formează un sistem rectangular. Direcția și sensul oricărui vector se poate afla prin regula burghiului drept, cunoscând direcția și sensul celorlalți vectori.

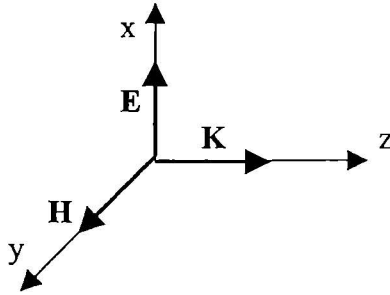


Figura 6.

În domeniul hertzian, undele sunt emise de antene. Cea mai simplă, este un conductor electric întins în care circulă curent alternativ de o anumită frecvență – numită *dipol oscilant*. În figura 7. este reprezentat un asemenea dipol și liniile câmp \mathbf{E} și \mathbf{H} ce se formează în prezența curentului variabil \mathbf{j} . Se observă că în acest caz, cele două câmpuri se află în același loc din spațiu (exemplu punctul P). Aceasta este una din condițiile ca ansamblul de câmpuri \mathbf{E} și \mathbf{H} să se desprindă de dipol și să se propage în spațiu.

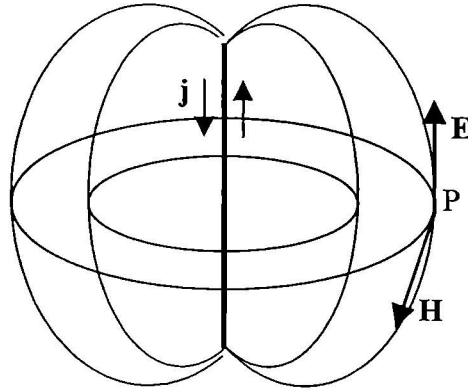


Figura 7.

Dipolul emite maxim de intensitate în direcția perpendiculară pe dipol și nu emite în direcția dipolului (Figura 8.).

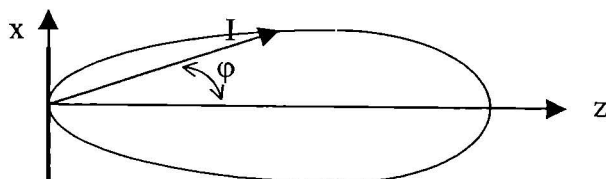


Figura 8.

În domeniul optic, câmpul electromagnetic – lumina – este emisă de atomi și molecule. Emisia unor asemenea microsisteme trebuie descrisă cu formalismul mecanicii cuantice. Însă în fizică, prin urmare și în optică sau laseristică, nu întotdeauna este necesară o descriere riguroasă a fenomenelor. În acest sens, pentru sisteme atomice și moleculare se poate face un *model* pentru emisia câmpului electromagnetic de către aceste microsisteme care să fie valabil pentru un domeniu suficient de mare de cazuri. Astfel, electronul unui atom sau moleculă, responsabil de tranziția cu emisie de radiație poate fi asimilat unui microdipol oscilant (microantena) care emite după toate regulile descrise mai sus. Există însă și deosebiri foarte importante față de dipolii emițători din domeniul hertzian. În primul rând, dacă o stație de radio sau TV emite un timp foarte mare o undă continuă, dipolii din domeniul optic emit un interval de timp foarte mic. Există două modele mai des întâlnite și anume:

- a) dipolii emit trenuri de undă – fragmente de sinusoidă de durată τ (Figura 9.) sau
- b) trenuri de undă amortizate (Figura 10.).

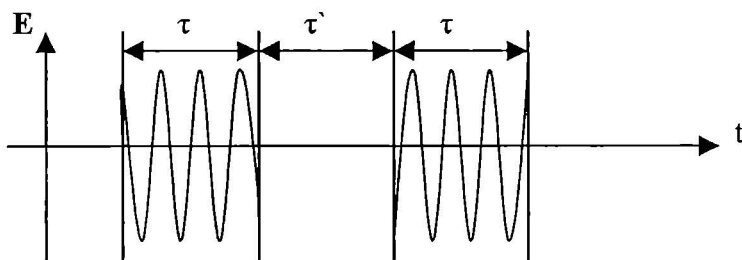


Figura 9. Tren – fragmente de sinusoidă

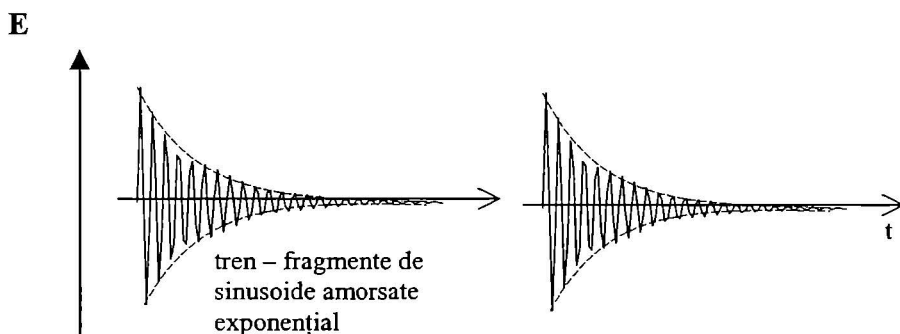


Figura 10.

Important este de reținut că, fazele inițiale ale trenurilor de undă sunt aleatorii. La un sistem de atomi în echilibru termic, nu există nici un mecanism care să *forțeze* ca toți dipolii (atomii) să emită cu aceeași fază inițială, iar aceste trenuri să se suprapună perfect pe o sinusoidă infinit de lungă. O altă deosebire constă în aceea că spre deosebire de dipolii hertzieni ficși în spațiu (imobili), dipolii din domeniul optic se mișcă, deci direcția lor în spațiu poate varia în timp. Un corp emițător de lumină este format dintr-un număr N foarte mare de asemenea dipoli. Nu există nici o forță care să țină acești dipoli orientați în aceeași direcție. Astfel, direcțiile dipolilor în spațiu deasemenea sunt haotice. Într-un punct P , trenurile de undă de la cei N dipoli sunt reprezentate prin N vectori elementari $\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_N$. Direcțiile lor fiind haotice,

deci egal probabile, locul geometric al punctelor ce unesc vârfurile acestor vectori este un cerc.

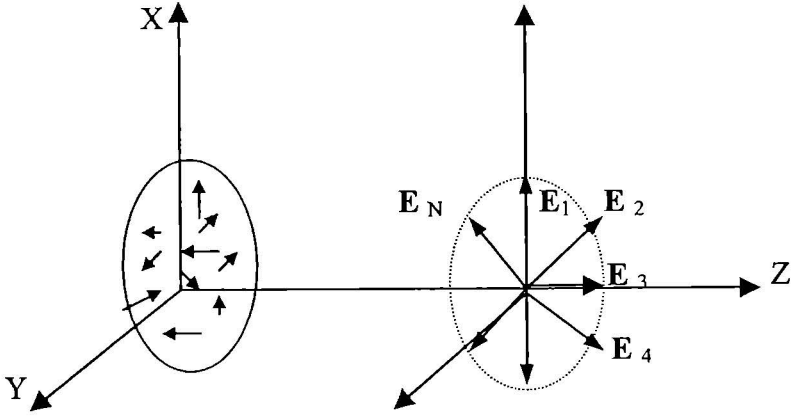


Figura 11.

O asemenea lumină se numește *naturală* sau lumină nepolarizată. Un observator în punctul P constată că aici sosesc trenuri de undă de la toți cei N dipoli cu fazele inițiale complet haotice. Spunem că această lumină este *necoerentă*. Dacă toți dipolii din corpul respectiv ar avea aceeași direcție, lumina observată în P ar fi reprezentată prin vectori elementari ca în Figura 12.

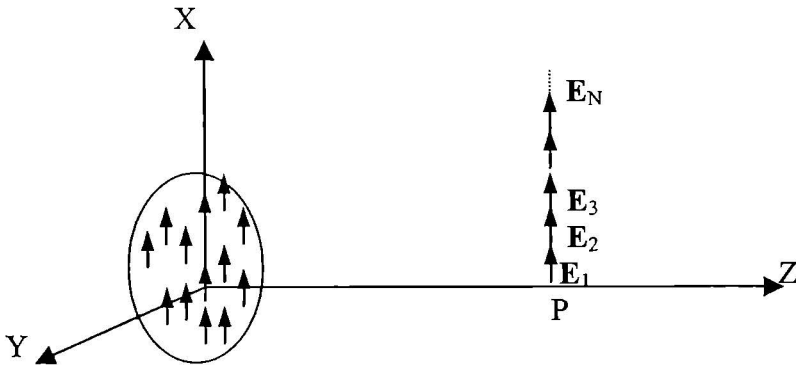


Figura 12.

Toate undele E_i oscilând în același plan, deci vectorii corespunzători au aceeași direcție, lumina corespunzătoare spunem că este polarizată liniar.

Având în vedere că undele care oscilează într-un plan (unde paralele) cele N unde se pot aduna ușor, suma lor va fi o undă modulată în amplitudine (figura 13). În totdeauna, oricât de haotice ar fi fazele inițiale ale trenurilor de undă există un interval de timp τ_c pentru care sinusoida este perfectă (aceeași amplitudine). Acest timp se numește timp de corelație sau timp de coerență. Acest timp de coerență este legat de monocromaticitatea radiației. Lungimea de coerență reprezintă spațiul parcurs de lumină în intervalul τ_c , adică

$$l_c = c \cdot \tau_c.$$

(30)

Indiferent de modelul folosit pentru emisia dipolilor (fragmente de sinusoidă sau sinusoidă amortizată), lărgimea liniei spectrale este invers proporțională cu timpul de coerență τ_c . Coerența descrisă se numește *coerență temporală*.

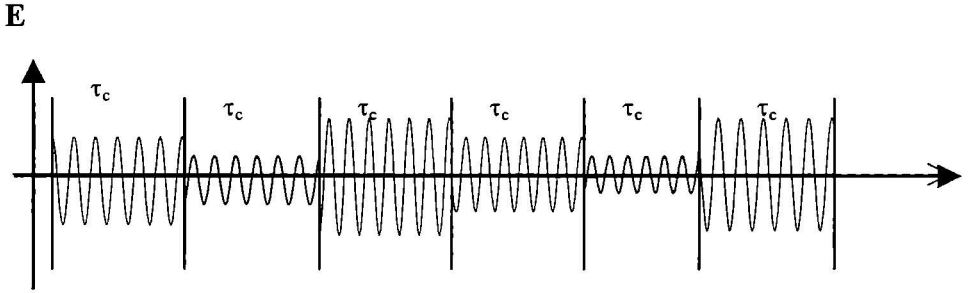


Figura 13.

Timpul de coerență este legat de lărgimea liniei spectrale. Pentru primul model considerat de noi trenul de undă este un fragment de undă sinusoidală cu amplitudine constantă pe durata τ_c . Fie $F(t)$ funcția ce descrie variația în timp a câmpului în cazul trenului de undă considerat (figura 14.-a).

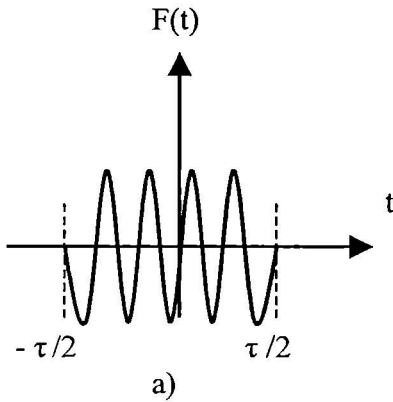
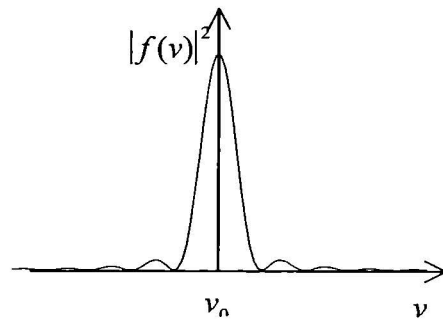


Figura 14.

b)



Conform teoremei lui Fourier, dacă $F(t)$ este finită și integrabilă poate fi reprezentată prin spectrul său:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\nu) e^{i2\pi\nu t} d\nu.$$

Transformata inversă fiind:

$$f(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i2\pi\nu t} dt$$

și

Funcția $F(t) = f_0 \exp(i2\pi\nu t)$ în intervalul $-\tau/2 < t < \tau/2$
 $F(t) = 0$ pentru $|t| > \tau/2$.

Calculând integrala în acest caz obținem:

$$f(\nu) = f_0 \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-i2\pi(\nu-\nu_0)t} dt = f_0 \tau \frac{\sin \pi(\nu-\nu_0)\tau}{\pi(\nu-\nu_0)\tau}$$

Energia de vibrație va fi:

$$|f(\nu)|^2 = f_0^2 \left[\frac{\sin \pi(\nu-\nu_0)\tau}{\tau(\nu-\nu_0)} \right]^2 \tau^2.$$

(30)

În figura 14.- b este reprezentată funcția $\text{Re } F(t)$ cât și $|f(\nu)|^2$ corespunzătoare, iar în figura 15. s-a reprezentat și o undă perfect monocromatică (undă sinusoidală infinită) și linia spectrală corespunzătoare, $\nu = \nu_0$.

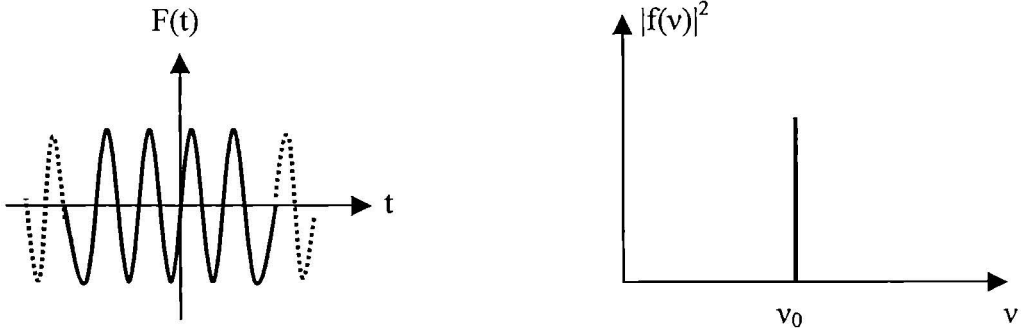


Figura 15.

Din figura 14. și relația (30) se vede că primul minim nului este la $(\nu-\nu_0)\tau = \pi$, deci semilărgimea este $\delta\nu \sim 1/\tau$ invers proporțional cu durata trenului (timp de coerență).

Al doilea model de tren de undă folosit este cel din figura 16., determinat de relația de definiție:

$$F(t) = \begin{cases} f_0 \exp(-t/\tau) \exp(-i\omega_0 t) & \text{pentru } t \geq 0 \\ 0, & \text{pentru } t < 0. \end{cases}$$

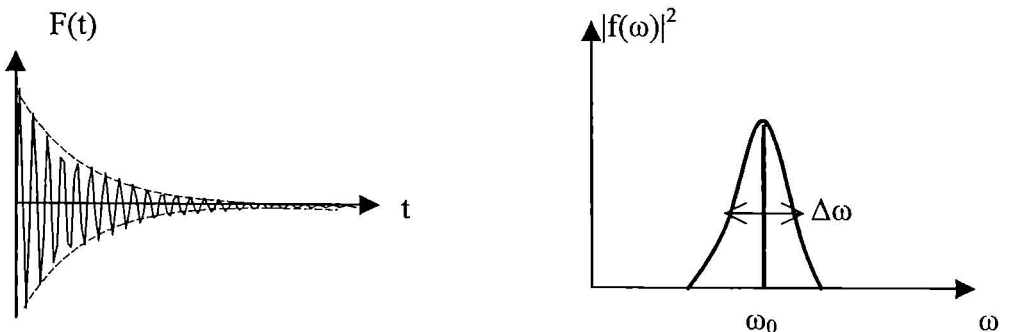


Figura 16.

Modelul reprezintă un tren de undă amortizată. Datorită limitării sale în timp, conform teoriei lui Fourier, el poate fi reprezentat prin superpoziția unor unde monocromatice de frecvențe diferite:

$$F(t) = \int_0^{\infty} f(\omega) e^{-i\omega t} d\omega.$$

Ca și în cazul precedent, $|f(\omega)|^2 d\omega$ ne arată în ce măsură este reprezentat grupul de unde cu frecvențele unghiulare cuprinse între ω și $\omega+d\omega$ în superpoziția considerată. Funcția $f(\omega)$ este spectrul de frecvență al trenului de unde $F(t)$. Folosind relația de transformare Fourier inversă obținem:

$$F(t) = \frac{f_0}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{\tau}} e^{-i(\omega-\omega_0)t} dt = \frac{\frac{f_0}{2\pi}}{\frac{1}{\tau} - i(\omega - \omega_0)}$$

și prin urmare

$$|f(\omega)|^2 = \frac{\frac{f_0^2}{4\pi^2}}{\left(\frac{1}{\tau}\right)^2 + (\omega - \omega_0)^2}.$$

Funcția $|f(\omega)|^2$ este reprezentată în figura 16.

Dacă notăm cu $\Delta\omega$ lărgimea liniei la jumătate din înălțimea sa, atunci nu este greu de arătat că $\Delta\omega = 2/\tau$. Mărimea $\Delta\omega/\omega$ reprezintă gradul de monocromaticitate a radiației respective. Din relația de mai sus rezultă că, gradul de monocromaticitate este invers proporțional cu timpul de coerență. Lungimea de coerență este $l_c = c \tau_c$, unde c este viteza de propagare a luminii. Parametrul τ_c (sau l_c) reprezintă mărimea ce determină coerența temporală a luminii, adică indică intervalul de timp în care într-un punct din spațiu lumina poate fi considerată coerentă.

Coerența spațială se referă la corelație ce există între undele sosite simultan la două puncte vecine din spațiu. Dacă sursa de lumină este punctiformă, atunci radiația întotdeauna este coerentă spațial. În cazul surselor întinse, gradul de coerență spațială depinde de mărimea sursei și de distanța de la sursă până la punctele de observare.

Considerăm o sursă de lumină sub formă de disc circular de diametru 2ρ (Figura 17.). Notăm cu R distanța de la sursă la ecran ($R \gg 2\rho$) și cu x, y coordonatele punctelor 1 și 2 (pentru simplitate am ales $x_1 = y_1 = 0$). Fără a intra în detalii și demonstrații, definim funcția de coerență spațială $\gamma_{12}(0)$ a câmpului luminos, în punctele 1 și 2, a cărui modul este:

$$|\gamma_{12}(0)| = 2 \frac{J_1(z)}{z},$$

unde $J_1(z)$ este funcția Bessel de ordinul 1,

$$z = 2\pi\rho \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\lambda R}.$$

În figura 17. este reprezentată dependența $\gamma_{12}(0)$ de z . Se observă că pentru z mici are loc o coerență spațială foarte bună. Deoarece $(x^2 + y^2)^{1/2} / R = \text{tg } \alpha$ și, prin

urmare $z = (2\pi\rho \operatorname{tg} \alpha) / \lambda$, tragem concluzia că avem un grad mare de coerență spațială pentru unghiuri α mici, adică la o divergență mică a fasciculului. Cu cât este mai bună directivitatea fasciculului cu atât gradul de coerență spațială este mai înalt. De aici rezultă și concluzia că, coerența spațială a câmpului în două puncte oarecare este cu atât mai bună cu cât sursa de lumină este mai îndepărtată. Din figură se observă că $|\gamma_{12}(0)| = 1$ pentru $z = 0$, adică la $\alpha = 0$. Se consideră că, dacă $|\gamma_{12}(0)| = 0,88$ lumina este coerență spațial. Valoarea 0,88 corespunde lui $z = 1$. Din egalitatea $2\pi(\rho/\lambda) \alpha = 1$ obținem că valoarea $|\gamma_{12}(0)| = 0,88$ corespunde unghiului $\alpha = 0,16 \lambda / \rho$

Astfel pentru un fascicul de lumină considerat coerenț spațial, trebuie să fie îndeplinită condiția: $0 \leq \alpha \leq 0,16 \lambda / \rho$.

De aici se vede că, cu cât este mai mare întinderea sursei (ρ mare) cu atât trebuie ca unghiul α să fie mai mic, în limitele în care radiația se consideră coerență spațial.

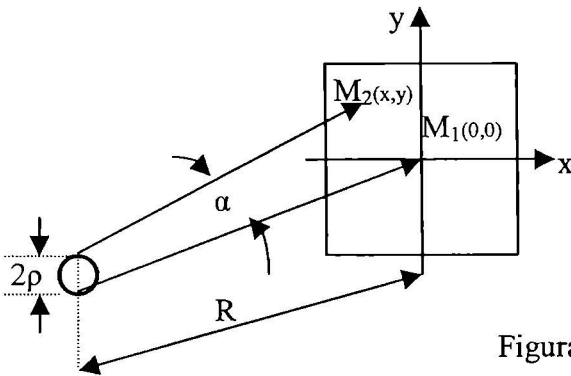
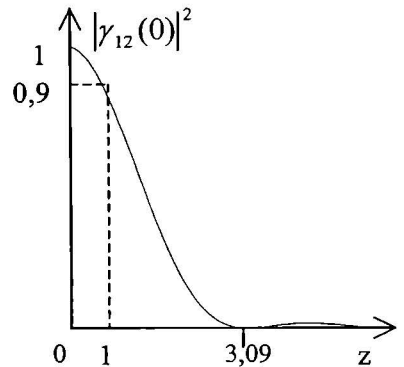


Figura 17.



Câmpul luminos cu cel mai înalt grad de coerență (totală) este caracterizat prin front de undă plană ($\alpha = 0$), monocromaticitate ($\Delta\omega / \omega = 0$) și de polarizare determinată. Asemenea unde sunt idealizări.

Undele luminoase reale reprezintă o superpoziție de asemenea unde *ideale*. Undele reale întotdeauna sunt parțial coerente și sunt caracterizate de un anumit grad de coerență spațială și temporală. Dacă am ordona sursele după gradul de coerență al luminii emise, am obține aproximativ următoarea clasificare: lampă cu incandescență, lumina zilei, laseri cu semiconductori, laseri cu corp solid (cristale și sticle), laseri cu lichid și în sfârșit, cea mai înaltă coerență posedă radiația obținută de la laserii cu gaz.

Gradul de coerență al luminii este cea mai importantă caracteristică a ei. Multe alte caracteristici ale luminii sunt legate de gradul de coerență și anume:

a) directivitatea este legată de gradul de coerență spațială,

b) densitatea fluxului de radiație într-o secțiune oarecare a undei este legată de directivitate. Astfel, numai la unde cu o directivitate foarte bună, deci coerență spațială foarte bună, se poate obține o concentrație puternică de energie necesară în multe aplicații.

c) gradul de polarizare al undei este legat de gradul de monocromaticitate. Orice undă monocromatică este polarizată; vârful vectorului electric \mathbf{E} descrie o elipsă cu perioada $2\pi / \omega$. Cu cât este mai mică abaterea frecvenței $\Delta\omega$ în superpoziția de unde monocromatice, cu atât se întinde mai puțin perioada elipsei de polarizare și cu atât va fi mai ridicată caracteristica de polarizare a undei luminoase. Prin urmare, gradul de polarizare al undei este legat de gradul de coerență spațială.

d) gradul de monocromaticitate este legat de gradul de coerență temporală.

Propagarea luminii sub formă de fascicul

Soluția pentru ecuația (7) a undei este o funcție de două tipuri de variabile, timp t și spațiu (x,y,z) . În cazul general putem scrie:

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = \mathbf{E}_0(x,y,z) e^{-i\omega t} \quad (31)$$

Introducând această relație în (7) obținem:

$$\Delta \mathbf{E}_0(x,y,z) + (\omega^2/v^2) \mathbf{E}_0(x,y,z) = 0 \text{ unde } \omega^2/v^2 = k^2 \quad (32)$$

Ecuația (32) se numește ecuația Helmholtz. Pentru determinarea câmpului $\mathbf{E}(x,y,z,t)$ trebuie cunoscută variația în timp și distribuția spațială a amplitudinii câmpului $\mathbf{E}_0(x,y,z)$. Relația (31) reprezintă un tip de oscilație având o frecvență bine determinată și o distribuție a intensității câmpului bine definită. Un tip de oscilație se mai numește *mod de oscilație* sau *vibrație*. În limbajul curent se spune simplu *mod*.

Suntem obișnuiți ca propagarea luminii să o reprezentăm sub formă de *raze* de lumină. În realitate ea se propagă sub formă de un mănunchi de *raze* adică *fascicul de lumină*. Noi ne vom limita la propagarea luminii în fascicul larg, caz întâlnit în practică destul de des.

Această teorie elementară a propagării în fascicul larg ne va ajuta la descrierea formei fasciculului dintr-o cavitate rezonantă laser. Ecuația undei luminoase care se propagă în formă de fascicul larg este descrisă de o undă apropiată de cea plană:

$$\mathbf{E}(x,y,z) = \mathbf{E}_0(x,y,z) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (33)$$

unde $\mathbf{E}_0(x,y,z)$ este o funcție lent variabilă spre deosebire de o undă plană unde $\mathbf{E}_0 = \text{constant}$, iar partea temporală $e^{-i\omega t}$ nu s-a menționat, neimplicându-se în cele ce urmează. Această condiționare de *lent variabilă* înseamnă că distribuția amplitudinii undei variază lent într-un domeniu de ordinul lungimii de undă. Introducând relația (33) în ecuația lui Helmholtz, ținând seama că:

$$\nabla \mathbf{E} = \nabla \mathbf{E}_0(x,y,z) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \mathbf{E}_0(x,y,z) i\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = (\nabla \mathbf{E}_0 + i\mathbf{k} \mathbf{E}_0) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (34)$$

$$\text{și } \nabla^2 \mathbf{E} = \Delta \mathbf{E}_0(x,y,z) + 2i\mathbf{k} \nabla \mathbf{E}_0(x,y,z) - \mathbf{k}^2 \mathbf{E}_0(x,y,z) \quad (35)$$

obținem

$$\Delta \mathbf{E}_0(x,y,z) = -2ik\nabla\mathbf{E}_0(x,y,z) \quad (36)$$

și ținând seama că $\nabla\mathbf{E} = 0$, conform ecuației (4), ecuația (34) devine:

$$\nabla\mathbf{E}_0(x,y,z) = -ik\mathbf{E}_0. \quad (37)$$

Ecuțiile de mai sus (36, 37) sub forma explicită arată în felul următor:

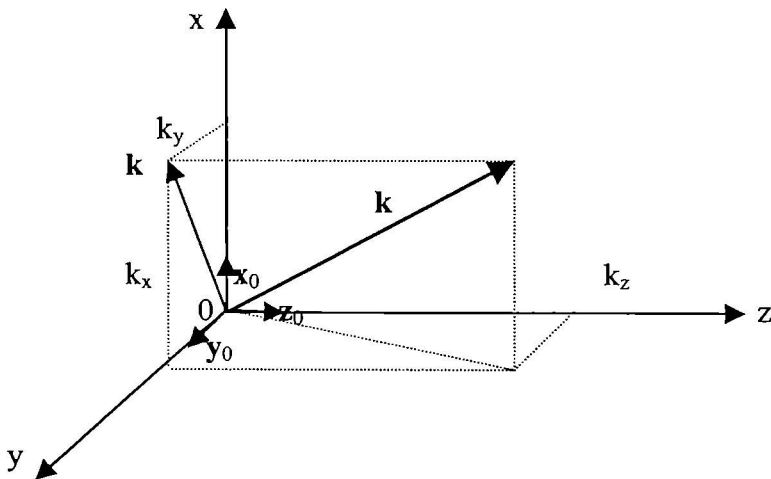
$$-\frac{1}{2ik}\left(\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial z^2}\right) = \mathbf{z}_0\left(\mathbf{x}_0\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{y}_0\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{z}_0\frac{\partial}{\partial z}\right)\mathbf{E}_0 = \frac{\partial\mathbf{E}_0}{\partial z} \quad (36')$$

$$-\frac{1}{ik}\left(\frac{\partial E_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial E_{0y}}{\partial y} + \frac{\partial E_{0z}}{\partial z}\right) = \mathbf{z}_0\mathbf{E}_0 = \mathbf{z}_0(E_{0x}\mathbf{x}_0 + E_{0y}\mathbf{y}_0 + E_{0z}\mathbf{z}_0) = E_{0z} \quad (37')$$

unde $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0$ sunt versorii sistemului de coordonate (o x y z), vectorul de undă

$$\mathbf{k} = k_x\mathbf{x}_0 + k_y\mathbf{y}_0 + k_z\mathbf{z}_0 = \mathbf{k} + k_z\mathbf{z}_0. \quad (38)$$

În relația de mai sus s-a notat cu $\mathbf{k} = k_x\mathbf{x}_0 + k_y\mathbf{y}_0$ componenta transversală pe direcția de propagare a fasciculului.



Luând în considerare că $\mathbf{E}_0(x,y,z)$ este o funcție lent variabilă, în ecuația (36') putem neglija variația a doua $\partial^2\mathbf{E}/\partial x^2$ față de variația de ordinul întâi $\partial\mathbf{E}/\partial x$, la fel termenul $\partial E_{0z}/\partial z$ față de E_{0z} în ecuația (37').

În acest fel ecuațiile în cauză devin:

$$-\frac{1}{2ik}\left(\frac{\partial^2\mathbf{E}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\mathbf{E}_0}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial\mathbf{E}_0}{\partial z} \quad (39)$$

și

$$-\frac{1}{ik} \left(\frac{\partial E_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial E_{0y}}{\partial y} \right) = E_{0z}. \quad (40)$$

Ecuțiile pot fi scrise sub forma:

$$(1/2ik) \Delta \mathbf{E}_0 + \partial \mathbf{E}_0 / \partial z = 0, \quad (39')$$

$$(1/ik) \nabla \cdot \mathbf{E}_0 + E_{0z} = 0, \quad (40')$$

unde Δ și ∇ sunt notate componentele transversale ale operatorilor laplace Δ și nabra ∇ .

Din ecuația (40) se poate determina componenta $E_{0z}(x,y,z)$ a câmpului.

Ecuația (39) este de tip parabolic, analoagă cu ecuația de propagare a căldurii sau a difuziei.

În analogie cu aceste fenomene (fără a rezolva ecuația), putem anticipa că, în propagarea sa, fasciculul de lumină suferă o difuzie, împrăștiere, perpendicular pe direcția de propagare a fasciculului.

Soluția ecuației (39') se poate scrie sub forma:

$$\mathbf{E}_0(x, y, z) = \frac{k}{2\pi iz} \int_s \mathbf{E}_s(x', y') e^{\frac{ik}{2z}[(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy' \quad (41)$$

sau

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \int_s \mathbf{E}_s(k_\perp) e^{i\left(kr - \frac{kz}{z}\right)} dk_\perp. \quad (42)$$

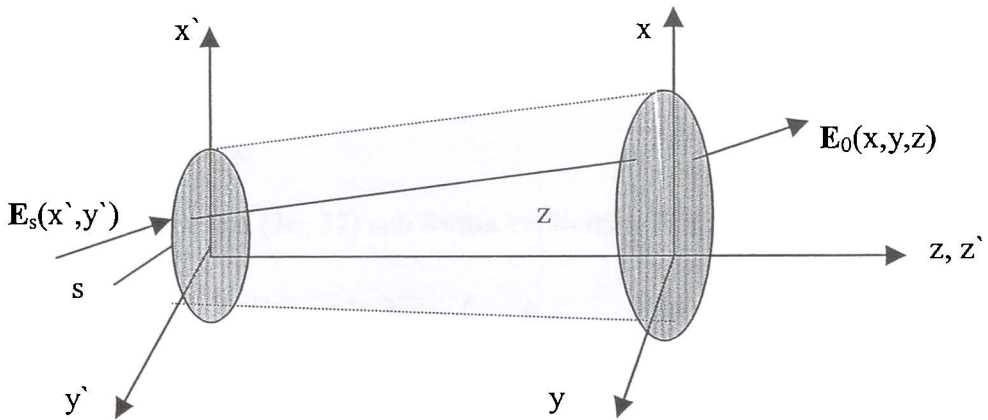
Prima ecuație (41) ne dă soluția lui Cauchy atunci când este cunoscută distribuția câmpului $\mathbf{E}_s(x',y')$ în secțiunea fasciculului la $z = 0$, iar a doua formă a soluției (42) determină câmpul \mathbf{E}_0 prin spectrul său unghiular, în aceeași secțiune $z=0$.

Relația (41) este exprimarea matematică a principiului Huygens – Kirchoff, conform căruia, câmpul se poate determina într-o regiune oarecare din valoarea lui de la limita acestei regiuni.

Cu alte cuvinte relația (41) înseamnă că, dacă se cunoaște distribuția câmpului $\mathbf{E}_0(x',y')$ în planul $z = 0$, atunci distribuția câmpului într-o secțiune oarecare $z = \text{constant}$ va fi dată de integrala respectivă (41).

În ecuația (42) putem să ne limităm numai la componentele E_{0x} și E_{0y} , deoarece E_{0z} este determinată din ecuația (40').

Această componentă are, conform cu (40'), ordinul λ/a , unde a – este o dimensiune caracteristică a domeniului de variație esențială a câmpului în secțiune transversală a fasciculului.



Pentru a aprecia mai în detaliu domeniul de utilizare a relațiilor (41, 42) este mai simplu să ne întoarcem la soluția exactă a ecuației (32):

$\Delta \mathbf{E}_0 + \mathbf{k} \mathbf{E}_0 = 0$ și $\nabla \mathbf{E} = 0$,
care poate fi pusă sub forma de integrală Fourier de unde plane:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) e^{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = e^{i \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} \mathbf{E}_0(\mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k},$$

unde $\mathbf{k}(k_x, k_y, k_z)$ iar $\mathbf{k}_0(0, 0, k_0)$.

Dacă fasciculul este suficient de larg ($a \gg \lambda$) și spectrul său unghiular $\mathbf{E}_0(\mathbf{k})$ este diferit de zero numai într-un domeniu mic, $|\mathbf{k} - \mathbf{k}_0| \sim 2\pi/a \ll k$, în apropierea originii sistemului de coordonate.

Dezvoltând $\mathbf{k} - \mathbf{k}_0$ după ordinul lui $(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)/k$ obținem:

$$\mathbf{k} - \mathbf{k}_0 = (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \left\{ -\frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)^2}{2k} - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)^4}{8k^3} + \dots \right\}.$$

Limitându-ne numai la primii doi termeni,

$$\mathbf{k} - \mathbf{k}_0 = (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \left\{ -\frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)^2}{2k^2} \right\},$$

obținem relația (42).

Prin urmare, domeniul de valabilitate a relației (42) este dată de:

$$k^4 \cdot z / 8k^3 \ll \pi,$$

adică

$$(2\pi/a)^4 \cdot z / 8(2\pi/\lambda)^3 = 2\pi z \lambda^3 / (8a^4) \ll \pi,$$

de unde

$$z \lambda^3 / (4a^4) \ll 1$$

sau

$$\lambda z / a^2 \ll 4 a^2 / \lambda^2.$$

Notând cu $p = (\lambda z)^{1/2} / a$, avem $p \ll 2a / \lambda$ (condiția de valabilitate a ecuației 42).

Densitatea de moduri.

Prin densitate de moduri se înțelege, *numărul de moduri în unitatea de volum și unitate de interval de frecvență*.

Să considerăm un spațiu închis de forma paralelipipedică cu laturile a, b, d , în interior cu pereți din metal ideal, îmbinați perfect.

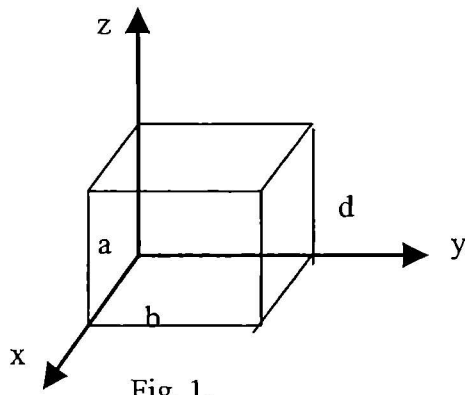


Fig. 1.

Considerăm deasemenea că în această incintă există un ansamblu de unde plane de forma,

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \sum_s \vec{E}_{0s} \exp\{-(\omega_s t - \vec{k}_s \cdot \vec{r})\} \quad (1)$$

Condiția de frontieră impune ca între două îngrădiri (pereți) se pot dezvolta numai undele care satisfac condiția:

$$a = m\lambda/2, \quad b = n\lambda/2, \quad d = q\lambda/2.$$

Însă, ținând cont că noi dorim să determinăm numărul de moduri, moduri caracterizate prin frecvență și numărul de undă k , respectiv lungime de undă (și nu semiundă), condițiile de frontieră se va scrie sub forma:

$$a = m\lambda, \quad b = n\lambda, \quad d = q\lambda, \quad (2)$$

unde m, n, q sunt nemere întregi, $0, 1, 2, 3, \dots$

Înmulțind relațiile (2) cu 2π vom pune sub forma: pe direcția x avem,

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi m}{a} = k_{x,m}$$

și reprezintă componenta vectorului de propagare k pe direcția ox . În mod analog putem scrie,

$$k_{y,n} = \frac{2\pi.n}{b},$$

respectiv

$$k_{z,q} = \frac{2\pi.q}{d}.$$

(3)

Ținând cont de aceste observații și de faptul că pentru orice undă există două tipuri de polarizare, ansamblul de unde (1) se va scrie sub forma:

$$\vec{E} = \sum_{mnqj} E_0 \vec{u}_j \cdot \exp\{-(\omega_{mnq} t - \vec{k}_{mnq} \cdot \vec{r})\},$$

unde \vec{u}_j , reprezintă vectorul unitar ce indică direcția de polarizare și poate lua două valori, 1 sau 2.

Considerăm în spațiul configurativ, (spațiul K), fig.2. o celulă elementară care reprezintă volumul $\Delta k = \Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z$ ocupat de un mod.

Densitatea volumică de moduri va fi,

$$\text{dens.mod.} = 2/\Delta k, \quad (4)$$

unde s-a ținut seama de cele două posibilități de polarizare. Laturile celulei elementare se pot obține din relațiile (3).

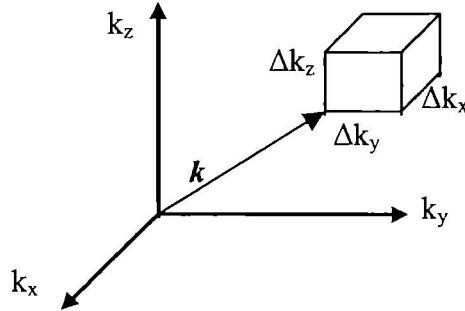


Fig.2.

Astfel,

$$\Delta k_x = k_{x,m+1} - k_{x,m} = \frac{2\pi}{a},$$

la fel,

$$\Delta k_y = \frac{2\pi}{b}, \quad \Delta k_z = \frac{2\pi}{d},$$

cu aceste valori,

$$\Delta k = \frac{(2\pi)^3}{abd} = \frac{(2\pi)^3}{V},$$

unde $V = a \cdot b \cdot d$ reprezintă volumul incintei cu pereți metalici.

Cu aceste rezultate densitatea volumică de moduri va fi:

$$\text{dens.mod} = \frac{2V}{(2\pi)^3}.$$

(4')

Fie o sferă de rază k în spațiul configurativ k . Volumul acestei sfere este:

$$\text{vol.sferei} = \frac{4\pi}{3} k^3 = \frac{4\pi}{3} \frac{(2\pi)^3}{c^3} v^3,$$

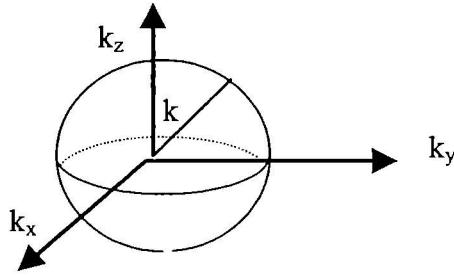
unde s-a ținut seama că,

$$k = \frac{2\pi}{c} v.$$

Numărul de moduri N_ν , conținut în această sferă este

$$N_\nu = \text{vol.sferei.dens.mod.} = \frac{4\pi}{3} \frac{(2\pi)^3}{c^3} \nu^3 \frac{2V}{(2\pi)^3} = \frac{8\pi V}{3 \cdot c^3} \nu^3.$$

(5)



Conform definiției densitatea de moduri este:

$$p(\nu) = \frac{1}{V} \frac{dN_\nu}{d\nu}.$$

Ținând seama de derivata relației (5) obținem,

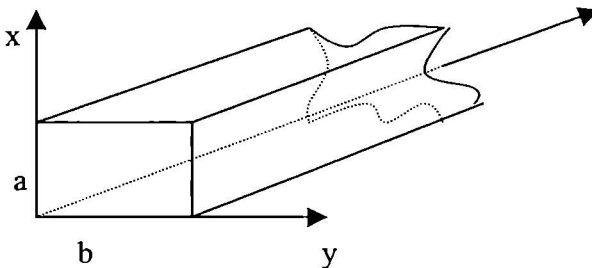
$$p(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}.$$

(6)

Densitatea de moduri depinde numai de frecvența radiației.

Ghiduri de undă și rezonatori în domeniul hertzian

Un ghid de undă este un tub de anumită secțiune și lungime nedefinită. Capetele tubului sunt deschise, pereții interiori sunt din metal. Considerăm ca exemplu concret un ghid de undă de formă dreptunghiulară cu laturile a și b ; pereți metal – conductor ideal și îmbinările pereților perfecte.



Studiul stării câmpului în această incintă limitată de pereți, trebuie să arate: posibilitatea propagării câmpului electromagnetic în acest ghid și modurile ce pot să se propage în el.

Starea câmpului este descrisă de sistemul de ecuații Maxwell (relațiile 1-4), completat de condițiile de frontieră:

$$a = m \lambda/2,$$

$$b = n \lambda/2,$$

m și $n = 0, 1, 2, \dots$

Distribuția câmpului din interior trebuie să fie soluția ecuațiilor Helmholtz:

$$\Delta \mathbf{E} + (\omega/v)^2 \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

$$\Delta \mathbf{H} + (\omega/v)^2 \mathbf{H} = 0. \quad (2)$$

Ținând seama de forma îngrădirii acestei incinte putem afirma că, dacă în acest spațiu unda electromagnetică se propagă, ea poate să se propage numai în direcția axei oz. Astfel unda respectivă are forma:

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} \sim \exp[i(\omega t - k_z z)], \quad (3)$$

adică o undă progresivă în direcția z.

Introducând această soluție în ecuațiile (1 și 2), obținem, cu observația că

$$\mathbf{E} / z = -i k_z \mathbf{E} \quad \text{și} \quad \nabla^2 \mathbf{E} / z^2 = -k_z^2 \mathbf{E}; \quad (4)$$

$$\Delta_{xy} \mathbf{E} = (k_z^2 - \omega^2/v^2) \mathbf{E} = 0$$

$$\Delta_{xy} \mathbf{H} = (k_z^2 - \omega^2/v^2) \mathbf{H} = 0 \quad (5)$$

unde $\Delta_{xy} = \nabla^2 / x^2 + \nabla^2 / y^2$.

Ecuațiile lui Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$$

$$\text{și} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \partial \mathbf{D} / \partial t$$

scrise pe componente ne dau 6 ecuații din care se pot exprima componentele E_x , E_y , H_x , H_y , în funcție de E_z , și H_z . Aceste relații sunt:

$$E_x = \frac{1}{k_z^2 - \epsilon \mu \omega^2} \left(i k_z \frac{\partial E_z}{\partial x} + i \omega \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (6)$$

$$E_y = \frac{1}{k_z^2 - \epsilon \mu \omega^2} \left(i k_z \frac{\partial E_z}{\partial y} - i \mu \omega \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (7)$$

$$H_x = \frac{1}{k_z^2 - \epsilon \mu \omega^2} \left(-i \epsilon \omega \frac{\partial E_z}{\partial y} + i k_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (8)$$

$$H_y = \frac{1}{k_z^2 - \epsilon \mu \omega^2} \left(i \epsilon \omega \frac{\partial E_z}{\partial x} + i k_z \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (9)$$

La suprafața conductorului trebuie să se îndeplinească următoarele condiții de frontieră:

$$\begin{aligned}
 E_{tg} &= 0; \\
 H_n &= 0; \\
 E_n &= \rho; \\
 H_{tg} &= i_s,
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

unde n și tg indică componentele normale respectiv tangențiale ale câmpului \mathbf{E} și \mathbf{H} .

Pentru început să căutăm ca soluție pentru ecuațiile (1 și 2) – unda transversală, adică $E_z = H_z = 0$.

Relațiile (6 – 9) ne arată că toate componentele

$$E_x = H_x = E_y = H_y = 0$$

dacă $k^2 - \epsilon \mu \omega^2 = 0$.

$$\text{Dacă } k^2 - \epsilon \mu \omega^2 = 0,$$

atunci relația (2) devine:

$$\Delta_{xy} \mathbf{H} = 0.$$

Însă condiția de frontieră impune ca:

$$H_n = 0$$

și $H_{tg} = i_s$,

deci \mathbf{H} trebuie să fie tangent la pereți.

Unica soluție este $\mathbf{H} = 0$.

Dacă nu există componenta \mathbf{H} a câmpului electromagnetic nu poate exista nici componenta \mathbf{E} .

Liniile de câmp \mathbf{H} sunt create de un tub de curenți (de conducție \mathbf{i} și de deplasare

E_z / t). În interiorul acestui ghid nu există curent de conducție, deci conform cu ecuația (2) a lui Maxwell (unda $\mathbf{H} = 0$) nu există nici \mathbf{D} / t , adică E_z / t . Componenta E_z fiind egală cu zero, conform cu relațiile (6, 7) nu există nici componentele E_x și E_y .

În concluzie, într-un astfel de ghid de undă, nu se pot propaga unde – moduri – transversal electromagnetice notate TEM.

Aceasta nu înseamnă că nu se pot propaga alte moduri. În acest sens, modurile TM (transversal magnetic), respectiv TE (transversal electric) sunt admise.

Cazul TM:

$$E_z = 0;$$

$$H_z = 0$$

Ecuația (5) devine pentru componenta E_z a câmpului:

$$\Delta_{xy} E_z = (k_z^2 - \omega^2/v^2) E_z, \tag{11}$$

cu condiția de frontieră:

$$E_z = 0 \text{ la } x=0, a \quad y=0, b. \tag{12}$$

Soluția ecuației (11) este:

$$E_z = E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) \exp[i(\omega t - k_z z)], \tag{13}$$

$$\text{unde } k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2/v^2. \tag{13'}$$

Condițiile de frontieră (12) impun ca:

$$a = m \lambda/2$$

și $b = n \lambda / 2$,

adică:

$$\begin{aligned} k_x &= 2\pi/\lambda = \pi m/a; \\ k_y &= \pi n/b \end{aligned} \quad (14)$$

$m, n = 0, 1, 2, \dots$ numere întregi.

Dacă E_z este cunoscut se pot afla componentele x, y ale câmpului \mathbf{E} și \mathbf{H} din ecuațiile (6 - 9), care au expresiile:

$$E_x = E_{0x} \cos(m \pi x/a) \sin(n \pi y/b) \exp[i(\omega t - k_z z)], \quad (15)$$

$$E_y = E_{0y} \sin(m \pi x/a) \sin(n \pi y/b) \exp[i(\omega t - k_z z)], \quad (16)$$

$$H_x = H_{0x} \sin(m \pi x/a) \cos(n \pi y/b) \exp[i(\omega t - k_z z)], \quad (17)$$

$$H_y = H_{0y} \sin(m \pi x/a) \cos(n \pi y/b) \exp[i(\omega t - k_z z)], \quad (18)$$

$$H_z = 0. \quad (19)$$

Din relațiile (13') și (14) avem:

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - (k_x^2 + k_y^2)} = \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{\pi^2 m^2}{a^2} + \frac{\pi^2 n^2}{b^2} \right)}.$$

Componenta k_z , are valori reale numai dacă:

$$\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{\pi^2 m^2}{a^2} + \frac{\pi^2 n^2}{b^2} \right) \geq 0,$$

adică

$$\frac{1}{\lambda^2} \geq \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\pi^2 m^2}{a^2} + \frac{\pi^2 n^2}{b^2} \right) = \frac{1}{\lambda_{critic}^2}.$$

Aceasta înseamnă că există o lungime de undă critică, λ_{critic} .

Pentru $\lambda > \lambda_{critic}$, k_z devine imaginar, ceea ce înseamnă o amortizare de tip exponențial a undelor. De exemplu, pentru modul TM_{11} ,

$$\lambda_{critic} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

De aici tragem o concluzie importantă. În domeniul microundelor, dimensiunea ghidului de undă este de ordinul valorii lungimii de undă.

În acest studiu este interesant de văzut cum se pot exprima vitezele de fază și de grup. Prin definiție viteza de fază:

$$v_f = \frac{\omega}{k_z} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{\pi^2 m^2}{a^2} + \frac{\pi^2 n^2}{b^2} \right)}}$$

adică,

$$v_f = v \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{critic}^2}}}$$

Viteza de grup este:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk_z} = \frac{d}{dk_z} \left(\sqrt{v^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)} \right) = v \frac{\sqrt{k_z^2 - (k_x^2 + k_y^2)}}{k^2} = v \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{critic}^2}}$$

Din cele de mai sus deducem că:

$$v_f v_g = v^2.$$

Modurile TE, $E_z = 0$, $H_z \neq 0$ se studiază la fel ca și modurile TM.

Soluția pentru câmpurile \mathbf{E} și \mathbf{H} are forma:

$$E_x = E_{0x} \cos(m \pi x/a) \sin(n \pi y/b) \exp[i(\omega t - k_z z)],$$

$$E_y = E_{0y} \sin(m \pi x/a) \sin(n \pi y/b) \exp[i(\omega t - k_z z)],$$

$$H_x = H_{0x} \sin(m \pi x/a) \cos(n \pi y/b) \exp[i(\omega t - k_z z)],$$

$$H_y = H_{0y} \sin(m \pi x/a) \cos(n \pi y/b) \exp[i(\omega t - k_z z)],$$

$$E_z = 0.$$

Rezonatori de volum

Dacă capetele ghidului de lungime l sunt îngrădite de pereți metalici, dispozitivul devine un rezonator de volum. Cu condiția de frontieră $l = q \lambda/2$, componenta E_z devine:

$$E_z = E_{0z} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos[(l - z)k_z] e^{i\omega t},$$

iar

$$k = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{1/2}$$

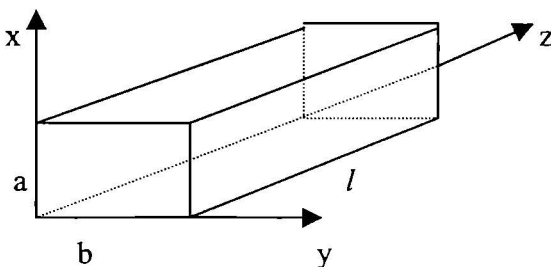
sau

$$2\pi/\lambda = (\pi^2 m^2/a^2 + \pi^2 n^2/b^2 + \pi^2 q^2/l^2)^{1/2},$$

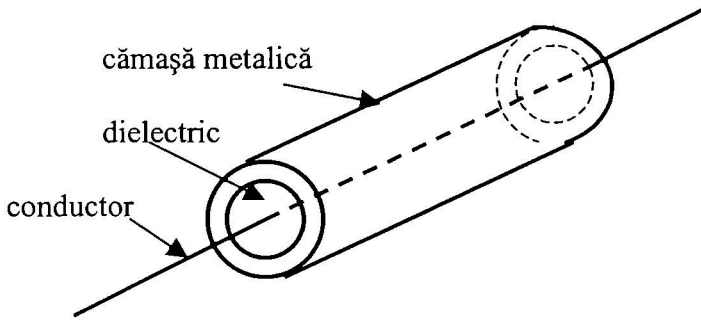
adică

$$(\lambda^2 m^2/2a^2 + \lambda^2 n^2/2b^2 + \lambda^2 q^2/2l^2)^{1/2} = 1.$$

Componenta E_z și cu aceasta și celelalte componente sunt determinate, dacă se cunoaște E_0 , adică E_{0x} , E_{0y} , E_{0z} . Aceste mărimi depind de puterea de excitare a dispozitivului respectiv (ghid sau rezonator).

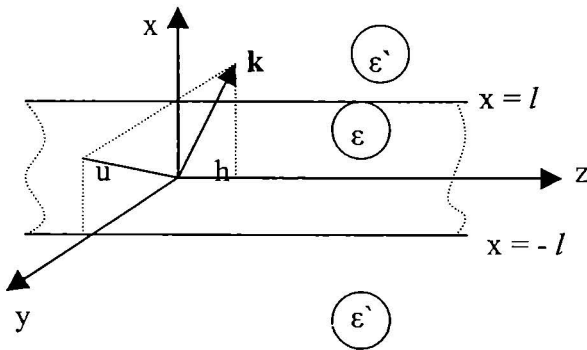


Menționăm în cazul cablului coaxial se pot propaga moduri TEM. În acest caz, în centrul ghidului (de secțiune circulară) există un fir conductor, deci există curent de conducție.



Ghiduri de undă și rezonatori în domeniul optic

Ghidurile de undă în domeniul optic au un rol fundamental în aplicațiile laserilor în multe domenii ca telecomunicații, optică integrată, etc. În acest sens, pentru simplitate și pentru a face un paralelism cu studiul ghidurilor din domeniul microundelor, vom considera un ghid de undă planar din dielectric și simetric, fig. de mai jos, unde permitivitățile dielectrice ϵ , a peliculei de dielectric și a mediului înconjurător sunt în relație $\epsilon' < \epsilon$, pentru a asigura condiția de reflexie totală. În cazul domeniului optic, ghidarea se bazează pe fenomenul de reflexie totală (internă) spre deosebire de ghiduri din domeniul hertzian, unde reflexia (îngrădirea propagării) se face de pe suprafețe metalice.



La fel ca la studiul ghidurilor metalice, identificând componentele operatorilor rotor din cele două ecuații Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t = -\mu \partial \mathbf{H} / \partial t$$

și

$$\nabla \times \mathbf{H} = \partial \mathbf{D} / \partial t = \epsilon \partial \mathbf{E} / \partial t,$$

obținem șase ecuații scalare:

$$-\partial H_y / \partial z = \epsilon \partial E_x / \partial t \tag{1}$$

$$\partial H_x / \partial z - \partial H_z / \partial x = \epsilon \partial E_y / \partial t \tag{2}$$

$$\partial H_y / \partial x = \epsilon \partial E_z / \partial t \tag{3}$$

$$-\partial E_y / \partial z = -\mu \partial H_x / \partial t \tag{4}$$

$$\partial E_x / \partial z - \partial E_z / \partial x = -\mu \partial H_y / \partial t \tag{5}$$

$$\partial E_y / \partial x = -\mu \partial H_z / \partial t. \tag{6}$$

Ca soluție vom căuta o undă progresivă cu componentele câmpului electromagnetic de forma:

$$\mathbf{E}(x,z,t) = \mathbf{E}(x) e^{-i(\omega t - h z)} \quad (7)$$

$$\mathbf{H}(x,z,t) = \mathbf{H}(x) e^{-i(\omega t - h z)}. \quad (8)$$

Se consideră că pe direcția oy pelicula nu este limitată și propagarea se face în direcția z , deci câmpul electromagnetic nu depinde de coordonata y .

În notația de mai sus, vectorul de propagare:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}(u, h),$$

unde h este componenta pe direcția oz ($h = k_z$), iar $u = k_x$, componenta transversală acestuia, adică:

$$k^2 = u^2 + h^2. \quad (9)$$

Introducând soluțiile (7, 8) în sistemul de ecuații (1-6) obținem după rearanjare:

$$i h H_x - \partial H_z / \partial x = -i \omega \epsilon E_y \quad (1')$$

$$-i h E_y = \omega \mu H_x \quad (2')$$

$$\partial E_y / \partial x = i \omega \mu H_z \quad (3')$$

de unde reiese că:

$$E_x = 0,$$

$$H_x = 0,$$

$$E_y = 0,$$

$$H_y = 0,$$

$$E_z = 0,$$

$$H_z = 0.$$

Al doilea set de ecuații:

$$i h E_x - \partial E_z / \partial x = i \omega \epsilon H_y \quad (4')$$

$$h H_y = \omega \epsilon E_x \quad (5')$$

$$\partial H_y / \partial x = -i \omega \epsilon H_z \quad (6')$$

și rezultă că:

$$E_x = 0,$$

$$E_y = 0,$$

$$E_z = 0,$$

$$H_x = 0,$$

$$H_y = 0,$$

$$H_z = 0.$$

Primul grup de ecuații (1', 2', 3') definește modul TE ($E_z = 0, H_z \neq 0$), iar cel de al doilea (4', 5', 6'), modul TM ($H_z = 0, E_z \neq 0$).

Ținând seama că:

$$k^2 = h^2 + u^2 = \omega^2 \epsilon \mu,$$

ecuația Helmholtz devine pentru componenta z a câmpului electromagnetic:

$$\partial^2 H_z / \partial x^2 + (k^2 - h^2) H_z = 0, \quad (10)$$

$$\partial^2 E_z / \partial x^2 + (k^2 - h^2) E_z = 0. \quad (11)$$

În domeniul $|x| \leq l$ soluțiile ecuațiilor (10 și 11) au forma:

$$H_z = A \frac{\sin ux}{\cos ux} \quad (12)$$

$$E_z = B \frac{\sin kx}{\cos kx} \quad (13)$$

Aceasta înseamnă că ghidul admite moduri TE pare și impare, respectiv TM pare și impare. Paritatea și imparitatea se referă la paritatea sau imparitatea componentelor transversale ale câmpului electromagnetic, E_x , E_y , H_x , H_y .

Astfel, pentru moduri TE pare:

$$H_z = a \sin ux \quad (14)$$

care introduse în ecuațiile (1' - 3') conduce la:

$$E_y = - (i \omega \mu a / u) \cos ux \quad (15)$$

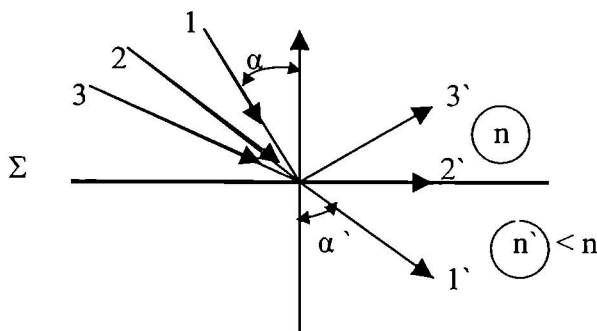
$$H_x = (i h a / u) \cos ux \quad (16)$$

și completate cu relația (14), $H_z = a \sin ux$ și $E_x = E_z = H_y = 0$ ne dă soluția completă pentru modurile TE pare.

Analog se studiază și celelalte moduri TE (impare) sau TM (pare, impare). Soluția în spațiul în afara peliculei de dielectric trebuie căutată sub forma de undă evanescentă, fiind îndeplinită condiția de reflexie totală $\epsilon' < \epsilon$, adică indicele de refracție:

$$n' = (\epsilon_r')^{1/2} < n = (\epsilon_r)^{1/2}.$$

Este cunoscut faptul că o undă incidentă pe suprafața de separare Σ a două medii cu indicele de refracție mai mare al primului mediu, unda suferă o reflexie totală dacă unghiul de incidență $\alpha > \alpha_{lim}$.



La fenomenul de reflexie totală, unda incidentă intră și în cel de al doilea mediu. Amplitudinea acestei unde, numită undă evanescentă sau neomogenă, scade exponențial odată cu pătrunderea în cel de al doilea mediu. Pe baza acestei constatări, soluția ecuațiilor (10-11) trebuie căutată sub forma:

$$H_z' = a_{\pm} e^{\pm vx}, \quad (17)$$

unde $v = (h^2 - k'^2)^{1/2}$ și caracterizează viteza de descreștere a câmpului odată cu depărtarea de strat;

$$u' = (k'^2 - h^2)^{1/2} = i (h^2 - k'^2)^{1/2} = i v,$$

unde u' este componenta transversală a vectorului de undă k din mediul din afara stratului (unda evanescentă vezi anexa).

Cu această soluție din relația (10) se obține:

$$E_y' = \pm(\omega\mu/v) a_{\pm} e^{\pm vx}. \quad (18)$$

Semnul - se referă la suprafața superioară ($x > 0$), iar + pentru suprafața inferioară ($x < 0$). În cazul suprafeței de separare a două medii dielectrice condiția de frontieră are forma:

$$H_{tg} = H_{tg}' ; \quad E_{tg} = E_{tg}', \quad (19)$$

continuitatea componentelor tangențiale ale câmpurilor \mathbf{H} și \mathbf{E} . Aceste condiții de frontieră scrise explicit pe componente sunt:

$$H_z = H_z', \text{ la } x = +l \quad \text{I} \quad a \sin ul = a_- e^{-vl}$$

$$E_y = E_y', \text{ la } x = +l \quad \text{II} \quad (a/u) \cos ul = (a_-/v) e^{-vl}$$

$$H_z = H_z', \text{ la } x = -l \quad \text{III} \quad -a \sin ul = a_+ e^{-vl}$$

$$E_y = E_y', \text{ la } x = -l \quad \text{IV} \quad -(a/u) \cos ul = (a_+/v) e^{-vl}.$$

Din I și III reiese că $a_+ = a_-$, iar din III și IV se obține:

$$\text{tg } ul = v/u, \text{ sau} \quad (20)$$

$$u \sin ul - v \cos ul = 0. \quad (20')$$

Ținând cont că indicele de refracție al mediului din afara peliculei este:

$$n' = k'/k = \lambda_0/\lambda, \quad (21)$$

iar al mediului din care este făcută pelicula:

$$n = k / k_0 \quad (22)$$

$$\text{și} \quad n_p = h / h_0 \quad (23)$$

indicele de refracție al stratului de dielectric pentru modurile ghidate, ecuația (20) va fi:

$$\operatorname{tg} l \sqrt{k^2 - h^2} = \frac{\sqrt{h^2 - k'^2}}{u},$$

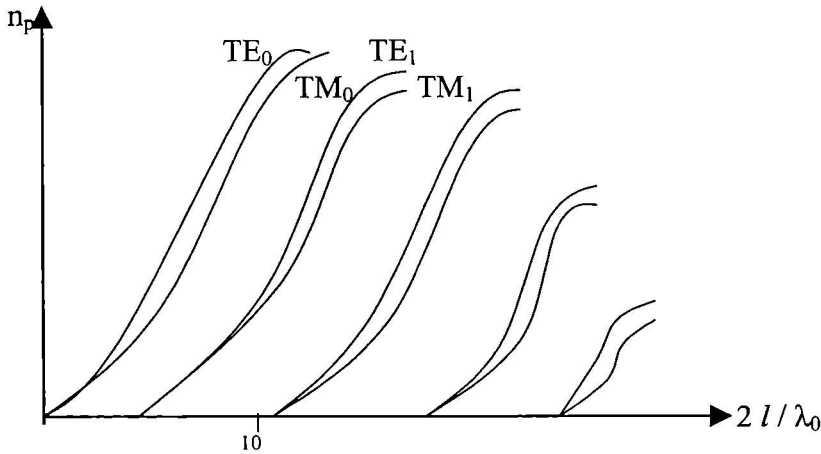
adică

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{n^2 - n_p^2} = \frac{\sqrt{n_p^2 - n'^2}}{\sqrt{n^2 - n_p^2}} + m\pi. \quad (24)$$

În relația de mai sus, k_0 este numărul de undă în vid $k_0 = 2\pi / \lambda_0$.

Relația (24) este o ecuație transcendentă care se poate rezolva numai la calculator.

Pe baza ecuației (24), ridicând dependența indicelui de refracție al stratului pentru moduri ghidate n_p în dependența de grosimea stratului exprimată în λ_0 , se obțin următoarele grafice:



Din această prezentare putem trage următoarele concluzii. Începutul de ghidare corespunde pentru $v = 0$. În acest caz, unda se propagă de-a lungul stratului de dielectric cu o viteză de fază egală cu viteza de fază a unei unde din ghid, $k' = h$.

Sensul fizic al acestui rezultat constă în aceea că energia electromagnetică, corespunzătoare unei unde superficiale, pătrunde puternic în mediul al doilea și numai o parte mică se propagă în ghidul propriu zis.

Dacă $v \neq 0$, ecuația (20') rămâne valabilă:

$$(u \cos ul) = 0,$$

adică

$$ul = l \sqrt{k^2 - h^2} = \frac{2\pi}{\lambda_0} l \sqrt{n^2 - n_p^2} \rightarrow 0.$$

Aceasta înseamnă că un ghid simetric nu are o lungime de undă critică. Oricât de subțire ar fi ghidul, modurile TE_0 și TM_0 se propagă.

Dependențele lor pornesc din origine (vezi fig. anterioară). Aceste unde sunt fundamentale.

În ghiduri metalice întotdeauna avem o dimensiune critică, respectiv o lungime de undă critică. Constatarea făcută este importantă deoarece un asemenea ghid este ușor de făcut unimodal (important pentru linii de transmisie).

Celelalte tipuri de unde se studiază la fel.

Pentru TE – împare:

$$H_z = a \cos ux$$

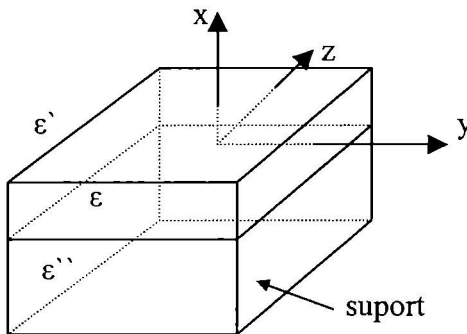
și se obține ecuația:

$$u \cos ul + v \sin ul = 0.$$

Ghiduri asimetrice

Un ghid de undă real este asimetric. Pelicula (ghidul) se depune pe un suport cu permitivitate electrică $\epsilon' < \epsilon$.

În figura de mai jos este redat un asemenea dispozitiv.



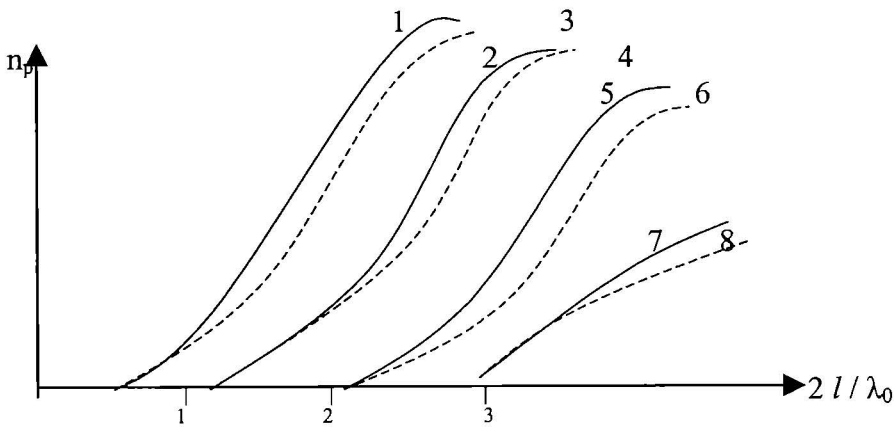
În cazul $\epsilon > \epsilon'' < \epsilon'$, de exemplu se obțin pentru moduri TE pare, caracteristice de forma:

$$2l \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 - n_p^2} = \arctg \sqrt{\frac{n_p^2 - n'^2}{n^2 - n_p^2}} + \arctg \sqrt{\frac{n_p^2 - n''^2}{n^2 - n_p^2}} + m\pi, \quad (25)$$

iar pentru moduri TM pare:

$$2l \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 - n_p^2} = \arctg \frac{n^2}{n'^2} \sqrt{\frac{n_p^2 - n'^2}{n^2 - n_p^2}} + \arctg \frac{n^2}{n''^2} \sqrt{\frac{n_p^2 - n''^2}{n^2 - n_p^2}} + m\pi, \quad (26)$$

Reprezentarea grafică acestor moduri sunt date în figura de mai jos.



Se observă că efectul de ghidare începe când $\xi = 2l/\lambda \geq \xi_{\min}$.

Pentru modurile TE:

$$\xi_{\min} = \frac{1}{2\pi\sqrt{n^2 - n'^2}} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{n'^2 - n^2}{n^2 - n'^2}} + m\pi \right) \quad (27)$$

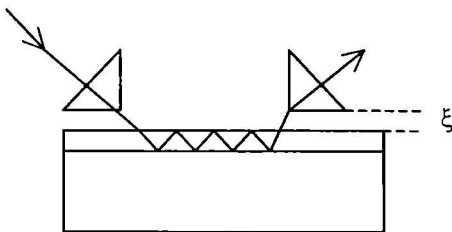
iar pentru modurile TM:

$$\xi_{\min} = \frac{1}{2\pi\sqrt{n^2 - n'^2}} \left(\operatorname{arctg} \frac{n^2}{n'^2} \sqrt{\frac{n'^2 - n^2}{n^2 - n'^2}} + m\pi \right) \quad (28)$$

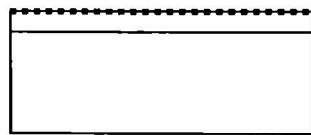
În cazul ghidului asimetric există deci o grosime respectiv lungime de undă critică. Valoarea minimă a mărimii relative ξ a ghidului pentru unda de ordin 0 este determinată de diferența dintre indicii de refracție a suportului n'' și a mediului înconjurător n' .

Pentru $n'' > n'$,
 $\xi_{\min} > 0$.

Valorile grosimii minime pentru undele TE și TM sunt diferite. Acest lucru ne permite obținerea de ghiduri unimodale. În practică însă este foarte greu de realizat un asemenea dispozitiv.



schema de cuplare cu prisme
 interstițiul $\xi \cong \lambda$



cuplaj cu rețea de
 difracție

În optica integrată se construiesc ghiduri de undă nesimetrice anizotrope. Studiul lor este o problemă specială a opticii integrate.

Excitarea ghidurilor de undă în domeniul optic, în principiu, se realizează prin cuplarea (introducerea) lor în ghid cu ajutorul prisme sau rețelei de difracție. În figură sunt ilustrate cele două tehnici de excitație.

Cavități rezonante în domeniul optic.

În domeniul optic, ca și în gama undelor hertziene, avem o interacțiune eficientă a câmpului electromagnetic cu substanța activă, dacă aceasta din urmă se află închisă într-o caviate rezonantă. Însă, în domeniul optic, nu pot fi folosiți rezonatorii din domeniul frecvențelor ultraînalte..

Cum am văzut, dimensiunile rezonatorilor, în acest domeniu, sunt de ordinul lungimilor de undă. Nu este vorba aici de o îngrădire impusă de tehnica de fabricare a unor asemenea rezonatori de dimensiuni microscopice și de faptul că într-un asemenea rezonator ar încăpea o cantitate mică de substanță activă, deci, s-ar obține puteri foarte mici, ci este vorba de o problemă principială și anume: pentru cele două domenii de frecvență nu se pot reproduce caracteristicile electromagnetice ale unui rezonator prin asemănare geometrică. Acest lucru se referă în special la pierderile ohmice în pereții cavității rezonante. În particular factorul de calitate al rezonatorului se micșorează (în cazul efectului skin normal ca $\lambda^{1/2}$), la micșorarea proporțională a lungimii de undă și a dimensiunilor cavității. Acest fapt va limita în mod practic folosirea sistemelor rezonante de acest tip pentru domeniul lungimilor de undă submilimetrice.

Se impune ca în cazul frecvențelor mai înalte să trecem la rezonatori multimodali ai căror dimensiuni sunt mari în comparație cu lungimea de undă. Dar și în acest caz, folosirea rezonatorilor de volum caracteristic pentru frecvențe hertziene

$$N = p(\nu) \cdot V \cdot d\nu$$

este inadecvată, deoarece la trecerea spre frecvențe mult mai înalte, spectrul frecvențelor proprii se îndesește. Numărul de moduri într-un volum închis V ce revine unui interval de frecvență $\Delta\nu$ va fi:

unde $p(\nu)$ este densitatea de moduri.

Conform acestei relații numărul de moduri de o anumită polarizare cuprins în unghiul solid d , unitate de interval de fracență și unitate de volum este :

$$\frac{1}{2V} \frac{1}{4\pi} \frac{dN_\nu}{d\nu} d\Omega = \nu^2 \frac{d\Omega}{c^3},$$

din care obținem,

$$\Delta N = 8\pi\nu^2 V \frac{\Delta\nu}{\nu^3},$$

unde ν este viteza de propagare a undei în mediul respectiv din rezonator.

Din această relație reiese că distanța medie (pe scara frecvențelor) între două moduri vecine se micșorează invers proporțional cu pătratul frecvenței oscilației. În cazul efectului skin normal, factorul de calitate Q , determinat din ordinul de mărime a raportului dintre dimensiunile rezonatorului și adâncimea de pătrundere a câmpului în metal, este proporțional cu $\nu^{1/2}$.

Din această cauză, lărgimea curbei de rezonanță:

$$\Delta\nu = \frac{\nu}{Q}$$

crește odată cu creșterea frecvenței ca $\nu^{1/2}$ și datorită acesteia curbele de rezonanță de ordin superior ale unei cavități închise se vor întrepătrunde, adică la aceste frecvențe rezonatorul își pierde calitățile sale de rezonator.

Concluzia de mai sus este cu atât mai adevărată în domeniul optic, unde o serie de efecte superficiale (rugozitate, pelicula de oxizi etc.) duc la o absorbție considerabilă. Pentru utilizarea rezonatorilor multimodali în domeniul optic, trebuie găsite căi de rărire a spectrului și pe cât posibil concomitent cu aceasta, micșorarea pierderilor din rezonator.

Există mai multe căi de rezolvare acestei probleme. Una din ele constă în înlocuirea cavității metalice cu cea dielectrică și folosirea fenomenului de reflexie totală. La asemenea cavități spectrul oscilațiilor proprii este foarte puțin, în schimb factorul de calitate poate fi foarte mare, datorită pierderilor mici în cazul reflexiei totale. O rărire suplimentară a spectrului se obține în cazul fibrelor optice a căror secțiune transversală este de ordinul lungimii de undă.

Utilizarea fibrelor optice este îngădită de faptul că de multe ori substanța activă are o structură cristalină și fabricarea fibrelor din asemenea materiale este o problemă tehnică foarte grea. Cea mai largă răspândire a primit folosirea cavităților deschise, care duc la o rărire considerabilă a spectrului și în același timp au un factor de calitate foarte mare.

Ideea folosirii cavităților deschise de tipul interferometrului Fabry- Perot aparține lui Prohorov și Dicke. Teoria acestor rezonatori a fost dezvoltată de Fox și Li, Boyd și Gordon și Kogelnik, Gaubau – Schwering și alții. Vom aborda descrierea teoretică a rezonatorilor deschiși, bazându-ne pe teoria propagării unui fascicul larg de lumină.

Considerăm deci o cavitate deschisă formată din două oglinzi identice reflectătoare.

Fie $z = \pm z_0 = \pm L/2$, coordonatele planelor oglinzilor. În locul componentelor câmpului E_x și E_y vom folosi notația $\Psi(x,y,z)$, care poate reprezenta pe oricare din aceste componente. Prin această notație totul se reduce la o problemă scalară. Vom considera că în planul $z = -z_0$ se cunoaște distribuția câmpului:

$$\Psi(x, y, -z_0) = \Psi_s(x, y)$$

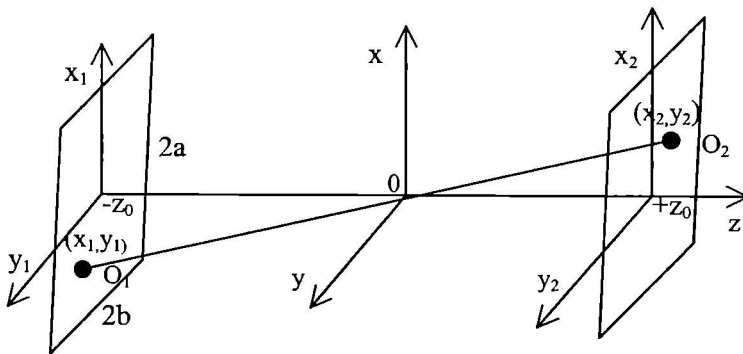


fig.1

Conform soluției ecuației ce descrie fasciculul ce se propagă în direcția axei oz și care are forma:

$$\Psi(x, y, z) = \frac{k}{2\pi \cdot i \cdot z} \int_s \Psi_s(x', y') \cdot \exp\left\{ \frac{ik}{2z} [(x - x')^2 + (y - y')^2] \right\} dx' dy', \quad (1)$$

unde pentru simplitatea scrierii s-a notat cu x' , y' coordonatele punctului curent din planul în care se află distribuția și după care se face integrarea.

Transcrisă această ecuație pentru coordonatele rezonatorului se obține:

$$\Psi(x, y, z) = \frac{k}{2\pi i(z + z_0)} \int_S \Psi_s(x', y') \cdot \exp\left\{\frac{ik}{2(z + z_0)} [(x - x')^2 + (y - y')^2]\right\} dx' dy' \quad (2)$$

unde S reprezintă domeniul ocupat de fascicul în secțiunea $z = -z_0$, iar $\Psi_s(x', y')$, distribuția câmpului în acest plan.

Oglinda din $z = +z_0$ va duce la o schimbare a fazei fasciculului. Vom nota această schimbare a fazei cu $\varphi(x, y)$ funcție care este determinată de forma oglinzii. Pentru simplitate considerăm că domeniul înafara oglinzilor (deci partea deschisă a rezonatorului) este acoperit cu o substanță perfect absorbantă.

Ținând seama de simetria dispozitivului putem cere ca cea de a doua oglindă să reproducă distribuția câmpului în fascicul după reflexie, astfel ca această distribuție $\Psi(x, y, z_0)$, imediat după reflexie să difere numai printr-o constantă arbitrară de cea din $z = -z_0$, adică;

$$\Psi(x, y, z_0) \cdot e^{i\varphi(x, y)} = p \Psi_s(x, y) \quad (3)$$

Înlocuind aici valoarea lui $\Psi(x, y, z_0)$, conform cu (2), obținem o ecuație integrală din care va trebui să aflăm funcțiile proprii Ψ_{sv} și valorile proprii p_v .

Astfel (3) devine:

$$\frac{k}{2\pi L} \int \Psi_s(x', y') \cdot \exp\left\{\frac{i \cdot k}{2L} [(x - x')^2 + (y - y')^2] - i \cdot \varphi(x, y)\right\} dx' dy' = p \psi_s(x, y). \quad (4)$$

Frecvențele oscilațiilor libere ale cavității se determină cu ajutorul valorilor proprii p_v (conform teoriei ecuațiilor integrale) din relația:

$$p_v^2 e^{i2kL} = e^{i2\pi q} \quad (5)$$

unde q număr întreg.

Calculul cavităților rezonante cu oglinzi sferice și plane

Pentru început, considerăm o cavitate formată din două oglinzi sferice cu secțiune dreptunghiulară, având laturile $2a$ și $2b$. Se dă schimbarea fazei sub forma:

$$\varphi(x, y) = \frac{k\rho^2}{L}, \quad (6)$$

unde,

$$\rho^2 = x^2 + y^2.$$

O asemenea schimbare a fazei se realizează cu o oglindă sferică având raza de curbură L egală cu distanța dintre oglinzi. Punând expresia pentru schimbarea fazei (6) în ecuația integrală (4) și separăm variabilele, obținem două ecuații integrale de același tip. În aceste scop vom nota;

$$\Psi_s(x, y) = \xi_s(x) \cdot \eta_s(y),$$

$$p = p_x p_y,$$

$$\tilde{\xi}_s(x) = \xi_s(x) \cdot \exp\left(\frac{i.k}{2L} x^2\right),$$

$$\tilde{\eta}_s(y) = \eta_s(y) \cdot \exp\left(\frac{i.k}{2L} y^2\right)$$

(7)

și obținem:

$$\sqrt{\frac{k}{i.2\pi L}} \int_{-a}^a \xi_s(x') \cdot \exp\left(-i \frac{k}{L} x x'\right) dx'$$

și

$$\sqrt{\frac{k}{i.2\pi L}} \int_{-b}^b \tilde{\eta}_s(y') \cdot \exp\left(-i \frac{k}{L} y y'\right) dy' = p_y \eta_s(y).$$

(8)

Deci, datorită analogiei perfecte a acestor două ecuații este suficient să studiem numai una din aceste ecuații. Formal, ecuația de tip (8) descrie funcțiile proprii ale unui rezonator format din două oglinzi cilindrice bidimensionale confocale de rază L. În scopul simplificării scrisului vom introduce noi variabile și parametri adimensionali:

$$u = x \cdot \sqrt{\frac{k}{L}},$$

$$u' = x' \cdot \sqrt{\frac{k}{L}},$$

$$\tilde{p}_x = p_x \sqrt{i},$$

$$l_a = a \cdot \sqrt{\frac{k}{L}},$$

(9)

la fel, $y \rightarrow v$ și $b \rightarrow l_b$.

Cu aceste schimbări, ecuația (8) în x devine:

$$\sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-l_a}^{l_a} \tilde{\xi}_s(u') \cdot e^{-iuu'} du' = \tilde{p}_x \xi_s(u). \quad (10)$$

Pentru început, vom folosi ecuația de mai sus pentru găsirea distribuției câmpului într-un rezonator cu oglinzi infinit de mari ($l_a \rightarrow \infty$). Din punct de vedere fizic, aceasta corespunde cazului când dimensiunile oglinzilor sunt mult mai mari decât dimensiunile domeniului de localizare a câmpului în secțiunea transversală a rezonatorului. Membrul stâng al ecuației (10), reprezintă transformata Fourier a funcției $\xi_s(u)$. Prin urmare, soluția acestei ecuații trebuie să fie (conform teoriei acestui tip de integrale), funcții dublu Fourier. Este cunoscut că un asemenea sistem de funcții, ortogonale și pătrat integrabile în intervalul $(-\infty, +\infty)$, sunt funcții Hermitte,

$$\varphi_m(u) = H_m(u) \cdot \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right), \quad (11)$$

unde $H_m(u)$ sunt polinoame Hermitte:

$$H_0 = 1$$

$$H_1 = 2u$$

$$H_2 = 2u^2 - 2$$

.....

$$H_m(u) = (-1)^m \exp(u^2) \frac{d^m \exp(-u^2)}{du^m}.$$

Funcția $\xi_m(u)$ satisface ecuația (10) (pentru $l_a \rightarrow \infty$), dacă

$$\tilde{p}_{xm} = (-i)^m. \quad (12)$$

Condiția de ortogonalitate a funcției Hermitte;

$$\int H_m(u) H_n(u) du = \begin{cases} 0, & \text{pentru } m \neq n \\ 2^n n! \sqrt{\pi}, & \text{pentru } m = n \end{cases}$$

Este echivalentă cu ortogonalitatea tipurilor de oscilații proprii ale rezonatorului.

În mod identic se studiază și cealaltă ecuație integrală.

Deoarece,

$$|p_{xm}| = 1,$$

$$|p_{ym}| = 1,$$

frecvențele proprii determinate de ecuația (5) sunt reale.

Acest lucru nu trebuie să ne mire deoarece știm că frecvențele complexe apar numai în cazul amortizării oscilațiilor, ori până în prezent noi nu am presupus nici un fel de pierdere în rezonator. Într-adevăr ținând seama de variabilele introduse și parametrii adimensionali obținem că:

$$p_{xm} = e^{-(m+1/2)\pi},$$

$$p_{yn} = e^{-(n+1/2)\pi},$$

prin introducerea lor în ecuația valorilor proprii (5), adică:

$$p_v^2 e^{i.2kL} = e^{i.2q\pi}$$

obținem,

$$e^{-(m+1/2)\pi} \cdot e^{-(n+1/2)\pi} e^{i2kL} = e^{i.2q\pi}.$$

de unde avem,

$$kL = \pi q + (m + n + 1)\pi / 2,$$

sau :

$$L = q \frac{\lambda}{2} + (m + n + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

(13)

În această relație q determină frecvențele proprii ale modurilor longitudinale (axiale), iar m și n ale modurilor transversale (neaxiale). Frecvențele (lungimile de undă) ale modurilor axiale (m=0, n=0) sunt date de $L=(q+1)\lambda/2$, adică în direcția axei rezonatorului se pot dezvolta numai acele unde care satisfac condiția ca, pe distanța dintre cele două oglinzi să intre un număr întreg de semiunde.

Oscilațiile obținute sunt de tipul $TEM_{m,n}$, deoarece au o polarizare cvasitransversală. Câmpul din interiorul cavității constă din suprapunerea a două fascicule care se propagă în sensuri contrarii. Pentru concretizare vom considera fasciculul care se propagă în direcția pozitivă a axei OZ. Distribuția acestui câmp o vom obține dacă în notațiile făcute anterior înlocuim Ψ_s cu valoarea sa:

$$\Psi_{m,n} = \xi_m(x,z) \cdot \eta_n(y,z),$$

(14)

unde soluțiile $\xi_m(x,z)$ și $\eta_n(y,z)$ sunt scrise pentru orice secțiune dusă pe oz în interiorul cavității.

Astfel :

$$\xi_m(u,z) = \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \cdot H_m\left(u \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{u^2}{1+\zeta^2}\right) \cdot \exp\left\{i \left[kL \frac{1+\zeta}{2} + \frac{\zeta u^2}{1+\zeta^2} - (\pi - \alpha) \left(\frac{1}{2} + m\right) \right] \right\}.$$

(15)

este soluția ecuației integrale unde am notat,

$$\zeta = \frac{2z}{L},$$

iar

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1-\zeta}{1+\zeta}.$$

Funcția $\eta_n(y)$ este determinată de aceeași expresie în care se face schimbarea $u \rightarrow v$, respectiv $m \rightarrow n$. Cu aceste observații putem scrie soluția generală sub forma:

$$\Psi(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \cdot H_m \left(u \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \right) \cdot H_n \left(v \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \right) \cdot e^{-\frac{u^2+v^2}{1+\zeta^2}} \cdot e^{i \left[kL \frac{1+\zeta}{2} + \frac{\zeta}{1+\zeta^2} (u^2+v^2) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) (m+n+1) \right]} \quad (16)$$

Din soluția generală (16) reiese că distribuția amplitudinii câmpului depinde numai de argumentul,

$$u \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}},$$

respectiv,

$$v \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}},$$

adică de ζ^2 , ea este la fel în secțiuni diferite ale fasciculului $\zeta = \text{const}$. Distribuția câmpului este simetrică în raport cu planul $\zeta = 0$.

Partea fazei care depinde de coordonatele transversale,

$$x = u \sqrt{\frac{L}{k}}$$

respectiv,

$$y = v \sqrt{\frac{L}{k}},$$

sunt funcții impare de ζ , ceea ce înseamnă că curburile suprafețelor de undă sunt antisimetrice în raport cu planul $\zeta = 0$.

La $z = \pm L/2$, acest termen din expresia fazei este $\pm (u^2+v^2)/2$ ceea ce corespunde suprafeței de undă sferice cu raza de curbură $R_{\pm L/2} = \pm L$.

Fie proiecția unui punct M apropiat de axa cavității z. Pentru un punct apropiat de ax, ($m=0$, $n=0$), putem spune că faza punctului M este aceeași cu faza punctului de pe ax adică,

$$\frac{kL}{2}(1+\zeta) + \frac{\zeta}{1+\zeta^2}(u^2 + v^2) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)(m+n+1) = \frac{kL}{2}(1+\bar{\zeta}) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)(m+n+1).$$

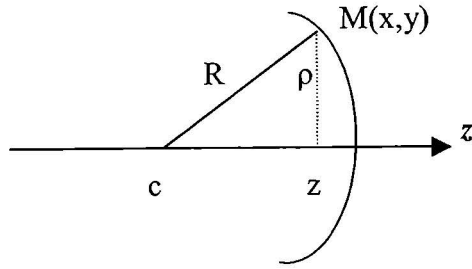


Fig. 2.

Calculul razei de curbură R a suprafeței de undă la un z oarecare.

Ținând seama că, $m=0$, $n=0$ și de valoarea tangentei de α , respectiv , din relația de mai sus putem scrie:

$$\frac{kL}{2} \frac{2}{L} (\bar{z} - z) = \frac{2}{L} \frac{z}{1 + \frac{4z^2}{L^2}} \frac{k}{L} (x^2 + y^2),$$

unde s-a ținut seama de schimbările de variabile făcute.

Din relația de mai sus rezultă că,

$$\bar{z} - z = \frac{2z}{L^2 + 4z^2} (x^2 + y^2).$$

(17)

Din figura (2) rezultă că:

$$R^2 = \rho^2 + [R - (\bar{z} - z)]^2,$$

de unde, neglijând termenul

$$(\bar{z} - z)^2,$$

obținem:

$$\bar{z} - z = \frac{\rho^2}{2R}.$$

Egalând această valoare cu valoarea sa din (17) se obține:

$$R = \frac{L^2 + 4z^2}{4z}.$$

(18)

La $z = \pm L/2$, raza de curbură a frontului de undă este $R_{\pm L/2} = L$, iar $z = 0$, $R = \infty$. Cu alte cuvinte, raza de curbură a frontului de undă pe oglimzi, este egală cu raza de curbură a oglinzilor. La mijlocul cavității ($z=0$), suprafața de undă este plană fig.3.

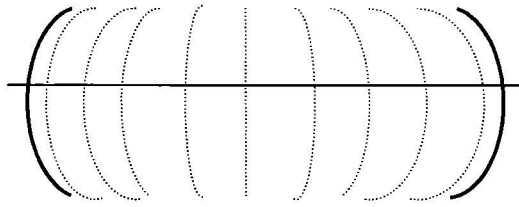


Fig. 3.

Dimensiunea fasciculului, adică raza fasciculului într-o secțiune perpendiculară pe ax, din interiorul cavitații se poate afla din amplitudinea câmpului (16). În acest sens trebuie definită ce se înțelege prin raza unui fascicul.

Există două definiții în acest sens:

1)- prin raza unui fascicul se înțelege distanța (într-un plan perpendicular pe ax), de la axa de simetrie la un punct pentru care amplitudinea scade de e ori.

2)- Distanța pentru care intensitatea fasciculului scade la jumătate față de intensitatea de pe ax.

Vom calcula dimensiunea (raza) fasciculului conform primei definiții. Conform relației (16) putem scrie:

$$\frac{\Psi(x, y, z)}{\psi(0, 0, z)} = \frac{\sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \cdot H_m(u \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}}) \cdot H_n(v \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}}) \cdot e^{-\frac{u^2+v^2}{1+\zeta^2}}}{\sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} H_m(0) \cdot H_n(0)} = \frac{1}{e}$$

Având în vedere că pentru m, n mici și valori apropiate de zero a lui x și y , (repectiv u și v) $H_m(u) = H_m(0)$, la fel, $H_n(v) = H_n(0)$, relația de mai sus se reduce la:

$$\frac{k}{L}(x^2 + y^2) = \frac{1+2z}{L},$$

de unde, ținândseama de schimbările de variabile făcute se obține:

$$\exp\left\{-\frac{u^2 + v^2}{1 + \zeta}\right\} = e^{-1},$$

adică,

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{k} \left(1 + \frac{2z}{L}\right)},$$

(19)

de unde aflăm că:

$$\rho(0) = \sqrt{\frac{L}{k}}$$

și

$$\rho(\pm L/2) = \sqrt{2 \frac{L}{k}}. \quad (20)$$

Aceasta înseamnă că diametrul fascicului din interiorul cavității este de $2^{1/2}$ mai mare în planul oglinzilor de cât în centrul sistemului, adică în focarul comun.

Cu aceste determinări se poate schița forma fascicului laser din interiorul cavității, fig.(4).

Relația de mai sus ne arată că, divergența fascicului emis este invers proporțională cu rădăcina pătrată din lungimea cavității.

Considerând O_2 oglinda de extracție, din fig.5, putem afla divergența fascicului laser emis.

Pentru o distanță mare de laser se poate scrie:

$$\theta_{1/e} = \frac{2\rho(z)}{z} = \frac{2\sqrt{2 \frac{L}{k}}}{z} = \frac{4}{\sqrt{kL}}. \quad (21)$$

Divergența fascicului se poate defini, ca și dimensiunea lui, după scădere puterii la jumătate față de puterea pe ax. În acest caz relația are forma:

$$\theta_{0,5} = 2\sqrt{\frac{\lambda \ln 2}{\pi L}}. \quad (22)$$

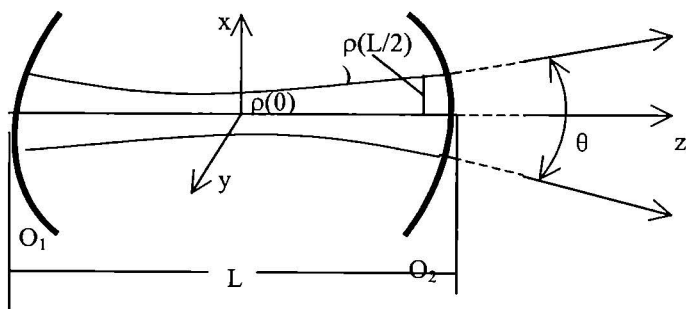


fig.5

Câmpul electromagnetic în spații închise. Ghiduri de undă și cavități rezonante.

Moduri. Densitatea de moduri

Soluția ecuației de propagare (7) scrisă sub forma:

$$\mathbf{E}(x,y,z) = \mathbf{E}_0(x,y,z) e^{-i\omega t}$$

reprezintă o undă care are frecvența circulară, ω – (valoarea proprie a operatorului Δ) și o anumită distribuție a amplitudinii câmpului. Această soluție este un tip de vibrație – un *mod* de vibrație. În limbajul curent, simplu – *mod*.

Distribuția $\mathbf{E}(x,y,z)$ este soluția ecuației Helmholtz (32). O undă plană are forma:

$$\mathbf{E}(x,y,z) = \mathbf{E}_0 e^{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \text{ (Fig.5.)}$$

Soluția de mai sus este scrisă pentru un spațiu nelimitat, infinit. În cazul unui spațiu limitat de pereți, ecuațiile lui Maxwell trebuie completate cu condițiile de frontieră.

Cavități rezonante în domeniul optic

În domeniul optic, la fel ca în gama undelor de frecvență ultraînaltă, se obține o interacțiune eficientă a câmpului electromagnetic cu substanța activă, dacă aceasta din urmă se află închisă într-o cavitate rezonantă. Însă, în domeniul optic, nu pot fi folosiți rezonatorii de tipul din domeniul frecvențelor ultraînalte. Cum am văzut, dimensiunile rezonatorilor în acest domeniu sunt de ordinul lungimilor de undă. Nu este vorba aici de o îngrijire impusă de tehnica de fabricare a unor asemenea rezonatori de dimensiuni microscopice și de faptul că într-un asemenea rezonator ar încăpea o cantitate mică de substanță de lucru, deci s-ar obține puteri foarte mici, ci este vorba de o problemă de principiu și anume: pentru cele două domenii de frecvență nu se pot reproduce caracteristicile electromagnetice ale unui rezonator prin asemănare geometrică. Acest lucru se referă în special la pierderile ohmice în pereții cavității rezonante. În particular factorul de calitate al rezonatorului se micșorează (în cazul efectului skin normal ca $\lambda^{1/2}$), la micșorarea proporțională a lungimii de undă și a dimensiunilor cavității. Acest lucru va limita în mod practic folosirea sistemelor rezonante pentru domeniul lungimii de undă milimetrice.

Se impune ca în cazul frecvențelor mai înalte să trecem la rezonatori multimodali ai căror dimensiuni sunt mari în comparație cu lungimea de undă. Dar și în acest caz, folosirea rezonatorilor de volum caracteristici pentru frecvența ultraînaltă este inadecvată, deoarece la trecerea spre frecvențe mult mai înalte, spectrul frecvențelor proprii se îndesește. Numărul de moduri într-un volum închis V ce revine unui interval de frecvență $\Delta\nu$ va fi $N = p(\nu) V d\nu$, unde $p(\nu)$ este densitatea de moduri.

Conform relației numărului de moduri de o anumită polarizare cuprinse în unghiul solid $d\Omega$, unitatea de interval de frecvență și unitatea de volum:

$$\frac{1}{2V} \frac{1}{4\pi} \frac{dN_\nu}{d\nu} d\Omega = \nu^2 \frac{d\Omega}{c^3},$$

obținem:

$$\Delta N = 8 \pi \nu^2 V \Delta\nu / c^3,$$

unde v este viteza de propagare a undei în mediul cu care este umplut rezonatorul. Din această relație reiese că distanța medie (pe scara frecvențelor) între două moduri vecine se micșorează invers proporțional cu pătratul frecvenței oscilației. În cazul efectului skin normal, factorul de calitate Q , determinat din ordinul de mărime a raportului dintre dimensiunile rezonatorului și adâncimea de pătrundere a câmpului în metal, este proporțional cu $(v)^{1/2}$.

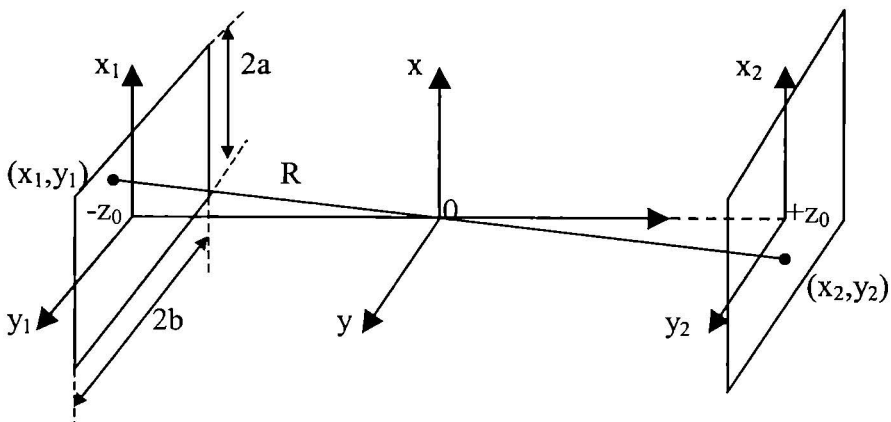
Din această cauză lărgimea curbei de rezonanță $\Delta\nu=v/Q$ crește odată cu creșterea frecvenței ca $(v)^{1/2}$, și datorită acesteia curbele de rezonanță de ordin superior ale unei cavități închise se vor interpătrunde, adică la aceste frecvențe rezonatorul își va pierde calitățile sale rezonante. Concluzia de mai sus este cu atât mai adevărată în domeniul optic, unde o serie de efecte superficiale (rugozitate, pelicula de oxizi etc.) duc la o absorbție considerabilă. Pentru utilizarea rezonatorilor multimodali în domeniul optic, este necesar să găsim căi de rărire a spectrului și pe cât posibil concomitent cu aceasta să micșorăm pierderile de energie în rezonator.

Există mai multe căi de rezolvare a acestor probleme. Una din ele constă în înlocuirea cavității metalice cu cea dielectrică și folosirea fenomenului de reflexie totală. La asemenea cavități spectrul oscilațiilor proprii se rărește foarte puțin, în schimb factorul de calitate poate fi foarte mare, datorită pierderilor mici în cazul reflexiei totale. O rărire suplimentară a spectrului se obține în cazul fibrelor optice a căror secțiune transversală este de ordinul lungimii de undă.

Utilizarea fibrelor este îngreunată de faptul că de multe ori, substanța activă are o structură cristalină și fabricarea fibrelor din asemenea materiale este o problemă foarte grea, din punct de vedere tehnic. Cea mai largă răspândire a primit folosirea cavităților deschise, care duc la o rărire considerabilă a spectrului și în același timp au un factor de calitate foarte mare.

Ideea folosirii cavității deschise de tipul interferometrului Fabry – Perot aparține lui Prohorov și Dicke. Teoria acestor rezonatori a fost dezvoltată de Fox și Li, Boyd și Gordon, Boyd și Kogelnik, Gaubau – Schwering și alții. Vom aborda descrierea teoretică a rezonatorilor descriși, bazându-ne pe teoria propagării unui fascicul de lumină.

Considerăm deci o cavitate deschisă formată din două oglinzi identice reflectătoare. Fie $z = \pm z_0 = \pm L/2$, coordonatele planului oglinzilor. În locul componentelor câmpului E_x și E_y vom folosi notația $\Psi(x,y,z)$, care pot reprezenta oricare din aceste componente. Prin aceasta toată chestiunea se reduce la o problemă scalară.



Considerăm că în planul $z = -z_0$ se cunoaște distribuția câmpului

$$\Psi(x, y, -z_0) = \Psi_s(x, y).$$

Atunci conform soluției ecuației ce descrie fasciculul care se propagă în direcția axei oz care este de forma:

$$\mathbf{E}_0(r) = \frac{k}{2\pi iz} \int_s \mathbf{E}_s(x', y') e^{\frac{ik}{2z} [(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy'$$

Distribuția câmpului în orice secțiune arbitrară este:

$$\Psi(x, y, z) = \frac{k}{2\pi i(z + z_0)} \int_{\Sigma} \Psi_s(x', y') e^{\frac{ik}{2(z+z_0)} [(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy'.$$

În această relație prin Σ se înțelege domeniul ocupat de fascicul în secțiunea $z = -z_0$. Oglinda din $z = z_0$ va duce la schimbarea fazei fasciculului. Să notăm această schimbare a fazei cu $\varphi(x, y)$, funcție care este determinată de forma oglinzii. Pentru simplitate vom considera că domeniul în afara oglinzilor (deci parte deschisă a rezonatorului) este acoperit cu o substanță perfect absorbantă.

Ținând seama de simetria dispozitivului putem cere ca cea de a doua oglindă să reproducă distribuția câmpului în fascicul după reflexie, astfel ca această distribuție să difere numai printr-o constantă arbitrară de cea din $z = -z_0$; adică:

$$\Psi(x, y, z_0) e^{i\varphi(x, y)} = p \Psi_s(x, y).$$

Înlocuind aici valoarea lui $\Psi(x, y, z_0)$, obținem o ecuație integrală din care va trebui să aflăm funcțiile proprii Ψ_{sv} și valorile proprii p_v . Această ecuație integrală este:

$$\frac{k}{2\pi iL} \int_s \Psi_s(x', y') e^{\frac{ik}{2L} [(x-x')^2 + (y-y')^2] - i\varphi(x, y)} dx' dy' = p \Psi_s(x, y).$$

Frecvențele oscilațiilor libere ale cavității se determină cu ajutorul valorilor proprii p_v conform relației:

$$p_v^2 e^{2ikL} = e^{2iq\pi}$$

unde q este un număr întreg.

Calculul cavităților rezonante cu oglinzi sferice și plane.

Pentru început, considerăm o cavitare formată din două oglinzi sferice cu secțiune dreptunghiulară, având laturile $2a$ și $2b$. Se dă schimbarea fazei sub forma:

$$\varphi(x, y) = K \rho^2 / L,$$

unde $\rho^2 = x^2 + y^2$. O asemenea schimbare a fazei se realizează cu o oglindă sferică având raza de curbură L . Punând expresia schimbării fazei în ecuația integrală de mai sus și separăm variabilele, obținem două ecuații integrale de același tip.

În acest scop vom nota:

$$\Psi_s(x, y) = \zeta_s(x) \eta_s(y),$$

$$p = p_x \cdot p_y;$$

$$\xi_s(x) = \zeta_s(x) \exp(i k x^2 / 2L);$$

$$\eta_s(y) = \eta_s(y) \exp(i k y^2 / 2L)$$

și obținem:

$$(k/2\pi i L)^{1/2} \int_a^{+a} \xi_s(x') e^{-i k x x' / L} dx' = p_x \xi_s(x)$$

$$\text{și } (k/2\pi i L)^{1/2} \int_b^{+b} \eta_s(y') e^{-i k y y' / L} dy' = p_y \eta_s(y).$$

Deci, datorită analogiei perfecte a acestor două ecuații este suficient să studiem numai una din aceste ecuații. Formal, această ecuație descrie funcțiile proprii ale unui rezonator format din oglinzi cilindrice bidimensionale confocale de rază L.

În scopul simplificării scrisului vom introduce noi variabile și parametri adimensionali:

$$u = (K/L)^{1/2} x,$$

$$u' = (K/L)^{1/2} x',$$

$$a = (K/L)^{1/2} a,$$

$$p_x = (i)^{1/2} p_x.$$

Cu acestea, ecuația va fi de forma:

$$(1/2\pi)^{1/2} \int_a^{+a} \xi_s(u') e^{-i u u'} du' = p_x \xi_s(u).$$

La început, vom folosi ecuația de mai sus pentru găsirea câmpului într-un rezonator cu oglinzi infinit de mari ($a \rightarrow \infty$). Din punct de vedere fizic, aceasta corespunde cazului când dimensiunile oglinzilor sunt mult mai mari decât dimensiunile domeniului de localizare a câmpului în secțiunea transversală a rezonatorului. Membrul stâng al ecuației de mai sus reprezintă transformata Fourier a funcției $\xi_s(u)$. Prin urmare, soluția acestei ecuații trebuie să fie funcții dublu Fourier. Este cunoscut că un asemenea sistem de funcții, ortogonale și pătrat integrabile în intervalul $(-\infty, +\infty)$, sunt funcțiile Hermite,

$$\varphi_m(u) = H_m(u) \exp(-u^2/2),$$

unde $H_m(u)$ sunt polinoame Hermite:

$$H_0 = 1, H_1 = 2u, H_2 = 4u^2 - 2,$$

... ..

$$H_n(u) = (-1)^n \exp(u^2) d^n \exp(-u^2) / du^n.$$

Funcția $\varphi_m(u)$ satisface ecuația (pentru $a \rightarrow \infty$), dacă $p_{xm} = (-i)^m$.

Condiția de ortogonalitate a funcției Hermite:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_m(u) H_n(u) du = \begin{cases} 0 & \text{pentru } m \neq n \\ 2^n n! \pi^{1/2} & \text{pentru } m = n \end{cases}$$

este echivalentă cu ortogonalitatea tipurilor proprii de oscilații ale rezonatorului.

În mod identic se studiază și cealaltă ecuație integrală.

Deoarece $|p_{xm}| = 1$ și $|p_{ym}| = 1$, frecvențele proprii determinate de relația:

$$p_v^2 e^{2i k L} = e^{2iq\pi} \text{ sunt reale.}$$

Acest lucru nu trebuie să ne mire deoarece știm că frecvențele complexe apar numai în cazul amortizării oscilațiilor, ori până în prezent noi nu am presupus nici un fel de pierdere în rezonator. Într-adevăr ținând seama de variabilele introduse și parametrii adimensionali obținem că:

$$p_{xm} = e^{-(m+1/2)\pi} \text{ și } p_{xn} = e^{-(n+1/2)\pi}.$$

Introducând aceste relații în relația valorilor proprii $p_v^2 e^{2i k L} = e^{2iq\pi}$ obținem:

$$e^{-(m+1/2)\pi} e^{-(n+1/2)\pi} e^{2i k L} = e^{2iq\pi},$$

adică, $K L = \pi q + (m + n + 1) \pi/2$.

Oscilațiile obținute sunt de tipul TEM_{mn} , deoarece au o polarizare cvasitransversală. Câmpul din interiorul rezonatorului constă din suprapunerea a două fascicule care se propagă în sensuri contrarii.

Pentru concretizare vom considera fasciculul fasciculul care se propagă în direcția pozitivă a axei z. Distribuția acestui câmp o vom obține dacă în notațiile făcute anterior înlocuim Ψ_s cu valoarea sa:

$$\Psi_{mn}(x,y,z) = \zeta_m(x,z) \eta_n(y,z);$$

unde

$$\zeta_m(x,z) = \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} H_m \left(u \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \right) e^{-\frac{u^2}{1+\zeta^2}} e^{i \left[KL \frac{1+\zeta}{2} + \frac{\zeta u^2}{1+\zeta^2} - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \left(\frac{1}{2} + m \right) \right]},$$

este soluția ecuației integrale în care $\zeta = 2z/L$ iar $\text{tg}\varphi = (1-\zeta)/(1+\zeta)$.

Funcția $\eta_n(y)$ este determinată de aceeași expresie în care se face schimbarea $u = v = (K/L)^{1/2} y$ și $m = n$.

Din relația:

$$\Psi_{mn}(x,y,z) = \zeta_m(x,z) \eta_n(y,z)$$

reiese că distribuția amplitudinii câmpului depinde numai de argumentul $[u^2/(1+\zeta^2)]^{1/2}$, $[v^2/(1+\zeta^2)]^{1/2}$ adică ea este la fel în secțiuni diferite ale fasciculului $\zeta = \text{constant}$.

Distribuția amplitudinii câmpului este simetrică în raport cu planul $\zeta = 0$.

Partea fazei fasciculului care depinde de coordonatele transversale

$$x = (L/K)^{1/2} u \text{ și } y = (L/K)^{1/2} v$$

sunt funcții impare de ζ .

În planul $z = \pm z_0 = \pm L/2$ distribuția de fază este descrisă de funcția $\pm(u^2 + v^2)/2$,

ceea ce corespunde unei unde sferice cu raza de curbură $R \pm z_0 = \pm L$.

Ecuația suprafeței de undă, care trece printr-un punct arbitrar $\zeta = \zeta'$, ($z = z'$) pe axa rezonatorului are forma:

$$KL \frac{1+\zeta}{2} + (u^2 + v^2) \frac{\zeta}{1+\zeta^2} - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) (1+m+n) = KL \frac{1+\zeta}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) (1+m+n),$$

unde $\varphi = \arctg[(1-\zeta) / (1+\zeta)]$.

Pentru punctele apropiate de axa sistemului, pentru valori nu prea mari ale lui m și n poate fi obținută următoarea relație:

$$z - z' = \frac{\zeta'}{1+\zeta} \frac{x^2 + y^2}{L}$$

corespunzătoare frontului de undă sferic cu raza de curbură

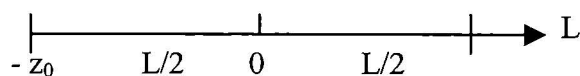
$$R_z = \frac{L^2 + 4z'^2}{4z'^2}.$$

Din această relație obținem imediat valoarea minimă a razei de curbură. $R_{\min} = L$ care are loc în secțiunile $z' = \pm L/2$, adică tocmai în planul oglinzilor.

Rezonatori în domeniul optic

La teoria propagării unui fascicul larg solțiia are forma:

$$E_0(r) = \frac{k}{2\pi iz} \iint_s E_s(x', y') e^{\frac{ik}{2z} [(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy' \quad (1)$$



notăm componenta E_0 cu Ψ :

$$\Psi(x, y, z) = \frac{k}{2\pi iz} \iint_s \Psi_s(x', y') e^{\frac{ik}{2z} [(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy' \quad (2)$$

Presupunem că cunoaștem distribuția câmpului pe una din oglinzi, să zicem la $z = -z_0$, unde punctul curent este (x', y') . Distribuția într-o secțiune oarecare la z se va scrie:

$$\Psi(x, y, z) = \frac{k}{2\pi i(z + z_0)} \iint_s \Psi_s(x', y') e^{\frac{ik}{2(z+z_0)} [(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy' \quad (3)$$

Ținând seama de simetria problemei putem afirma că la reflexia pe oglinda 2 câmpul rămâne cu aceeași distribuție (cu un factor constant). Oglinda 2 introduce o schimbare de fază $\varphi(x, y)$,

$$\Psi(x,y,L/2) e^{i\varphi(x,y)} = p \Psi_s(x,y),$$

sau

$$\frac{k}{2\pi i L} \iint_s \Psi_s(x',y') e^{\frac{ik}{2L}(x'^2+y'^2-2xx'-2yy')} dx' dy' = \rho \Psi_s(x,y), \quad (4)$$

dăm variația de fază $\varphi(x,y) = k \rho^2/L$, unde $\rho^2 = x^2 + y^2$, prelucrăm expresia:

$$(ik/2L)(x^2+x'^2-2xx'+y^2+y'^2-2yy'-2x^2-2y^2) = (ik/2L)(x'^2-x^2+y'^2-y^2-2xx'-2yy'),$$

$$\frac{k}{2\pi i L} \iint_s \Psi_s(x',y') e^{\frac{ik}{2L}(x'^2+y'^2-2xx'-2yy')} dx' dy' = \rho e^{\frac{ikx^2+y^2}{2L}} \Psi_s(x,y), \quad (5)$$

soluția o scriem sub forma $\Psi_s = \rho(x) \eta(y)$.

Ecuția integrală are ca soluție $\Psi_s(x,y)$ dacă:

$$p_x^2 e^{2i k L} = e^{i 2 \pi q} \quad (6)$$

ecuația (5) devine:

$$\frac{k}{2\pi i L} \iint_s \zeta_s(x') e^{\frac{ikx'^2}{2L}} \eta_s(y') e^{\frac{iky'^2}{2L}} e^{-\frac{ik(xx'+yy')}{L}} dx' dy' = \rho \zeta_s(x) \eta_s(y) e^{\frac{ikx^2}{2L}} e^{\frac{iky^2}{2L}}$$

Facem schimbările de variabile: $u = (k/L)^{1/2}x$, $v = (k/L)^{1/2}y$, notăm:

$$\zeta_s(x) = \zeta_s(x) \exp(ikx^2/2L);$$

$$\eta_s(y) = \eta_s(y) \exp(iky^2/2L),$$

ecuația devine

$$k/2\pi i L \iint_s \zeta_s(u') e^{-i u u'} \eta_s(v') e^{-i v v'} (L/k) du' dv' = p_x p_y \zeta_s(u) \eta_s(v)$$

aici am notat $p_x p_y = p$, sau notând $p'_x = (i)^{1/2} p_x$, $p'_y = (i)^{1/2} p_y$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-l_a}^{l_a} \int_{-l_b}^{l_b} \zeta_s(u') e^{-i u u'} \eta_s(v') e^{-i v v'} du' dv' = p'_x p'_y \zeta_s(u) \eta_s(v).$$

Ecuțiile se pot separa:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-l_a}^{l_a} \zeta_s(u') e^{-i u u'} du' = p'_x \zeta_s(u)$$

și

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-l_b}^{l_b} \eta_s(v) e^{-ivv} dv = p_y \quad \eta_s(v)$$

acest tip de integrală, unde funcția este egală cu transformata sa Fourier, are soluție dacă $p_x = (-i)^m$, $p_y = (-i)^n$ iar soluția este funcția Hermite:

$$\zeta_s(u) = H_m(u) \exp(-u^2/2),$$

$$\eta_s(v) = H_n(v) \exp(-v^2/2),$$

deci

$$\Psi_{m,n,q} = H_m(u) H_n(v) \exp[-(u^2+v^2)/2].$$

Polinoamele Hermite sunt definite:

$$H_m(u) = (-1)^m e^{u^2} \frac{\partial^m e^{-u^2}}{\partial u^m}.$$

Calculăm frecvențele:

$$p_v^2 e^{i2kL} = e^{i2\pi q},$$

unde

$$p_v = p_x p_y$$

$$\text{dar } p_x = i^{-1/2} p_x;$$

$$p_y = i^{-1/2} p_y;$$

$$p_v = i^{-1/2} p_x i^{-1/2} p_y = (-i)^m (-i)^n / i = (-i)^{m+n+1}$$

$$\text{dar } -i = e^{-i\pi/2} = \cos \pi/2 - i \sin \pi/2, \quad p_v = e^{-i\pi(m+n+1)/2}$$

cu aceasta avem:

$$e^{-i\pi(m+n+1)} e^{i2kL} = e^{i\pi q}$$

de unde $2kL = \pi q + \pi(m+n+1)$.

Soluția ecuației pentru un z oarecare

$$\Psi(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \mathbf{H}_m \left(u \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \right) \mathbf{H}_n \left(v \sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \right) e^{-\frac{u^2+v^2}{1+\zeta^2}} e^{i \left(kL \frac{1+\zeta}{2} + \zeta \frac{u^2+v^2}{1+\zeta^2} - \frac{\pi-\alpha}{2} \frac{m+n+1}{2} \right)}$$

unde $\zeta = 2z/L = z / (L/2)$.

Observații:

1. partea de amplitudine depinde numai de ζ^2 – distribuția este asemenea în diferite puncte z;
2. distribuția este simetrică față de $z = 0$;
3. partea de fază care depinde de x, y este o funcție impară de z.

La $z = \pm L/2$ această parte este $\pm (u^2+v^2)/2$ ceea ce corespunde suprafeței de undă sferice cu raza de curbură $R_{\pm L/2} = \pm L$

$$KL(1+\zeta)/2 + \zeta (u^2+v^2)/(1+\zeta^2) - (\pi/2 - \alpha)(m+n+1) = KL(1+\zeta)/2 - (\pi/2 - \alpha)(m+n+1)$$

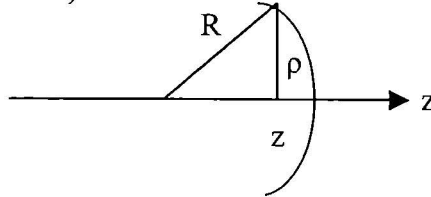
$$KL(1+\zeta)/2 - KL(1+\zeta)/2 = \zeta (u^2+v^2)/(1+\zeta^2)$$

$$\text{sau } (KL/2) 2(z'-z)/L = (2/L) [z/(1+4z^2/L^2)](K/L) (x^2+y^2)$$

$$z' - z = k \rho^2 2z / (L^2 + 4z^2)$$

$$z' - z = (x^2+y^2)2z / (L^2 + 4z^2)$$

dar



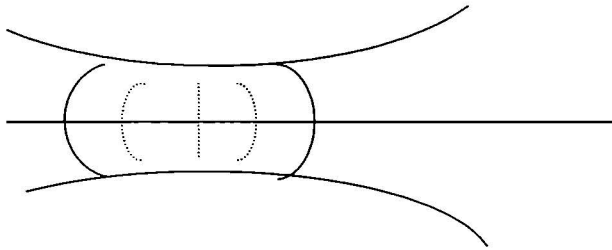
$$R^2 = \rho^2 + [R - (z' - z)]^2 = \rho^2 + R^2 + (z' - z)^2 - 2R(z' - z)$$

$$2R(z' - z) = \rho^2$$

$$z' - z = \rho^2 / 2R \text{ adică } \rho^2 / 2R = \rho^2 2z / (L^2 + 4z^2)$$

$$R = (L^2 + 4z^2) / 4z.$$

La $z = \pm L/2$ avem $R_{\pm L/2} = \pm L/2$, iar la $z = 0$ $R =$



$$\frac{\sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \mathbf{H}_m \mathbf{H}_n e^{\frac{u^2+v^2}{1+\zeta}}}{\sqrt{\frac{2}{1+\zeta^2}} \mathbf{H}_m(0) \mathbf{H}_n(0)} = \frac{1}{e}$$

Dimensiunea fascicului:

$$(u^2+v^2)/(1+\zeta) = 1$$

$$K(x^2+y^2)/L = 1 + 2z/L$$

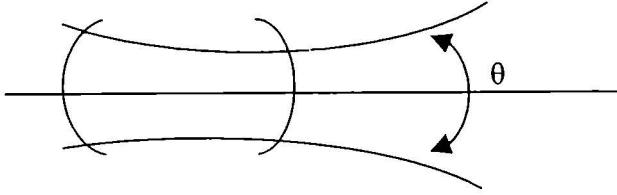
$$\rho^2 = L(1 + 2z/L)/K$$

$$\rho(0) = \sqrt{\frac{L}{K}}$$

$$e^{\frac{u^2+v^2}{1+\zeta}} = \frac{1}{e}$$

$$\rho\left(\pm \frac{L}{2}\right) = \sqrt{2 \frac{L}{K}}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{K} \left(1 + \frac{2z}{L} \right)}$$



Divergența:

$$\theta = \frac{2\rho}{z} = \frac{2\sqrt{2\frac{L}{K}}}{z} = \frac{4}{\sqrt{KL}}$$

pentru z mare.

Nu prezintă nici o dificultate să aflăm dimensiunile transversale ale fascicolului pentru modul fundamental TEM_{00q} . Prin raza fascicolului vom înțelegeacele valori ale coordonatelor transversale pentru care amplitudinea fascicolului descrește de $e = 2,71$ ori.

În baza relației:

$$\zeta_m(x, z) = \sqrt[4]{\frac{2}{1 + \zeta^2}} \mathbf{H}_m \left(u \sqrt{\frac{2}{1 + \zeta^2}} \right) e^{-\frac{u^2}{1 + \zeta^2}} e^{i \left(KL \frac{1 + \zeta}{2} + \frac{\zeta u^2}{1 + \zeta^2} - \frac{\pi - \varphi}{2} \frac{1}{1 + m} \right)},$$

avem

$$\rho_s = \sqrt{\frac{L}{K} \left[1 + \left(\frac{2z}{L} \right)^2 \right]}.$$

Din această relație obținem imediat raza fascicolului (raza petei luminoase) pe oglinzi ($z = \pm L/2$),

$$\rho_s(\pm L/2) = (2L/K)^{1/2},$$

iar în centrul rezonatorului ($z = 0$) ea va fi:

$$\rho_s(0) = (L/K)^{1/2}.$$

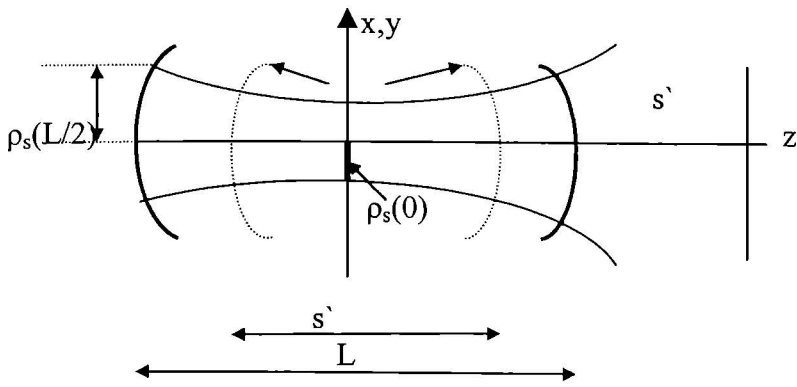
Observăm deci că dimensiunea fascicolului în centru este de $2^{1/2}$ ori mai mică decât pe oglinzi.

Să considerăm că oglinda O_2 este puțin transparentă. Divergența fascicolului o putem calcula, considerând un punct z în afara rezonatorului $z \gg L/2$.

Astfel unghiul la centru corespunzător arcului $2 \rho_s$ va fi:

$$\theta_{1/e} = 2 \rho_s / z = 4 / (L/K)^{1/2}$$

unde am folosit valoarea lui $\rho_s = (L/K)^{1/2} [1 + (2z/L)^2]^{1/2}$ pentru $z \gg L/2$.



De multe ori divergența fascicolului emergent se caracterizează după micșorarea amplitudinii de e ori, ci după micșorarea puterii fascicolului la jumătate față de valoarea ei pe axă, $\theta_{0,5} = 2 (\lambda \ln 2 / \pi L)^{1/2}$.

Pentru obținerea acestei relații trebuie să calculăm $\rho_{s,0,5}$, în felul următor. Se calculează $|\Psi_{00q}|^2$, punând în expresia ei generală valorile $m = 0$ și $n = 0$. Ținând cont că $H_0 = 1$, și că $|\Psi_{00q}(x,y,z)|^2 = 1/2 |\Psi_{00q}(x',y',z')|^2$, se obține $\rho_{s,0,5}$, iar de aici $\theta_{0,5}$ ca și în cazul precedent $\theta_{1/e}$.

Frecvențele proprii ale rezonatorului le determinăm din relația $p_v^2 e^{2ikL} = e^{2iq\pi}$.

În acest sens vom înlocui valoarea lui $p_v = i p'_{xm} p'_{yn}$, conform cu $p'_{xm} = (-i)^m$.

În cazul oglinzilor finite, vom avea pierderi prin difracție la marginile oglinzilor. Pentru a pune în evidență această amortizare a oscilațiilor vom scrie numărul de undă sub forma complexă:

$$k = k' - i k'' = (\omega' - i \omega'')/v,$$

unde k' trebuie să fie egal neapărat cu:

$$Lk' = \pi q + \pi(m+n+1)/2$$

adică cu numărul de undă în cazul oglinzilor infinite.

În urma înlocuirii a valorilor lui p și k obținem, prin identificarea părților reale și imaginare ale expresiei obținute, că

$$2 k'' L = - \ln T,$$

unde

$$T = T_{mm} = \pi^{-2} l_a^2 l_b^2 [R_{om}^{(1)}(l_a^2, 1)]^2 [R_{on}^{(1)}(l_b^2, 1)]^2$$

și reprezintă coeficientul de reflexie de putere.

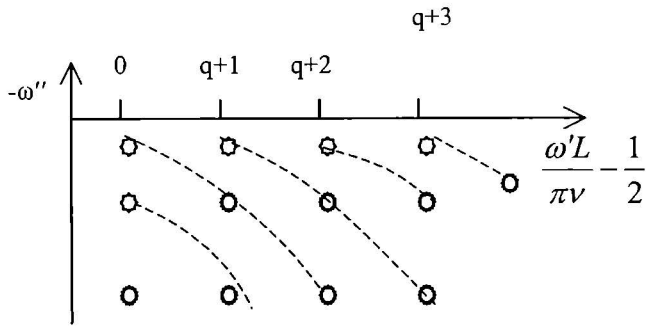
Pentru oglinzi cu l_a și l_b finiți, coeficientul $T < 1$, și $k'' > 0$.

Deducem din această analiză că partea reală a frecvenței, în cazul oglinzilor cu dimensiuni finite, este una și aceeași cu frecvența rezonatorului cu oglinzi infinite, însă mărimea finită a oglinzilor duce la apariția amortizării oscilațiilor. Amortizarea depinde de tipul de oscilație și de dimensiunile oglinzilor.

Pentru a pune în evidență fenomenul de rărire a spectrului oscilațiilor proprii vom reprezenta modurile $\langle m, n, q \rangle$ în planul complex ω , conform $k = k' - i k'' = (\omega' - i \omega'')/v$.

Frecvențele proprii, care corespund unui număr longitudinal q dat, dar m și n diferiți, se află pe o curbă oarecare, care se îndepărtează de axa reală pe măsura creșterii frecvenței ω' .

Graficul frecvențelor ilustrează clar procesul de tăiere a spectrului.



Observăm că pe axa reală ($m = n = 0$) intervalul de frecvență între două moduri vecine (q și $q+1$) este $v/2L$, ceea ce este cu mult mai mare (de $4\pi v/L\lambda^2$ ori) decât intervalul de frecvență între două moduri vecine la o cavitate închisă de volum V .

De asemenea, se observă că pentru aceeași frecvență reală ω' apar mai multe moduri cu structuri diferite; deci are loc o degenerare a oscilațiilor proprii.

Acest efect duce la excitarea simultană a mai multor moduri în lasere.

În locul coeficientului de amortizare ω'' , un anumit tip de oscilație se poate caracteriza prin factorul său de calitate.

Acesta din urmă este legat de ω'' prin relația:

$$Q = \omega' / 2 \omega'' = -K' L / \ln T.$$

Pentru valori apropiate de 1 ale coeficientului de reflexie T , factorul de calitate Q se poate scrie:

$$Q = K' L / (1 - T).$$

Mărimea $\delta_d = 1 - T$ reprezintă factorul de pierdere prin difracție.

În cazul general, dacă pe lângă pierderile prin difracție mai există și alte pierderi (ceea ce se întâmplă în realitate) ca pierderi prin absorbție sau prin transparența parțială a oglinzilor, factorul de calitate va fi dat de:

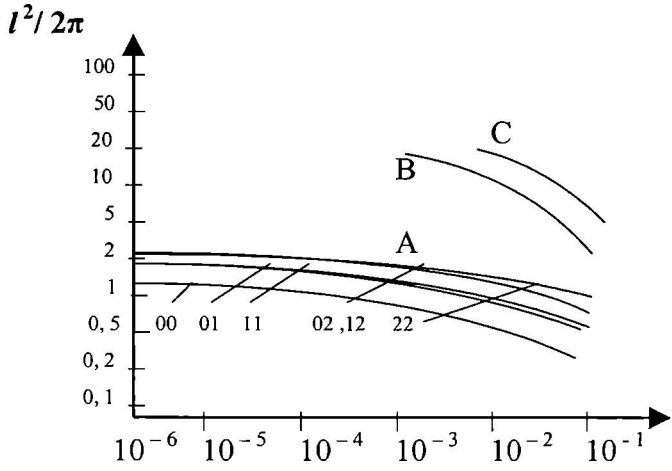
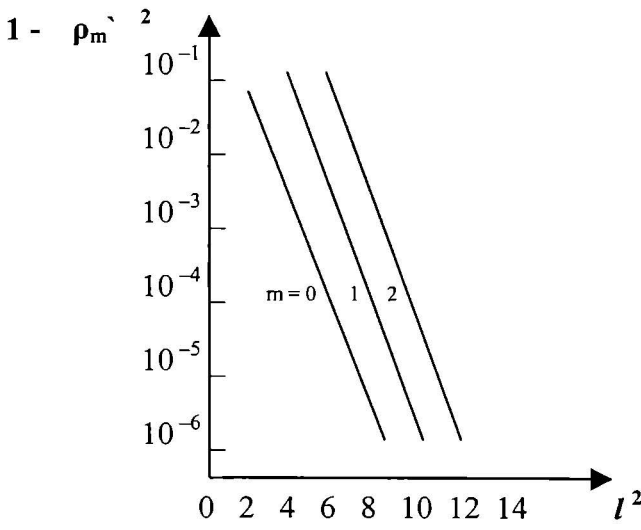
$$Q = K' L / (\delta_d - \delta_r)$$

unde prin δ_r am notat factorul de pierdere prin toate efectele enumerate în afară de difracție, $\delta_r = 1 - R$, unde R este coeficientul de reflexie.

În figura de mai jos este reprezentată dependența $1 - \rho_m'^2$ în funcție de l^2 (pentru $m = 0, 1$ și 2), iar figura următoare dependența factorului de difracție în funcție de $l^2 = l_a^2 = l_b^2$, deci în cazul oglinzii sferice confocale de forma pătratică.

Din acest grafic se vede că pierderile prin difracție cresc cu creșterea numărului undei, însă pentru modul fundamental, ea nu depășește 1% dacă $l^2 > 4$.

Curbele B și C se referă la cavitatea cu oglinzi plan paralele (modurile TEM_{00} și TEM_{10}).



Dacă $l^2 > 1$, pierderile prin difracție în rezonatorul confocal cu oglinzi de bună calitate ($R \sim 1$) sunt cu mult mai mici decât pierderile datorate calității oglinzilor (reflexie).

Menționăm că un coeficient de reflexie de 0,99 se poate obține numai cu ajutorul unui strat de calitate superioară, realizat prin depuneri de straturi multiple de dielectrics. Pentru suprafețele metalice acest coeficient de reflexie este mai mic.

În cazul rezonatorilor optici condiția $l^2 > 1$ este îndeplinită cu multă rezervă. Astfel, de exemplu, pentru un laser tipic

$$L = 100 \text{ cm}, \quad \lambda = 10^{-4} \text{ cm}, \quad a = b = 0,5 \text{ cm}; \quad l^2 = 50 \pi.$$

Este interesant să vedem care este raportul între lărgimea curbei de rezonanță și intervalul de frecvență dintre două moduri vecine. Vom folosi deci relațiile introduse pentru aceste mărimi, adică

$$\delta\omega = \omega / Q$$

și $\Delta\omega = v \pi / L,$

vom avea

$$\delta\omega / \Delta\omega = (1-R)/\pi.$$

Aici am neglijat pierderile prin difracție.

Dacă $R = 0,98$, acest raport este $0,006$, ceea ce înseamnă că modurile axiale se rezolvă bine.

Structura câmpului pe suprafața oglinzilor se determină cu ajutorul funcțiilor proprii:

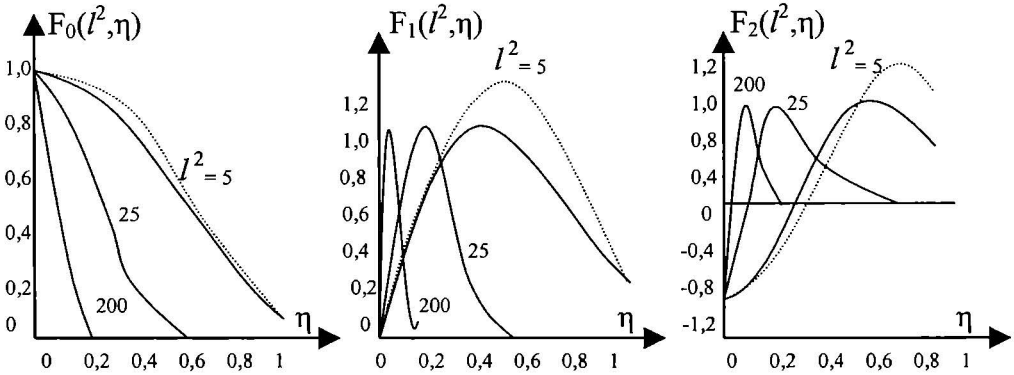
$$S_{om}(l_a^2, u/l), S_{on}(l_b^2, v/l).$$

Funcțiile $S_{om}(l^2, w)$ sunt ortogonale în intervalul $|w| < 1$.

Pentru $w = u/l_a \ll 1$ (deci aproape de axa rezonatorului) aceste funcții coincid aproximativ cu funcțiile Hermite,

$$S_{om}\left(l^2, \frac{u}{l}\right) \approx \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right)}{\Gamma(m + 1)} H_m(u) e^{-\frac{u^2}{2}}.$$

Deci, în vecinătatea axei, structura câmpului se determină cu o bună precizie cu ajutorul funcțiilor Hermite și numai pentru marginea oglinzilor trebuie să folosim funcțiile sferoidale $S_{om}(l^2, w)$.



Pe graficele de mai sus sunt date exemple de distribuție a amplitudinii unde pentru diferite valori ale lui l^2 .

Curbele continue sunt calculate după formula aproximativă

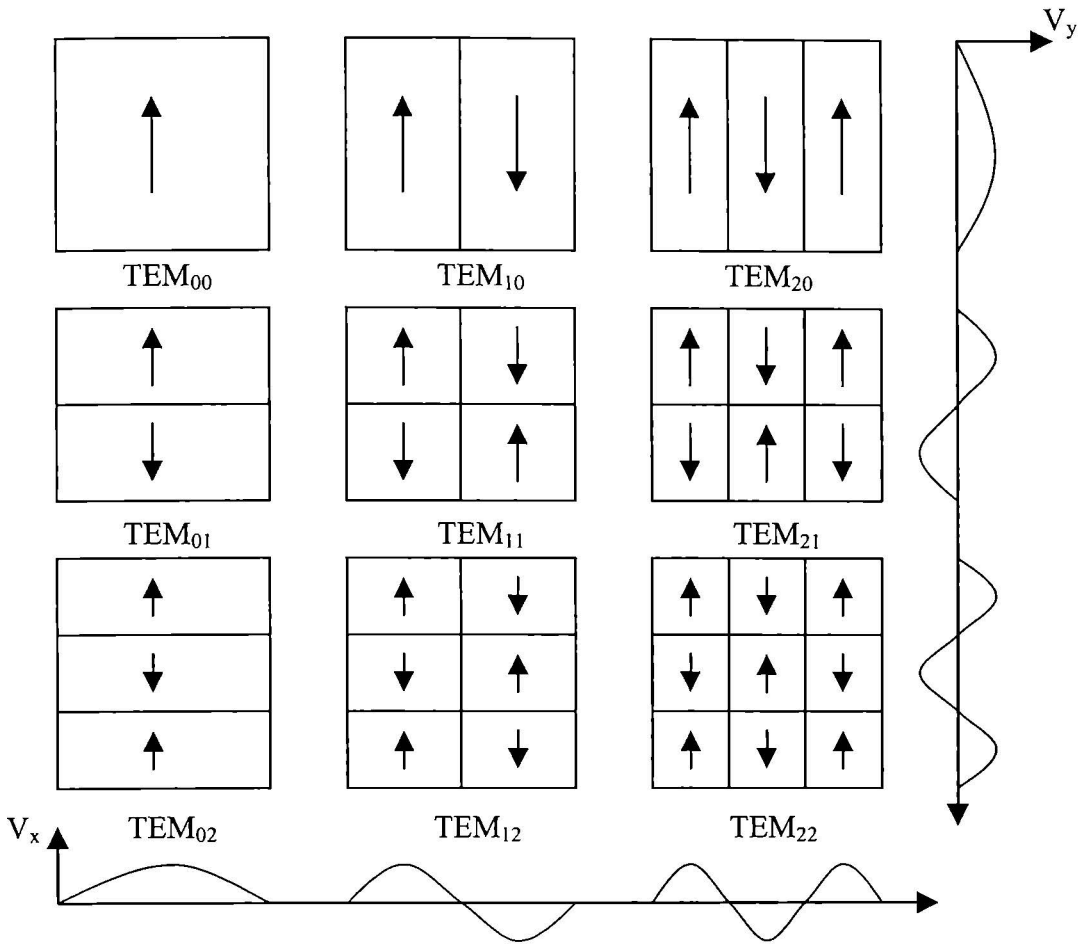
$$S_{om}\left(l^2, \frac{u}{l}\right) \approx \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right)}{\Gamma(m + 1)} H_m(u) e^{-\frac{u^2}{2}},$$

iar cele punctate (pentru $l^2 = 5$) sunt calculate după tabela funcțiilor sferoidale.

Compararea celor două curbe (pentru $l^2 = 5$) confirmă justetea aproximării calculului conform formulei aproximative anterioare.

Precizia calculului crește cu creșterea lui l^2 .

În figura următoare este arătată distribuția curenților pe oglinzi (a câmpului E) pentru primele tipuri de oscilații la un rezonator confocal.



Cavitate cu oglinzi sferice confocale de formă circulară

Pentru acest tip de rezonator, ecuația integrală generală

$$\frac{k}{2\pi i L} \iint_s \Psi_s(x', y') e^{\frac{ik}{2L} [(x-x')^2 + (y-y')^2] - i\varphi(x, y)} dx' dy' = \rho \Psi_s(x, y),$$

se poate scrie sub forma:

$$\frac{k}{2\pi i L} \int_0^a \int_0^{2\pi} \Psi_s(r', \varphi') e^{-i \frac{k r r'}{L} \cos(\varphi - \varphi')} r' dr' d\varphi' = P \Psi_s(r, \varphi),$$

unde am folosit schimbările de variabile:

$$x = r \cos \varphi,$$

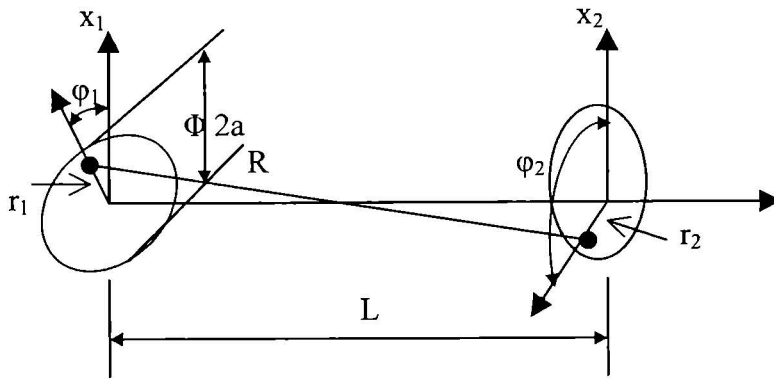
$$y = r \sin \varphi,$$

$$x' = r' \cos \varphi',$$

$$y' = r' \sin \varphi',$$

$$\Psi_s(r, \varphi) = \Psi_s(r, \varphi) \exp(-i k r^2 / 2L),$$

iar a – este raza oglinzii.



Soluția ecuației integrale este de forma:

$$\Psi_s(\mathbf{r}, \varphi) = V_n(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\varphi}}$$

Funcțiile radiale $V_n(\mathbf{r})$ se determină din ecuația:

$$P_n V_n(\mathbf{r}) = K / L \int_0^a V_n(r') J_n(Kr r' / L) dr',$$

sau dacă introducem variabile și parametri adimensionali:

$$u = (K/L)^{1/2} r,$$

$$u' = (K/L)^{1/2} r',$$

$$l = (K/L)^{1/2} a,$$

$$P_n = P_n' / l^{n+1}$$

ea devine:

$$P_n' V_n(\mathbf{r}) = \int_0^a V_n(u') J_n(uu') u' du',$$

unde J_n este funcția Bessel de speța întâia de ordinul n .

Cu ajutorul valorilor proprii:

$$P_{nm}' = |P_{nm}'| (-1)^m$$

se poate afla, ca și în cazul precedent, condiția frecvențelor de rezonanță.

Într-adevăr folosindu-ne de relația:

$$p_v^2 e^{2i k L} = e^{2i q \pi}$$

obținem:

$$K' L = \pi q + \pi (n + 1 + 2m) / 2.$$

În figura de mai jos este redată distribuția amplitudinii câmpului pentru modul TEM_{00} , pentru diferite valori ale parametrului $N = a^2 / L \lambda$.

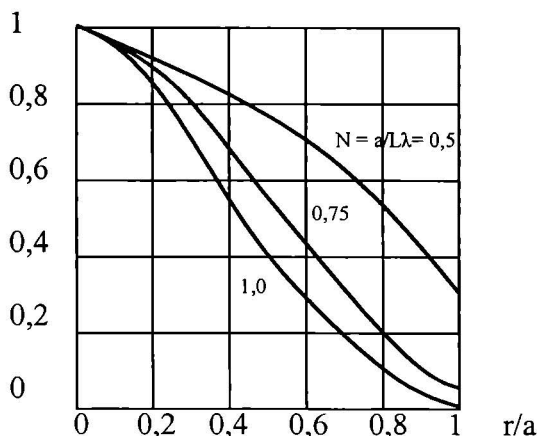
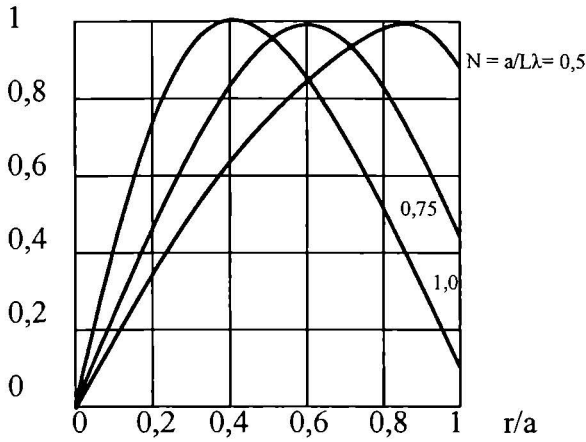


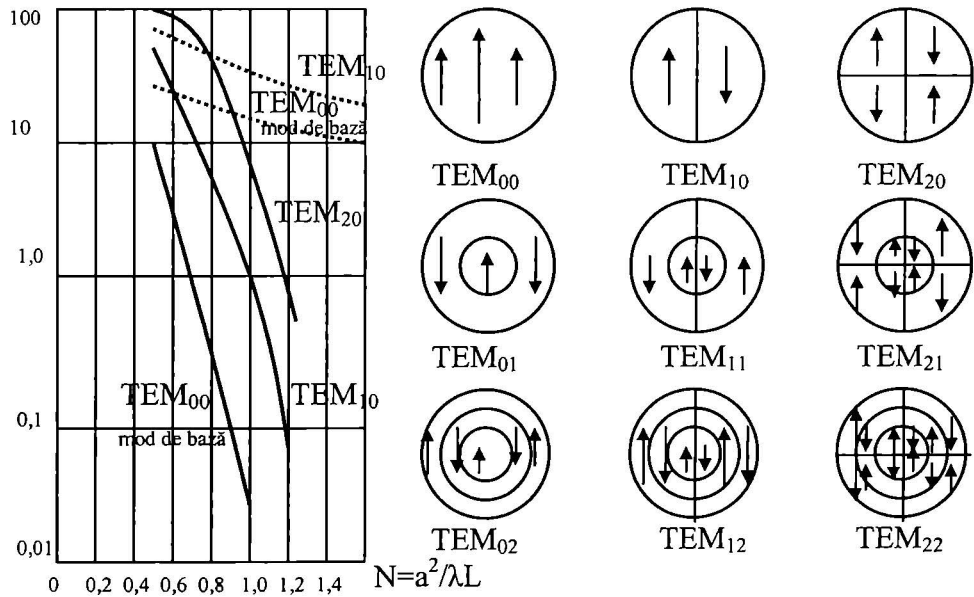
Figura următoare reprezintă aceeași distribuție pentru modul TEM_{10} .



Distribuția curenților pe oglinzi de formă circulară este redată în figura următoare (pentru primele moduri).

Tot aici este arătată dependența pierderilor prin difracție în funcție de parametrul $N = a^2/\lambda L$.

Liniile continue reprezintă pierderile pentru oglinzi sferice confocale de formă circulară, iar cele punctate pentru oglinzi plane de formă circulară.



Cavitate rezonantă cu oglinzi plan-paralele de formă circulară (Fabry-Perot)

Studiul făcut de Fox și Li asupra acestui tip de rezonator constă în rezolvarea numerică a ecuației integrale:

$$\frac{k}{2\pi i L} \iint_s \Psi_s(x', y') e^{\frac{ik}{2L} [(x-x')^2 + (y-y')^2] - i\varphi(x, y)} dx' dy' = \rho \Psi_s(x, y),$$

unde $\varphi(x, y) = 0$.

Prin separarea variabilelor în sistemul de referință dreptunghiular (pentru oglinzi de formă pătratică) sau în coordonate cilindrice (oglinzi circulare) această ecuație integrală ia forma:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-l}^l v(u') e^{i\frac{u-u'}{2}} du' = p v(u)$$

sau

$$\int_0^l J_n(u, u') e^{i\frac{u^2-u'^2}{2}} v_n(u') u' du' = p_n v_n(u)$$

unde $v(u)$ este una din funcțiile $\xi(x)$ sau $\eta(y)$;

$l = l_a$ sau l_b ,

iar p corespunde lui p_x sau p_y .

Funcția $v_n(u)$ este partea radială a variației câmpului pe oglindă:

$$\Psi_s(u, \varphi) = v_n(u) e^{in\varphi}.$$

Celelalte notații sunt identice cu cele folosite mai sus.

În lucrarea lui Fox și Li, ecuațiile de mai sus sunt rezolvate prin metoda iterației la o mașină electronică de calcul.

Însuși procesul de calcul practic modelează procesul de stabilizare a oscilațiilor în rezonator ca urmare a reflexiilor multiple ale fasciculului inițial. S-a ajuns la o distribuție staționară, în urma unui număr mare de reflexii (circa 300).

În figura de mai jos este reprezentată distribuția staționară a amplitudinii câmpului:

$$v_n(u) = |v_n(u)| e^{-i\alpha(u)}$$

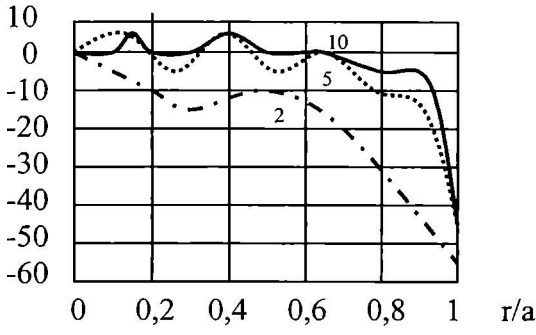
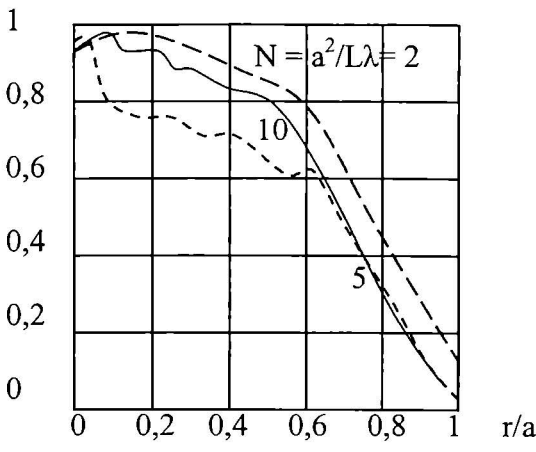
pentru modul TEM_{00} în cazul oglinzilor plane circulare.

Se observă și aici că amplitudinea câmpului scade mult cu depărtarea de la axa rezonatorului, dar pentru aceeași valoare N ea este sensibil mai mare decât la oglinzi confocale.

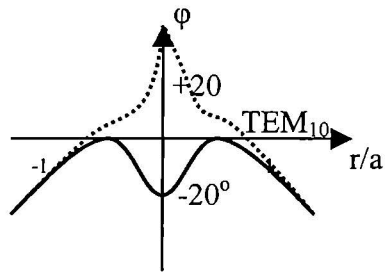
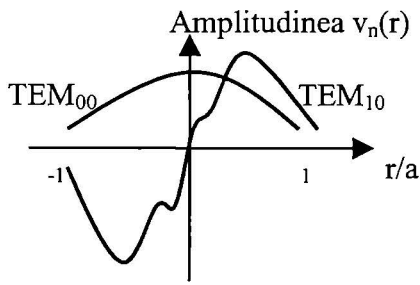
Specificul distribuției de fază constă în acela că defazajul este relativ mic și nu depășește $\pi/4$ spre marginea oglinzii.

Aceasta înseamnă că la diametrul fasciculului de ordinul zeci de λ , duce la o slabă distorsiune a frontului de undă.

Ca și în cazul oglinzilor confocale, pierderile cresc cu creșterea lui m și n , ceea ce face ca modul dominant să fie modul TEM_{00} .

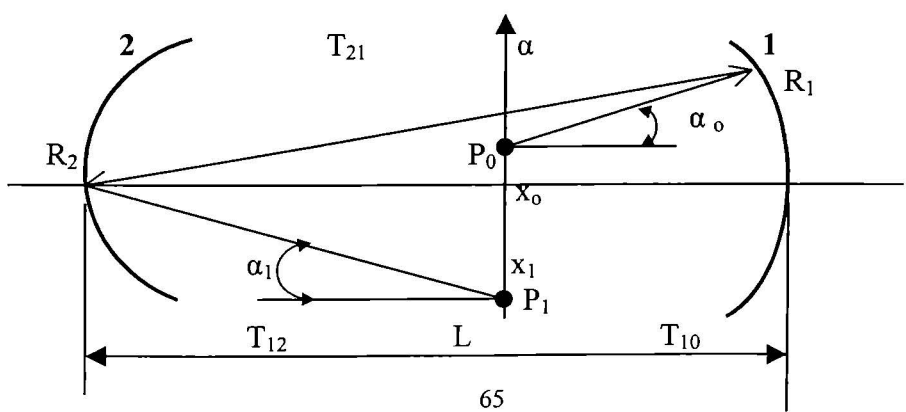


Din graficul următor se vede că pentru același tip de oscilații, pierderile în cavități cu oglinzi plane sunt cu câteva ordine mai mari decât în sisteme confocale.



Stabilitatea rezonatorilor

Considerăm un rezonator oarecare, format din două oglinzi cu razele de curbură $R_{1,2}$ și L distanța dintre ele.



Matricea de transfer este:

$$S_{P_1P_2} = T_{12}R_2T_{21}R_1T_{10} = \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix} \quad (1)$$

Raza de lumină va fi descrisă pentru un singur drum de la P_0 la P_1 de ecuația matriceală (în aproximație gaussiană):

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Al doilea parcurs al razei va fi descris de:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} x_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} x_N \\ \alpha_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} x_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

La scrierea ecuației matriceale sub forma (2) matricele elementare de translație, respectiv de reflexie, sunt de forma:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & R/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/r & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Prin stabilitatea unui rezonator vom înțelege ca raza de lumină să existe cât mai mult timp în cavitate. Aceasta înseamnă ca:

$$\begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}^N$$

să nu diverge cu creșterea lui N .

Pentru a studia această problemă matematică este mai comod să ne folosim de echivalența:

$$\begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}^N = \frac{1}{\sin \theta} \begin{pmatrix} A \sin \theta - \sin(N-1)\theta & B \sin N\theta \\ C \sin N\theta & D \sin N\theta - \sin(N-1)\theta \end{pmatrix} \quad (7)$$

unde

$$\cos \theta = (A + D)/2. \tag{8}$$

Pentru a nu diverge, $\cos\theta$ trebuie să fie real, adică:

$$-1 < \cos\theta < +1 \tag{9}$$

sau

$$-1 < (A + D)/2 < +1 \tag{10}$$

unde

$$A = 1 - 2L / r_1 \tag{11}$$

$$D = -2L/r_1 + (1-2L/r_1)(1-2L/r_2) \tag{12}$$

pentru parametrii Gauss calculați conform relației (1).

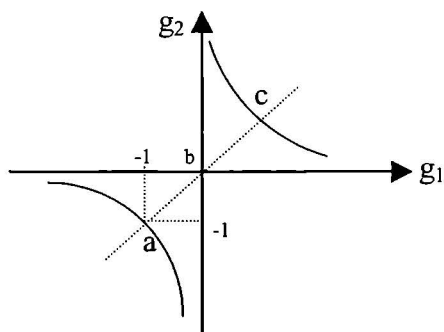
Cu aceste precizări, condiția de stabilitate va fi dată de:

$$0 < g_1 g_2 < 1, \tag{13}$$

unde s-a notat:

$$g_1 = (1 - L/r_1); g_2 = (1 - L/r_2). \tag{14}$$

Interesante sunt trei tipuri de rezonatori:



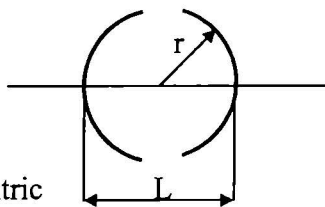
a) $g_1 = -1$

$g_2 = -1$

$1 - L/r_1 = -1, 1 - L/r_2 = -1$

sau $L/r_1 = 2, L/r_2 = 2$

adică $r_1 = L/2, r_2 = L/2$ - rezonator concentric



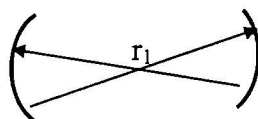
b) $g_1 = 0$

$g_2 = 0$

$1 - L/r_1 = 0; 1 - L/r_2 = 0$

$r_1 = L; r_2 = L$

rezonator confocal.



CAPITOLUL II

Bazele fizicii laserilor. Tipuri de laseri

2.1. Bazele fizicii laserilor.

Studiind interacția radiației cu substanța, Einstein în 1917 definește trei procese elementare: absorbția, emisia spontană și emisia stimulată. Fiecare proces are loc cu o anumită probabilitate. Pentru simplitate, vom considera un sistem atomic format din N atomi identici în unitatea de volum. Nivelele energetice le vom considera nedegenerate. În aceeași idee de simplificare se va lua în considerare sistemul numai cu două nivele energetice, cu energiile E_1 și E_2 . Fiecare nivel are o populație N_1 , respectiv N_2 , dacă sistemul se află în echilibru termic $N_2 < N_1$ (Fig. 1).

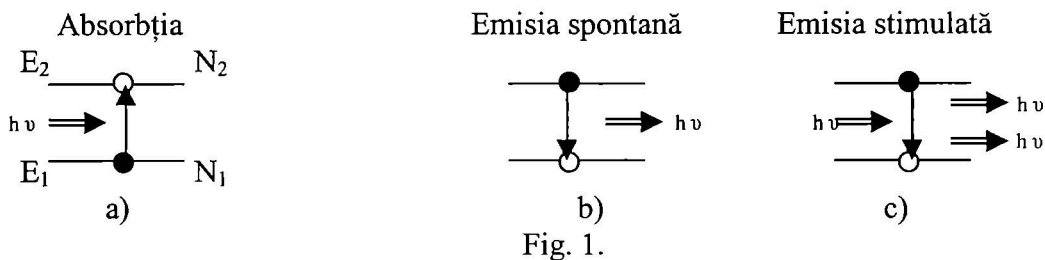


Fig. 1.

Absorbția. În starea inițială atomul se află pe starea energetică inferioară E_1 . Numărul lor pe acest nivel energetic este N_1 . În prezența unui foton incident de energie $h\nu$, atomul absoarbe acest foton și ca rezultat atomul trece de la starea de energie inferioară la cea superioară E_2 , (Fig. 1) considerându-se îndeplinită condiția $h\nu = E_2 - E_1$. Probabilitatea acestui proces este proporțională cu numărul de fotoni incidenti, adică cu densitatea de energie a radiației incidente $\rho(\nu, T)$. Prin această mărime se înțelege numărul de fotoni în unitatea de volum și unitate de interval de frecvență. Această probabilitate va fi:

$$P_{\text{abs}} = B_{12} \rho(\nu, T). \quad (1)$$

Emisia spontană. În starea inițială, atomul se află pe nivelul superior E_2 , unde poate sta un anumit interval de timp, după care în mod spontan revine pe nivelul inferior E_1 . Probabilitatea acestui proces nu depinde de prezența sau absența fotonilor din sistemul atomic. Ea este dată de:

$$P_{e,sp} = A_{21} = \frac{1}{\tau_{21}} \quad (2)$$

unde τ_{21} este viața medie a atomului pe nivelul (2). Ca rezultat acestui proces, atomul se va afla pe nivelul inferior și sistemul este părăsit de fotonul de energie $h\nu$.

Emisia stimulată. (Fig. 1c)

În starea inițială, atomul se află pe nivelul superior E_2 . Sub incidența unui foton – ciocnindu-se cu atomul, acesta va trece de la nivelul superior la cel inferior fără a absorbi fotonul incident.

Această interacțiune a fotonului cu atomul, doar *stimulează* sau forțează tranziția de sus în jos. Din acest motiv se numește emisie stimulată sau forțată. Ca rezultat acestui proces, atomul se va afla pe nivelul inferior, iar sistemul este părăsit de doi fotoni, cel incident și cel emis stimulată. Probabilitatea procesului depinde de numărul de fotoni existent în sistem:

$$P_{e.st} = B_{21} \rho(\nu, T). \quad (3)$$

De menționat aici un fapt important: cei doi fotoni ce părăsesc sistemul, sunt în fază, deci coerenti. Coeficienții A_{21} , B_{12} , B_{21} sunt coeficienții lui Einstein.

Relațiile dintre coeficienții lui Einstein.

La echilibrul termodinamic, numărul de fotoni absorbiți este egal cu numărul de fotoni emiși.

Numărul de fotoni absorbiți este $N_1 P_{abs}$, iar cel emis:

$$N_2 P_{e.sp} + N_2 P_{e.st} = N_2 (P_{e.sp} + P_{e.st}),$$

știind că probabilitatea este aditivă.

Ținând seama că distribuția atomilor pe nivelele energetice se supune statisticii Boltzmann, adică:

$$N_1 = N e^{-\frac{E_1}{kT}}$$

și

$$N_2 = N e^{-\frac{E_2}{kT}}.$$

Cu aceste precizări, la echilibrul termodinamic vom avea:

$$N_1 B_{12} \rho(\nu, T) = N_2 [A_{21} + B_{21} \rho(\nu, T)],$$

sau

$$e^{-\frac{E_1}{kT}} B_{12} \rho(\nu, T) = e^{-\frac{E_2}{kT}} [A_{21} + B_{21} \rho(\nu, T)]. \quad (4)$$

Dacă temperatura T crește foarte mult $T \rightarrow \infty$, și densitatea de energie crește $\rho(\nu, T) \rightarrow \infty$. Cu aceasta $\exp(-E_1/kT) \rightarrow 1$, $\exp(-E_2/kT) \rightarrow 1$, și termenul A_{21} se poate neglija față de $B_{21} \rho(\nu, T)$. Din ecuația (4) rezultă:

$$B_{12} = B_{21}. \quad (5)$$

Din ecuația (4) obținem (folosind relația 5):

$$\rho(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (6)$$

Relația densității de energie (6) s-a obținut pentru un sistem oarecare, deci pentru un corp oarecare.

Aceasta înseamnă că este valabilă și pentru un corp negru. Densitatea de energie pentru corpul negru a fost dată de Max Plank:

$$u(\nu, T) = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (7)$$

Din egalitatea $\rho(\nu, T) = u(\nu, T)$ obținem:

$$\frac{A_{21}}{B_{12}} = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3}, \quad (8)$$

reprezintă a doua relație între coeficienții lui Einstein.

Amplificarea și generarea de lumină.

Amplificarea înseamnă că unui semnal incident pe un sistem (dispozitiv) la ieșire să corespundă un semnal mai mare. Din punct de vedere al unui sistem atomic, amplificarea înseamnă ca numărul de fotoni emiși stimulat să fie mai mare ca numărul de fotoni incidenti pe atomi. În acest sens, raportul:

$$\xi = \frac{\text{nr. de fotoni e.st}}{\text{nr. de fotoni abs.}} > 1. \quad (9)$$

Studiul acestui raport scoate în evidență următorul fapt:

$$\xi = \frac{N_2 P_{e.st}}{N_1 P_{abs}} = \frac{N e^{-\frac{E_2}{kT}} B_{21} \rho(\nu, T)}{N e^{-\frac{E_1}{kT}} B_{12} \rho(\nu, T)} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} < 1, \quad (10)$$

deoarece apriorii s-a luat $E_2 > E_1$. Aici s-a luat în considerare că $B_{12} = B_{21}$ și că sistemul de atomi se supune, la echilibrul termodinamic, distribuției Boltzmann:

$$N_a = N e^{-\frac{E_a}{kT}}. \quad (11)$$

Expresia (10) ne arată că întotdeauna nr.de fotoni e. st < nr.de fotoni abs, deci nu poate fi obținută o amplificare de lumină. La această concluzie putem ajunge, fără nici o demonstrație, doar bazându-ne pe observațiile cotidiene.

Dacă lumina trece printr-un obiect (sticlă de geam, de exemplu) întotdeauna este atenuată și niciodată amplificată. Însă, toate aceste argumentări se referă la sisteme atomice aflate în echilibru termic.

Aceasta nu înseamnă că nu putem obține o amplificare la un sistem în neechilibru termic, adică la sisteme care nu respectă distribuția Boltzmann. Pentru ca $\xi > 1$, trebuie conform relației (10) ca $N_2 > N_1$, adică sistemul atomic să fie cu populația inversată. Aceasta este principala condiție de obținere a amplificării de lumină.

Pentru a vedea de la început principiile amplificării și generării de lumină este util să studiem și raportul

$\eta = \text{nr.de fotoni e. st} / \text{nr.de fotoni e.sp.}$,

$$\eta = \frac{N_2 P_{e.st}}{N_2 P_{e.sp}} = \frac{B_{21} \rho(\nu T)}{B_{21}} = \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} \rho(\nu T). \quad (12)$$

Să aplicăm această relație pentru un corp negru:

$$\rho(\nu, T) = u(\nu, T) = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1}.$$

Cu aceasta,

$$\eta = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1}.$$

Pentru exemplificare să considerăm sistemul la temperatura $T=300^\circ\text{K}$.

În acest caz la $\eta=1$,

$$e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1 = 1,$$

de unde

$$h\nu/KT = \ln 2,$$

sau

$$hc/KT\lambda = \ln 2;$$

$$\lambda = hc/KT \ln 2 = 0,69 \mu\text{m}.$$

De aici se trage concluzia că la lungimi de undă mari, domină emisia stimulată, iar la cele scurte emisia spontană.

În emisia laser, emisia spontană reprezintă zgomot. Obținerea de amplificare, respectiv de generare de lumină este cu atât mai dificilă cu cât lungimea de undă λ este mai mică. Prin aceasta se explică că laserii în ultraviolet și mai ales în domeniul raze X sau γ se obțin greu sau nu se pot obține.

Amplificarea undelor în medii cu inversie de populație.

Fie un mediu în stare de inversie a populațiilor între două nivele. Lumina incidentă se propagă în direcția axei oz . Intensitatea luminii la intrare este I_0 , iar la coordonata z , I . În stratul de grosime z , crește datorită tranzițiilor cu I , adică cu cantitatea:

$$\partial I_1 = \frac{\partial \rho}{V} = B_{12} \frac{h\nu_{12}}{V} \left(N_2 - N_1 \frac{g_2}{g_1} \right) I \partial z,$$

unde g_1 și g_2 sunt funcții de formă a nivelelor energetice respective. Relația de mai sus reprezintă diferența dintre intensitatea obținută prin emisie stimulată și cea pierdută prin absorbție în grosimea de substanță z .

Datorită pierderilor ca: împrăștiere pe impurități, defecte sau difracția, intensitatea se micșorează cu:

$$I_2 = \beta I \partial z,$$

unde β este o constantă care caracterizează pierderile pe unitatea de lungime în mediul activ.

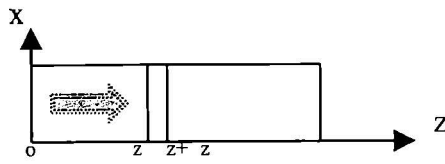


Fig. 2

Astfel, creșterea I a intensității undei în stratul z va fi:

$$\partial I = \partial I_1 - \partial I_2 = \left[B_{12} \frac{h\nu_{12}}{V} \left(N_2 - N_1 \frac{g_2}{g_1} \right) - \beta \right] I \partial z.$$

La ieșire, intensitatea este:

$$I = I_0 e^{\left[B_{12} \frac{h\nu_{12}}{V} \left(N_2 - N_1 \frac{g_2}{g_1} \right) - \beta \right] L},$$

unde L este drumul parcurs de lumină în substanța activă.

Mărimea:

$$\alpha = B_{12} \frac{h\nu_{12}}{V} \left(N_2 - N_1 \frac{g_2}{g_1} \right)$$

caracterizează amplificarea în mediul activ în unitatea de lungime, condiționată de totalitatea tranzițiilor induse.

Dacă este asigurată condiția:

$$\alpha > \beta,$$

atunci pe măsură ce se propagă în mediu, unda se amplifică, aceasta cere ca:

$$N_2 > N_1 \frac{g_2}{g_1}.$$

Mărimea coeficientului de amplificare, după parcurgerea de către undă a distanței L în mediul activ este:

$$e^{(\alpha - \beta)L}.$$

La amplificatori cuantici se poate obține o amplificare mare numai prin reducerea pierderilor. La creșterea semnalului de intrare I_0 , amplificarea rămâne neschimbată, deoarece ea se produce pe seama inversiei de populație, deci pe seama energiei atomilor excitați.

Procesul de amplificare este însoțit de scăderea inversiei de populație, deci cu creșterea lui I , factorul de amplificare trebuie să scadă. Scăderea lui α cu creșterea lui I limitează valoarea maximă a acestuia.

Dacă mediul activ se află într-o cavitate rezonantă, amplificarea poate crește foarte mult. În figura 3 redăm graficul variației intensității I emergente dintr-un asemenea sistem, în funcție de inversarea de populație $N_2 - N_1$. La un moment dat amplificarea crește foarte mult $I > I_0$, sistemul devine generator. El funcționează autonom fără semnal de intrare. În domeniul optic acest sistem se numește LASER.

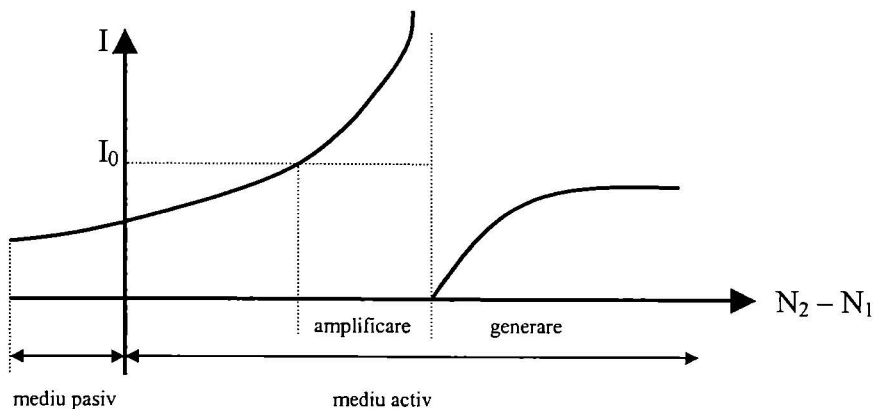


Figura 3.

Cinetica tranzițiilor. Metode de inversare a populațiilor.

Concluzia esențială reieșită din aceste studii este că, trebuie obținută o inversare de populație cât mai puternică pentru a avea o amplificare și mai ales o generare autonomă de lumină. În acest sens este util studiarea mecanismelor dintr-un sistem atomic care contribuie, respectiv, permit obținerea unei inversii de populație.

Un ansamblu de atomi sau molecule sau, un ansamblu oarecare (mixt) numit *sistem*, îl vom împărții în două subsisteme: - subsistem dinamic D și, - subsistem rețea R sau numit și rezervor termic (fig.4).

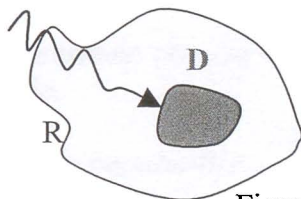


Figura 4.

De exemplu, să considerăm ca sistem, molecula de apă H_2O formată din nuclee de H și O și electronii în număr de 18 electroni. Spinul nucleului de H , al protonului este $I=1/2$. Într-un câmp magnetic constant, are loc despicarea spinilor nuclear al hidrogenului pe două nivele (nivele Zeeman), între care pot avea (au loc tranziții) absorbție.

Sistemul de spin nuclear cu $I=1/2$ este subsistemul dinamic, restul tuturor particulelor formează rezervorul termic R . Se consideră că rezervorul termic are o capacitate calorică infinită. La echilibru termic, cele două subsisteme au aceeași temperatură.

Dacă subsistemului de spin I i se transmite energie din afară, de exemplu prin absorbție unui câmp electromagnetic $h\nu=E_2-E_1$, unde E_1, E_2 sunt nivelele Zeeman, temperatura acestuia va crește $T_D > T_R$.

În prezența contactului termic între cele două subsisteme energia din D trece în R . Această cedare de energie se face prin diferite mecanisme, numite de *relaxare*.

Tranzițiile corespunzătoare din D sunt deci neradiative. Tranzițiile între două nivele cu populațiile N_n și $N_{n'}$, datorită relaxării au loc cu probabilitățile $P_{n' n}$ de sus în jos.

Evoluția sistemului dinamic are loc conform ecuației:

$$\frac{\partial N_n}{\partial t} = \sum (P_{n'n} N_{n'} - P_{n'n} N_n),$$

ecuație cinetică ce descrie variația populației nivelului inferior.

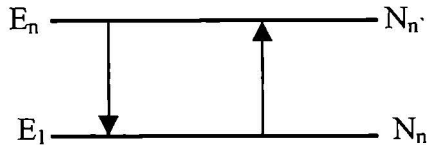


Figura 5.

În starea staționară $N_n / t=0$, rezultă deci:

$$\frac{\partial N_n}{\partial t} = \sum (P_{n'n} N_{n'} - P_{n'n} N_n),$$

$$(P_{n'n} N_{n'} - P_{n'n} N_n) = 0.$$

În cazul a două nivele de exemplu obținem:

$$P_{21} N_2 - P_{12} N_1 = 0,$$

adică

$$\frac{P_{21}}{P_{12}} = \frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}} > 1,$$

deci $P_{21} > P_{12}$.

De aici reiese o concluzie foarte importantă: la tranziții, datorită fenomenului de relaxare, probabilitatea de tranziție de sus în jos este mai mare ca cea de jos în sus.

Se știe din mecanica cuantică că în cazul tranzițiilor radiative între două nivele energetice (1) și (2) de exemplu, probabilitățile corespunzătoare $W_{12}=W_{21}$. În Fig.6 sunt date două cazuri de tranziții datorate relaxării permise fiind numai de tipul a).

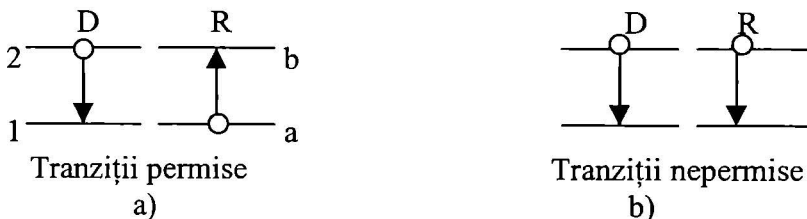


Figura 6.

În cazul relaxării, viteza de tranziție depinde nu numai de probabilitatea de tranziție din subsistemul D ci și de probabilitatea ca rezervorul termic să se afle în starea la care este posibilă tranziția (a) (b).

Numărul de tranziții într-o secundă (arătată în fig.6) este:

$$N_2 N_a P_{2a \rightarrow 1b}$$

În cazul staționar,

$$N_1 N_b P_{1b \rightarrow 2a} = N_2 N_a P_{2a \rightarrow 1b}$$

Teoria cuantică arată că:

$$P_{1b \rightarrow 2a} = P_{2a \rightarrow 1b},$$

de unde

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{N_a}{N_b}.$$

Astfel se explică de ce $P_{12} = P_{21}$ spre deosebire de $W_{12} \neq W_{21}$.

Toate aceste observații sunt importante în studiul tranzițiilor în sisteme concrete, pentru depistarea acelor nivele energetice între care se pot obține inversie de populație.

În acest sens mai este util de reținut un lucru foarte important: teorema echilibrului detaliat. *La echilibru termic, compensarea schimbului de particule dintre diferite stări, se realizează pentru fiecare pereche de stări considerată izolat:*

$$\frac{P_{n'n}}{P_{nn'}} = \frac{N_n^e}{N_{n'}^e} = e^{\frac{E_{n'} - E_n}{KT}}.$$

Dacă la relaxare contribuie procese diferite, se admite că ele contribuie aditiv la probabilitatea de tranziție.

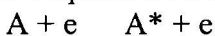
Metode de inversare a populațiilor.

În funcție de starea de agregare a substanței de lucru, la un sistem atomic sau molecular există metode adecvate de obținerea unei inversii de populații eficiente. Principalele metode în acest scop sunt:

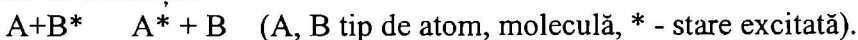
1. Metoda sortării, folosită în sisteme moleculare în domeniul microundelor (la MASER);

2. Pompajul optic. La iradierea substanței cu radiația luminoasă, în urma absorbției de aceasta, există posibilitatea în anumite condiții, inversare de populație. Metoda se aplică la laseri cu substanța activă solid.

3. Ciocniri electronice și transfer de excitație (ciocniri de speța a doua). Într-o plasmă (descărcare electrică în gaze) au loc multiple tipuri de excitări ale atomilor. Cele mai importante sunt cele electronice:



și transfer de excitație:



Pe baza acestor procese funcționează laserii cu gaze.

4. Pompaj electric. La trecerea unui curent direct printr-o joncțiune p-n se obține o inversie de populație (laserii cu semiconductori).

5. Pompajul chimic. În urma unei reacții chimice, una din componentele rezultante pot rămâne în starea excitată și astfel se poate crea o inversie de populație (laserii chimici)

Pompajul optic

Evoluția sistemului are loc plecând de la o stare oarecare sub efectele simultane ale relaxării și pompajului optic.

Notăm:

$P_{nn'}$ - probabilitatea de tranziție datorată relaxării

și

$W_{nn'}$ - probabilitatea de tranziție datorată pompajului.

Probabilitatea

$$W_{nn'} = B_{nn'} \rho(\nu, T),$$

unde densitatea de energie este $\rho(\nu, T) \sim I$, intensitatea radiației.

Numărul de atomi care trec în intervalul t din starea $|n\rangle$ în $|n'\rangle$ este:

$$(P_{nn'}N_n + W_{nn'}N_n) t = (P_{nn'} + W_{nn'}) N_n t,$$

iar în sens invers:

$$(P_{n'n} + W_{n'n}) N_{n'} t.$$

Însă, $W_{nn'} = W_{n'n}$, ecuația de evoluție va fi:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \sum_n [(P_{n'n}N_{n'} + P_{nn'}N_n) + W_{nn'}(N_{n'} - N_n)]$$

Menționăm că din numărul total de nivele energetice la un sistem atomic dat, pentru ecuația de evoluție se vor reține numai acelea care contribuie la inversare de populație, respectiv la apariția fenomenului laser.

Astfel, se poate arăta ușor că la un sistem cu două nivele nu se poate obține o inversare de populație prin pompaj optic. Cauza se află în saturarea absorbției.

Pompajul optic la un sistem cu trei nivele energetice.

Metoda a fost imaginată de Basov și Prohorov (1956). Fie cele 3 nivele: 1, 2, 3 cu intervale neegale, $\omega_{pompaj} = \omega_{31}$.

Ecuațiile cinetice vor fi la starea staționară:

pentru nivelul 2:

$$(P_{32}N_3 - P_{23}N_2) + (P_{12}N_1 - P_{12}N_2) = 0$$

pentru nivelul 3:

$$(P_{13}N_1 - P_{31}N_3) + (P_{23}N_2 - P_{32}N_3) + W(N_1 - N_3) = 0$$

a treia ecuație:

$$N_1 + N_2 + N_3 = N.$$

S-a notat $W = W_{13} = W_{31}$ și N_1, N_2, N_3 populațiile în starea staționară a sistemului ($N/t = 0$).

Pe baza celor arătate mai sus că $P_{nn} < P_{n'n}$, putem neglija toate tranzițiile de jos în sus datorate relaxării.

Notăm $\tau_{n'n} = 1/P_{n'n}$, din toate tranzițiile rămân numai cele din fig. 7. și astfel, ecuațiile cinetice devin:

$$\frac{N_3}{\tau_3} - \frac{N_2}{\tau_2} = 0$$

$$-\frac{N_1}{\tau_{31}} - \frac{N_3}{\tau_3} + W(N_1 - N_3) = 0$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = 0.$$

Se admite o relaxare puternică între stările $|3\rangle$ și $|2\rangle$,

deci

$$\tau_3 \ll \tau_3^{-1}$$

adică

$$P_{32} \gg P_{31},$$

termenul N_1/τ_{31} se va neglija ($\tau_3^{-1} = \tau_{31}$), sistemul devine:

$$\frac{N_3}{\tau_3} - \frac{N_2}{\tau_2} = 0$$

$$-\frac{N_3}{\tau_3} + W(N_1 - N_3) = 0$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = 0.$$

cu soluțiile:

$$N_1 = \frac{N(1 + \tau_3 W)}{1 + (2\tau_3 + \tau_2)W},$$

$$N_2 = \frac{N\tau_2 W}{1 + (2\tau_3 + \tau_2)W},$$

$$N_3 = \frac{N\tau_3 W}{1 + (2\tau_3 + \tau_2)W}.$$

De aici putem forma:

$$\frac{N_2 - N_1}{N} = \frac{W\tau_2 - 1 - \tau_3 W}{1 + (2\tau_3 + \tau_2)W} > 0,$$

cu condiția $\tau_2 \gg \tau_3$, obținem $W \tau_2 = 1$ ceea ce reprezintă condiția de inversare a populațiilor între nivelele (1) și (2).

Aceasta înseamnă că nivelul (2) trebuie să fie un nivel metastabil. Condiția se îndeplinește cu o energie de pompaj cu atât mai mică cu cât viața medie τ_2 pe nivelul (2) este mare.

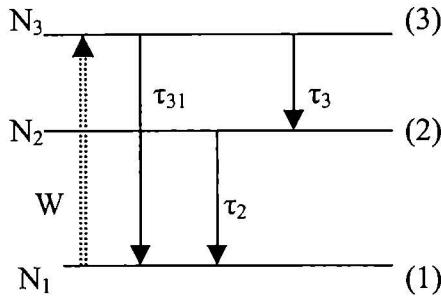


Figura 7.

Cu altă formulare, intensitatea de pompaj trebuie să fie cu atât mai puternică cu cât relaxarea (2) → (1) este mai puternică.

Tranziția (2) → (1) constă din emisia spontană și cea stimulată:

$$\frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{\tau_{2sp}} + \frac{1}{\tau_{2st}}$$

Raportul dintre numărul de fotoni emiși spontan și numărul de fotoni absorbiți prin pompaj optic se numește randamentul cuantic:

$$\eta = \frac{N_2 P_{e.sp}}{W(N_1 - N_3)} = \frac{N_2}{\tau_{sp} W(N_1 - N_3)}$$

În cazul nostru, definiția generală de mai sus devine:

$$\eta = \frac{\tau_2}{\tau_{sp}}$$

Pompaj optic la un sistem cu patru nivele.

Toate tranzițiile de jos în sus datorate relaxării se vor neglija, exceptând tranzițiile datorate relaxării între nivelele (1) și (2). Tranziția (3) → (2) are o influență atât de slabă asupra stării (2) încât nu influențează starea de echilibru între (1) și (2). Ca și la un sistem cu trei nivele, pompajul optic se realizează între nivelul (1) și cel superior (4).

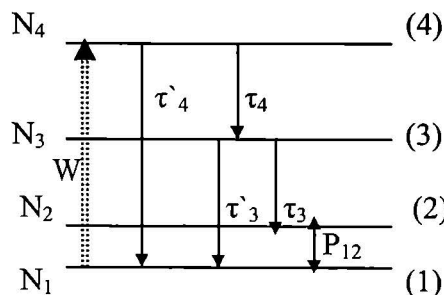


Figura 8.

Ecuțiile cinetice pentru starea staționară vor fi:
 pentru nivelul (4):

$$W(N_1 - N_4) - \left(\frac{1}{\tau_4} + \frac{1}{\tau_4} \right) N_4 = 0,$$

pentru nivelul (3):

$$\frac{1}{\tau_4} N_4 - \left(\frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_3} \right) N_3 = 0,$$

pentru nivelul (2):

$$\begin{aligned} -P_{21}N_2 + P_{12}N_1 &= 0 \\ N_1 + N_2 + N_3 + N_4 &= 0. \end{aligned}$$

și

Notând

$$\alpha = e^{-\frac{h\omega_{21}}{KT}}, \quad \frac{1}{\tau_3} = \frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_3}, \quad \frac{1}{\tau_4} = W + \frac{1}{\tau_4} + \frac{1}{\tau_4}$$

și rezolvând sistemul de ecuații în funcție de N_4 , se obține:

$$N_1 = \frac{N_4}{W\tau_4}; \quad N_2 = \frac{\alpha N_4}{W\tau_4}; \quad N_3 = N_4 \frac{\tau_3}{\tau_4}.$$

Înlocuind N_1, N_2, N_3 în $N_1 = N$, obținem:

$$N_4 = \frac{N}{\frac{\alpha + 1}{W\tau_4} + \frac{\tau_3}{\tau_4} + 1}.$$

Din diferența:

$$N_3 - N_2 = \left(\frac{\tau_3}{\tau_4} - \frac{\alpha}{W\tau_4} \right) N_4$$

apare o inversie de populație dacă

$$W > \frac{\alpha}{\tau_3} \frac{\tau_4}{\tau_4}.$$

Dacă $\tau_4 > \tau_3$, atunci inversia de populație apare la $W > \alpha \tau_3^{-1}$.

Factorul $\alpha < 1$ și comparând condiția obținută cu cea de la un sistem cu trei nivele $W > \tau_2^{-1}$, rezultă că inversia de populație se obține mai ușor la sistemul cu patru nivele, la aceeași viață medie a nivelului metastabil $\tau_2 = \tau_3$.

1. Laseri cu mediul activ solid.

1.a. Laserul cu rubin ($\text{Al}_2\text{O}_3\text{Cr}^{+3}$).

Substanța de lucru este cromul triplu ionizat Cr^{+3} . Inversarea de populație se obține prin pompaj optic – sistem cu trei nivele. În figura 1. este reprezentată schema energetică a cromului Cr^{+3} și tranzițiile ce contribuie la inversarea de populație, respectiv la obținerea fenomenului laser.

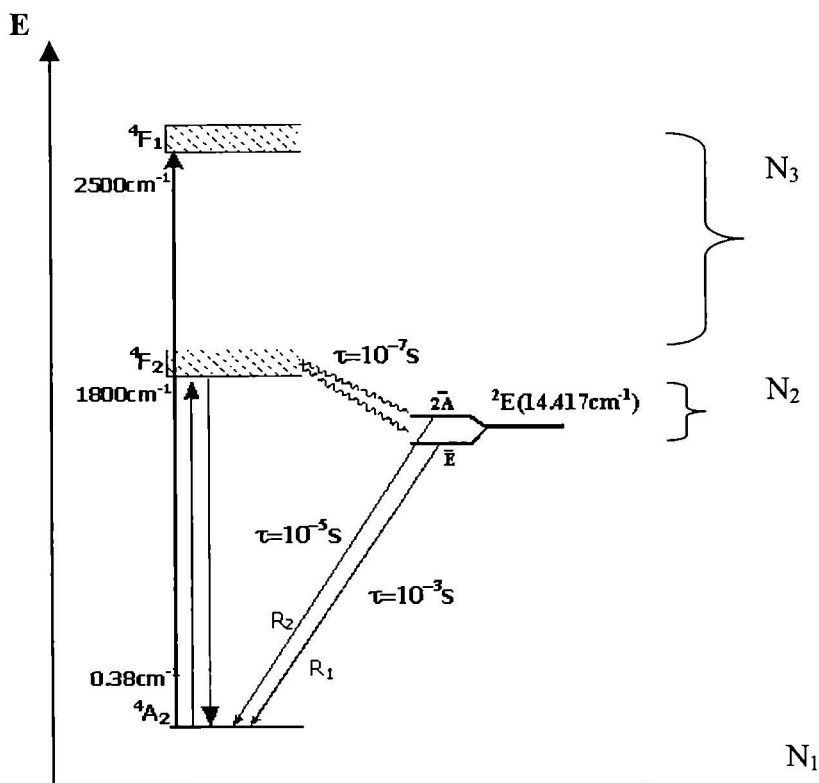


Figura 1.

Bara de rubin este iluminată cu lumina albă de la o lampă ce emite un spectru continuu bogat în radiația verde-albastră. Absorbția luminii (pompajul) se face între nivelul 4A_2 inferior și două benzi superioare notate spectral 4F_1 , 4F_2 , unde Cr^{+3} are o viață medie foarte scurtă și revine aproape instantaneu pe nivelul inferior 2E , format din două subnivele $^2\bar{A}$ și \bar{E} , nivele metastabile. Viața medie pe aceste nivele este $3 \cdot 10^{-3}$ secunde la 300°K . Inversarea de populație se obține între nivelele 2E și 4A_2 . Între subnivelele $^2\bar{A}$ și \bar{E} există o relaxare destul de puternică din care cauză, nivelul \bar{E} este mai puternic populat, ca rezultat emisia laser a liniei r_1 este mult mai probabilă față de emisia R_2 . Forma liniei emise R este lorentziană cu o lărgime $\nu = 11\text{cm}^{-1} = 330\text{GHz}$ (la 300°K). Lărgimea liniei de emisie depinde puternic de temperatură. Pentru analiza funcționării acestui tip de laser plecăm de la constatarea că pragul de generare este înalt. Pentru a ajunge la o asemenea inversare de populație cristalul trebuie să absoarbă o energie care ar încălzi-o la o temperatură de 300°K , temperatură care duce la distrugerea lui. Aceasta înseamnă că laserul de rubin poate funcționa numai în

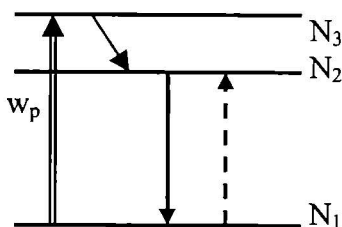
regim de pulsuri. Între două pulsuri cristalul se răcește și viața lui este prelungită foarte mult.

Analiza proceselor de tranziție este complicată. În scopul simplificării problemei vom presupune:

- sistemul este cu trei nivele,
- se excită un singur mod,
- începutul impulsului este la $t = 0$,
- populația nivelului trei este $N_3 = 0$ datorită unei relaxări puternice, care duce sistemul în starea (2),
- radiația laser apare la tranziția (2) → (1).

Presupunem deasemenea că distribuția populațiilor și energia de pompaj sunt omogene în volumul V .

Rezolvarea problemei propuse rezidă în aflarea populațiilor N_1, N_2, N_3 în unitatea de volum și populația fotonilor din sistem Φ , - numărul de fotoni în mod. Conform presupunerii, $N_3 = 0$ și $N_1 + N_2 = N$. Energia modului este $E_m = V \Phi \hbar \omega_0$. Este suficient să căutăm populațiile $N_2(t)$ și $\Phi(t)$. Viteza lor de variație este desigur cu mult mai mică decât perioada de oscilație a luminii.



Ecuțiile de evoluție sunt:

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = w_p N_1 + w(N_1 - N_2) - \frac{N_2}{\tau_2} \quad (1)$$

și

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = B(N_2 - N_1)\Phi + \frac{B}{V} N_2 - \frac{\Phi}{\tau_2} \quad (2)$$

unde: w_p – probabilitatea tranziției datorită pompajului,

w – probabilitatea de tranziție datorită câmpului de radiație,

$1/\tau_2$ – reprezintă probabilitatea pierderilor din rezonator – amorsarea.

Probabilitatea $w = B \Phi$, B fiind coeficientul Einstein când probabilitatea datorită radiației este exprimată ca o proporționalitate cu densitate de energie și cu numărul de fotoni, $B \sim \hbar \omega_0 g(\omega)$, unde $g(\omega)$ este funcția de formă. Ecuația (1) arată că populația nivelului (2) se îmbogățește datorită pompajului (primul termen) și se sărăcește datorită emisiei stimulate (termenul 2) și emisiei spontane (termenul 3). Ecuația a doua arată creșterea numărului de fotoni în mod datorită emisiei stimulate și emisiei spontane (termenul 2) și se sărăcește din cauza amorsării (pierderi în rezonator).

Prezența emisiei spontane în ecuația (2) deși este mică, ea este importantă deoarece fotonii emisiei spontane declanșează primul impuls pentru emisie stimulată.

Dacă notăm cu ${}^{\varepsilon}N_2 =$ valoarea lui N_2 la pragul de generare, care poate fi obținută din ecuația de echilibru: $B({}^{\varepsilon}N_2 - {}^{\varepsilon}N_1) = B(2{}^{\varepsilon}N_2 - N) = \tau_{ar}^{-1}$ (câștigul = pierderi), sistemul de ecuații (1), (2) devine:

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = w_p(N - N_2) - \frac{N_2}{\tau_2} - B(2N_2 - N)\Phi \quad (1')$$

și

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 2B(N_2 - {}^{\varepsilon}N_2)\Phi + \frac{B}{V}N_2. \quad (2')$$

Acest sistem de ecuații este neliniar deoarece conține termenul de forma: $N_2(t)\Phi(t)$. Rezolvarea se poate face la calculator. Pe noi ne interesează soluția ecuațiilor în forma scrisă mai sus, adică în regimul tranzitor și nu în cel staționar ($N_2=0, \Phi=0$).

Soluțiile pentru $N_2(t)$ respectiv $\Phi(t)$ sunt date în figura 2.

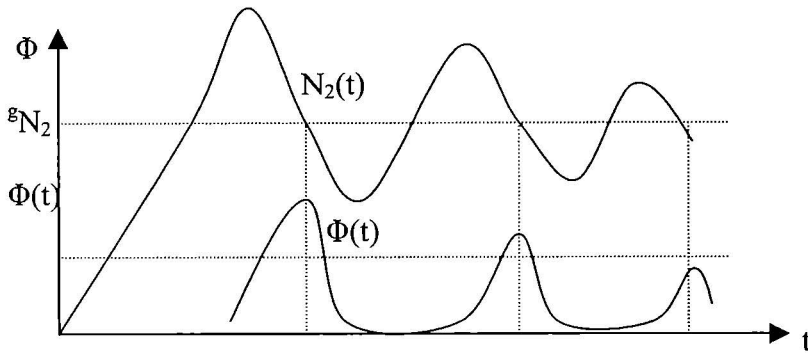


Figura 2.

Se pot observa următoarele stadii de evoluție temporale:

a) $N_2 < {}^{\varepsilon}N_2$ și $\Phi=0$. Populația N_2 crește exponențial până ce atinge valoarea de prag de generare ${}^{\varepsilon}N_2$.

b). $N_2 > {}^{\varepsilon}N_2$, datorită emisiei spontane apare excitarea, generarea de fotoni. Populația Φ a modului devine diferită de zero și crește foarte rapid, din care cauză din ce în ce mai multe particule părăsesc nivelul (2), astfel populația N_2 trece în stadiul c – $N_2 < {}^{\varepsilon}N_2$, numărul de fotoni se micșorează până la zero. La început N_2 scade, după care începe să crească din nou și astfel procesul se repetă.

Evoluția diferențelor de populații sunt exprimate aproximativ prin:

$$\delta\Phi = C_1 e^{-t/t_0} \sin(\omega t + \varphi),$$

$$\delta N = C_2 e^{-t/t_0} \cos(\omega t + \varphi).$$

Din această succintă analiză a proceselor de tranziție, deci a funcționării laserului în regim relaxat, se ajunge la concluzia că; dacă se reușește printr-o metodă oarecare oprirea apariției fotonilor prin emisie stimulată, nivelul inversării populației $N_2(t)$ poate fi mărită mult, și dacă în momentul când această inversare ajunge la valoarea sa maximă posibilă, printr-o comandă exterioară se crează condiție de emisie, se pot obține impulsuri foarte puternice de emisie stimulată – *impulsuri gigant*.

Schema de principiu de construcție a laserului cu rubin este prezentată în figura 3. Iluminarea barei se face cu o lampă cu descărcare în gaze (de regulă xenon), lampă flash. Bateria de condensatoare încărcată de la o sursă de alimentare de curent continuu este cuplată la comandă de comutatorul k la tubul de descărcare care emite un puls puternic de lumină. Pentru eficientizarea solarizării barei (iluminării) lampa se așează în una din focarele cavității cu secțiune eliptică, reflectătoare iar în celălalt focar se pune bara de rubin ca în figura 4.

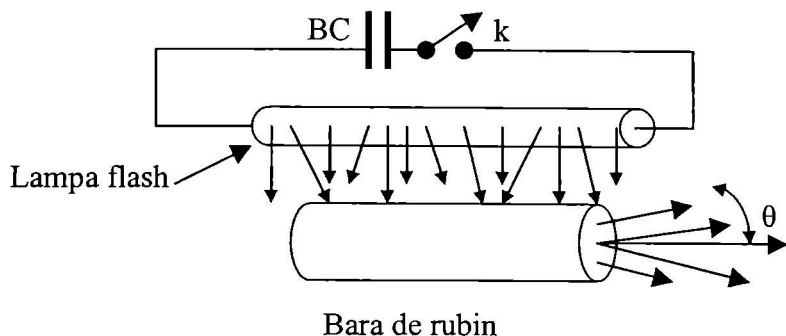


Figura 3.

Orice rază de lumină pornită din F_1 trece neapărat după reflexie prin focarul F_2 (proprietatea suprafeței eliptice), astfel eficiența iluminării crește foarte mult.

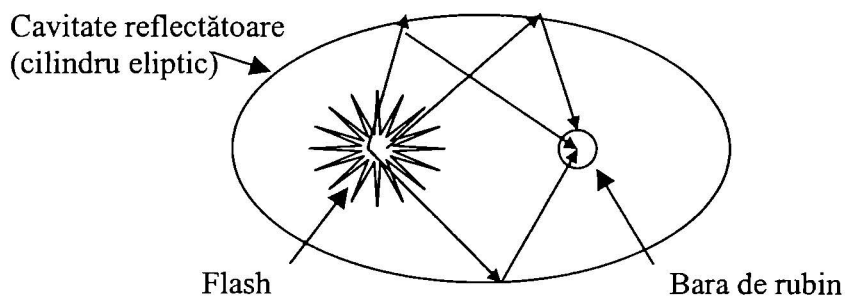


Figura 4.

De regulă oglinzile plane ale cavității rezonante se depun direct pe capetele barei. Tipul de cavități rezonantă folosită depinde de destinația laserului respectiv.

1.b. Laserul cu neodim.

Din studiul tranzițiilor, am constatat că inversarea de populație se obține mult mai ușor la sisteme cu patru nivele. Medii active laser ca sistem de 4 nivele, sunt anumite materiale gazdă (sticlă, cristale) în care se înglobează elemente din pământuri rare. Aceste elemente au tranziții în domeniul frecvențelor optice între păturile interioare de electroni neocupate complet. Ecranarea acestora de către păturile exterioare micșorează interacțiunea electronilor de tranziție a stărilor interne cu cristalul înconjurător sau sticla. Ca rezultat se obține o linie de emisie foarte îngustă. Această proprietate posedă și elementele actinide.

La introducerea acestor elemente în materialul gazdă, linia de emisie suferă o lărgire datorită vibrației termice a rețelei. Elementul respectiv din categoria

pământurilor rare este neodimul trivalent (Nd^{+3}). Schema nivelelor energetice este dată în figura 5.

Benzile de absorbtie, de $0,81 \mu m$ și $0,75 \mu m$ lungime de undă, excitate prin pompaj ajung cu o foarte mare eficiență de 99% pe nivelul superior laser ${}^4F_{3/2}$. Timpul de viață pe această stare este de $230 \mu s$. Din totalitatea tranzițiilor de pe nivelul ${}^4F_{3/2}$ pe nivelele I, 60% se fac pe nivelul ${}^4I_{11/2}$. Tranzițiile de pe nivelele I pe nivelul fundamental sunt rapide. Laserul cu Nd este deci un sistem cu patru nivele.

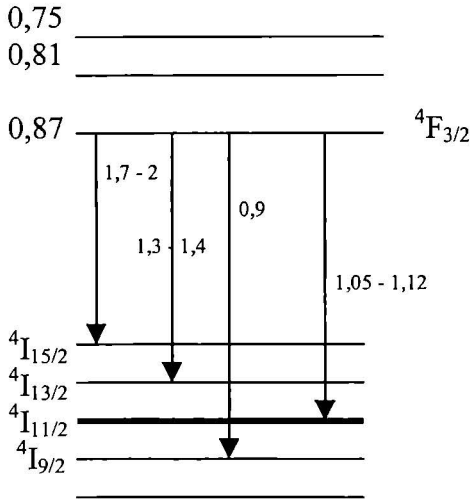


Figura 5.

Eficiența laserului cu Nd^{+3} depinde de materialul gazdă. În cazul sticlei optice lărgimea liniei de emisie este mai mare și neomogenă datorită neregularităților sticlei. În cazul cristalului de YAG (granatul de ytriu și aluminiu, $Y_3Al_5O_{12}$) linia de emisie este îngustă și eficiența laser mare. Dimensiunea unei bare de YAG dopat cu Nd^{+3} este de ordinul $4 \div 10$ cm lungime și $2 \div 6$ mm diametru. În cazul sticlei, dimensiunea barei nu este limitată. Se pot obține bare de sticlă optică de bună calitate de dimensiuni mari.

Laserul cu Nd^{+3} poate funcționa atât în regim de impulsuri cât și continuu. Funcționarea în regim continuu este limitată de regimul de funcționare a lămpii de pompaj (flash). În cazul YAG – Nd^{+3} la funcționare multimod se ajunge la $10 \div 100$ W putere cu un randament de $1 \div 2\%$, iar la funcționare monomod de ordinul $4 \div 6$ W în regim continuu.

O construcție foarte eficientă cu funcționare în regim continuu se bazează pe un sistem de pompaj cu o diodă luminiscentă GaAsP sau AlGaAs, la $\lambda=0,81 \mu m$ (Fig.6).

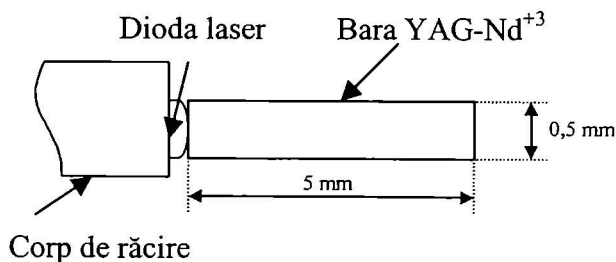


Figura 6.

Avantajul sticlei constă în calitățile sale optice înalte. Din acest material se pot face conductori optici. Astfel, o fibră de cuarț activat cu Nd de 20÷50 μm diametru și 1÷2 cm lungime are prag de emisie la $\lambda=1,06 \mu\text{m}$ la o absorbție a puterii de pompaj numai de 1÷2 mW.

Emisia laser, crește cu creșterea concentrației de Nd (mai mult de 1% în locul Y), datorită interacțiunii a perechii de Nd are loc o lărgire a liniei spectrale de emisie. Ultrafosforul P_5O_{14} – dopat cu Nd are o altă comportare. În acest material ionii de Nd^{+3} sunt legați chimic și complexe mari de fosfat îi izolează bine unul de altul. Astfel linia de emisie cu aceeași lărgime ca și la YAG-Nd are loc la o concentrație de Nd de $4 \cdot 10^{21} \text{cm}^{-3}$, adică de 60 ori mai mare față de concentrația acestuia. Din acest motiv se poate aștepta la o mărire a puterii de 60 ori și scăderea pragului de generare.

Superfosfatul dopat și cu puțin Ytriu sau Scandiu, îmbogățește calitatea optică a cristalului de P_5O_{14} -Nd, totodată mărește timpul de viață pe nivelul superior laser. Pentafosfatul de Nd are o bandă puternică de absorbție la $\lambda=0,8 \mu\text{m}$, ceea ce permite un pompaj cu un randament înalt, folosind în acest scop o diodă laser. Coeficientul de amplificare pentru radiația laser cu $\lambda=1,06 \mu\text{m}$ ajunge la 10 dB/cm. Pragul de pompaj ajunge sub 1 mW. La acești parametrii laserul cu pentafosfatul cu Nd întrece orice alt laser cu mediul activ solid, lichid sau gaz.

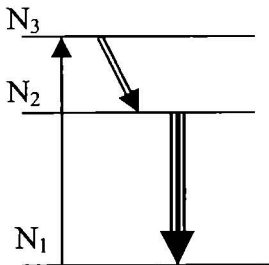
Funcționarea laserilor cu solid în regim relaxat și forțat.

1. Analiza proceselor de tranziție.

Pentru simplitate vom presupune un sistem cu trei nivele (rubin) în care:

- se excită un singur mod,
- impulsul de pompaj începe în momentul $t = 0$,
- populația nivelului (3) este aproximativ zero, datorită unei relaxații puternice care duce sistemul în starea (2),
- radiația laser apare la tranziția (2) (1).

Presupunem deasemenea că distribuția populațiilor și energia de pompaj sunt omogene în volumul V. Analiza proceselor necesită cunoașterea evoluției populației nivelului superior laser N_2 , respectiv a populației numărului de fotoni Φ conținut în modul respectiv.



Cu aceste presupuneri, $N_3 = 0$, $N_1 + N_2 = N$, energia modului $E_m = V \Phi h\nu$. Viteza de variație a populațiilor $N_2(t)$ și $\Phi(t)$ este desigur cu mult mai mică decât perioada oscilației radiației optice.

Ecuatiile de evoluție sunt:

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = w_p N_1 + w(N_1 - N_2) - \frac{N_2}{\tau_2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = B'(N_2 - N_1)\Phi + \frac{B'}{V}N_2 - \frac{\Phi}{\tau_r} \quad (2)$$

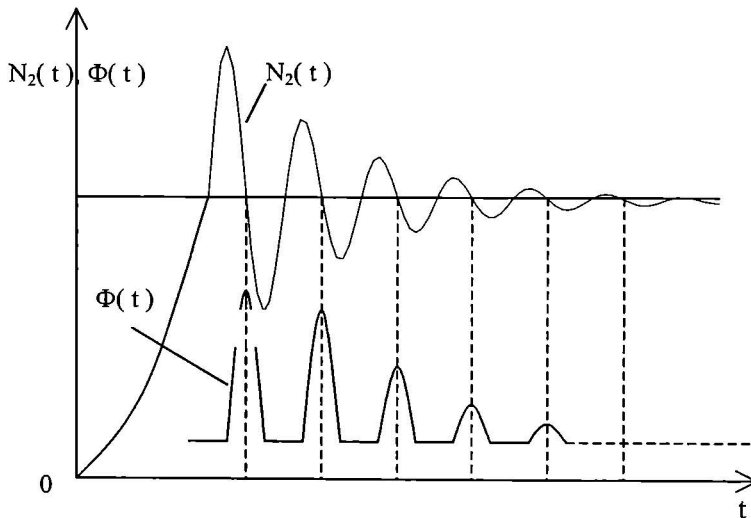
În aceste ecuații: w_p – probabilitatea tranziției datorită pompajului, w – probabilitatea de tranziție datorită câmpului de radiație, unde $w = B'\Phi$, $B' \sim g(\omega)$, $g(\omega)$ este funcția de formă a liniei de emisie, τ_r – exprimă amortizarea în rezonator, datorită pierderilor. Ultimul termen din (1) reprezintă emisia spontană – important (deși este mic) deoarece dă impulsul inițial pentru declanșarea emisie stimulată deci pentru excitarea laserului.

Notând cu sN_2 – valoarea populației nivelului (2) la prag de generare adică când câștigul este egal cu pierderile (echilibru), $B'({}^sN_2 - {}^sN_1) = B'(2 {}^sN_2 - N) = \tau_r^{-1}$, ecuațiile (1) și (2) devin:

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = w_p(N - N_2) - \frac{N_2}{\tau_2} - B'(2N_2 - N)\Phi \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 2B'(N_2 - {}^sN_2)\Phi + \frac{B'}{V}N_2.$$

Sistemul de ecuații (3) este neliniar, conține produsul $N_2(t)\Phi(t)$. Rezolvarea lui este dificilă (se poate face la calculator). Evoluția în timp a populațiilor este dată în figura de mai jos.



Din graficul alăturat, observăm următoarele stadii:

- $N_2 < {}^sN_2$, $\Phi=0$, populația N_2 crește exponențial până va atinge valoarea de prag de generare sN_2 .
- $N_2 > {}^sN_2$, datorită emisie spontane în laser apare excitarea, generarea de fotoni și populația modului Φ va crește de la valoarea zero, foarte mult și rapid. Din acest motiv din ce în ce mai multe particule părăsesc nivelul (2), care duce la starea c).
- $N_2 < {}^sN_2$, numărul de fotoni se micșorează și scade până la zero.

Populația N_2 mai scade, după care începe să crească din nou și astfel procesul se repetă ca în figură.

Regimul descris este cel relaxat. De aici tragem concluzia că, impulsul laser generat va fi cu atât mai puternic cu cât valoarea maximă a populației N_{2max} va fi mai mare (diferența de populație $N_2 - N_1$ mai mare).

Creșterea populației N_{2max} se poate face, oprind generarea de fotoni, adică ridicarea pompajului de generare. Întrucât acesta depinde de pierderile din rezonator înseamnă că acest efect îl putem realiza prin mișorarea (stricarea) factorului de calitate al cavității rezonante.

Comanda declanșării generării impulsului laser se poate face în două moduri:

- a) – modularea factorului de calitate a cavității rezonante și
- b) – sincronizarea de moduri. Prin aceste metode se obțin impulsuri gigant.

Astfel de exemplu: la laserul cu rubin în regim relaxat, durata impulsului $t_{imp}=300 \mu s$, energia pe puls $E = 3J$, puterea $P = 10 KW$ (puterea medie pe puls). În regim comandat, $t_{imp}=30 ns$, $E = 0,3J$, $P = 10 MW$. Cu toate că în regim comandat se pierde din energia pulsului (în cazul de față se micșorează de zece ori), puterea pe puls crește de 1000 de ori. Pierderea de energie se datorează mai multor factori:

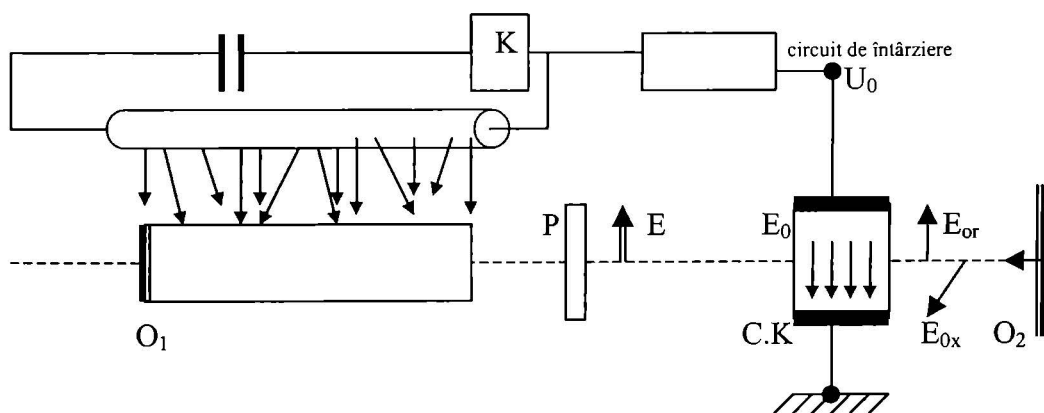
- 1 – N_2 crescând foarte mult, N_1 se depopulează foarte mult și astfel absorbția de la pompaj scade,
- 2 - existența în cavitate a unui dispozitiv de comandă micșorează factorul de calitate acesteia.

Metode de obținere a impulsurilor gigant.

1. – Modularea factorului de calitate (Q-switch) se poate realiza prin două moduri cu elemente active sau pasive.

Metoda activă se poate face cu oglinzi sau prisme rotitoare, celule electro-optice, Pockels sau Kerr etc. Metoda pasivă constă în introducerea în cavitatea rezonantă a unei substanțe (colorant) cu proprietate de *absorbție saturată*.

În figura de mai jos este redată schema de principiu a unui laser cu rubin cu modularea factorului de calitate a cavității folosind celula Pockels.



Radiația laser emisă are o polarizare parțială. Polarizorul P are rolul de a îmbunătăți gradul de polarizare al radiației. Celulei Pockels îi este aplicată o tensiune continuă U_0 . Câmpul electric E_0 în care se află cristalul KDP aflat între plăcile condensatorului are o astfel de valoare care crează o diferență de fază între raza ordinară și cea extraordinară de $\pi/2$. După reflexia de pe O_2 , trecând din nou prin

celula Pockels diferența de fază între cele două unde devine egală cu π și ca rezultat se obține o undă polarizată liniar cu direcția de vibrație perpendiculară pe planul de polarizare (transmisie) al polarizorului P. Astfel această undă nu va putea trece prin P, adică să ajungă înapoi în bara de rubin, respectiv la oglinda O_1 . Cu alte cuvinte factorul de calitate al rezonatorului este foarte mic și oscilațiile nu se pot dezvolta cu toate că mediul activ este iradiat în continuu, deci inversarea de populație crește în continuu. Dacă în momentul când inversarea de populație ajunge la valoarea sa maximă se scoate tensiunea U_0 de pe celula Pockels, factorul de calitate revine la valoarea sa reală și are loc tranziția laser, respectiv apariția unui puls foarte puternic de durată scurtă – impuls gigant.

2- Metoda sincronizării de moduri.

La studiul rezonatorilor optici am văzut că, într-un rezonator de lungime L se pot dezvolta numai acele moduri care satisfac condiția, $L = m \cdot \lambda / 2$.

Lungimea de undă a modului m vom nota cu λ_m . Conform relației de mai sus, pentru două moduri consecutive putem scrie: $m \lambda_m = 2L$,

respectiv

$$(m + 1) \lambda_{m+1} = 2L . \tag{1}$$

Având în vedere că, $\lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu}$, frecvențele a două moduri consecutive vor fi:

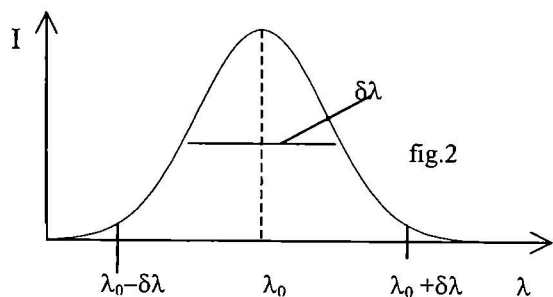
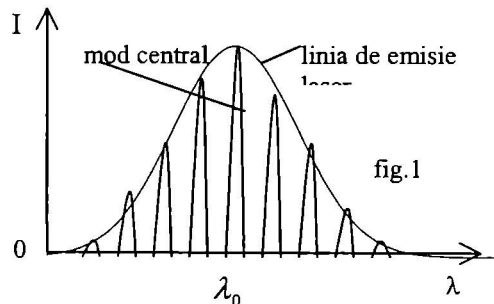
$$\nu_{m+1} = (m + 1) \frac{c}{2L}$$

și $\nu_m = m \frac{c}{2L}$,

de aici diferența dintre două moduri va fi:

$$\Delta \nu = \nu_{m+1} - \nu_m = \frac{c}{2L} . \tag{2}$$

Numărul de moduri este limitat de lărgimea curbei de emisie a substanței active laser (fig1).



Pentru a calcula numărul de moduri ce se pot dezvolta în cazul unei substanțe active laser cu lărgimea linie de emisie $\delta\lambda$, trebuie definit până la ce nivel al intensității modurilor se consideră ca fiind mod emis. În acest sens vom considera că la distanța $2\delta\lambda$, adică moduri cuprinse în intervalul dublul lărgimii liniei de emisie (fig.2). Cu aceste precizări, cu relațiile (1) putem calcula numărul de moduri emis de un laser de lungime L având o substanța de lucru cu lărgimea liniei de emisie $\delta\lambda$.

$$\text{Astfel, obținem: } m_{\max} = \frac{2L}{\lambda_0 - \delta\lambda}, \text{ respectiv } m_{\min} = \frac{2L}{\lambda_0 + \delta\lambda}.$$

Numărul de moduri va fi:

$$N = m_{\max} - m_{\min} = 2L \frac{\delta\lambda}{\lambda_0^2}, \tag{3}$$

unde s-a neglijat $\delta\lambda^2$ față de λ_0^2 .

De aici se trage concluzia că numărul de moduri crește cu lărgimea liniei de emisie și lungimea cavității.

Să considerăm ca origine pentru numerotarea modurilor, modul central cu frecvența unghiulară ω_0 .

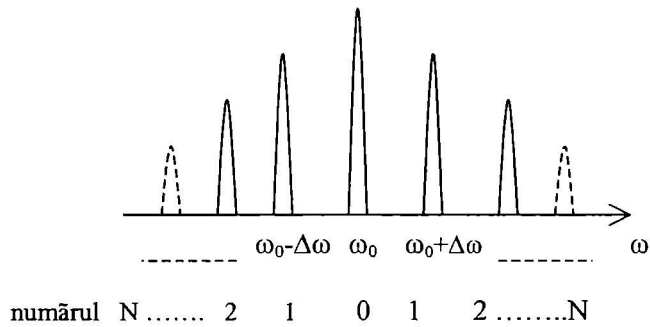


fig.3

Cu astfel de numerotare vom avea $2N+1$ moduri la o cavitate de lungime L și lărgimea liniei de emisie $\delta\omega$, având distanța dintre moduri $\Delta\omega$.

Modul j este dat de expresia:

$$E_j = E_0 \exp\{-i[(\omega_0 + j\Delta\omega)t - \varphi_j]\}.$$

Aceste moduri sunt emise haotic, fazele modurilor sunt complet arbitrare. A sincroniza aceste moduri înseamnă ca diferența de fază între moduri să fie o constantă, $\varphi_{j+1} - \varphi_j = \alpha$. Astfel, câmpul total va avea forma:

$$E(t) = \sum_{j=-N}^{j=+N} E_0 \exp\{-i[(\omega_0 + j\Delta\omega)t - j\alpha]\},$$

unde s-a considerat aceeași amplitudine E_0 pentru orice mod.

După simple operații, relația de mai sus se poate scrie sub forma:

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t} \cdot e^{-iN\cdot\phi} (1 + e^{i\phi} + e^{i2\phi} + \dots + e^{i2N\phi}),$$

unde s-a notat $\phi = \Delta\omega \cdot t - \alpha$.

Cantitatea din paranteză este o serie geometrică cu rația, $q = e^{i\phi}$ și primul termen $a_1 = 1$.

Suma acestei serii geometrice este: $S = \frac{1 - q^n}{1 - q}$. În cazul nostru $n = 2N + 1$.

Cu aceste observații câmpul total din rezonator va fi:

$$E(t) = A(t) \cdot e^{-i\omega_0 t},$$

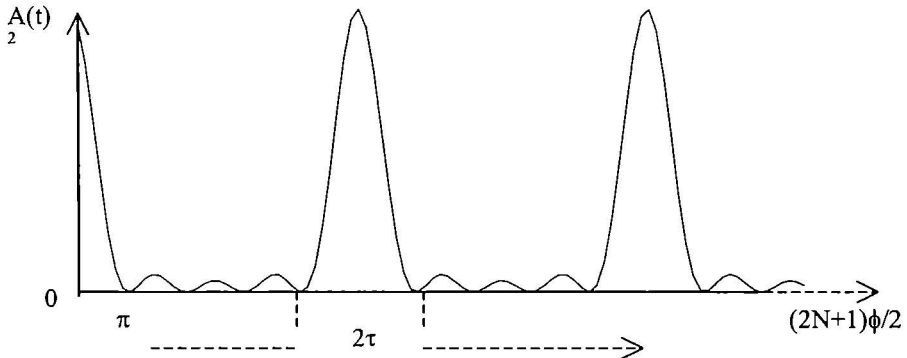
adică o undă cu frecvența ω_0 și amplitudinea,

$$A(t) = \frac{\sin[(2N + 1)\phi / 2]}{\sin(\phi / 2)} = \frac{\sin[(2N + 1)(\Delta\omega \cdot t - \alpha) / 2]}{\sin[(\Delta\omega \cdot t - \alpha) / 2]}.$$

$A(t)$ este maxim pentru $0/0$. Primul minim nul este pentru $\sin[(2N + 1)(\Delta\omega \cdot t) / 2] = 0$ și $\sin(\Delta\omega \cdot \tau / 2) \neq 0$.

Prima anulare a numărătorului are loc la, $(2N + 1)\Delta\omega \tau = \pi$, unde s-a luat $\alpha = 0$ și s-a notat intervalul de timp cu τ .

Un impuls laser de durata t_p se transformă după sincronizarea modurilor, într-un tren de pulsuri foarte scurte ca în figura alăturată.



Din relația de mai sus rezultă că lărgimea temporală a impulsului este,

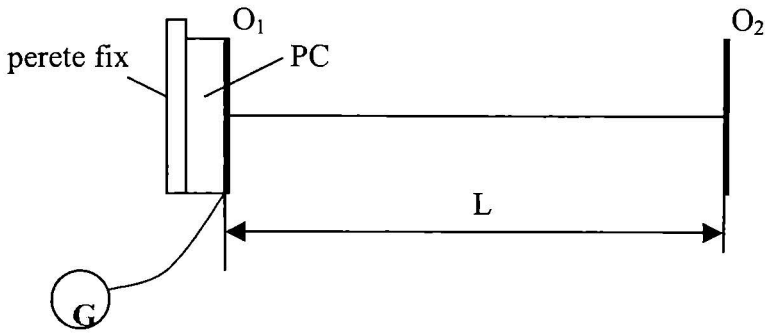
$$2\tau = \frac{1}{(2N + 1)\Delta\nu} = \frac{1}{\delta\nu},$$

adică durata unui impuls este invers proporțională cu lărgimea liniei de emisie.

Cu cât o substanță activă laser are o lărgime de emisie mai mare cu atât durata impulsului gigant este mai mică.

În figura 4 este reprezentată funcția $A(t)^2$ pentru $N = 4$, unde este figurată și scala timpului.

Din analiza de mai sus reiese că, modurile se pot sincroniza dacă, factorul de calitate al rezonatorului este modulat cu o frecvență egală cu intervalul de frecvență dintre două moduri consecutive $\Delta\nu$. O asemenea modulare din multiplele posibilități, se poate face prin varierea lungimii cavității cu ajutorul unui cristal piezoelectric, conform figurii de mai jos.



În figura alăturată, se aplică p tensiune de comandă de la generatorul G unei celule piezoelectrice PC cu o frecvență egală $\Delta\nu$. Există mai multe tehnici de sincronizarea modurilor. Rezultate foarte bune au fost obținute pe cale pasivă.

O celulă cu coloranți așezată imediat lângă una din oglinzi realizează o modulare a factorului de calitate pe baza absorbției saturate. Prin sincronizarea de moduri se obțin impulsuri scurte de ordinul 1 ps.

Compresia optică.

În ultima perioadă a fost elaborată o metodă foarte ingenioasă de obținere a unor impulsuri laser foarte scurte, de ordinul femtosecundelor (10^{-15} s). Metoda a primit denumirea de compresie optică (compresie temporală).

Pentru a înțelege printr-o descriere simplistă a metodei, reamintim că într-un mediu dispersiv un impuls luminos se destramă.

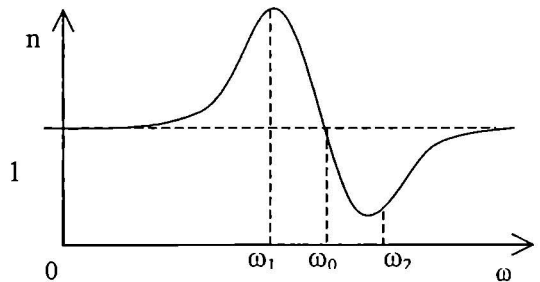


fig.1

Teoria electronică a dispersiei luminii dată de Lorentz, dă o variație a indicelui de refracție de forma din figura 1.

Domeniul de frecvență unghiulară ($\omega_1 - \omega_2$) corespunde dispersiei anormale, (domeniului de absorbție). Se constată că indicele de refracție crește peste tot cu creșterea frecvenței în afară de domeniul dispersiei anormale.

Viteza de grup este dată de relația:

$$u = \frac{d\omega}{dk}, \quad (1)$$

iar viteza de fază, $v = \frac{\omega}{k}, \quad (2),$

unde $k = \frac{2\pi}{\lambda}.$

Cu aceste observații și reamintind că, $n = c/v$, viteza de grup se poate exprima sub forma:

$$u = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}. \quad (3)$$

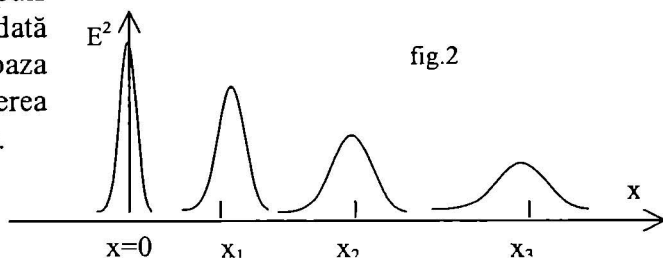
Să considerăm un impuls de lumină format dintr-un mare număr de unde,

$$E = \sum E_m \cos(k_m x - \omega_m t). \quad (4)$$

Să considerăm că la $t = 0$ și $x = 0$, toate componentele au valoarea maximă și cu aceasta și E este maxim. La un anumită distanță x fiecare componentă va lua valoarea maximă în momentul, $t = \frac{k_m x}{\omega} = \frac{n_m x}{c}$.

Conform teoriei dispersiei, n este diferit pentru diferite componente, ceea ce face ca și momentul pentru care ele iau valor maxime va fi diferit. Aceasta înseamnă că datorită dispersiei unele componente o iau înaite altele rămân în urmă. Aceasta duce la destrămarea unui impuls luminos la propagarea acestuia într-un mediu cu dispersia normală.

În figura alăturată este sugerat modul de destrămare a unui impuls luminos. Lărgimea temporală crește odată cu propagarea acestuia în spațiu. Pe baza legii conservării energiei la creșterea duratei impulsului amplitudinea scade.



Din fig.1 se vede că pentru regiunea de dispersie normală (domeniile $0 - \omega_1$ și $\omega_2 - \infty$), panta curbei, $dn/d\omega > 0$. Relația (3) ce arată că viteza de grup pentru frecvențe mari este mai mică decât viteza de grup pentru frecvențe mai mici. Prin urmare, frecvențele mari rămân în urmă iar frecvențele mici o iau înaite.

După această scurtă analiză se pune întrebarea: dacă într-un mediu cu dispersie normală durata unui impuls luminos se mărește, există sisteme care să ducă la comprimarea unui impuls luminos, adică la micșorarea duratei temporale?

Răpuns la această întrebare se află în sisteme liniare dispersive cu proprietate de dispersie anomală. Metoda compresiei optice constă în două etape: 1- lărgirea spectrului de frecvență care se realizează prin modulare de fază, 2- impulsul modulat trece printr-un mediu optic liniar care anulează modulația fazei, dar păstrează lărgimea benzii neschimbată. În consecință, durata impulsului este determinată de inversul noii lărgimi de bandă, conducând astfel la o scurtare semnificativă a impulsului inițial.

Pentru rezolvarea primei etape, să considerăm un modulator de frecvență de optică neliniară. Neliniaritatea Kerr constă în apariția unui adaus la indicele de refracție al mediului în care se propagă un o radiație luminoasă intensă. Acest adaus este proporțional cu intensitatea $I(t)$ a radiației. Astfel, indicele de refracție optic neliniar are forma:

$$n = n_0 + n_2 I(t), \quad (4)$$

care la rândul său duce la un defazaj,

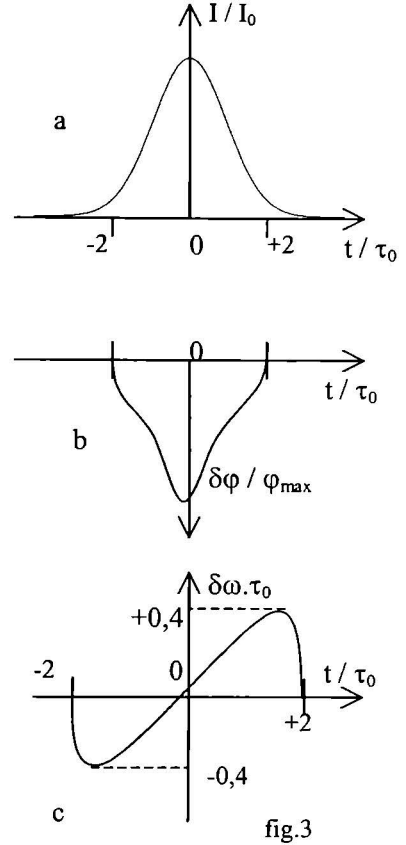
$$\delta\varphi = -k_0 n_2 I(t) L, \quad (5)$$

unde k_0 numărul de undă, L distanța parcursă de impuls în mediul nelinier.

Variația indicelui de refracție, respectiv a fazei, duce la un adaus la frecvența purtătoare care se exprimă prin:

$$\delta\omega(t) = \frac{\partial\varphi}{\partial t} = -k_0 n_2 \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (6)$$

În figurile 3-a,b,c sunt reprezentate dependențele temporale ale intensității câmpului, variația fazei respecti a frecvenței.



Din figurile alăturate se vede că în partea de energie intensă a impulsului, frecvența autoindusă este liniară, iar valoarea curentă a frecvenței crește cu timpul.

În experiențe mai vechi au fost folosite substanțe lichide care au efect Kerr puternic, $n_2 \approx 10^{-14} \text{cm}^2/\text{w}$, și un timp de stabilire al răspunsului de ordinul picosecundelor.

La fibre optice adausul la indicele de refracție este mai mic, de exemplu la cuarț, $n_2 = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{cm}^2/\text{w}$, dar lungimea poate fi mare. Cu fibre optice se poate câștiga 5 – 6 ordine de mărime.

Domeniul de balieră a frecvenței poate deveni comparabil cu cu frecvența purtătoare. Tocmai astfel s-a obținut impulsuri de femptosecunde (patru perioade optice).

Să considerăm un impuls cu înveliș gaussian :

$$A(t) = A_0 \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau_0^2}\right). \quad (7)$$

Spectrul impulsului suferă o automodulație de fază;

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int |A(t)| \exp\{i[\delta\varphi(t) - (\omega - \omega_0)t]\} dt. \quad (8)$$

Este mai comod să exprimăm lărgirea spectrală maximă $\Delta\omega_{mx}$, prin deplasarea maximă a fazei φ_{mx} , care se obține din (5),

$$\varphi_{mx} = k_0 n_2 I_0 L, \quad (9)$$

unde I_0 reprezintă valoarea de vârf a intensității. Se poate deduce aproximativ lărgirea maximă a benzii de frecvență: $\Delta\omega_{mx} \approx 2\sqrt{2/e} \cdot \varphi_{mx} / \tau_0 \approx 0,86 \cdot \varphi_{mx} \Delta\omega_0$, (10) unde $\Delta\omega_0 = 2/\tau_0$ este lărgimea spectrului inițială a impulsului.

Diferența de întârziere de grup $\Delta\tau$ la o lungime L se poate aprecia din:

$$\Delta\tau = L[k'(\omega)_j - k'(\omega)_s] \approx Lk''\Delta\omega. \quad (11)$$

De aici reiese că pentru compresia impulsurilor cu modulare pozitivă a frecvenței, elementul dispersiv trebuie să poseze caracteristici de dispersie anomală.

Etapa a doua se poate realiza cu o preche de rețele optice sau de prisme.

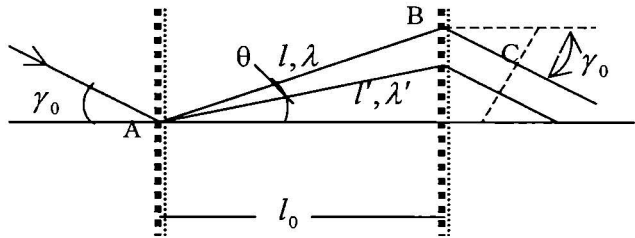


fig.4

În figura alăturată este prezentat două rețele paralele identice pe care cade un impuls sub incidența γ_0 .

Timpul necesar pentru străbaterea drumului optic ABC, expriat prin unghiul de incidență γ_0 , unghi de difracție θ și distanța oblică, $l = l_0 \sec \theta$, este:

$$T = \frac{l}{c} (1 + \sin \theta \cdot \sin \gamma_0). \quad (12)$$

Parametrul de dispersie, ce determină dependența întârzierii temporale T de lungimea de undă λ este:

$$D = l^{-1} \frac{\partial T}{\partial \lambda} = l^{-1} (1 + \sin \theta \sin \gamma_0) \frac{\partial l}{\partial \lambda} - c^{-1} \cos \theta \sin \gamma_0 \frac{\partial \theta}{\partial \lambda}. \quad (13)$$

Ținând seama de formula rețelei de difracție cu periada d,

$$d(\sin \gamma_0 + \sin \theta) = \lambda,$$

pentru ordinul unu de difracție, obținem,

$$\frac{\partial \theta}{\partial \lambda} = \frac{\sec \theta}{d}, \quad \frac{\partial l}{\partial \lambda} = l \sec^2 \theta \frac{\sin \theta}{d},$$

punând aceste relații în (13), obținem:

$$D = \frac{\lambda / cd^2}{1 - (\lambda_0 / d - \sin \gamma_0)^2}, \quad (14)$$

unde $\lambda_0 = 2\pi c / \omega_0$ - lungimea d undă corespunzătoare frecvenței centrale a impulsului.

Legătura parametrului de dispersie D cu coeficientul k'' din relația (11) se poate face punând, $\Delta\omega \approx -2\pi \cdot c \cdot \Delta\lambda / \lambda_0^2$ și se obține:

$$D \approx l^{-1}(\Delta\tau / \Delta\lambda) = -2\pi c k'' / \lambda_0^2. \quad (15)$$

Din (14) și (15) se obține că o pereche de rețele de difracție este echivalentă cu un mediu anomal dispersiv cu coeficientul,

$$k'' = -\frac{\lambda_0 (\lambda_0 / d)^2}{2\pi c^2 [1 - (\lambda_0 / d - \sin \gamma_0)^2]}. \quad (16)$$

În cazuri tipice parametrii dați sunt:

$$\gamma_0 = 60^\circ, \quad d = 10^{-4} \text{ cm} = 1 \mu\text{m}, \quad k'' = 10^{-26} \text{ s}^2 / \text{cm},$$

$$\text{Lungimea de dispersie } L_d = \frac{\tau_0^2}{|k''|} \approx 1 \text{ m}..$$

În figura de mai jos redăm schema completă a sistemului de compresie optică.

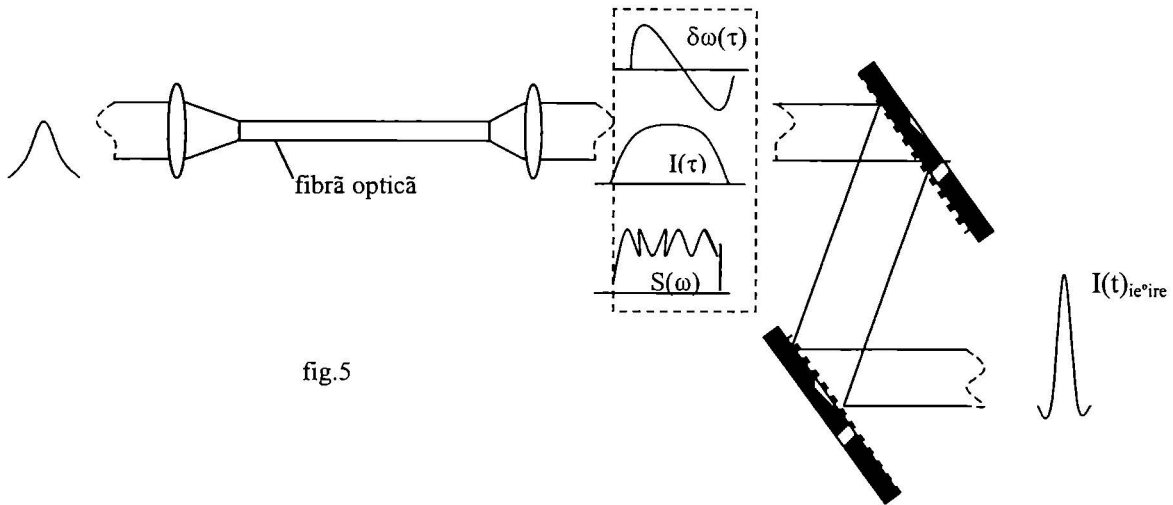


fig.5

În schema de mai sus s-a folosit o pereche de rețele prin reflexie.

Au fost elaborate scheme mai performante, care înlătură unele carențe schemei prezentate.

Lasere cu semiconductori

Spre deosebire de atomi și molecule unde mișcarea electronilor de valență este localizată într-un domeniu mic, de ordinul 10^{-8} cm, în corpul solid ele se pot deplasa în tot volumul microscopic, trecând de la atom la atom prin rețea cristalină. După caracterul lor mișcarea electronilor de valență în cristale ocupă o poziție intermediară între mișcarea în cadrul atomului și deplasarea electronilor liberi în vid. În atomi, electronii pot avea numai anumite valori bine determinate ale energiei, formând un ansamblu de nivele energetice discrete. Electronii liberi, dinpotrivă, se pot mișca cu orice energie, formând un spectru energetic continuu, valoarea energiei poate varia de la zero la infinit (starea atomului ionizat). Electronii puternic legați de nucleu în

straturile interioare rămân localizați în atomi individuali. Electronii externi, de valență, sunt legați mult mai puțin de nucleu și se pot deplasa aproape liber în rețea cristalină trecând de la atom la atom. Valorile posibile ale energiei acestor electroni formează un domeniu cvasicontinuu- *zone energetice*, constând dintr-un număr foarte mare de nivele apropiate. Zona energetică este cu atât mai largă cu cât electronul este mai slab legat de atom. Caracterul zonal al spectrului energetic, al stărilor electronice în cristale, a permis lămurirea multor probleme fundamentale ale corpului solid și înainte de toate a existenței metalelor, semiconductoarelor și dielectricilor, la care, la aceeași valoare a distanței interatomice și a energiei de interacțiune, conductibilitatea electrică diferă cu 25 ordine de mărime, (de la $\sim 10^6 \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$ pentru metale la $\sim 10^{-19} \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$ pentru dielectrici).

Zona complet ocupată în cristale se numește zona de valență, iar cea ocupată parțial sau complet goală, zona de conducție.

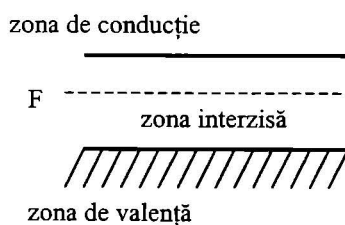
În cristale nemetalice mișcarea termică aduce o parte a electronilor din zona de valență în cea de conducție. Din acest motiv numai la temperatura de zero absolut corpul devine izolator ideal. Dacă la $T \neq 0$, lărgimea intervalului dintre zona ocupată și cea vacantă – acest interval se numește *fantă energetică sau zona interzisă* – este mare (câțiva ev,) atunci concentrația electronilor în zona de conducție este mică și cristalul rămâne dielectric la toate temperaturile reale. Dacă însă zona interzisă este destul de îngustă ($\sim 1 \text{ ev}$), conductibilitatea ia valori semnificative chiar și la temperatura camerei. Asemenea corpuri sunt semiconductoare.

Proprietățile electrice, optice, mecanice inclusiv cele termice și magnetice sunt determinate de electronii de valență. Din această cauză teoria zonală ce tratează legile de mișcare ale electronilor de valență, joacă un rol fundamental în fizica corpului solid.

Fiecare zonă constă dintr-un număr foarte mare de nivele energetice foarte apropiate între ele. Se poate arăta că numărul nivelelor este de ordinul numărului de atomi dintr-un semiconductor.

Conform principiului lui Pauli pe fiecare nivel energetic nu pot sta mai mult de un singur electron. În acest caz, probabilitatea de populare $f(E)$ a oricărei stări este determinat de statistica Fermi- Dirac,

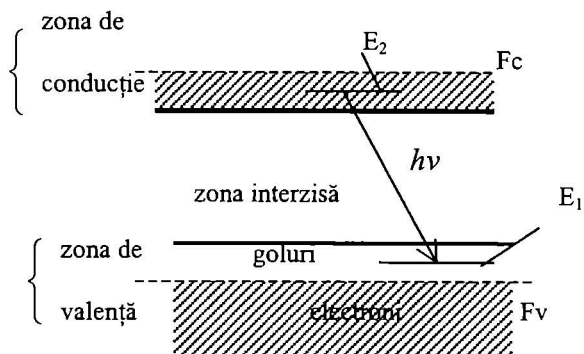
$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-F}{KT}} + 1},$$



unde F este nivelul Fermi care are următorul sens: la $T = 0$,

$$f(E) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } E < F \\ 0 & \text{pentru } E > F \end{cases}$$

Prin urmare nivelul Fermi indică hotarul dintre nivelele complet ocupate și cele neocupate la $T = 0$. La un semiconductor nedegenerat nivelul Fermi se află în zona interzisă. Dacă printr-un mod oarecare electronii din zona de valență ajung în cea de conducție se obține o inversare a populației și există posibilitatea emisiei stimulate.



În figura alăturată este reprezentată schema energetică a unui semiconductor la care se găsesc electroni în zona de conducție, deci populații inversate. F_C și F_V , conform definiției nivelului Fermi sunt nivelele Fermi în zona de conducție respectiv în cea de valență. Electronii în zona de conducție pot sta un timp foarte scurt, ele revin în zona de valență unde se recombina cu golurile, tranziția între două nivele oarecare E_2 și E_1 este însoțită de emisia unui foton de energie,

$$h\nu = E_2 - E_1$$

Fenomenul de electroluminiscență într-o joncțiune p-n a fost observat pentru prima dată de către Heynes J.R. și Briggs H.B. Ei au studiat emisia luminescentă a joncțiunii la trecerea unui curent intens în direcția de conducție. Electronii se mișcau în zona de conducție iar golurile în cea de valență, la recombina se emite radiație.

În cazul germaniului, maximum de emisie s-a obținut la lungimea de undă de $1,77 \mu\text{m}$, iar în cazul siliciului $1,22 \mu\text{m}$.

În 1958 Aigrain P. a arătat că emisia de recombina a electronoilor cu goluri la injectarea lor prin zona interzisă poate fi folosită pentru inversare de populații. Folosirea acestei emisii pentru obținerea diodei laser a fost studiată în lucrările lui: Dumke, Basov și Krohlin și alții. Lucrările acestori autori au condus repede la realizarea joncțiunii în (GaAs), cu un randament înalt, care a servit ca bază obținerii primului laser cu semiconductor. Era necesar obținerea unui rezonator corespunzător. Emisia stimulată în (GaAs) a obținut independent unul de altul grupurile conduse de Hall R.N. ; Nathan M.I. ; Quist T.M.

Pentru generare de radiație laser trebuie ca: numărul de fotoni emiși stimulată > numărul de atomi absorbiți, adică,

$$Bq f_c(1 - f_v) > Bq f_v(1 - f_c)$$

de unde rezultă: $f_c > f_v$ adică,

$$\frac{1}{e^{\frac{E_2 - F_c}{KT}}} > \frac{1}{e^{\frac{E_1 - F_v}{KT}}}$$

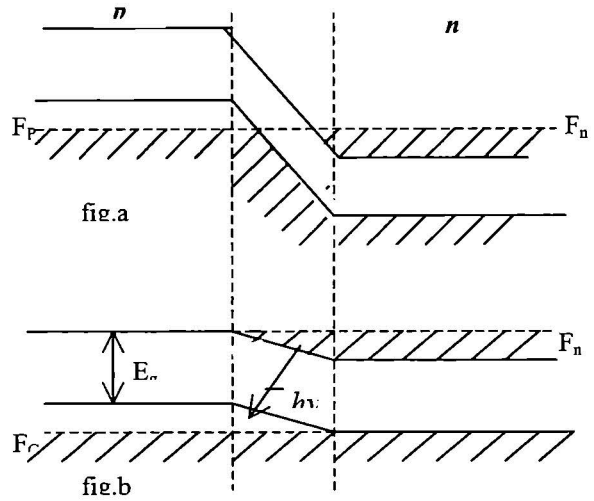
de unde condiția de emisia stimulată devine,

$$F_C - F_V > E_2 - E_1.$$

La un semiconductor de tip **p** respectiv **n** puternic dopați cu acceptor respectiv donori (10^{18} acceptor sau donator la 1 cm^3) nivelul Fermi la tip **p** cade în zona de valență a semiconductorului de tip **n**.

Dacă joncțiunii nu se aplică tensiune F_p și F_n sunt pe aceeași orizontală (figura de mai jos a).

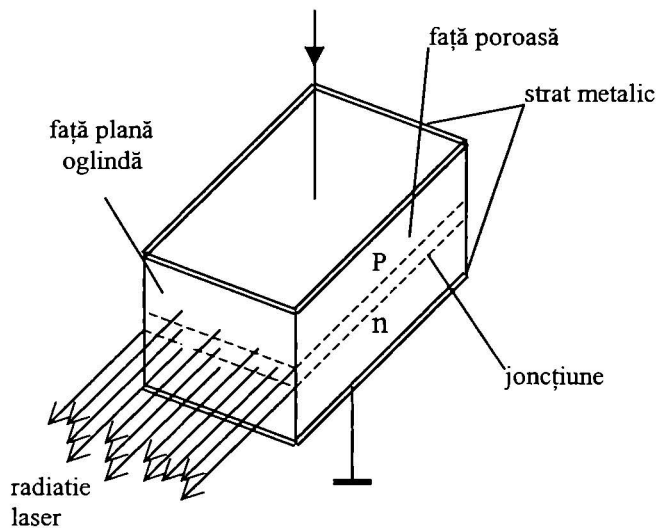
Dacă la joncțiune p-n se aplică o tensiune directă V , atunci între cele două nivele apare o deplasare, $\Delta F = eV$ și ca urmare în stratul de baraj apare o inversare de



populație, respectiv emisia stimulată deoarece condiția este îndeplinită, saltul de nivel Fermi este $\Delta F \sim E_g$, unde E_g este lărgimea zonei interzise (fig. b),

Dioda lui Hall avea o formă aproximativ cubică cu latura 0,4 mm, lucrând la temperatura azotului lichid, alimentată cu un curent în impulsuri de durată microsecunde, densitate de curent 20.000 A/cm², lungimea de undă a radiației laser emise 842 nm. Sub pragul de excitare, lărgimea liniei de emisie este de 125 Å, la emisia stimulată aceasta se reduce la 15 Å. Domeniul efectiv de emisie în laserul cu semiconductor a fost mic aproximativ 100x100 μm² la o grosime de câțiva μm. acest domeniu corespunde cu domeniul de joncțiune p-n. Divergența fasciculului 15°, gradul de monocromaticitate mult mai slabă față de alte tipuri de laseri obținuți până la acea dată (solide sau cu gaz).

După Hall, repede au fost obținute și alte tipuri de laseri cu semiconductori care emit în domeniul vizibil.



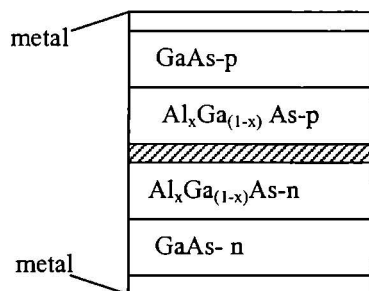
În figura alăturată este prezentată o diodă laser monojoncțiune.

Cavitatea rezonantă de regulă este de tip oglinzi plan- paralele formată chiar de cele două fețe lustruite ale semiconductorului. În principiu nu este nevoie de depunerii pe aceste suprafețe deoarece indicele de refracție la GaAs de exemplu este aproximativ 4 ceea ce duce la un coeficient de reflexie de 36%.

Ținând seama de dimensiunea stratului de baraj, de ordinul micronului, fenomenul de difracție face ca divergența fascicului emergent să fie mare. Corectarea formei fascicului de ieșire se face cu un sistem special de lentile.

Pierderile în substanța de lucru sunt mari datorate mai multor fenomene ceea ce duce la un curent de prag mare Pentru a micșora densitatea de curent de prag la un laser cu semiconductor monojoncțiune p-n, se poate îmbunătăți reflexia suprafețelor cavității, micșorând astfel pierderile prin reflexie. Însă prin aceasta va avea loc o puternică absorție a undei fundamentale ceea ce duce la o densitate de curent de prag mare. O exploatare îndulengată la temperatura camerei se poate face numai prin micșorarea curentului de prag până la 10^3 A/cm^2 . Un asemenea prag mic și o funcționare îndelungată se poate realiza cu dublă heterojoncțiune.

În figura alăturată este prezentată o hetero-joncțiune, unde variind concentrația x de la 0 la 0,4, poate fi variată lungimea de undă a radiației emise între 0,84 – 0,64 μm . Un asemenea laser la temperatura camerei are un randament de $\sim 30\%$.



Lasere cu mediul activ gazos

Atomii și moleculele de gaz ne fiind în rețele cristaline, interacțiunea dintre ele este mult mai slabă, ca rezultat lărgimea lor spectrală este mult mai mică. Din acest motiv monocromaticitatea respectiv coerența radiației la aceste tipuri de laseri este superioară celor cu mediu activ solid.

Deosebim două mari categorii de laseri gazoși: atomici și moleculari. Primul laser atomic cu He-Ne având ca mediul activ Ne a fost construit de grupul Javan în anul 1961 SUA.

În anul 1962 a fost construit primul laser românesc cu He-Ne la IFA de către colectivul condus de prof. Ion Agârbiceanu. De remarcat că, în țara noastră cercetările în acest domeniu au mers paralel cu cercetările din marile laboratoare din străinătate.

Metoda de inversare a populațiilor la laserii cu gaz, în principiu se bazează pe ciocniri electronice și transfer de excitație într-o descărcare electrică. Principala cauză a lărgirii liniei spectrale la gaze rarificate este efectul doppler. Considerând că forma liniei doppler este gaussiană, se poate găsi amplificarea relativă a luminii într-o descărcare electrică sub forma:

$$g(\nu) = \frac{1}{I} \frac{dI}{d\nu} = g_0 \exp \left[-4 \ln 2 \frac{(\nu - \nu_0)^2}{(\Delta\nu_D)^2} \right] \approx g_0 \exp \left[-\left(\frac{\nu - \nu_0}{0,6\Delta\nu_D} \right)^2 \right]$$

unde semilărgimea liniei este:

$$\Delta\nu_D = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2KT}{Mc^2}} \ln 2.$$

în această relație M – masa atomului, ν_0 - frecvența centrală a liniei.

Coeficientul de amplificare pentru centrul liniei se poate exprima prin coeficientul Einstein A_{21} ;

$$g_0 = \sqrt{\frac{\ln 2}{16\pi^3}} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) \frac{\lambda_0^2 A_{21}}{\Delta\nu_D}$$

unde N_2 și N_1 sunt populațiile nivelelor 2 și 1, iar g_1 și g_2 ponderile statistice ale tranziției respective.

Condiția de amplificare este dată ,

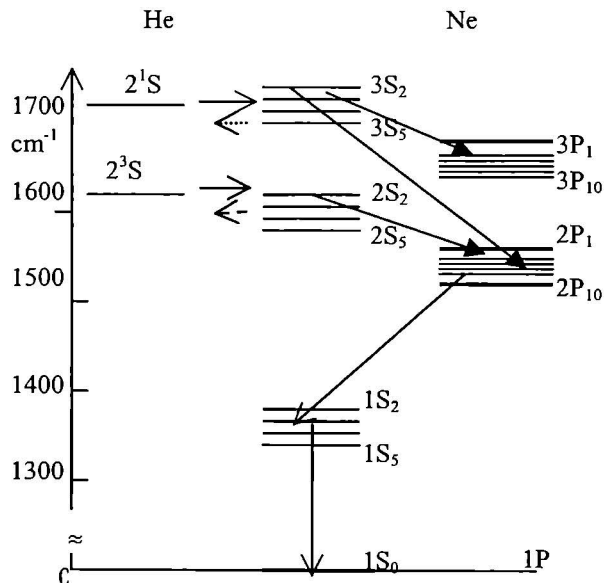
$$N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 > 0.$$

Experimental a fost stabilit că amplificarea în tubul de descărcare descrește inversproporțional cu raza tubului, $G \sim G_0/r$, unde G este amplificarea pentru un drum dus-întors a razei de lumină în rezonator, r raza tubului de descărcare.

Primele tuburi aveau un diametru de 6 – 10 mm, ceea ce a înrăutățit foarte mult condiția de excitație a emisiei laser. În momentul de față majoritatea tuburilor de descărcare laser au un diametru de 1 – 2 mm.

Coeficientul de transmisie al oglinzii de extracție este 0,005 pentru tuburi laser scurte și 0,05 pentru laseri cu He-Ne lungi de câțiva metri.

La neon s-a observat aproximativ 140 de tranziții laser cuprinse în domeniul spectral 0,58 – 133 μm . Medii laser foarte bune sunt; Xe, He, Cs, Kr, Hg, N, O, C și altele.



Laserul He-Ne

Tranziția 2P – 1P este interzisă. Depopularera nivelului 2P se poate face numai prin tranziția pe 1S.

În figura alăturată este redată schema nivelelor energetice ale atomilor de He și Ne, amestec ce asigură o serie de tranziții laser în domeniul vizibil și infraroșu apropiat. Substanța activă este Ne. Neonul se excită ușor pe nivelele 2^1S și 2^3S prin ciocniri electronice într-o descărcare electrică.

Neonul are trei nivele S metastabile fiecare cu patru subnivele.

Mecanismul principal de inversare a populațiilor este transferul de excitație de la He excitat pe nivelele 2^1S și 2^3S la nivelurile $3s$ și $2s$ ale neonului. Este cunoscut că transferul de excitație (ciocnire de speța a doua) de forma: $A^* + B \leftrightarrow A + B^*$ este un proces rezonant și reversibil. Probabilitatea de transfer este cu atât mai mare cu cât diferența de niveluri este mai mică. Nivelurile energetice din schemă satisfac această condiție.

Pentru ca transferul de excitație să se facă de la He la Ne și nu invers, concentrația He trebuie să fie mai mare decât cea a Ne. Raportul presiunilor parțiale este de ordinul 8 – 10. Depopularea nivelului inferior laser făcându-se prin tranziția pe nivelul metastabil $1S$, unde atomul poate sta un timp îndelungat, duce spre egalizarea populațiilor acestui nivel cu cele ale nivelurilor inferioare laser și cu aceasta micșorarea diferenței de populație dintre nivelurile superioare și inferioare laser, deci la dispariția emisiei laser.

Pentru a ieși din acest impas, trebuie forțat depopularea nivelului $1S$. Acest lucru se face prin ciocnirea atomilor de Ne de pereții incintei. În acest scop, tubul de descărcare trebuie să fie de tip capilar cu diametru de ordinul drumului mediu mijlociu. Aceasta condiție a dus la limitarea diametrului tubului la 1 – 2 mm.

Fiecare nivel metastabil s are câte 4 subnivele și fiecare nivel p câte 10 subnivele. Aceasta înseamnă că există un număr mare de posibilități de tranziție laser. Au fost realizate practic peste 30 tranziții laser. Cele mai probabile sunt cele indicate în schemă și anume:

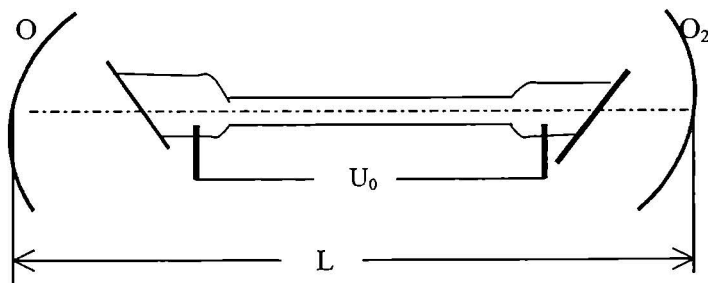
$$3s_2 \rightarrow 3p_4, \quad \lambda = 3,39 \mu\text{m},$$

$$3s_2 \rightarrow 2p_4, \quad \lambda = 0,6328 \mu\text{m},$$

$$2s_2 \rightarrow 2p_4, \quad \lambda = 1,15 \mu\text{m}.$$

În schema de mai sus sunt menționate tranzițiile pentru aceste radiații laser. Procesele sunt mult mai complicate deoarece și Ne poate fi excitat prin ciocniri electronice. Pentru tratarea corectă a problemei trebuie studiat toți parametrii plasmii. Schema simplificată arată principalele tranziții ce intră în joc la apariția fenomenului laser în acest sistem.

Schema de principiu de construcție a unui laser cu He-Ne este arătată în figura de mai jos.

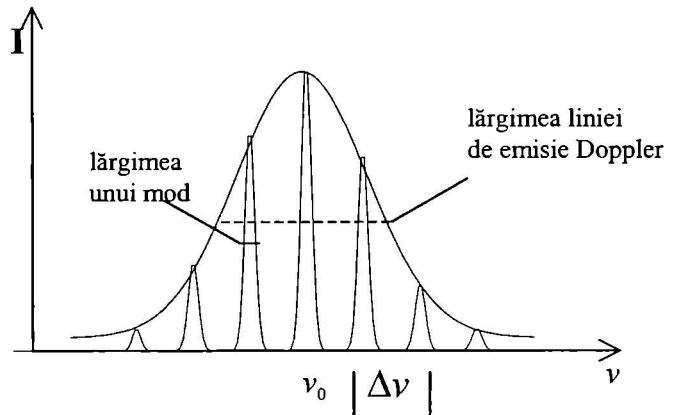


Cavitatea rezonantă formată din două oglinzi sferice este de tip confocal. Oglinzile sunt cu depuneri de straturi dielectrice, una din ele prezintă o mică transparentă, numită oglinda de extracție, a doua are un coeficient de reflexie apropiat de 1. Capetele tubului capilar sunt închise cu ferestre puse sub unghiul Brewster pentru polarizarea radiației laser ce se dezvoltă în interiorul cavității.

În figura alăturată este redată curba de emisie a Ne, cu lărgire Doppler și modurile axiale ce se pot dezvolta în cavitatea rezonantă. Distanța dintre două moduri este:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L}$$

unde L este lungimea cavității rezonante.



La argon, semilărgimea liniei de emisie depinde de tipul de tranziție. Astfel la cele trei linii principale de emisie laser semilărgimiile sunt la: λ , 3,39 μm ; 1,15 μm ; 0,6328 μm , 310 MHz; 920 MHz; 1700 MHz. Lărgimea naturală a liniei spectrale depinde înainte de toate de viața mediei a stării superioare laser. Pentru laserul cu Ne are valoarea de 16 MHz.

În sfârșit un rol important o are lărgimea liniei de rezonanță a cavității rezonante, care depinde de distanța dintre oglinzi și coeficientul de reflexie al acestora. Dacă de exemplu $L = 100$ cm, iar coeficienții de reflexie la ambele oglinzi sunt identice egală cu 0,99, lărgimea liniei de rezonanță este 1 MHz. Această lărgime se micșorează până la câteva sute de KHz, dacă coeficientul de reflexie este 0,998, cea ce se poate obține cu actuala tehnică de depuneri de straturi subțiri.

Micșorând distanța dintre oglinzi, distanța dintre două moduri consecutive poate deveni mai mare decât lărgimea liniei de emisie. În acest caz laserul va emite numai un singur mod axial, adică se obține un *laser monomod*. Un calcul simplu ne arată că la un laser monomod stabilitatea frecvenței $\delta\nu/\nu = 10^6/10^{15} = 10^{-9}$, unde $\delta\nu$ este lărgimea naturală având același ordin de mărime cu lărgimea liniei de rezonanță.

O stabilizare foarte bună a frecvenței radiației laser monomod se poate obține prin diferite tehnici, care duc la o stabilitate de ordinul 10^{-13} , ceea ce este extraordinar. Astfel s-a obținut cea mai monocromatică radiație în domeniul optic. Timpul de coerență a acestei radiații este de 10^2 sec, lungimea de coerență corespunzătoare este de ordinul $3 \cdot 10^6$ m.

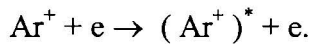
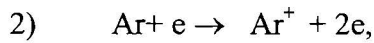
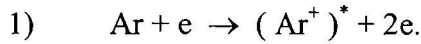
Laserul cu argon ionizat.

Acest tip de laser prezintă un foarte mare interes cel puțin din două motive. În primul rând că în domeniul vizibil poate emite simultan mai multe radiații, în al doilea rând, prezintă o amplificare foarte bună deci puterea de emisie în regim de undă continuă poate ajunge de ordinul 5-6 W.

Este foarte important că se realizează laseri de tip comercial, inclusiv cu emisie în ultraviolet.

Funcționarea acestui tip de laser se bazează pe obținerea de Ar-II, adică argon simplu ionizat și excitat într-o descărcare electrică de curent foarte puternic.

Există două scheme de excitare a ionului de Ar:



În momentul de față se acceptă punctul de vedere că; în regim de impulsuri inversia de populație se obține principal pe cea a excitării directe (1). La laseri cu regim continuu starea de excitare se obține prin două sau mai multe trepte (2).

În comparație cu laserul He-Ne, amplificarea la laserul cu argon ionizat este cu mult mai mare și astfel se poate obține o putere de ieșire foarte mare.

Puterea de ieșire crește cu creșterea densității de curent de descărcare. La acest tip de laser se poate lucra la o densitate de curent peste 100 A/cm².

Densitatea mare de curent duce la supraîncălzire care contribuie esențial la construcția laserului. A fost comunicat 150 w, puterea maximă obținută la un laser cu Ar⁺. Pentru laserii comerciale puterea totală emisă se află în domeniul 2 – 10 w.

Puterea totală este suma puterilor radiațiilor laser emise de acest sistem. Cu ajutorul unei prisme dispersive se selectează prin rotirea acesteia, o anumită lungime de undă a radiației emise.

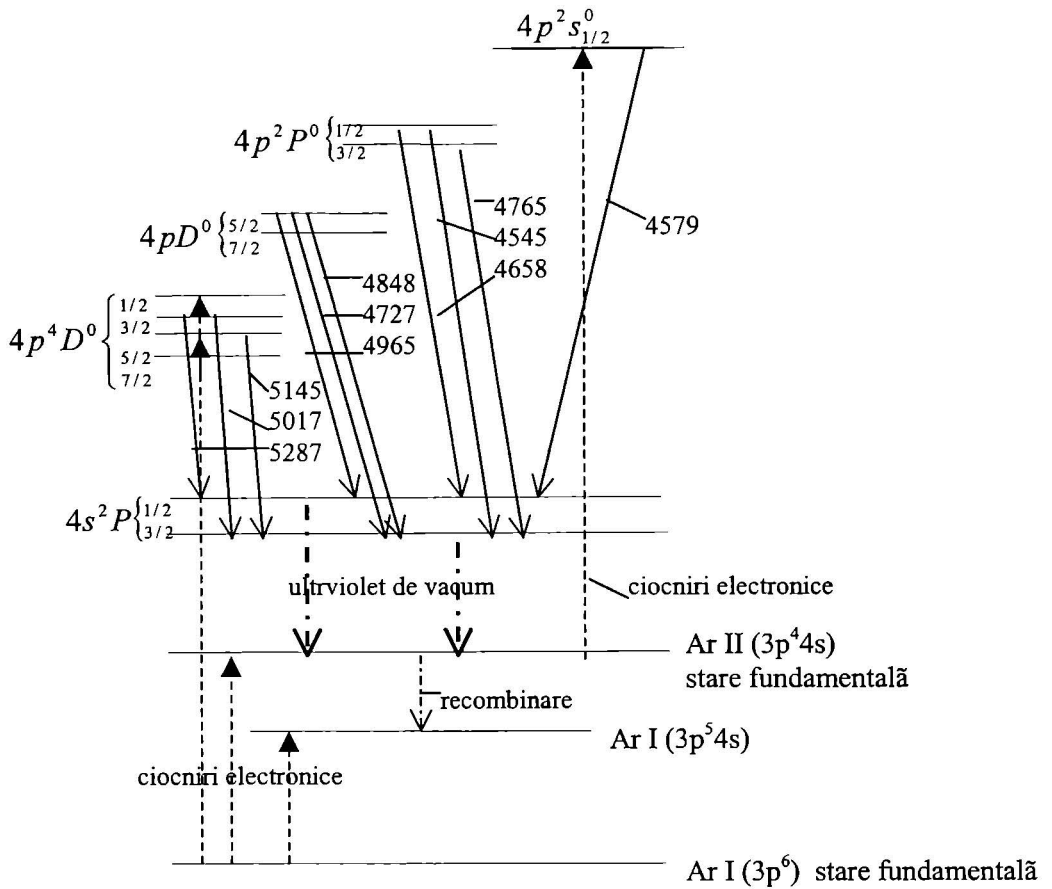
La laseri cu undă continuă se folosește un câmp magnetic longitudinal pentru confinarea plasmei din tubul de descărcare. Într-un câmp magnetic longitudinal electronii se mișcă după o spirală, ceea ce reduce mult pierderile de electroni prin ciocniri de pereții tubului.

Curentul maxim este limitat de eroziunea peretelui interior al tubului. Materialele folosite pentru construcția tubului de descărcare trebuie să fie termorezistente și rezistente la eroziune.

În acest scop, pentru laseri până la 30 amperi curent de descărcare este folosit cu rezultate bune cuarțul, răcit de un curent de apă.

Pentru curenți mai mari se folosește grafitul sau oxid de beriliu care rezistă foarte bine la pulverizare de către electroni, având și termoconductibilitate foarte bună.

În figura de mai jos este prezentat sistemul de nivele energetice care intră în joc la formarea tranzițiilor laser și mecanismele de ionizare-excitare.

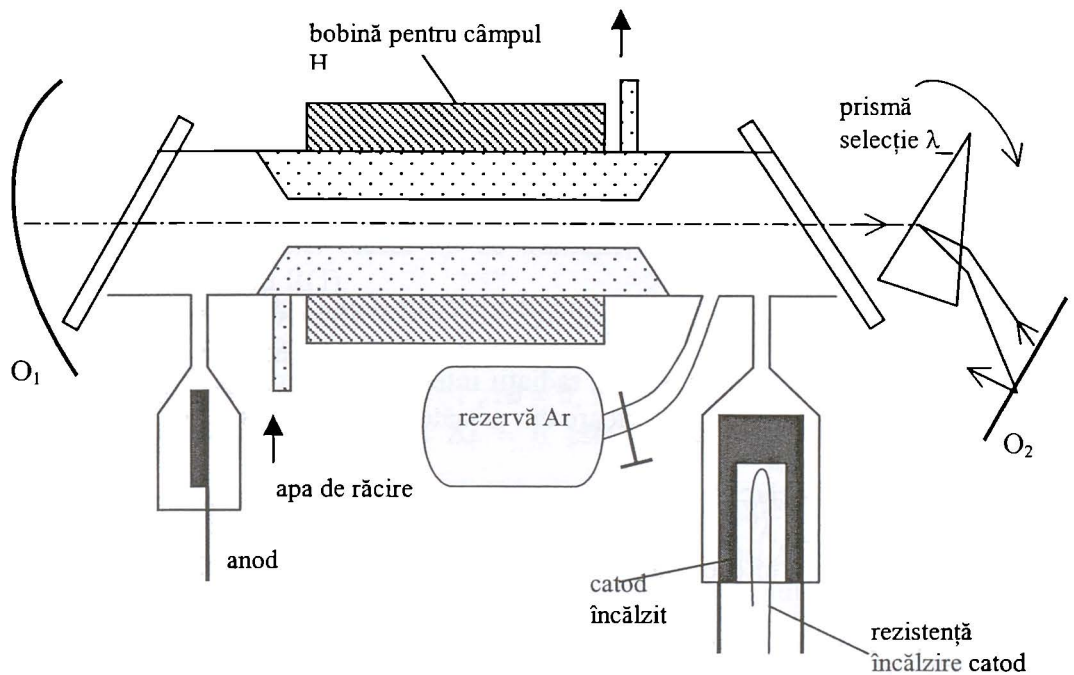


Lungimile de undă ale radiațiilor sunt date în . În domeniul vizibil un laser de 4 w, de exemplu (curent maxim de 30 A, emite următoarele radiații:

- 5145 , (1400 mW);
- 5017 , (200 mW);
- 4965 , (300 mW);
- 4880 , (1300 mW);
- 4765 , (500 mW);
- 4727 , (100 mW);
- 4656 , (50 mW);;
- 4579 (150 mW).

Se constată deci două linii foarte intense, verde și albastru. La o descărcare de până la 90 A, s-a constatat și emisie laser din domeniul ultraviolet, 3511 și 3638 , cu 100 mw, putere și constituie una din puținele posibilități de a avea radiație laser comercial în acest domeniu.

În figura de mai jos prezentăm schema de construcție a unui laser cu Ar^+ cu funcționare în undă continuă la un curent maxim de 30 A, cu tub de cuarț.



Construcția laserului cu Ar^+ este destul de complicată deoarece pentru realizarea unei plasme cu caracteristici constante care să asigure o emisie laser eficientă, implică: curenți stabilizați pentru descărcare și pentru bobina, presiune constantă din tub etc. Toți parametrii sunt monitorizați și la orice avarie este semnalizată și automat laserul este scos din funcțiune. Laserul este prevăzut cu rezervor cu Ar de rezervă, din care după necesități se poate reface presiunea din tubul de descărcare.

Pentru obținerea unui curent mare de descărcare, catodul este de construcție cu totul specială, care produce termoelectroni prin încălzirea acestuia. Acest curent suplimentar este necesar mai ales la funcționare laserului la curenți mai mici 10 – 20A. La curenți mari, încălzirea catodului este întrerupt automat.

Ținând seama de condițiile de funcționare, radiația laser emisă are o coerență destul de slabă. Pentru ca laserul cu Ar^+ să fie utilizabil și în aplicații unde se cere o coerență bună (holografie), în interiorul cavității se montează un interferometru Fabry – Perot. Interferometrul folosit în acest scop este o lamă plan-paralelă din cuarț pe care se depun oglinzile. Stabilizarea la temperatură a interferometrului se face cu o eroare sub un grad.

Selectarea a unei anumite lungime de undă, de regulă este folosită o prismă din sticlă sau cuarți. Există construcții cu selecția radiațiilor externă cu ajutorul unei rețele de difracție prin reflexie. Presiunea în tub este de ordinul a 0,1 – 0,5 mm.col.de Hg.

Timpul de viață este de aproximativ 1000 ore.

Alte tipuri de laseri cu gaze ionizate.

Laserul cu kripton ionizat din punct de vedere constructiv este asemănător cu laserul cu Ar^+ . Puterea radiațiilor selectate este mai mică ca la Ar^+ . Importanța acestui laser constă în faptul că emite radiații în domeniul roșu galben, cea ce lipsește din spectrul de radiație a laserului cu Ar^+ . Comparativ, emisiile laserului cu kripton ionizat exprimate în Angstrom sunt: 6471 ; (300 mW); 5682 , (130 mW); 5309 ,

(100 mW); 5208 , (100 mW); 4825 , (50 mW); 4762 , (70 mW), cu oglinzi speciale la curenți mari în ultraviolet, 3507 și 3564 la 200 mW.

A fost construit și laser cu amestec de gaze Ar și Kr, care are o gamă largă de radiații, cuprinzând tot domeniul vizibil, roșu- violet și UV apropiat.

Laser cu He –vapori metalici.

Metalele folosite în acest scop sunt : cadmiu, staniu, plumb, zinc, seleniu. Cele mai răspândite sunt cu Cd și Se.

Laserul He–Cd este tot un laser ionic deoarece substanța activă laser este cadmiul în stare de vapor ionizat, însă din multe puncte de vedere are caracteristici apropiate laserului cu He – Ne. Laserul cu Cd dă radiații intense la 441 nm și 325 nm. Pentru înversare de populații se pot folosi oricare din următoarele două procese:

- 1) ionizare Penning,
- 2) ionizare cu reîncărcare.

Procesul Penning, $A^* + B \rightarrow A + B^+ + e$. B^+ poate fi excitat sau neexcitat. Ionizarea are loc cel mai eficace dacă starea A^* este o stare metastabilă

Al doilea proces; $A^+ + B \rightarrow A + (B^+)^*$, Deoarece aici nu apare electron, procesul trebuie să fie rezonant. Puterea emisă este 50 – 100 mW, și un gram de Cd, asigură funcționarea pentru peste 1000 ore.

S-a obținut un laser He-Cd cu emisie în lumina albă. În acest caz laserul emite concomitent radiațiile exprimate în Angstrom: 6360 (roșie), 5378 (verde), 4416 (albastră).

Alimentat la 220 V, 0,6 A, puterea fasciculului de lumină albă a fost 10 mW. Variind curentul de descărcare, raportul celor trei radiații variază. Acest laser este o sursă excelentă în aplicații colorimetrice.

În domeniul ultraviolet la 325 nm, s-a obținut o putere de 15 mW.

Laseri moleculari

La molecule față de atomii liberi apar noi grade de libertate, vibrația și rotația. Astfel se poate aștepta emisie laser în domeniul de spectru corespunzător tranzițiilor între diferite nivele energetice de vibrație sau de rotație. Majoritatea emisiilor corespunzătoare acestor tranziții se află în infraroșu.

Spectre moleculare.

Energia stării de vibrație (exprimată în cm^{-1}) are forma:

$$G(v) = W_e \cdot (v+1/2) + W_e \chi_e \cdot (v + 1/2)^2 + \dots \quad ,$$

W_e și χ_e sunt constante de vibrație, v numărul cuantic de vibrație.

Energia nivelelor stării de rotație (cm^{-1}) este :

$$F_v(J) = B_v \cdot J(J+1) + D_v J^2(J+1)^2 + \dots \quad ,$$

J numărul cuantic de rotație , B_v și D_v constante de rotație.

Energia totală a moleculei este:

$$E = E_{el} + G(v) + F_v(J),$$

unde E_{el} , energia stării electronice.

Dacă starea electronică nu este indicată, se consideră că este vorba de starea fundamentală.

Tranziții, tipuri de tranziții.

Tranziții pure de rotație, au loc între nivelele de rotație aceleiași stări electronice și de vibrație. Acest tip de tranziție, de la nivelul superior $J+1$ la cel inferior J se notează cu $R(J)$.

Tranziții de rotație – vibrație, au loc între aceleiași stări electronice care diferă prin numerele cuantice J și v .

Regula de selecție este: $\Delta v = \pm 1$, $\Delta J = 0, \pm 1$.

La număr par de electroni $\Delta J = 0$ este interzisă. La acest tip de tranziție deosebim:

1) Ramura Q - tranziții de pe nivelul de rotație J a stării superioare de vibrație pe nivelul J a stării inferioare de vibrație, în acest $\Delta J = 0$.

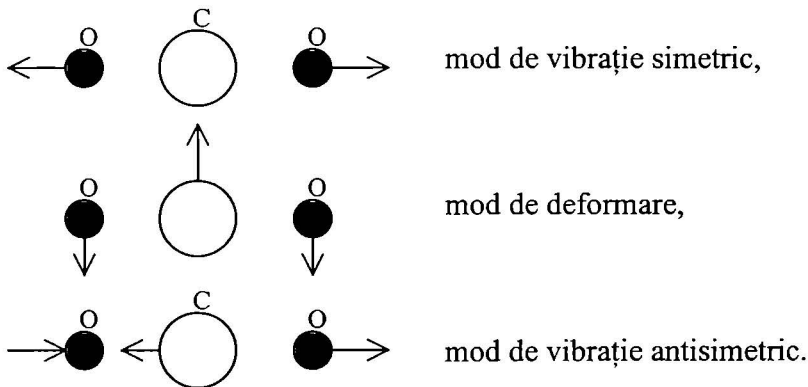
2) Ramura $P(J)$ – aici aparțin tranziții de pe nivelul de rotație $J-1$, a stării de vibrație superioare pe nivelul J a stării inferioare de vibrație.

3) Ramura $R(J)$, la care aparțin tranziții de pe nivelul de rotație $J+1$, a stării superioare de vibrație pe nivelul J a stării inferioare de vibrație.

Laserul cu bioxid de carbon (CO_2).

Bioxidul de carbon este o moleculă triatomică liniară, care are trei moduri diferite de vibrație:

Din cauza simetriei moleculei de bioxid de carbon, la fiecare nivel de vibrație



rămân numai nivelele de rotație de un singur tip de paritate. Pentru stări degenerate se introduce gradul de degenerare d_i și numărul cuantic al momentului unghiular l_i , legat de mișcarea de vibrație. Pentru starea nedegenerată $d_i=1$ și $g_{ij} = l_i = 0$, unde g_{ij} este o constantă ce caracterizează legătura dintre vibrațiile normale i și j . Vibrația de deformare degenerată a unei molecule liniare trimoleculare se notează în felul următor: (ν_1, ν_2^l, ν_3) .

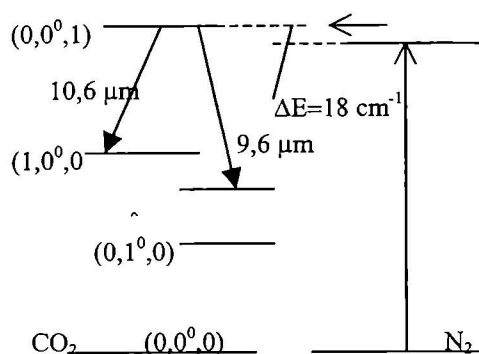
Principiul de funcționare a laserului cu CO_2 .

Principalul mecanism de inversare a populațiilor este transferul de excitație. În acest scop în tubul de descărcare se află un amestec de azot molecular N_2 și CO_2 .

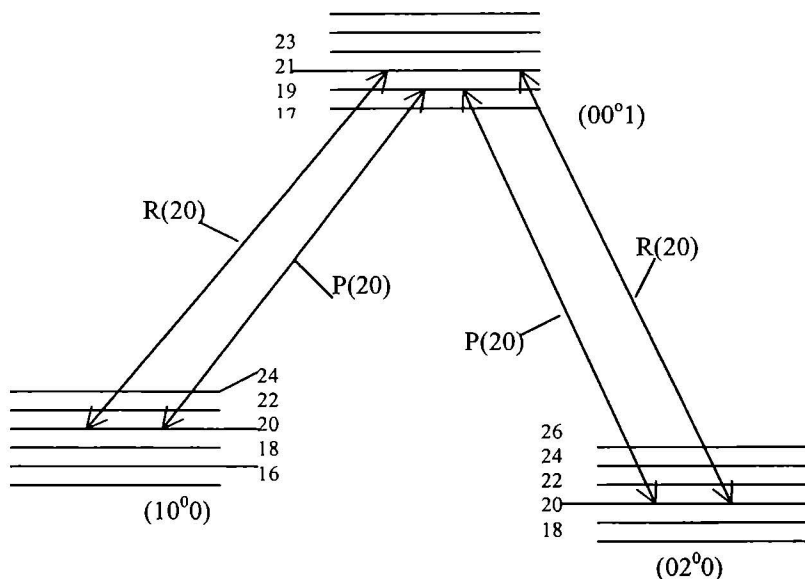
Transferul de excitație are loc de la molecula de azot la bioxidul de carbon, $N_2^* + CO_2 \rightarrow N_2 + CO_2^*$.

În figura alăturată este redată schema nivelelor energetice de vibrație ale celor două molecule, N_2 și CO_2 cu tranziția de excitație a azotului și cele două tranziții laser ale bioxidului de carbon.

Tranzițiile în detaliu sunt redată în figura de mai jos.



Laserul cu CO_2 emite puternic la $10,6 \mu\text{m}$. Un laser de 20 m, lungime dă o putere în regim continuu de 1 kW, iar în regim de pulsuri aproximativ 10 kW/m. Laserii cu CO_2 sunt cu antrenare longitudinală, transversală, la presiune atmosferică cu excitație transversală etc.



Un interes deosebit reprezintă laserul denumit TEA (Transversely excited Atmospheric), realizat de Beaulie A.J (1970). Până la această minunată realizare, mărirea puterii laserului se obținea prin lungirea tubului de descărcare (până la 100 m și mai mult !).

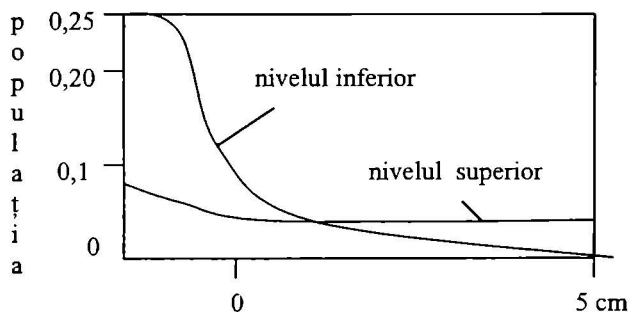
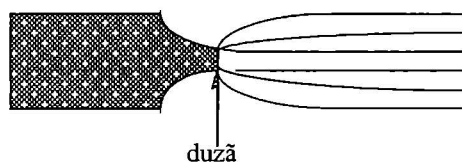
Beaulie a arătat că, cu un laser de 1 m lungime de acest tip se poate obține o putere de megawatt. Laserii actuali pot genera puteri de MW sau chiar GW.

Descărcarea electrică într-un tub lung necesită tensiuni foarte mari, ceea ce duce la un cost ridicat. La laserii de tip TEA, excitația se face transversal și astfel spațiul de descărcare dintre electrozi se reduce la ordinul centimetrilor.

Din dependența energiei impulsului la laserul cu CO₂ de presiune reiese că energie crește proporțional cu pătratul presiunii. O asemenea dependență are loc datorită faptului că atât rata depopulării nivelului inferior cât și numărul de molecule ce contribuie la funcționarea laserului cresc cu creșterea presiunii și ca rezultat se obține o dependență pătratică. Însă, odată cu creșterea presiunii devine posibilă trecerea de la descărcare luminiscentă în cea de arc. Acest fenomen se constată prin creșterea bruscă a curentului de descărcare. Odată cu apariția descărcării în arc dispare generarea de radiație laser. Un specific important la descărcare la presiune atmosferică este stabilitatea, adică nu apare descărcarea în arc. La primele dispozitive pentru limitarea curentului de descărcare s-a folosit un număr mare de rezistor (aproximativ 100 la 1 m, lungime laser). Ulterior sunt utilizate electrozi de preionizare de o formă specială și tehnica pulsurilor rapide, astfel pulsul laser se termină înainte apariției descărcării în regim de arc.

Laserul gazodinamic.

Laserul gazodinamic este tot un laser cu CO₂. Deosebirea constă în modul de obținere a populațiilor inversate. Într-o incintă specială se obține printr-o metodă oarecare azot excitat N₂, CO₂ și He, sau molecule de apă H₂O. După compresia și încălzirea gazului la 1500 – 2000 ° K și comprimare până la 10 atm, se realizează o expandare acestui amestec de gaze printr-un sistem de duze (fante înguste). După expandare gazul ajunge la o presiune de 12 – 20 mm col. Hg.

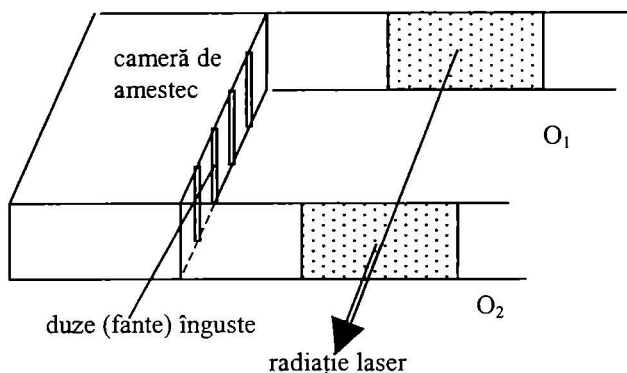


Cele două gaze sunt expandate prin duze separate astfel cele două jeturi de gaze se deplasează împreună. În decursul amestecului gazelor, are loc transferul de excitație de la azot la bioxidul de carbon. În felul acesta numărul de CO₂ excitat crește ceea ce duce la inversarea de populație.

În figurile de mai sus sunt redată modul de expansiune a gazului și partea din populația moleculelor distribuite pe cele două nivele energetice în funcție de depărtarea lor de duză. Prin urmare, inversarea de populație se obține datorită expansiunii a gazului.

Molecule excitare de azot se obține prin descărcare în arc cu o putere de la 30 la 60 kW. Bioxidul de carbon se află la temperaturi joase într-o incintă separată (300 – 500° K) la o presiune de 11 atm.

În figura de mai jos este prezentată schema de construcție a unui laser gazodinamic. Se obține o putere de 60 kW în regim continuu. La asemenea putere laserul poate funcționa doar câteva secunde, deoarece pe o perioadă mai mare nu rezistă oglinziile.

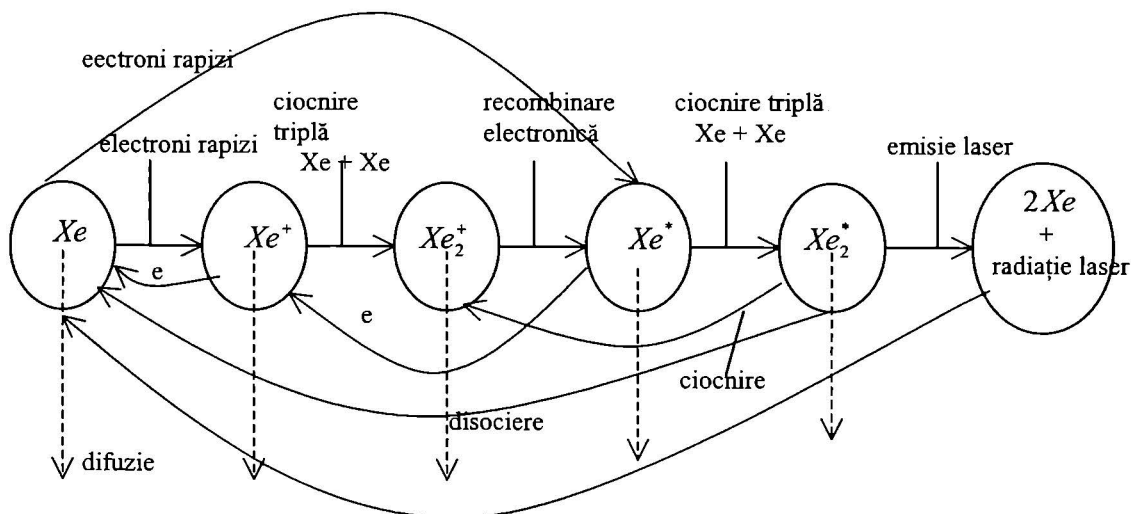


Laserul cu excimeri

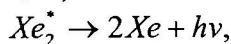
În domeniul ultraviolet al spectrului au fost realizate un număr relativ mic de laseri. Pe linii individuale funcționează în acest domeniu laserii cu argon ionizat, cripton, heliu-cadmium și laserul cu azot în regim de pulsuri la 0,3371 μm , lungime de undă.

Cercetările au dus la realizarea unor laseri puternici în UV. Din această categorie fac parte laserii cu excimeri folosind gazele inerte ca Ar, Kr, Xe. Aceste gaze sunt stabile numai în stare atomică fundamentală. În anumite stări excitate ele pot exista sub formă legată, ca moleculă biatomică slab legată, numită *excimer*. Numim excimer moleculă stabilă în stare excitată dar nelegată în starea fundamentală. Există asemenea moleculă heteroatomică numită *exciplex*. În practică se folosește numai noțiunea de excimer.

Excimerii gazelor inerte emit la presiuni înalte radiații în domeniul ultraviolet de vacum și au un coeficient înalt de transformare a energiei cinetice a electronilor în radiație luminoasă. Excitarea are loc la interacțiunea cu electronii rapizi. În figura de mai jos este reprezentată reacția în serie în laserul cu excimer Xe.



Starea superioară excitată a tranziției laser Xe_2^* se obține ca rezultat a unor ciocniri complexe în serie la care iau parte ionii Xe^+ , Xe_2^+ , atomi Xe , molecule excimer Xe_2^* și electroni liberi. În final are loc procesul:



adică se obține emisie laser și atomi liberi care se reintegrează în lanțul de reacții.

Ciocnirile și absorbția de radiație, în fiecare stadiu, pot duce la reacții inverse de-a lungul lanțului, deasemenea la pierderi prin difuzie.

Un laser cu excimer, în mod practic, constă dintr-o cameră de presiune înaltă (până la zeci de atm.). În interiorul camerei se află oglinzile cu depuneri de straturi subțiri. Excitarea se face cu un fascicul de electroni în impuls care se introduce în gaz. O altă posibilitate constă în folosirea unor impulsuri de curent de ordinul a 70 kA, electroni cu o energie de 1 MeV. S-a obținut și laseri cu emisie în domeniul vizibil.

În tabelul de mai jos prezentăm câteva tranziții și puteri obținute.

Excimer	lungime de undă în μm	parametri tipici de ieșire
Ar_2^*	0,1261	putere de vârf 10^5w ,
Kr_2^*	0,1457	energie pe puls 10 mJ,
Xe_2^*	0,1722	durata impulsului 10 ns,
XeO^*	0,5578	randament 1 %,
XeF^*	0,3540	lățimea liniei 0,8 nm.
$XeBr^*$	0,2818	
KrF^*	0,2484	

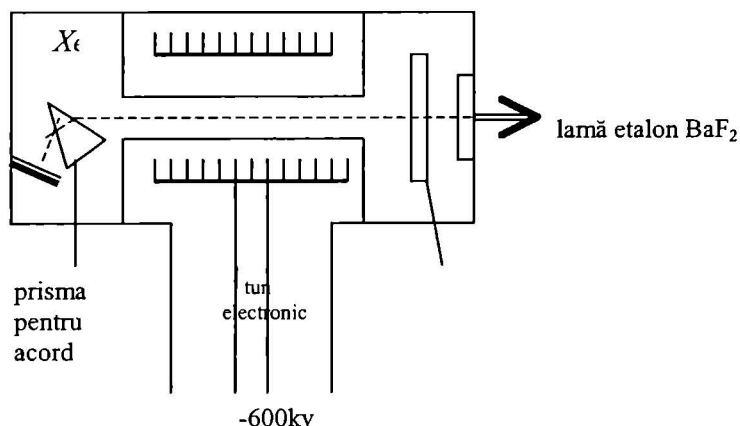
În figura de mai jos prezentăm schema unui laser cu excimer Xe_2^* .

Fasciculul de electroni accelerați ajung în mediul activ aflat la presiune mare printr-o folie de titan subțire (zeci de μm , grosime).

Presiunea în camera tunului electronic este 10^{-7}mm col Hg .

Folia de Ti nu lasă să treacă electroni cu energie mai mică de 100 keV, în camera cu gaz.

Pentru uniformizarea câmpului în mediul activ, în unele dispozitive se folosesc catozi de formă specială, pentru a evita străpungerea spre anod.



În figurile de mai jos sunt date distribuțiile câmpului electric în mediul activ în două cazuri de catozi.



Capitolul IV.

Bazele holografiei optice

Cuvântul *holografie* provine de la cuvintele grecești *holos*- total și *grafos*- scriere, înregistrare.

Holografia este o metodă nouă de înregistrare și redare a imaginii totale a unei scene. Se știe că la fotografiere se pierde o parte din informație pe care o poartă o undă luminoasă și anume faza sa. Într-adevăr, fie o undă de forma:

$$E(x, y, t) = E_0(x, y) \cdot e^{i(\omega t + \varphi)},$$

ce vine de la un obiect și este incidentă pe o placă fotosensibilă aflată în planul (xoy), care poartă informație despre obiect prin amplitudinea $E_0(x, y)$ și faza sa $\varphi(x, y)$.

Stratul fotosensibil (ca orice detector optic) este pătratic, adică nu poate să urmărească variații atât de rapide ale amplitudinii ($\approx 10^{15}$ Hz, în domeniul optic).

Detectorul optic este sensibil la media pătratică în timp a elongației, adică sensibil la intensitatea luminii și nu la elongația E.

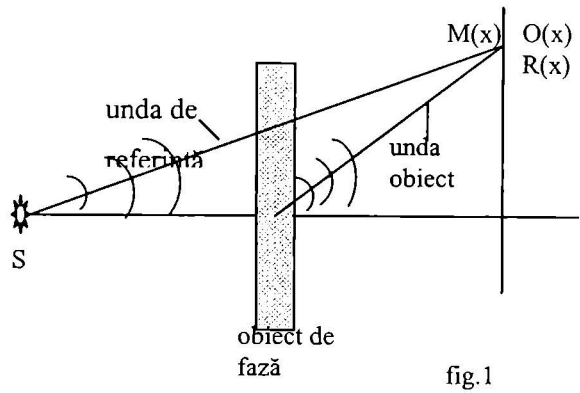
Intensitatea undei de mai sus este,

$$I(xy) = \langle E \cdot E^* \rangle = E_0^2.$$

La expunere corectă, înregistrarea stratului fotosensibil este proporțională cu intensitatea luminii incidente și timpul de expunere. Prin urmare s-a pierdut informația conținută în faza undei- spațialitatea obiectului.

Denis Gabor, preocupându-se de îmbunătățirea rezoluției microscopului electronic, ajunge la concluzia că în acest scop trebuie folosit la iluminarea ecranului pe lângă fasciculul care formează imaginea și un fascicul coerent cu acesta. El nu a reușit să obțină nici un rezultat în această privință deoarece nu s-a putut obține un fascicul de electroni coerenti, (monocinetici).

Odată cu apariția laserilor, idea a fost reluată imediat și pentru prima dată tot Gabor a obținut prima hologramă optică.



Principiul hologramei Gabor.

Cu o sursă de lumină coerentă (laser) este iluminat un obiect difuzant (de exemplu sticlă mată). Unele raze trec prin obiect nedeviate, altele sunt împrăștiate de centre difuzoare ale obiectului. În fig.1, este reprezentată această situație pentru cazul unidimensional (pentru simplitate).

Raza (unda) care trece direct este unda de referință, iar cea împrăștiată unda obiect.

În planul de înregistrare (în punctul M) cele două unde au forma:

unda obiect $O(x, y) = O_0(x, y) \cdot e^{i\varphi_0(x, y)}$, , (1)

și

unda de referință $R(xy) = R_0(xy) \cdot e^{i\varphi_R(x, y)}$.. (2)

Aceste două unde fiind coerente, interferă, având ca rezultat:

$$H(x, y) = O(x, y) + R(x, y), \quad \text{- amplitudinea rezultantă.} \quad (3)$$

Intensitatea în M(x,y) este dată de

$$I(x, y) = \langle H \cdot H^* \rangle = O_0^2 + R_0^2 + O_0 R_0 \cdot e^{i(\varphi_0 - \varphi_R)} + O_0 R_0 \cdot e^{i(\varphi_0 - \varphi_R)} .. \quad (4)$$

Relația de mai sus se poate scrie sub forma:

$$I = (O_0^2 + R_0^2) + 2O_0 R_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_R) . \quad (5)$$

Considerând pentru simplitate că după dezvoltarea materialului fotosensibil, înregistrarea sau transmitanța , la expunere corectă, este proporțională cu intensitatea $I(x,y)$, placa dezvoltată este o rețea de difracție. Cu alte cuvinte înfirmăția despre obiect este înregistrată sub forma de franje. Această placă fotosensibilă expusă și dezvoltată se numește *hologramă*.

Expresia (5) are aspectul unei unde modulate în amplitudine. Într-adevăr, fondul constant reprezentat de primul termen este brăzdat de franje mai mult sau mai puțin innegrite în funcție de diferența de fază dintre cele două unde obiect și referință. Această formă a rezultatului înregistrării hologramei, ne duce la ideea că procesul holografic poate fi descrisă cu o matematică folosită în telecomunicație.

Vom nota cu $t(x,y) \propto I(x,y)$, transmitanța hologramei. La iluminarea hologramei cu o undă de citire $C(x,y) = C_0 \cdot e^{ixy}$, are loc difracția acesteia .

Rezultatul iluminării vom scrie sub forma:

$$\rho(x, y) = t(x, y) \cdot C,$$

adică răspunsul hologramei.

De regulă se folosește unda de citire chiar unda de referință, $C(x,y) \equiv R(x,y)$.
Cu această precizare răspunsul hologramei- *redarea sau reconstrucția*, va fi dată de:

$$\begin{aligned} \rho(x, y) &= (x, y) \cdot R(x, y) = (O_o^2 + R_o^2 + O_o e^{i(\varphi_o - \varphi_R)} + R_o e^{-i(\varphi_o - \varphi_R)}) \cdot R_o e^{i\varphi_R} = \\ &= (O_o^2 + R_o^2) \cdot e^{i\varphi_R} + O_o R_o e^{i\varphi_o} + O_o R_o e^{-i(\varphi_o - 2\varphi_R)}. \end{aligned}$$

I

II

III

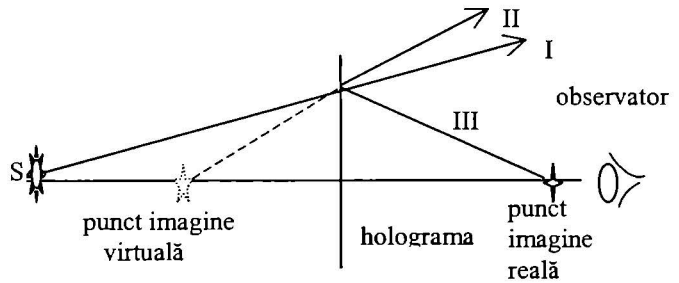


fig.2

Primul termen I reprezintă unda de referință – raza nedifrată.

Termenul II este raza difrată și reprezintă unda obiect reconstruită.
Prelungirea acesteia redă imaginea virtuală a punctului obiect.

Cel de al treilea termen III, conține unda obiect dar cu faza negativă (câmpul inversat).

Termenul III se numește unda geamănă și redă imaginea reală a obiectului holografiat dar cu câmpul inversat. Acest tip de hologramă are un inconvenient foarte supărător și anume, în direcția de observare se văd: sursa, imaginea virtuală și imaginea reală. Toate sunt situate pe aceeași axă și din acest motiv holograma se mai numește *in axis*.

Leith și Upatnikes au realizat o altă schemă *neaxială*, *of axis*, care îndepărtează acest neajuns.

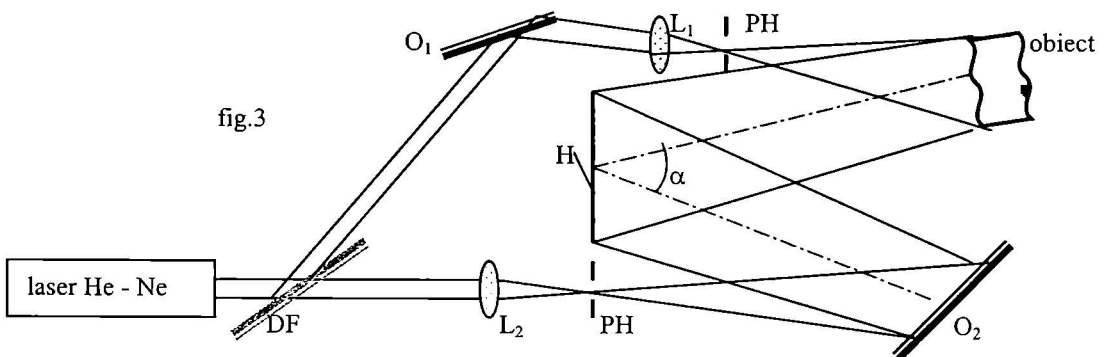


fig.3

Schema de mai sus cuprinde: laser He-Ne, divizorul de fascicul, lentilele expandoare de fascicul L_1 și L_2 în focarul cărora se află câte o diafragmă circulară cu

diametru de ordinul 15 – 50 μm , numită *pinhole* PH, obiectul de holografiat și mediul de înregistrare (placa holografică) H. Pentru expandarea fascicului laser sunt folosite obiective de microscop mărirea cărora depinde de schema concretă, respectiv de felul și mărirea obiectului de holografiat. Diafragma circulară PH (*pinhole*) are menirea de a *curăța* fascicului laser.

Este cunoscut că dacă se proiectează fascicului laser unimodal cu ajutorul unei lentile pe un ecran alb, se constată că pata luminoasă de pe ecran de regulă nu este uniformă, ea prezintă o serie de pete negre sau mai luminoase de cât fondul, niște franje de difracție circulare, într-un cuvânt neuniformități luminoase. Aceste pete și diferite figuri apar datorită difracției luminii coerente pe particule de praf, margini de suport etc, care au un efect nedorit în imagine, adică scade raportul semnal/zgomot în semnalul de ieșire (imagine). Diafragma acționează ca un filtru spațial, adică oprește frecvențele spațiale mari generate de aceste variații bruște a intensității de lumină din fascicul.

Montajul holografic de mai sus (fig. 3) este de tipul neaxial (of axis) și reprezintă o schemă lucrativă, folosită în hologafierea obiectelor reflectante, difuzante.

Pentru a pune în evidență mai simplu și clar, avantajul acesteia față de holografia tip Gabor, vom considera că unda de referință este o undă plană adică, un fascicul de lumină paralelă.

Fasciculul de lumină paralelă, generează în planul hologramei perioadă spațială (interfranță) AB, dată de, $AB = T_s = \frac{\lambda}{\sin \alpha}$.

Inversul acestei mărimi se numește frecvență spațială, $\nu_s = \frac{\sin \alpha}{\lambda}$.

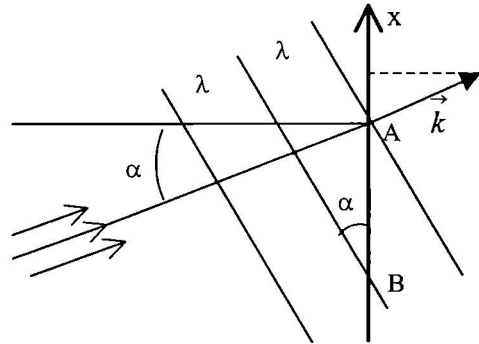


fig.4

De aici tragem concluzia că frecvența spațială ne arată și direcția de propagare a fascicului de lumină, deoarece faza undei este $\varphi = \vec{k} \cdot \vec{r}$.

Intra-adevăr, din figură se deduce că,

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = kx \sin \alpha = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha = 2\pi \nu_s x = \omega_s \cdot x = \varphi.$$

Cu aceste observații cele două unde vor avea forma;

$$O(xy) = O_0(xy) \cdot \exp[i\varphi_0(xy)], \text{ unda obiect}$$

$$\text{și } R(xy) = R_0 \exp[i(\omega_x x + \omega_y y)], \text{ unda de referință,}$$

unde ω_x și ω_y reprezintă frecvențele spațiale circulare pe direcțiile x respectiv y.

Pentru simplitatea scrierii se va lucra unidimensional.

Unda rezultată este,

$$H = O + R,$$

iar intensitatea va fi :

$$I = H \cdot H^* = (O + R)(O^* + R^*) = (O_0^2 + R_0^2) + O_0 R_0 e^{i(\varphi_0 - \varpi_x x)} + O_0 R_0 e^{-i(\varphi_0 - \varpi_x x)}.$$

Presupunând ca și la holograma Gabor că $t(x) \propto I(x)$, răspunsul la iluminarea hologramei cu unda de citire $C(x) = R(x)$, are forma,

$$\begin{aligned} \rho(x) &= t(x) \cdot R(x) = (O_0^2 + R_0^2) R_0 e^{i\varpi_x} + O_0 R_0^2 e^{i\varpi_0} + O_0 R_0^2 e^{-i(\varphi_0 - 2\varpi_x x)} = \\ &= (O_0^2 + R_0^2) R_0 e^{i\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha} + O_0 R_0^2 e^{i\varphi_0} + O_0 R_0^2 e^{-i\left(\varphi_0 - 2\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha\right)}. \end{aligned}$$

I

II

III

În figura alăturată sunt redată direcțiile undelor reconstruite. Se constată că în acest caz pe direcția normală pe suprafața hologramei nu apar cea două unde sosite de la sursă, respectiv, unda geamă. Unda obiect se poate privi direct din direcția II neexistând pe acea direcție nici o altă undă.

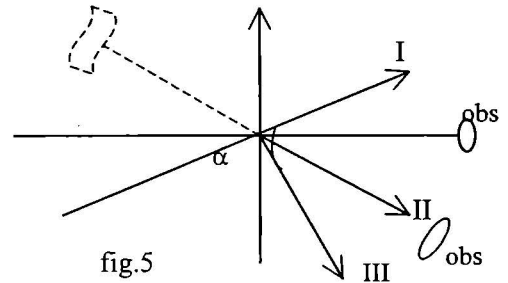


fig.5

În toate situațiile se lucrează după o schemă de tipul descris mai sus, Leith – Upatnikes.

Clasificarea hologramelor.

Hologramele se clasifică după mai multe criterii: felul fasciculelor, caracteristicile materialului de înregistrare, modul de redare a imaginii etc.

- 1) După felul fasciculelor: a) în lumina divergentă, holograma Fresnel, b) în lumina paralelă, hologramă Fraunhofer,
- 2) După mediul de înregistrare: a) holograme de amplitudine, b) de fază, c) de fază și amplitudie.

Mediile de fază pot fi:

- 1) la care în funcție de expunere variază grosimea,
- 2) indicele de refracție sau,
- 3) grosimea și indicele de refracție.

Hologramele pot fi de asemenea prin transmisie sau reflectante.

3) După grosimea stratului fotosensibil hologramele pot fi:

- a) plane dacă grosimea stratului fotosensibil $d \ll \lambda$ și
- b) hologramă de volum dacă $d > \lambda$. Hologramele de volum sunt reflectante, de tip Bregg.

Actualmente, gama materialelor pentru înregistrarea hologramelor este foarte mare. Cele mai uzuale sunt de tipul halogenurilor de argint în gelatină.

Orice material sensibil la lumină poate fi folosit ca mediu de înregistrare holografică.

În ultima perioadă sunt studiate foarte multe tipuri de materiale de înregistrare care manifestă proprietăți foarte interesante din punctul de vedere al folosirii lor în diferite aplicații. Astfel, au apărut diferite materiale reversibile și ireversibile, unele dintre ele având o rezoluție foarte bună ajungând la 6000 linii/mm. Se caută materiale care să prezinte o sensibilitate mare și o rezoluție cât mai bună. Materiale reversibile sunt solicitate pentru sisteme de stocare holografică a informației, Unele din ele permit stergerea informației la comandă, proprietate cerută în special la calculatoare, altele mențin informația înregistrată pe o anumită perioadă de timp.

Holograme de anumit tip au devenit prezente în viața noastră cotidiană, astfel securizarea identității mărfurilor, a creațiilor artistice, a documentelor personale etc. sunt realizate cu holograme prin reflexie cu redare în lumină albă, numite holograme curcubeu (rembrow). La anumite spectacole sunt proiectate imagini spațiale tot cu asemenea holograme.

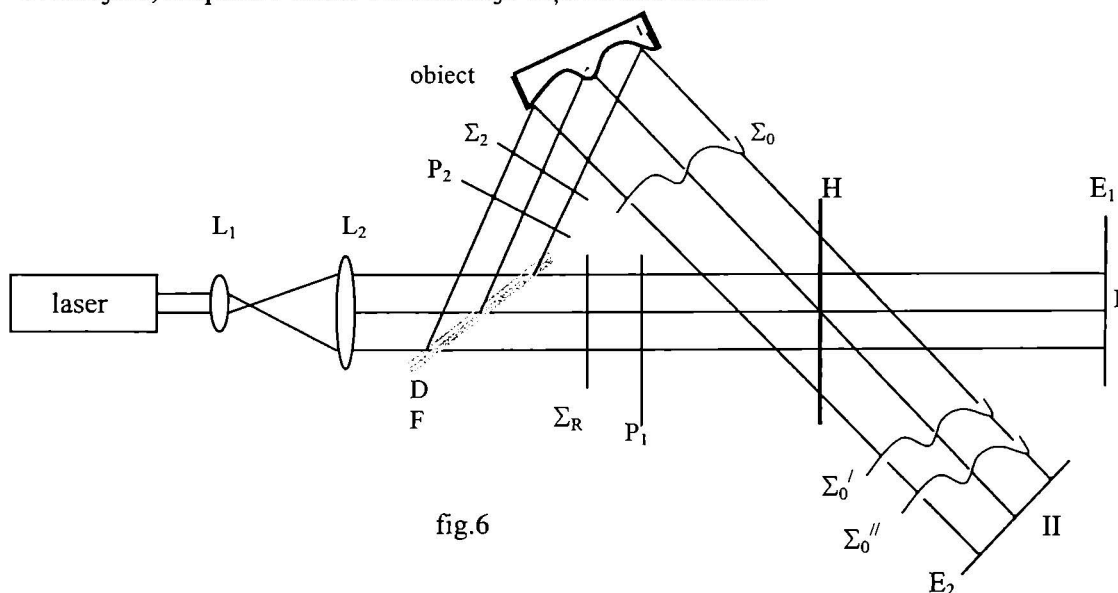
Din multiplele aplicații importante sunt pentru cercetarea științifică și tehnologică, interferometria holografică și stocarea holografică a informației.

În cadrul interferometriei optice clasice, au fost elaborate interferometre foarte performante, specializate pentru anumite scopuri foarte bine definite. Astfel putem aminti interferometrele: Jamen pentru determinarea indicelui de refracție la gaze, cu o eroare ce atinge a 9-a cifră semnificativă, interferometrul Fizeau destinat controlul suprafețelor etc.

Cu toate realizările incontestabile ale interferometriei clasice, odată cu progresele obținute în holografie s-a dezvoltat vertiginos și interferometria holografică, având o serie de avantaje față de cea clasică.

Interferometria holografică.

La început vom studia schema holografică de mai jos, pentru a înțelege ce reprezintă interferometria holografică, diferitele metode de interferometrie și avantajele, respectiv unele dezavantaje față de cea clasică.



Lentilele L_1 și L_2 , formează un sistem telescopic, care în urma expandării fascicului laser livrează un fascicul larg de lumină paralelă. Cu ajutorul divizorului de fascicul DF acest fascicul larg este divizat în două, formând astfel fasciculul de referință consemnat în schemă prin suprafața sa de undă Σ_R , respectiv cel obiect notat prin Σ_0 , după ce a suferit reflexie de pe obiectul de holografiat. Cu această schemă vom face două experiențe după cum urmează.

1) Paravanele P_1 și P_2 folosite ca obturatoare de fascicul sunt scoase din cele două fascicule. Se face holografiera obiectului. Fasciculul reflectat difuz de obiect nu este un fascicul de lumină paralelă. Noi am desenat ca fascicul paralel pentru simplitate dar am specificat că suprafața de undă înaintea de reflexie Σ_2 este plană, deci fasciculul paralel, iar după reflexie această suprafață de undă are forma suprafeței obiect (ca un mulaj acesteia) reprezentată prin Σ_0 .

Pentru simplitate (dar și în practică este indicat să se facă așa) placa expusă se developează pe loc. În caz contrar trebuie re poziționată cu mare precizie. Mai departe facem următoarele operații:

a) - se obturează fasciculul obiect cu P_1 , holograma este iluminată cu fasciculul de referință. Ca rezultat în direcția I se va propaga unda nedifrată și ecranul E_1 va fi uniform iluminat. În direcția II se propagă unda reconstruită de hologramă notată cu Σ_0' .

Fasciculul care redă imaginea geamănu nu ne interesează motiv pentru care nu este figurat în desen. Dacă, din momentul înregistrării până în momentul observării, nu s-a mișcat nici una din piesele: obiectul, holograma sau divizorul de fascicul, unda obiect reconstruită va fi identică cu unda obiect, $\Sigma_0' = \Sigma_0$, ca rezultat ecranul E_1 va fi uniform iluminat.

b) - Se scoate P_1 din fasciculul obiect și se obturează fasciculul de referință cu P_2 . Holograma este iluminată cu fasciculul obiect Σ_0 . Ca rezultat în direcția II se va propaga unda nedifrată, adică unda obiect Σ_0'' identică cu unda directă Σ_0 , iar în direcția I se propagă unda reconstruită a sursei, ca rezultat ecranele E_1 și E_2 vor fi uniform iluminate.

c) - Se scoate paravanul P_1 din fasciculul de referință și se iluminează holograma cu ambele fascicule, cel obiect și cel de referință. Ca rezultat: în direcția II se vor propaga unda refăcută de hologramă $\Sigma_0' = \Sigma_0$ și unda obiect directă $\Sigma_0'' = \Sigma_0$. Dacă din momentul înregistrării până în momentul observării nu s-a modificat nimic în schemă, undele Σ_0' și Σ_0'' sunt identice, ca urmare ecranul E_2 va fi uniform iluminat.

Dacă însă în perioada ce desparte înregistrarea și observarea, corpul a suferit o mică modificare (micro-deplasare, micro-rotatie), unda Σ_0'' deci care vine direct de la obiect nu mai este identică cu Σ_0 din momentul înregistrării. Pe ecranul E_2 cad două unde: cea redată de hologramă, deci din momentul înregistrării și cea directă sosită în momentul observării. Datorită modificării, între cele două unde a apărut o diferență de fază, deci interferă și pe ecranul E_2 apar franje de interferență. Structura acestor franje poartă informații despre felul modificării obiectului.

Metoda descrisă poartă numele de: *interferometrie holografică în timp real sau cu simplă expunere*.

Constatăm că, prin această metodă putem urmări evoluția unui corp în timp real ceea ce este un avantaj extraordinar în multe cercetări științifice din diferite domenii.

2) - În multe situații, fenomenele decurg rapid și nu este timp pentru operația de dezvoltare. În asemenea cazuri se folosește metoda numită: *interferometrie holografică cu dublă expunere*. Metoda constă în următoarele: - se face o hologramă într-un moment dat t , având grijă ca expunerea plăcii să fie circa jumătate din expunerea normală. După un interval de timp Δt , se face a doua hologramă, evident pe aceeași placă holografică, după care se poate scoate placa din schemă și dezvoltată separat în laborator. Iluminată o asemenea hologramă (dublă hologramă) va recostitui imaginea obiectului dar brăzdată de franje de interferență, deoarece cele două unde reconstruite nu sunt identice. În intervalul dintre cele două expuneri corpul a suferit o modificare și în consecință între cele două unde reconstruite apare o diferență de fază deci franje de interferență ce poartă informație despre modificarea survenită.

Descrierea matematică a celor două tipuri de interferometrie holografică.

1. Interferometrie holografică în timp real (simpla expunere).

Fie unda obiect în planul hologramei la momentul înregistrării;

$$O(xy) = O_0(xy)e^{i\varphi_0}$$

și

$$R(xy) = R_0(xy)e^{i\varphi_R},$$

unda de referință.

Transmitanța hologramei după dezvoltare așa cum s-a arătat este:

$$t(xy) = (O_0^2 + R_0^2) + O_0 R_0 e^{i(\varphi_0 - \varphi_R)} + O_0 R_0 e^{-i(\varphi_0 - \varphi_R)}.$$

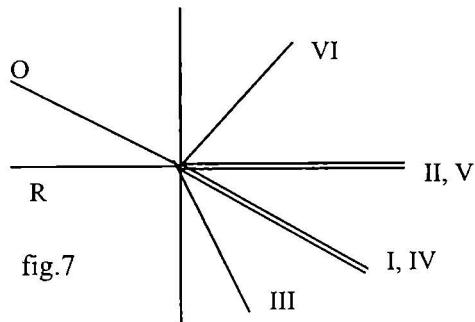
Unda de citire constă din:

cea de referință $R(xy)$ și

unda obiect modificată, $O''(xy) = O_0(xy)e^{i(\varphi_0 + \Delta\varphi)}$.

Răspunsul hologramei la această iluminare va fi:

$$\begin{aligned} \rho(xy) &= t(xy) \cdot (O''(xy) + R(xy)) = \\ &= \left[(O_0^2 + R_0^2) + O_0 R_0 e^{i(\varphi_0 - \varphi_R)} + O_0 R_0 e^{-i(\varphi_0 - \varphi_R)} \right] \times \left[O_0 e^{i(\varphi_0 + \Delta\varphi)} + R_0 e^{i\varphi_R} \right] \end{aligned}$$



Rezultatul înmulțirii ne dă 6 termeni:

- I) $(O_0^2 + R_0^2)O_0 e^{i(\varphi_0 + \Delta\varphi)}$,
 II) $(O_0^2 + R_0^2)R_0 e^{i\varphi_R}$,
 III) $O_0^2 R_0 e^{i(2\varphi_0 + \Delta\varphi)}$,
 IV) $O_0 R_0^2 e^{i\varphi_0}$,
 V) $O_0^2 R_0 e^{i(\varphi_R + \Delta\varphi)}$,
 VI) $O_0 R_0^2 e^{-i(\varphi_0 - 2\varphi_R)}$.

Se constată deci, că în direcția I, IV se propagă două unde, unda obiect din momentul înregistrării $O_0 e^{i\varphi_0}$ și unda obiect sosită în momentul observării $O_0 e^{i(\varphi_0 + \Delta\varphi)}$..

Aceste unde interferă, amplitudinilor se adună și obținem,

$$\psi(xy) = O_0 R_0^2 e^{i\varphi_0} + (O_0^2 + R_0^2) O_0 e^{i(\varphi_0 + \Delta\varphi)},$$

iar intensitatea va fi:

$$I(xy) = \psi\psi^* = [O_0 R_0^2 + O_0(O_0^2 + R_0^2)] + O_0^2 R_0^2 (O_0^2 + R_0^2) \cos \Delta\varphi.$$

Relația poate fi scrisă sub forma:

$$I(xy) = C_1 + C_2 \cos \Delta\varphi,$$

unde constata C_1 reprezintă o iluminare constantă, brăzdată de franje luminoase sau întunecoase în funcție de valoarea diferenței de fază în fiecare punct, $\Delta\varphi(xy)$.

Din forma și structura sistemului de franje se poate determina felul și valoarea modificării suferită de obiect.

2. Interferometria holografică cu dubla expunere.

În acest caz pe aceeași placă se înregistrează două holograme a unei obiect la momentul t și unda obiect modificată la momentul $(t + \Delta t)$. După dezvoltare transmitanța hologramei va fi:

$$t(xy) = t_1(xy) + t_2(xy),$$

unde,

$$t_1(xy) = (O_0^2 + R_0^2) + O_0 R_0 e^{i(\varphi_0 - \varphi_R)} + O_0 R_0 e^{-i(\varphi_0 - \varphi_R)},$$

respectiv

$$t_2(xy) = (O_0^2 + R_0^2) + O_0 R_0 e^{i(\varphi_0 + \Delta\varphi - \varphi_R)} + O_0 R_0 e^{-i(\varphi_0 + \Delta\varphi - \varphi_R)}.$$

La iluminarea holgramei cu unda de referință răspunsul va fi:

$$\rho(xy) = t(xy)R_0 e^{i\varphi_R}.$$

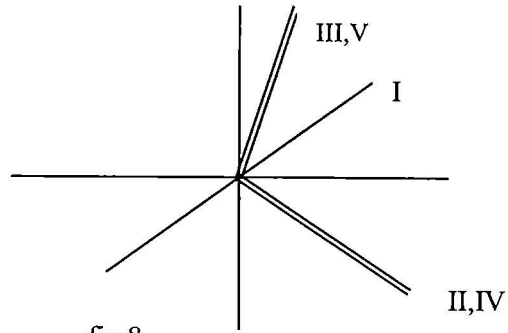


fig.8

După înmulțire se obțin cinci termeni :

$$2(O_0^2 + R_0^2)R_0 e^{i\varphi_R},$$

$$O_0 R_0^2 e^{i\varphi_0},$$

$$O_0 R_0^2 e^{-i(\varphi_0 - 2\varphi_R)},$$

$$O_0 R_0^2 e^{i(\varphi_0 + \Delta\varphi)},$$

$$O_0 R_0^2 e^{-i(\varphi_0 + \Delta\varphi - 2\varphi_R)}.$$

Se constată că și în acest caz cele două unde reconstruite de hologramă I și IV se prooagă în aceeași direcție deci interferă. Amplitudinea totală în acea direcție va fi:

$$\psi = O_0 R_0^2 \left[e^{i\varphi_0} + e^{i(\varphi_0 + \Delta\varphi)} \right]$$

iar intensitatea în acea direcție este:

$$I(xy) = 2O_0^2 R_0^4 (1 + \cos \Delta\varphi).$$

Prin urmare este un fond continuu brăzdat de franje de interferență, ce poartă informații despre modificarea suferită de obiect.

Holograme cu reconstrucția imaginii în lumina albă.

Hologramele executate în mod special, permit reconstrucția imaginii cu lumina albă, deci cu lumină incoerentă. Asemenea holograme de regulă se fac de tip reflexie și sunt folosite în mod curent ca semn de securizare a documentelor oficiale, pașapoarte, legitimații de diferite tipuri, mărfuri etc.

Holograma cu redare în lumina albă este cunoscută sub numele de hologramă *rembow* (curcubeu) deoarece în imagine sunt prezente toate culorile curcubeului datorită dispersiei luminii albe prin difracție. Culorile dominante în redarea imaginii depinde de unghiul sub care este privită holograma.

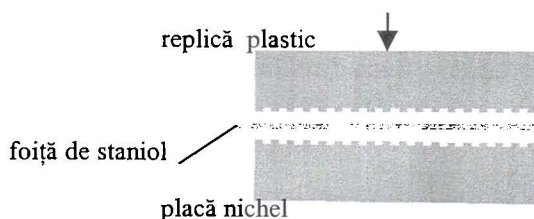
Ideea pe care se bazează această hologramă este îngrădirea spectrului de difracție a unei holograme obișnuite. Realizarea hologramei curcubeu constă în două etape: 1- se face o holografieră obișnuită a obiectului cu lumina laser,

2 – după dezvoltare se obține holograma lăsând liberă o fantă îngustă. Iluminând cu fasciculul laser această hologramă fantată, se redă imaginea pozitivă (imaginea geamănă) a obiectului holografiat, imagine care va servi ca obiect pentru înregistrarea a unei noi holograme. Se realizează deci o schemă holografică astfel ca în locul unde se formează imaginea redată de prima hologramă să fie așezată placa holografică pe care se înregistrează noua hologramă, fasciculul de referință se alege ca și la prima holografiere.

După dezvoltarea acestei holograme, imaginea se poate reda în lumina albă. Dacă placa de înregistrare celei de a doua hologramă este plană prin transmisie, imaginea se redă prin transmisie, deci se observă imaginea virtuală a obiectului holografiat. A doua hologramă se poate înregistra pe un mediu special care înregistrează franjele sub forma de variație de relief. Metalizată holograma astfel obținută, imaginea se ve reda prin reflexia luminii albe.

Hologramele rembow, folosite ca element de securizare, se fac în număr mare de exemplare. În acest scop, pentru reproducere, se realizează o matriță din material mai dur, cu care se pot multiplica un număr foarte mare de exemplare. Unul din procedee constă în următoarele: pe o placă de nichel cu suprafață plană, se depune un strat de fotorezist. Aceasta va constitui stratul fotosensibil pentru înregistrarea celei de a doua holograme. Dezvoltarea se face cu o soluție care erodează (dizolvă) porțiunea de fotorezist unde a fost franjă intensă sau întunecată, în funcție de tipul fotorezistului. Astfel pe acele porțiuni suprafața nichelului devine liberă (neacoperită cu fotorezist). Urmează corodarea suprafeței de nichel cu un acid, care produce niște șanțuri pe această suprafață conform franjelor obținute la interferența unei obiect cu cea de referință.

Elementul obținut, reprezintă prima parte a matriței. A doua parte se obține făcând o replică dintr-un material plastic în felul următor: se încălzește prima parte și se aduce în contact cu bucata de material plastic cu suprafața plană. După încălzirea acesteia se presează și astfel după răcire se separă părțile de mai sus. Cu această matriță se poate face replici din foiță de staniol, introducând-o între cele două piese



(tată – mamă) ale matriței și presând-o ușor. Prin acest procedeu se poate obține un număr foarte mare de replici (până la un milion) adică hologramă rembow, care pot fi lipite pe hârtie, sticlă sau orice obiect.

Materiale de înregistrare holografică.

Până în momentul de față a fost elaborată o varietate foarte mare de materiale pentru înregistrări holografice, varietate reieșită din multiplele aplicații ale tehnicii holografice.

1- Pelicule de halogenură de argint.

Cele mai uzuale materiale pentru realizarea unor holograme *obișnuite*, dar folosită în foarte multe aplicații, este halogenura de argint înglobată în gelatină (filme obișnuite). Deosebirea de filmele folosite în fotografie sau spectroscopie este că, peliculele fotosensibile folosite pentru holografie trebuie să aibă o rezoluție mult mai bună, respectiv peste 1000 linii/mm. Pelicula fotosensibilă se depune pe un suport din sticlă sau din alt material ca și la filmele obișnuite.

Caracteristicile principale sunt: sensibilitatea spectrală, rezoluția exprimată în linii/mm, sensibilitatea la expunere exprimată în J/cm^2 , și eficiența la difracție exprimată în procente. Prin această mărime se înțelege raportul dintre fluxul luminos difractat pentru redarea imaginii și fluxul luminos incident pe holograma folosită pentru reconstrucție, exprimat în procente.

Diferite firme au elaborat mai multe tipuri de astfel de medii holografice. Pentru comparare prezentăm câteva, în vederea comparării lor.

Firma Kodak – 649 F, 649 C, rezoluție peste 2000 linii/mm, primul pancromatic, al doilea ortocromatic expunerea $1000 \cdot 10^{-7} J/cm^2$.

Firma Agfa – Geavert, 8E 70 și 8E 75, rezoluția > 3000 linii/mm, expunere $200 \cdot 10^{-7} J/cm^2$, pancromatic; al doilea 10E 75, rezoluția 2800 lini/mm, expunere $50 \cdot 10^{-7} J/cm^2$, pancromatic.

2. Gelatina dicromată.

Acest material se obține cel mai simplu dintr-un strat de halogenură de argint expus la lumină. O placă holografică descrisă mai sus expusă, după fixare se tratează cu o soluție dicromată..

Un rezultat bun se obține cu folosirea unei soluții de dicromat de amoniu $(NH_4)_2Cr_2O_7$. Pentru o mai bună îmbibare în gelatină acestei soluții, se pot folosi diferite soluții ajutătoare ca de exemplu, *fotoflo* sau *Igepal CA – 720*, (substanțe active de suprafață).

După îmbibarea stratului de gelatină cu aceste substanțe, stratul se usucă la întuneric. Dacă stratul este impregnat relativ slab, la o concentrare de dicromat, la suprafața ei poate apare cristalizarea.

Asemenea hologramă are o eficiență foarte bună la difracție în jur de 33 %, față de plăci simple cu halogenură de argint de ordinul procentului.

3. Fotorezist.

Este un fotopolimer. Substanțe polimere sensibilizate la acțiunea luminii au primit o întrebuițare curentă în tehnica de înregistrare holografică și sunt folosite la realizarea hologramelor plane. Fotorezistul folosit în microelectronică la tehnica de mascare, este folosit și pentru obținerea de rețele plane de difracție și modificador de suprafață de undă prin metode holografice. După expunere, pelicula este supusă erodării (developării). În locurile unde a fost expusă grosimea variază.

Sunt două feluri de fotorezist în funcție de dependența polimerizării de intensitatea luminii incidente. Deci în unele locuri fotorezistul va fi mai mult sau mai puțin erodat și astfel se obține un relief ce reprezintă sistemul de franje format pe suprafața fotorezistului la expunere. Este deci o hologramă de fază de tip grosime.

O hologramă înregistrată pe fotorezist poate fi redată prin transmisie sau prin reflexie dacă aceasta a fost metalizată. Fotorezistul este sensibil la lumina albastră sau ultravioletă. Expunerea necesară se află în domeniul $0,1 - 8 \cdot 10^{-2} J/cm^2$, de tip Kodak și $10 \cdot 10^{-2} J/cm^2$, la Az-111, respectiv Az-1350 a firmei Shipley. Acestea din urmă sunt de rezoluție înaltă.

4. Acrilamidă sensibilizată, este deaemenea un fotopolimer.

Pregătirea:

O soluție A, (monomer) constă din 3,6 moli acrilat de bariu 0,9 moli acrilat de zinc, 30 gr, acrilamidă, apă distilată până la 100 cm³ de soluție (PH-6,3).

Soluția B – (fotocatalizator) constă din: 0,0022 moli colorant, albastru de metil, 0,1 moli acid para-toulosulfatic, 0,1 moli acid 4-nitrofenilacetic. și glicerină pentru 100 cm³ soluție.

Înainte de utilizare se amestecă cele două soluții A și B în proporții egale și se realizează un strat uniform de 20 – 30 μm, grosime, între două lame de sticlă.

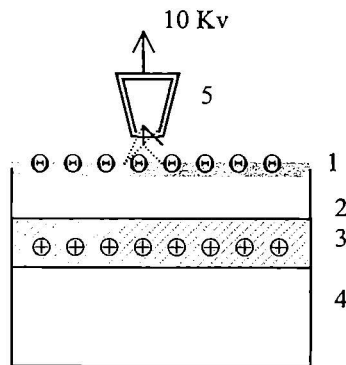
Separate, soluțiile A și B pot fi păstrate un timp îndelungat.

Caracteristicile materialului: energia de expunere corectă la 514,5 nm lungime de undă a radiației folosite, 3.10⁻³ J/cm². Eficiența la difracție 30 %, rezoluția 3000 linii/mm. După expunere, stratul de fotopolimer se fixează prin iluminarea lui cu o lumină ultravioletă obținută de la o lampă cu Hg (365 nm).

5. Fototermoplast.

Fototermoplastul este o structură formată din mai multe straturi și un sistem mai complex de înregistrare a imaginii. Cu acest mediu se obține hologramă de fază de grosime. La iluminarea primului strat, fototermoplastul, în funcție de intensitatea locală variază grosimea acesteia. Holograma obținută poate fi metalizată și se obține o hologramă prin reflexie. Acest material este de tip reversibil, informația înregistrată se poate șterge, din acest motiv este folosită varianta de hologramă prin transmisie.

În holografie, termoplastul este folosit în combinație cu un semiconductor conform figurii alăturate unde: 1 –termoplast, 2 – fotosemiconductor strat transparent conductor, 4 – suport din sticlă sau alt material, 5 – dispozitiv de descărcare coronă.



La încălzire, termoplastul se înmoaie și se poate deforma în funcție de distribuția sarcinilor electrice de pe suprafețe. Termoplastul este o smoolă care este sensibilă la lumină.

Pe un suport de sticlă se depune un strat conductor transparent de exemplu oxid de plumb, iar pe acesta stratul de semiconductor și la urmă stratul de fototermoplast. Stratul 3 de conductor asigură contactul electric cu semiconductorul 2, deasemenea servește și pentru încălzire în procesului de dezvoltare. Caracteristicile hologramei depind foarte mult de parametrii tehnologici a acesteia, de deformarea plastică.

La răcire, deformația se menține și se formează holograma plană de fază.

Ciclul de înregistrare - ștergere a hologramei termice înregistrată pe fototermoplast constă în următoarele etape:

Etapa I-a, încărcarea cu sarcină electrică. Cu ajutorul dispozitivului de descărcare coronă se obține o sarcină electrică uniformă.

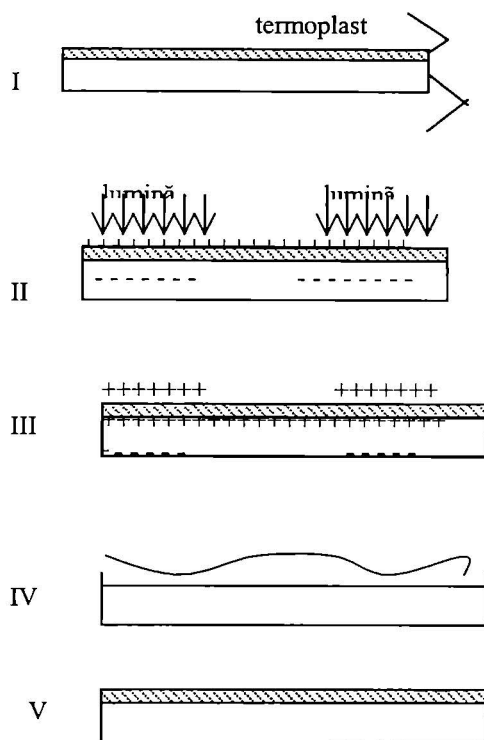
Etapa II-a, expunerea. Pe suprafața termoplastului se proiectează figura de interferență holografică. În această situație are loc o descărcare a fotosemiconductorului în locurile luminate și o micșorare proporțională a potențialului electric pe suprafețele zonelor corespunzătoare a termoplastului.

Etapa III. A doua încărcare. Potențialul termoplastului revine la valoarea sa inițială. În acele porțiuni ale terplastului unde suprafața era iluminată, sarcina electrică crește.

Etapa IV. Se încălzește temporar stratul de fototermoplast până la temperatura de înmuiere ($60-100^{\circ}\text{C}$). Această încălzire se poate face de exemplu trecând un curent electric prin stratul conductor.

Stratul de termoplast încălzit se deformează în funcție de distribuția locală a câmpului electric.

Ștergerea.



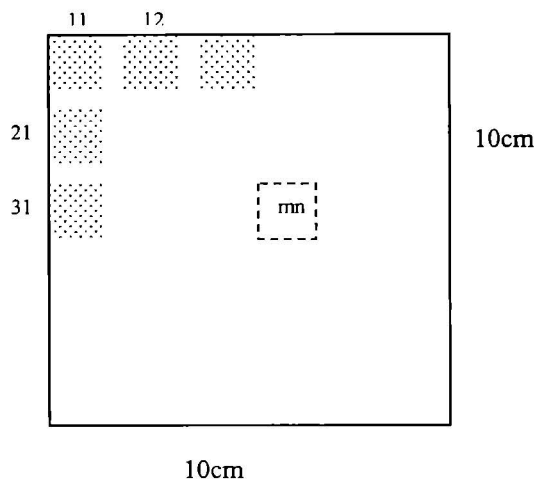
Pentru ștergerea informației, stratul de termoplast se încălzește din nou la o temperatură mai înaltă decât cea de dezvoltare. Încălzirea se menține un timp mai îndelungat.

Stocarea holografică a informației

Studiul proprietăților materialelor de înregistrare holografică ne arată că, cantitatea de informație pe care se poate înregistra pe unitatea de suprafață sau de volum, este foarte mare. Ținând seama că există și materiale reversibile apar toate premisele pentru folosirea acestora ca medii de stocare a informației.

Să considerăm pentru simplitate o placă holografică plană cu rezoluție de 2000 linii/mm. având dimensiunea $10 \times 10 \text{ cm}^2$.

Pe toată suprafața plăcii vom realiza microholograme conform figurii alăturate.



Pe un mm^2 se poate înregistra o cantitate de informații, $2 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^6$ bit.

Pentru înregistrarea unei imagini TV este necesar o cantitate de informații egală cu $628 \times 628 \approx 4 \cdot 10^5$ biți și prin urmare pe un mm^2 se poate înregistra cu ușurință o imagine TV sau o pagină de carte. Pe toată suprafața plăcii se înregistrează $10^2 \times 10^2 = 10^4$ microholograme.

La rularea unui film, trec 24 de cadre (imagini TV) pe secundă. 10^4 microholograme corespund la un film cu durata de $\approx 7'$.

Dacă se consideră capacitatea maximă de înregistrare a plăcii, $(2000 \times 100) \times (2000 \times 100) = 4 \cdot 10^{10}$ bit, numărul de imagini TV corespunzător $\approx 4 \cdot 10^{10} / 4 \cdot 10^5 = 10^5$ cea ce este echivalent cu rularea unui film ce durează peste o oră. Sistemul de înregistrare poate fi și altul decât cel din exemplul de mai sus.

Astfel, menținând direcția fasciculului de referință fix, făcând microrotații asupra hologramei cu un anumit pas dat, se poate înregistra un număr foarte mare de holograme pe aceeași placă. Avantajul mare pe care o are stocarea holografică a informației constă în proprietatea acesteia și anume, orice punct obiect este înregistrat în orice punct de pe hologramă. Aceasta înseamnă că dacă o mică parte din hologramă este deteriorată, imaginea se redă în întregime, deci nu se pierde din informație.

La stocarea holografică a informației, ca și la alte tipuri de stocare, se pune problema pe lângă capacitatea de stocare a materialului de înregistrare atât timpul de acces cât și costul. Un sistem dat trebuie să fie superior altora prin toți parametri pentru a fi competitiv. Din această privință metoda holografică de stocare a informației nu este competitivă cu cea pe disc magnetic în primul rând din cauza costului.

Capitolul IV.

Principiile prelucrării optice a informației.

La introducerea acestei cărți s-a menționat că, lumina este un purtător de informație. Într-adevăr la observator sosește lumina după ce a suferit diferite transformări în propagarea sa, reflexii, refracții care pot fi selective, absorbție, etc.

Astfel, lumina transformată structural și ca compoziție spectrală ne dă informație despre aceste transformări. Pe baza acestei observații se pune problema

dacă se poate interveni asupra structurii luminii în mod voit cu scopul de a realiza o anumită schimbare dorită a semnalului sosit la observator.

În această problemă matematica ne pune la dispoziție o serie de teorii care ne ajută la descrierea cantitativă a transformărilor dorită de noi. Din această categorie de probleme de un foarte mare folos prezintă teoria Fourier.

Menționăm că la originea acestei teorii se află o problemă de fizică și anume propagarea căldurii într-un corp dat. Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830) și-a propus rezolvarea problemei propagării căldurii într-o bară punând anumite condiții la cele două capete. La analiza condiției de frontieră apare ideea dezvoltării unei funcții într-o serie cu termeni în cos și sin, numită azi seria Fourier. Mai departe apare o întreagă teorie de importanță excepțională pentru optica modernă.

Problema fundamentală pe care se bazează prelucrarea optică a informației este transformata Fourier. Ne vom rezuma numai la enunțarea unor definiții pe care ne vom baza în descrierea și interpretarea fenomenelor legate de prelucrarea optică a informației.

1) – Transformata Fourier

Dacă funcția $x(t)$ este de variabilă reală t , transformata ei Fourier $X(\omega)$ este determinată de următoarea relație:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{i\omega t} dt. \tag{1}$$

Condițiile pe care trebuie să îndeplinească funcția sunt :

a) să existe integrala,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt.$$

b) Orice discontinuitate a funcției $x(t)$ este finită.

În cazul funcțiilor reale $x(t)$ din relația (1) rezultă, $X(-\omega) = X^*(\omega)$.

În concordanță cu (1), există și transformata inversă :

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \tag{2}$$

2) Convoluția.

Convoluția $z' = x * y$ a două funcții $x(t)$ și $y(t)$ este determinat de :

$$z' = x * y = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot y(\tau - t) dt. \tag{3}$$

3) Funcția de corelație, $z = x \otimes y$, este dată de:

$$z = x \otimes y = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t - \tau) y(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t') y(t' + \tau) dt'. \tag{4}$$

Ultima integrala din (4) a fost obținută prin schimbarea de variabilă $t' = t - \tau$.

Trebuie observat că cele două determinări (3) și (4) în general se deosebesc între ele. Spre deosebire de funcția de corelație, convoluția necesită o inversare spațială (variabila t devine $-t$) în funcția y . Din acest motiv operația de corelație mutuală este mai simplă decât cea de convoluție. În același timp, corelația are proprietăți mult mai complexe față de convoluție. Într-adevăr, dacă convoluția este comutativă, adică $x * y = y * x$, însușire pe care corelația nu are, $x \otimes y \neq y \otimes x$.

Dacă $x \equiv y$, din (3) obținem funcția de autoconvoluție;

$$g'(\tau) = x * x = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t-\tau)dt, \quad (5)$$

iar din (4) autocorelație,

$$g(\tau) = x \otimes x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t).x(t+\tau)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t).x^*(t-\tau)dt. \quad (6)$$

Cu ajutorul acestei relații se poate arăta, că $g(-\tau) = g^*(\tau)$. În particular dacă x este o funcție reală, $g(-\tau) = g(\tau)$, de aici reiese că funcția $g(\tau)$ este pară.

Transformatele Fourier ale operațiilor determinate mai sus au o serie de însușiri foarte interesante.

1- *Teorema convoluției.* $Z' = X.Y.$ (7)
Într-adevăr,

$$Z' = \int_{-\infty}^{+\infty} z(\tau)e^{i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(\tau-t)e^{i\omega\tau} dt d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} y(\tau-t)e^{i\omega(\tau-t)} d(\tau-t) \times \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{i\omega t} dt = XY.$$

2 - *Teorema corelației.*

$$Z = X^* Y. \quad (8)$$

Demonstrarea acestei relații se face la fel ca în cazul precedent.

Transformata Fourier în optică.

1. Transformata Fourier a funcției de apertură.

Fie o apertură dreptunghiulară cu laturile a și b , fig.1, iluminată uniform, normal pe planul aperturii cu o lumină monocromatică coerentă având lungimea de undă λ . Amplitudinea undei în planul aperturii este deci constantă E_0 . Funcția de apertură în cazul unidimensional

este deci

$$f(x) = \begin{cases} E_0 & \text{dacă } -\frac{a}{2} < x < +\frac{a}{2} \\ 0 & \text{dacă } |x| > \frac{a}{2} \end{cases} \quad (1)$$

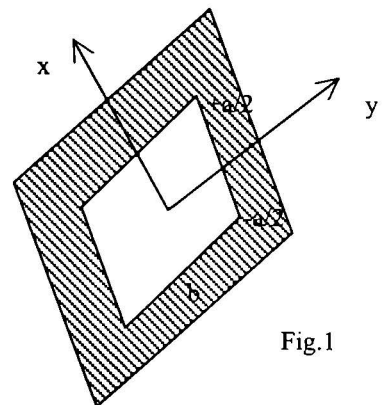


Fig.1

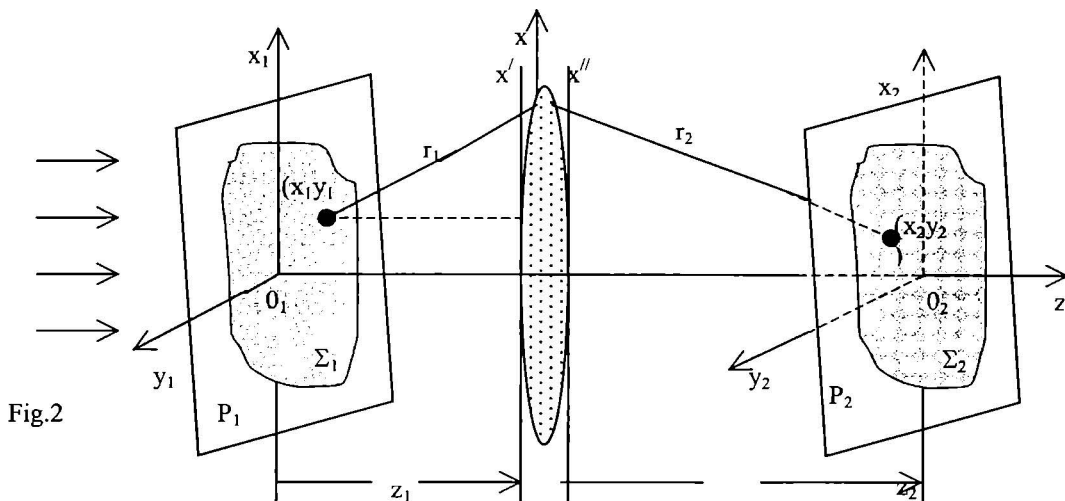
Transformata Fourier a funcției de apertură (1) este:

$$F(k) = E_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{ikx} dx = \frac{1}{-ik} e^{-ikx} \Big|_{-a/2}^{+a/2} = \frac{2}{k} \sin(ka/2) = aE_0 \frac{\sin(ka/2)}{(ka/2)} = E_0 a \frac{\sin(\pi a / \lambda)}{(\pi a / \lambda)} = E_0 a \cdot \text{sinc } \alpha \quad (2)$$

unde, $\text{sinc } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ este o funcție specială pe care am întâlnit-o la studiul difracției

luminii paralele pe o fantă dreptunghiulară și îngustă. De aici reiese că distribuția de amplitudine a luminii difractate este transformata Fourier a funcției de apertură.

2. Transformata Fourier bidimensională realizată de o lentilă convergentă.



Lentila din figură se consideră subțire. Fie două planuri P_1 și P_2 aflate la distanța z_1 respectiv z_2 de lentilă. Fie $\psi(x_1, y_1)$ ori care din distribuțiile componentelor câmpului luminos $E_x(x_1, y_1)$, $E_y(x_1, y_1)$, din planul P_1 aflat la z_1 de lentilă. Practic aceasta înseamnă de exemplu un diapozitiv de suprafața Σ_1 , așezat în planul P_1 și iluminat cu un fascicul paralel de lumină coerentă. Conform teoriei difracției luminii, (Kirchhoff-Fresnel), dacă se cunoaște distribuția amplitudinii câmpului $\psi_1(x_1, y_1)$ întrun plan, distribuția la distanța z_1 este dată de :

$$\Psi'(x'y') = -\frac{i}{2\lambda} \int_{\Sigma_1} \frac{\Psi_1(x_1, y_1)}{r_1} (1 + \cos \theta) e^{ikr_1} ds_1 \quad (3)$$

În cazul fascicului paralel de lumină, unghiul de oblicitate $\theta \approx 0$, $\rightarrow \cos \theta \approx 1$, iar r_1 de la numitor se poate pune $r_1 \approx z_1$. Unitatea imaginară din fața integralei înseamnă un defazaj de $\pi/2$ dintre oscilația unui punct de pe frontul de undă și unda secundară emis de acel punct (principiul lui Huygens).

Distanța r_1 de la exponențială se dezvoltă în serie, pentru simplitate se va lucra unidimensional. În acest caz distanța r_1 se va exprima astfel,

$$r_1 = \sqrt{z_1^2 + (x' - x_1)^2} = z_1 + \frac{(x' - x_1)^2}{2z_1} \quad (4)$$

Cu aceste observații relația (3) poate fi scrisă:

$$\psi'(x') = A \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1(x_1) \exp \left[ik \frac{(x' - x_1)^2}{2z_1} dx_1 \right] \quad (5)$$

Limita de integrare se poate extinde de la $-\infty$ la $+\infty$ deoarece înafara domeniului delimitat de Σ_1 , distribuția $\Psi_1(x_1) = 0$.

În planul x'' amplitudinea câmpului va fi, $\psi'' = t(x)\Psi'$, unde $t(x)$ este transparența lentilei, Cu alte cuvinte, lentila este considerată ca un obiect de fază. Cunoscând distribuția în planul x'' , distribuția în planul P_2 , conform aceluiași principiu va fi,

$$\begin{aligned} \psi_2(x_2) &= B \int_{-\infty}^{+\infty} \psi''(x'') \exp \left[ik \frac{(x_2 - x'')^2}{2z_2} dx'' \right] = \\ &= C \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1(x_1) \cdot t(x) \exp \left[ik \frac{(x' - x_1)^2}{2z_1} \right] \cdot \exp \left[ik \frac{(x_2 - x'')^2}{2z_2} \right] dx_1 dx'' \end{aligned} \quad (6)$$

Pentru a rezolva această integrală trebuie determinată funcția de transparență a lentilei, adică funcția de fază introdusă de lentilă.

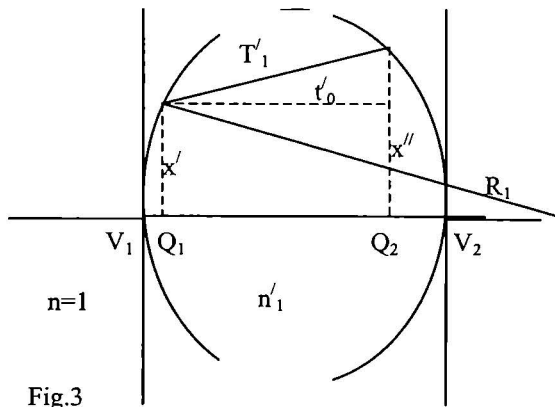


Fig.3

Lentila din fig.3 duce la o variație a fazei de forma:

$$t(x) = e^{ik[n_1 T_1 + (t'_1 - T_1)]} = e^{ik t'_1} \cdot e^{ik(n_1 - 1)T_1} \quad (7)$$

În această relație $t'_1 = V_1 V_2$ reprezintă grosimea lentilei la centru. Vom aproxima $T'_1 \approx t'_0$. Cu aceste precizări vom avea:

$$T_1' = t_1' - V_1 Q_1 - V_2 Q_2 \quad (8)$$

Din figură avem:

$$V_1 Q_1 = R_1 - \sqrt{R_1^2 - x'^2} = R_1 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x'^2}{R_1^2}}\right) = R_1 \left[1 - \left(1 - \frac{x'^2}{2R_1^2}\right)\right] = \frac{x'^2}{2R_1}.$$

În mod analog obținem,

$$V_2 Q_2 = -\frac{x''^2}{2R_2},$$

unde s-a ținut seama de semnul razei de curbură R_2 .

Cu aceste precizări, funcția de grosime,

$$T_1' = t_1' - \frac{x'^2}{2R_1} + \frac{x''^2}{2R_2} = t_1' - \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \quad (8)$$

În relația (8) s-a ținut seama că $x' \approx x'' = x$. Întroducând (8) în (7), funcția de fază devine,

$$t(x) = \exp\left\{ik\left[n_1' t_1' - \frac{x}{2} n_1' \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\right]\right\} = \exp(ikn_1' t_1') \cdot \exp\left(-i \frac{k}{2f'} x^2\right). \quad (9)$$

Întroducând (9) în (7), și considerând P_1 și P_2 planele focale ale lentilei, adică, $z_1 = f'$ și $z_2 = f'$, distribuția câmpului în planul P_2 devine,

$$\psi_2(x_2) = C' \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int \psi_1(x_1) \exp\left[ik \frac{(x-x_1)^2}{2f'}\right] \cdot \exp\left(-i \frac{k}{2f'} x^2\right) \cdot \exp\left[ik \frac{(x_2-x)^2}{2f'}\right] dx_1 dx. \quad (10)$$

După înmulțirea exponențialelor, puterea poate fi scrisă sub forma:

$$[x - (x_1 + x_2)]^2 - 2x_1 x_2.$$

Notând cu $\omega_x = \frac{2\pi}{\lambda f'} x$, frecvența spațială circulară și $\xi = x - (x_1 + x_2)$, relația (10) devine,

$$\psi_2(x_2) = C' \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int \psi_1(x_1) \exp(-i\omega_x x_1) dx_1 \cdot \exp(ik\xi^2) d\xi. \quad (11)$$

Integrala în ξ este integrala Fresnel, care are forma:

$$\int_0^w \exp(i\pi \frac{w^2}{2}) dw.$$

Notând $k\xi^2 = \frac{\pi}{2} w^2 \Rightarrow d\xi = \frac{\sqrt{\lambda}}{2} dw$, integrala în ξ din (11) devine proporțională cu integrala Fresnel.

$$\int_0^w \exp(i\pi \frac{w^2}{2}) = \int_0^w \cos \frac{\pi}{2} w^2 .dw + i \int_0^w \sin \frac{\pi}{2} w^2 dw = C(w) + iS(w).$$

Având în vedere că , $C(-\infty)=S(-\infty)=-0,5$ și $C(\infty)=S(\infty)=0,5$, integrala

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\pi \frac{w^2}{2}) dw = C(w) \Big|_{-\infty}^{+\infty} + i.S(w) \Big|_{-\infty}^{+\infty} = 1 + i.$$

Cu această constatare în relația (11) va avea forma :

$$\psi_2(x_2) = C_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1(x_1) . \exp(-i\omega_x x_1) . dx_1,$$

(12)

unde în C_0 sunt înglobate toate constantele.

Expresia (12) arată că distribuția amplitudinii câmpului din planul focal imagine a unei lentile convergente este transformta Fourier a distribuției câmpului din planul focal obiect.

Dacă se ia în considerare și variabila y , expresia (12) se va scrie:

$$\psi_2(\omega_x \omega_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1(x_1 y_1) \exp[-i(\omega_x x_1 + \omega_y y_1)] dx_1 dx_2.$$

(13)

În această expresie s-a pus $C_0=1$. În problema discutată ne interesează forma distribuției și nu mărimea ei.

Frecvențele spațiale

$$\omega_x = \frac{2\pi}{\lambda} x_2$$

respectiv

$$\omega_y = \frac{2\pi}{\lambda} y_2$$

sunt mari pentru puncte din planul P_2 , planul Fourier, aflate departe de axa lentilei. În concluzie, o lentilă convergentă realizează o transformată Fourier bidimensională.

Filtraj spațial

Din cele de mai sus am constatat că în planul focal a unei lentile convergente se formează spectrul Fourier a unei distribuții date din planul focal; obiect. Aceasta ne

dă posibilitatea să intervenim cu anumite modificări asupra acestui spectru. Operația se numește filtraj spațial, operație asemănătoare cu cea din circuite electrice (filtre trece jos, trece sus sau filtru bandă).

În acest scop să considerăm schema din fig.4.

Lentila a doua din schemă L_2 , realizează transformata Fourier a distribuției din planul Fourier P_2 , care este transformata Fourier a distribuției din planul P_1 , adică în planul P_3 se obține transformata transformată Fourier din planul P_1 .

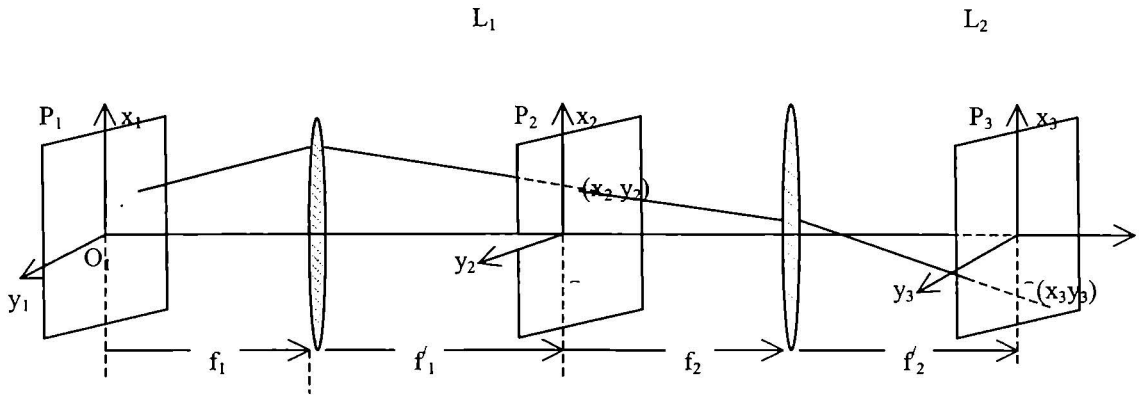


Fig.4

Cu alte cuvinte se recostituie distribuția din planul de intrare P_1 , adică,

$$\psi_3(x_3, y_3) = C \int_2 \psi_2(\omega_x, \omega_y) \exp[i(\omega_x x_3 + \omega_y y_3)] d\omega_x d\omega_y.$$

Nu este greu de văzut că planele P_1 și P_3 sunt plane conjugate ale sistemului $(L_1 L_2)$.

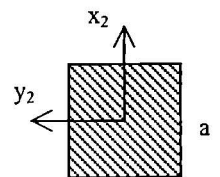
Dacă se așează un paravan pătratic opac de latura a în planul P_2 , vor trece toate frecvențele spațiale care satisfac relația,

$$\omega_x = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_2}{2f'} > \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a}{2f'}.$$

Dacă în centrul planului se fixează un ecran opac în care este tăiată o diafragmă pătratică cu latura b ca în fig.6, vor trece numai frecvențele spațiale care satisfac condiția,

$$\omega_x = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_2}{2f'} < \frac{2\pi}{\lambda} \frac{b}{2f'}.$$

Acest filtru se numește *filtru trece jos*. Menționăm că f' este distanța focală a primei lentile. Pentru componenta y sunt valabile aceleași relații.



a Fig.5

Acest filtru se numește *filtru trece sus*, fig.5.

În figura 7 este prezentat un filtru trece bandă, adică care lasă să treacă frecvențele cuprinse între limitele,

$$\frac{2\pi a}{\lambda f'} < \omega > \frac{2\pi b}{\lambda f'}$$

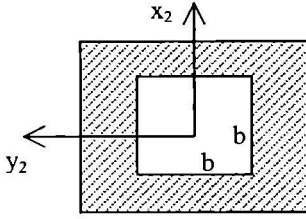


Fig.6

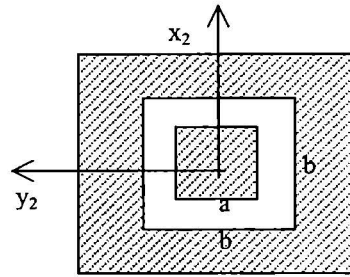


Fig. 7

Filtrajul spațial are aplicații la îmbunătățirea calității imaginii.

Astfel, de exemplu dacă o fotografie prezintă rast, puncte negre dispuse ca o rețea (fotografie de pe un ziar sau o imagine TV mărită), pe baza filtrajului spațial se poate corecta acest inconvenient. Este suficient ca în planul Fourier să se așeze un filtru trece jos care obturează frecvențele spațiale mari produse de acea structură fină sub formă de rețea.

Cu ajutorul unui filtru trece sus se poate îmbunătăți contrastul unei fotografii. Filtru trece bandă îmbunătățește raportul semnal zgomot. Evident în afară de filtrele amintite există multe alte tipuri de filtre cu care se pot face multe tipuri de îmbunătățiri a imaginii.

Unul din filtrele des folosite este filtrul complex sau filtrul adaptat, folosit pentru realizarea corelației a două funcții.

Corelația a două funcții. Recunoașterea formei obiectelor.

Fie două funcții $s(xy)$ și $r(xy)$.

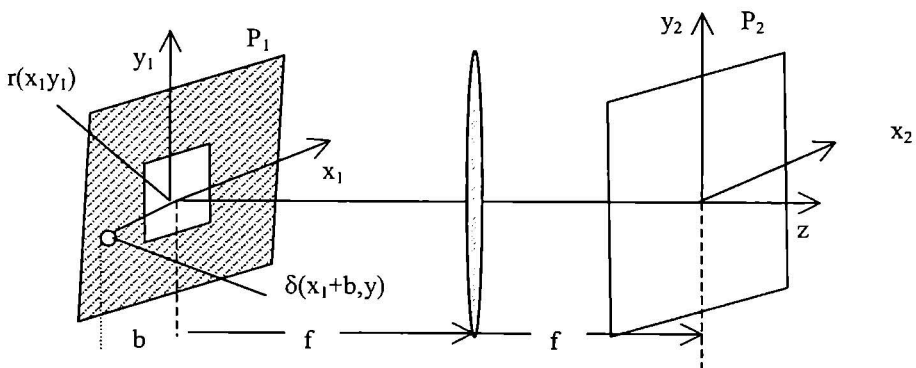


fig.8

Corelația acestora este definită (vezi rel.4, introducere) ca:

$$v(x) = s \otimes r = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\alpha, \beta) \cdot s(\alpha + x, \beta + y) \cdot d\alpha \cdot d\beta. \quad (1)$$

Conform teoriei corelației, între transformatele Fourier acestor funcții are loc relația,

$$V(\omega_x, \omega_y) = R^*(\omega_x, \omega_y) S(\omega_x, \omega_y). \quad (2)$$

Prin urmare pentru a realiza o corelație, trebuie să creem un semnal complex R^* . Am văzut că putem obține o astfel de operație pe cale holografică. În acest scop în planul P_1 se pune funcția $r(x_1, y_1)$ și un orificiu mic, adică funcția $A\delta(x_1 + b, y)$ și iluminăm cu un fascicul paralel laser.

Lentila L_1 , realizează transformata Fourier ale acestora.

În planul P_1 avem deci funcția, $g(x_1, y_1) = r(x_1, y_1) + A\delta(x_1 + b, y_1)$ căreia îi corespunde în planul P_2 transformata Fourier $G(\omega_x, \omega_y)$, adică,

$$G(\omega_x, \omega_y) = R(\omega_x, \omega_y) + A \exp(i\omega_x b). \quad (3)$$

Termenul al doilea este o undă plană, deci un fascicul de lumină paralelă care face un unghi α cu axa sistemului.

Dacă se pune o placă holografică în P_2 se va înregistra o hologramă, unde unda plană este unda de referință, iar $R(x_1, y_1)$ unda obiect. După dezvoltare, placa holografică va avea o transparență,

$$t(x_2, y_2) \propto I(x_2, y_2) = GG^* \quad (4)$$

$$t(x_2, y_2) = [R + A \exp(-i\omega_x b)] [R^* + A \exp(i\omega_x b)] = (RR^* + A^2) + AR^* \exp(-i\omega_x b) + AR \exp(i\omega_x b). \quad (5)$$

Această hologramă este un filtru complex, sau filtru adaptat.

În faza a doua, se scoate $g(x_1, y_1)$ din planul P_1 , în locul ei se așează funcția $s(x_1, y_1)$ în centrul sistemului $x_1, 0, y_1$. Iluminată cu același fascicul laser, în planul P_2 vom avea transformata Fourier $S(\omega_x, \omega_y)$. Imediat după hologramă va fi funcția $t(x_2, y_2) \cdot S(\omega_x, \omega_y)$. În planul P_3 se va găsi transformata Fourier a funcției de după hologramă, adică:

$$\begin{aligned} \psi_3(x_3, y_3) &= \int_{P_2} t(x_2, y_2) S(x_2, y_2) e^{-i\omega_x x_3} dx_2 dy_2 = \\ &= \int_{P_2} (|R|^2 + |A|^2) S \cdot e^{-i(\omega_x x_3 + \omega_y y_3)} dx_2 dy_2 + \int_{P_2} ARS \cdot e^{-i[\omega_x(x_3 - b) + \omega_y y_3]} dx_2 dy_2 + \int_{P_2} ARS e^{i[\omega_x(x_3 - b) + \omega_y y_3]} dx_2 dy_2. \end{aligned}$$

Primul termen reproduce funcția $s(x_1y_1)$, deci reproduce imaginea obiectului aflat în P_1 . Al doilea termen conține produsul R^*S , adică $V=R^*S$, transformata Fourier acesteia este v , termenul reprezintă corelația funcțiilor r și s , $v = r \otimes s$. Al treilea termen conține produsul RS , adică convoluția celor două funcții $v' = r * s$, r și s , adică $r * s$, (vezi relația 3 introducere).

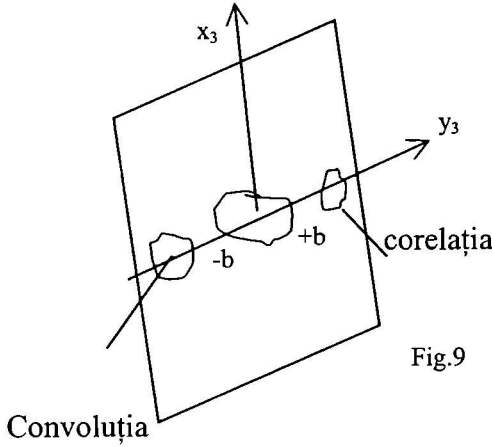


Fig.9

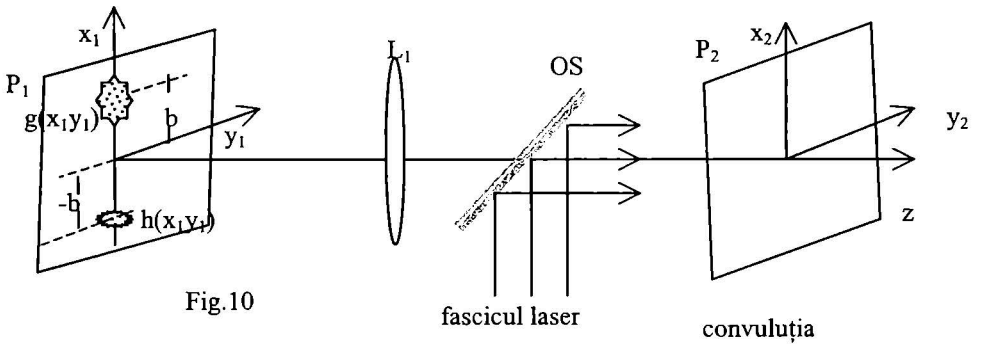


Fig.10

Corelația se poate realiza și printr-o metodă mai rapidă, numită simultană.

Pentru realizarea corelației simultane este folosită tot schema din fig.4 la care se adaugă o oglindă O cu ajutorul căreia se iluminează filtrul adaptat (holograma din planul P_2).

În figura 10 este prezentată prima parte acestei scheme.

În planul P_1 se așează cele două funcții ale căror corelație vrem să o realizăm, $g(x_1-b, y_1)$ și $h(x_1+b, y_1)$, adică

$$\Psi_1(x_1, y_1) = g(x_1-b, y_1) + h(x_1+b, y_1).$$

În planul P_2 se obține transformata Fourier

$$\psi_2(x_2, y_2) = F\{\psi_1\} = G \cdot \exp(-i\omega_x b) + H \cdot \exp(i\omega_x b),$$

deorece,

$$F\{g(x_1 - b, y_1)\} = G(\omega_x, \omega_y) \exp(-i\omega_x b),$$

$$F\{h(x_1 + b, y_1)\} = H(\omega_x, \omega_y) \cdot \exp(i\omega_x b).$$

În planul P_2 se înregistrează o hologramă, iar după dezvoltare transmitanța acesteia va fi :

$$t(x_2, y_2) = I(x_2, y_2) = (G \cdot e^{-i\omega_x b} + H \cdot e^{i\omega_x b}) (G^* e^{i\omega_x b} \exp(i\omega_x b) + H^* e^{-i\omega_x b}) = GG^* + HH^* + HG e^{i\omega_x b} + GH^* e^{-i\omega_x b}.$$

În planul P_3 se obține transformata Fourier

$$F\{t(x_2, y_2)\} = \psi(x_3, y_3).$$

$$\psi_3(x_3, y_3) = \int_{P_2} (GG^* + HH^*) e^{-i(\omega_x x_3 + \omega_y y_3)} dx_2 dy_2 + \int HG^* e^{-i[\omega_x(x_3 - 2b) + \omega_y y_3]} dx_2 dy_2 + \int GH^* e^{-i[\omega_x(x_3 + 2b) + \omega_y y_3]} dx_2 dy_2 = g \otimes g + h \otimes h - g \otimes h * \delta(x_3 - 2b) + h \otimes g * \delta(x_3 + 2b)$$

Primii doi termeni reprezintă autocorelația funcțiilor g respectiv h , care se regăsesc în centrul P_3 . Corelația căutată de noi este exprimată de termenii trei și patru îndepărtate de centrul sistemului de coordonate (x_3, y_3) la distanța $x_3 = \pm 2b$.

În tehnica de optică onformațională se folosesc lentile cu distanțe focale mari și recomandat să fie egale.

Una din aplicațiile corelației este recunoașterea obiectelor.

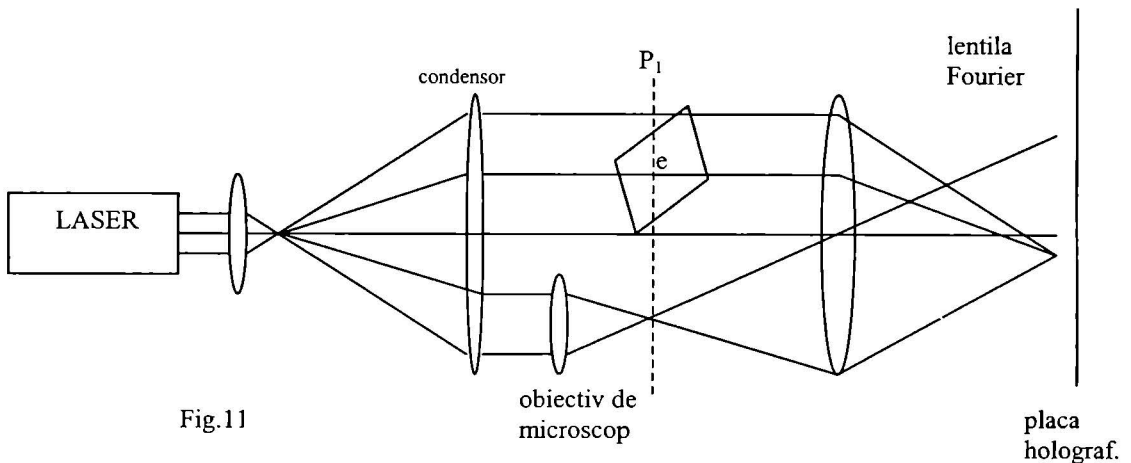


Fig.11

În fig.11 este reprezentată schema practică de realizare a recunoașterii formei unui obiect.

Fascicul laser este expandat și transformat într-un fascicul paralel larg. Obiectivul de microscop, focalul căruia se află în planul obiect P_1 și realizează funcția δ . Astfel în planul P_1 se află diapozitivul cu litera e și funcția δ .

În cazul concret se propune recunoașterea tuturor literelor e de pe o pagină tipărită. În acest scop se face un filtru adaptat (o hologramă) pentru litera e . După dezvoltarea hologramei în planul de intrare (plan obiect) se așază pagina tipărită (diapozitivul), iar în planul Fourier filtrul adaptat.

În planul P_3 se obține corelația între litera e de pe hologramă și literele e din pagină. Ca aspect, în planul P_3 apar puncte luminoase în toate pozițiile unde se găsește litera e din pagină din planul obiect.

Tehnica de recunoaștere a obiectelor poate fi folosită în foarte multe aplicații ca de exemplu în microelectronică pentru depistarea defectelor din circuite de microelectronică, în criminalistică pentru identificarea amprentelor digitale etc.

Un tabelul cu funcții și transformatele lor Fourier folosite des în optică este la Anexa 2.

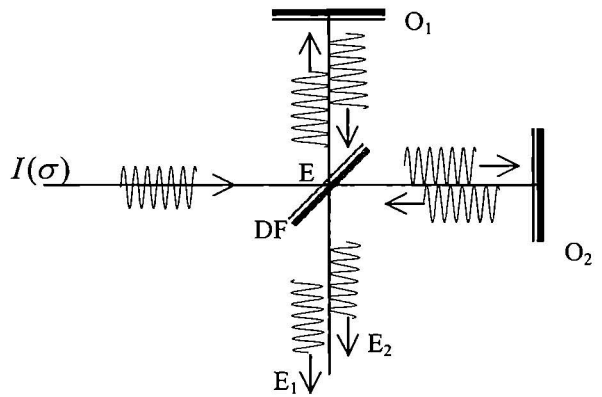
Din acest tabel se recunoaște cu ușurință difracția pe o fantă dreptunghiulară și îngustă, *rect*, respectiv pe o fantă circulară, *circ*. Transformatele lor Fourier le putem obține iluminând fantele respective cu un fascicul paralel de lumină coerentă, sau punând fantele în planul focal obiect a unei lentile convergente și iluminate cu o lumină coerentă în mod uniform, transformata Fourier se obține în acest caz în planul focal imagine.

Distribuția Gauss este mult folosită în fizica laserilor deoarece fasciculele laser prezintă o asemenea distribuție a intensității într-un plan perpendicular pe axul fasciculului, sau de exemplu liniile spectrale pot avea o distribuție a intensității în funcție de frecvență de tip Gauss.

Din studiul transformatelor Fourier reiese că două funcții (distribuții) aflate în relație de transformata Fourier, produsul semi-lărgimilor acestora este $1/\pi$. Aceasta reprezintă una din formele principiului nedeterminării.

Fie o radiație cu distribuția intensității în funcție de numărul de undă $\sigma = 1/\lambda$ de forma:

$$I(\sigma) = \exp\left(-\frac{\sigma^2}{a^2}\right).$$



Transformata Fourier este:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \exp(-\pi a \delta)^2.$$

Semilărgimea acestora fiind, a respectiv $1/\pi a$ iar produsul lor $1/\pi$.

O aplicație foarte importantă acestei relații regăsim la determinarea timpului de coerență a unei radiații cu ajutorul interferometrului Michelson.

O undă E de lungime de undă λ incidentă pe divizorul de fascicul DF, după divizare și reflexiile de pe cele două oglinzi O_1 și O_2 se reîntâlnesc la ieșire din interferometru având expresiile:

$$E_1 = E_0 \exp[-(\omega t - kl_1)],$$

$$E_2 = E_0 \exp[-(\omega t - kl_2)]$$

unde l_1 și l_2 sunt lungimile celor două brațe ale interferometrului.

Intensitatea luminii emergente din interferometru este:

$$I_T = \langle E_T E_T^* \rangle,$$

după calcul obținem,

$$I = 2I_0 [1 + \cos(2\pi\sigma\delta)]$$

unde $\sigma = 1/\lambda$ este numărul de undă,

$$\delta = 2\Delta l = 2(l_2 - l_1)$$

diferența de drum optic.

Dacă pe interferometru cade nu o radiație monocromatică de o lungime de undă dată ci o radiație având distribuția după numărul de undă $I(\sigma)$, intensitatea la ieșire din interferometru va fi dată de:

$$I(\delta) = \int I(\sigma) [1 + \cos 2\pi(\sigma + \sigma_0)\delta] d\sigma,$$

unde se consideră originea pentru σ de la σ_0 valoare corespunzătoare maximului distribuției. Dezvoltând cosinusul se obține,

$$I(\delta) = P + C \cos \theta - S \sin \theta$$

unde

$$P = \int I(\sigma) d\sigma$$

$$S = \int I(\sigma) \sin(2\pi\sigma\delta) d\sigma.$$

$$C = \int I(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma$$

$$\theta = 2\pi\sigma_0\delta.$$

Derivând $I(\delta)$ în funcție de θ , obținem extremele acestei funcții, rezultând:

$$I_{\min} = P - \sqrt{C^2 + S^2},$$

aici s-a considerat că C și S sunt constante în raport cu θ pentru valori mici ale lui σ .

$$I_{\max} = P + \sqrt{C^2 + S^2},$$

Cu aceste rezultate funcția de vizibilitate devine:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\sqrt{C^2 + S^2}}{P}$$

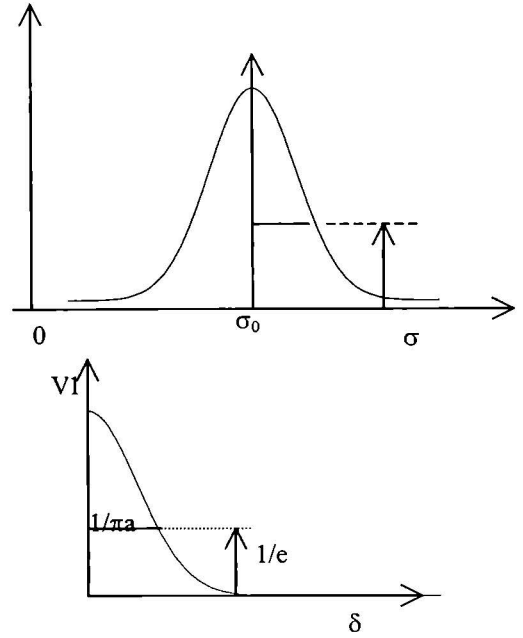
Pentru distribuția Gauss

$$I(\sigma) = A \exp\left(-\frac{\sigma^2}{a^2}\right)$$

vizibilitatea devine,

$$V = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{\sigma^2}{a^2}\right) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma}{\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{\sigma^2}{a^2}\right) d\sigma} = \exp(-\pi a \delta)^2$$

Funcția de vizibilitate este tot de forma gaussiană. În aceste relații a este semilărgimea distribuției $I(\sigma)$, luată la $1/e$ din înălțime, (figura alăturată).



Semiînălțimea funcției de vizibilitate este $1/\pi a$. Produsul semiînălțimilor celor două distribuții este: $a \cdot (1/\pi a) = 1/\pi$.

În cazul interferometrului Michelson, diferența de drum optic este

$$\delta = 2l_c = \frac{1}{\pi a}$$

unde l_c este lungimea de coerență.

Semilărgimea liniei, $a = \Delta\sigma$, se poate exprima în funcție de frecvența circulară, $\Delta\omega$. Într-adevăr, dacă $\sigma = 1/\lambda = \nu/c = \omega/(2\pi c)$, semilărgimea $\Delta\sigma = a = \Delta\omega/(2\pi c)$.

Ținând seama că $l_c = c \cdot \tau_c$, unde τ_c este timpul de coerență, obținem că:

$$\Delta\omega = \frac{1}{\tau_c}$$

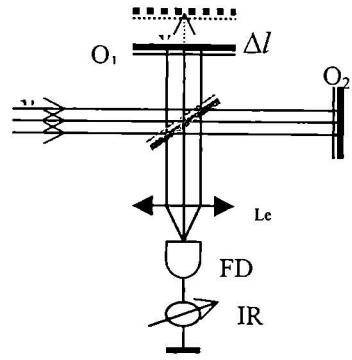
adică, semilărgimea liniei spectrale este inverproportională cu timpul de coerență, cu alte cuvinte monocromaticitatea este legată de coerența temporală.

De aici rezultă că, cu ajutorul interferometrului Michelson se poate determina lungimea de coerență și de aici timpul de coerență.

Din cele discutate reiese că interferometrul Michelson realizează o transformată Fourier. În cazul discutat, funcția de vizibilitate este transformata Fourier a distribuției gaussiene radiației incidente pe interferometru.

Interferometrul Michelson este și un spectrometru, *spectrometru Fourier*.

Într-adevăr, să considerăm că pe interferometru cade o lumină paralelă monocromatică de lungime de undă λ_0 respectiv număr de undă σ_0 , sau frecvența ν_0 . Fascicolul paralel emergent din interferometru este proiectat pe suprafața unui fotodetector aflat în focarul unei lentile convergente.



Dacă intensitatea luminii monocromatice incidente este $I(\sigma_0)$, intensitatea rezultată la ieșire din interferomtru este :

$$I = \frac{I_0}{2} [1 + \cos(2\pi\sigma_0\delta)]$$

sau deoarece strălucirea este proporțională cu intensitatea, notând cu B strălucirea radiației incidente și cu L strălucirea în focarul lentilei L_e , relația de mai sus va avea forma,

$$L = \frac{B}{2} [1 + \cos(2\pi\sigma_0\delta)]$$

Primul termen $B/2$, este constant și îl putem ignora nevariind cu δ . Curentul fotodetectorului este proporțional cu strălucirea radiației incidente pe suprafața lui.

Curentul fotodetrectat va avea forma:

$$I(\delta) = B \cos(2\pi\sigma_0\delta) \tag{3}$$

Însă,

$$\delta = 2\Delta l = l_2 - l_1.$$

Dacă una din oglinzi se deplasează cu o viteză constantă $V/2$, diferența de drum va fi: $\delta = V.t$.

Cu această considerație, curentul fotodetectat va fi:

$$I(\delta) = B \cos(2\pi Vt\sigma_0) = B \cos(2\pi\nu_0 t) = B \cos\Omega_0 t, \tag{4}$$

unde s-a notat, ν_0 frecvența curentul fotodetectat,

$$\nu_0 = V\sigma_0 = \frac{\nu_0 V}{c}, \tag{5}$$

ν_0 este frecvența luminii incidente, iar c viteza de propagare a luminii în vid.

Reținem de aici că, dacă asupra interferometru cade o lumină monocromatică, curentul fotodetectorului este deasemnea monocromatic (monofrecvență). Frecvența curentului este dată de raportul V/c și frecvența luminii incidente. Raportul V/c este

foarte mic. De exemplu la $V = 10^{-3}$ mm/s, frecvența corespunzătoare este $\nu_0 = 1,83$ GHz.

Dacă interferometrul se iluminează cu o radiație spectruyl căreia conține multe linii monocromatice, atunci fiecare linie se studiază la fel ca mai sus iar semnalul total va fi suma semnalelor liniilor componente ale radiației. Astfel, dacă spectrul este întins între limitele σ_1 și σ_2 , semnalul total va fi:

$$I(\delta) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} B(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma. \quad (6)$$

Semnalul $I(\delta)$ se poate înregistra pe o bandă magnetică sau pe hârtia unui înregistrator. Figura obținută se numește *interferogramă*. Relația (6) ne arată că $I(\delta)$, adică semnalul de ieșire deci interferograma este transformata Fourier a semnalului de intrare $B(\sigma)$, adică a spectrului radiației luminoase incidente.

Teoria transformatei Fourier arată că este valabilă și transformata inversă, adică din (6) putem scrie ,

$$B(\sigma) = \int I(\delta) \cos(2\pi\sigma\delta) .d\delta. \quad (7)$$

Cu alte cuvinte, spectrul radiației $B(\sigma)$, este transformata Fourier a semnalului de ieșire, a interferogramei $I(\delta)$. Această operație se poate face la un calculator. Astfel, interferometrul Michelson este un spectrometru Fourier. Este un instrument extraordinar de performant și este folosit în special în domeniul infraroșu al spectrului optic. Cu asemenea spectrometre au fost studiate majoritatea spectrelor corpurilor cerești, stele îndepărtate.

Principalul avantaj al spectrometrului Fourier față de spectrometrele clasice cu prismă sau rețea constă în faptul că la spectrometru Fourier, fluxul incident este strâns în același loc din spațiu, adică în focarul lentilei de ieșire. La spectrometrele clasice, fluxul incident este dispersat în spațiu, deci intensitatea luminii într-un punct dat este foarte mică și astfel crează probleme la detecție.

Capitolul V.

Transmiterea informației cu fascicul laser

Noțiuni generale de comunicație.

Unitatea binară este o măsură a entropiei și a cantității de informație.

Entropia exprimată în biți, ne arată numărul mediu de semne necesare pentru scrierea (distingerea) comunicației sursei. Ca unitate se mai folosește și dit-ul,

$$1dit = \frac{1}{\log_2} bit = 3,32biti.$$

Teoria informației se bazează pe posibilitatea de măsurare a cantității de informație (Shanon 1948) conținută într-un obiect aleatoriu (eveniment, mărime, funcție etc.) față de un alt obiect aleatoriu. Ca exemplu să considerăm o mărime aleatorie ξ , care ia valorile; $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, cu probabilitățile; $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$.

Fie o altă mărime aleatorie η , care ia valorile; $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ cu probabilitățile; $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$.

Informația $I(\xi, \eta)$ în raport cu η conținută în ξ se definește ca:

$$I(\xi, \eta) = \sum_{ij} p_{ij} \log_2 \frac{p_{ij}}{p_i q_j},$$

unde p_{ij} este probabilitatea de coincidență adică, ξ să ia valoarea x , $\xi = x$, respectiv, $\eta = y$.

$$\text{Mărima, } H(\xi) = I(\xi, \xi) = \sum_i p_i \log \frac{1}{p_i}, \quad (2)$$

se numește entropia mărimii aleatorii ξ .

Cantitatea de informație și entropia sunt legate prin,

$$I(\xi, \eta) = H(\xi) + H(\eta) - H(\xi, \eta), \quad (3)$$

unde $H(\xi, \eta)$ este entropia perechii (ξ, η) , adică

$$H(\xi, \eta) = \sum p_{ij} \log_2 \frac{1}{p_{ij}}. \quad (1)$$

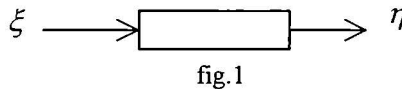
Dacă ξ și η pot lua o infinitate de valori, atunci:

$$I(\xi, \eta) = \iint p(x, y) \log_2 \frac{p(x, y)}{p(x)q(y)}, \quad (1')$$

unde p și q sunt densitățile de probabilitate respective.

Printr-un canal se înțelege orice dispozitiv destinat transmiterii informației.

Capacitatea canalului este cantitatea maximă de informație în raport cu semnalul de intrare conținută în semnalul de ieșire.



Fie ξ semnalul de intrare care primește valori x cu probabilitatea $p(x)$.

Cu teoria probabilității se poate calcula probabilitatea $q(y)$ ca semnalul de ieșire să ia valoare y ,

$$q(y) = \sum p(x) \cdot p\left(\frac{y}{x}\right),$$

cât și probabilitatea de coincidență a evenimentelor, $\xi = x$ și $\eta = y$,

$$p(x, y) = p(x) \cdot p\left(\frac{y}{x}\right).$$

Conform acestor relații se calculează cantitatea de informație

$$I(\xi, \eta) = I(\eta, \xi).$$

Limita superioară $C = \sup I(\xi, \eta)$ pentru toate semnalele de intrare calculată pe unitate de timp se numește *capacitate*.

Fie un canal fără zgomot. Teoria informației ne dă,

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N(T)}{T},$$

unde $N(T)$ este numărul de semnale permise de durata T .

Exemplu. Presupunem că alfabetul canalului lipsit de zgomot constă din două litere 0 și 1 de durata τ fiecare. Semnalele de durata $T = n\tau$, reprezintă o înșiruire de simboluri 0 și 1.

Numărul lor este $N(T) = 2^n$, deci

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N(T)}{T} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{nT} = \frac{1}{\tau},$$

în unități binare.

Aplicând această teorie unui canal cu zgomot s-a obținut,

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right), \quad (1)$$

unde $B = \Delta f$ este lărgimea benzii folosite în comunicație, iar $\frac{S}{N}$, raportul semnal zgomot.

Din aceste relații se observă avantajul folosirii undei electromagnetice din domeniul optic în telecomunicație față de cel radio. Teoretic, în intervalul de lungimi de undă de 1 – 1,1 μm , este posibilă transmiterea simultană a trei milioane canale

TV cu o bandă de 10 Mz, fiecare. Intraadevăr, frecvența, $f = \frac{c}{\lambda}$, de unde

$$\Delta f = \frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10^{12} \text{ m}^2} 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 3 \cdot 10^{13} \text{ Hz.}$$

de aici numărul de canale va fi $3 \cdot 10^{13} / 10^7 = 3 \cdot 10^6$.

Din considerente mult mai realiste (ținând cont de rezoluția optică, 0,1 μm , banda de filtru), am avea la dispoziție 1000 de canale în același interval (1 – 1,1 μm) cea ce este un lucru extraordinar.

Folosirea laserului în telecomunicație terestră are două dezavanteje majore.

1- Îngustimea fascicului laser necesită o direcționalitate precisă a antenei. Legătura este foarte sensibilă la neomogeinitatea și instabilitatea mediului de propagare (atmosfera, apă).

2 – Transmitanța mediului este în general mult mai slabă față de radiofrecvență. Acest argument nu este valabil în mediul interstelar.

În figura alăturată este redată posibilitatea de transmitere a informației la distanță în funcție de puterea stației de emisie și de banda de transmisie. Astfel, o transmisie telefonică făcută de o stație de emisie de 1 KW, se poate face la o distanță de peste zece milioane Km, în timp ce transmisie TV cu aceeași stație, la puțin peste o sută mii Km.

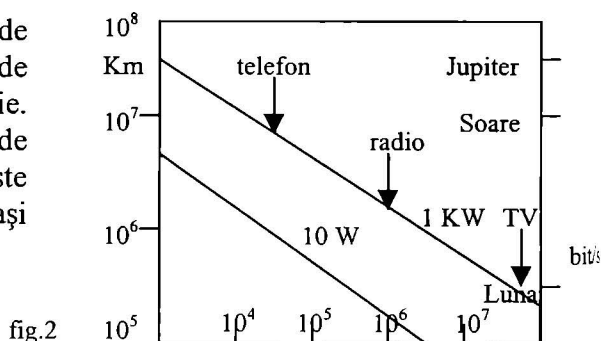


fig.2

Cu toate că transmitanța atmosferei prezintă probleme serioase în telecomunicațiile laser terestre, există anumite domenii de lungimi de undă numite

ferestre unde transmitanța este bună ca de exemplu la $1,7\mu\text{m}$; $2,5\mu\text{m}$; $3,5\mu\text{m}$. În momentul de față a primit o largă răspândire telecomunicația laser terestră prin *cablu optic*.

Telecomunicația laser constă în *imprimarea* unui mesaj pe unda purtătoare laser, adică *modularea* radiației emisă de un laser luată ca undă purtătoare.

Teoria generală a modulării.

Matematic, modulația reprezintă o corespondență biunivocă între spațiul mesajului și spațiul semnalului.

Unda purtătoare are următoarele proprietăți:

- 1- se poate distinge de alte purtătoare,
- 2- are parametri care pot fi variați în ritmul mesajului.

După natura purtătoarei avem: modulație cu purtătoare sinusoidală și modulație cu purtătoare pulsatorie.

Modulație cu purtătoare sinusoidală.

O undă purtătoare de acest tip are forma:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega.t + \varphi).$$

Această undă are patru parametri ce pot fi variați în funcție de ritmul mesajului și anume, amplitudinea E_0 , frecvența $\nu = \omega/2\pi$, faza φ și polarizarea \vec{E}_0 .

În concordanță cu aceste posibilități vom avea modulările în: amplitudine MA, frecvență MF. Fază Ph și MP polarizare.

1. Modulație în amplitudine.

Fie funcția de modulare $f(t)$, adică mesajul, și gradul de modulare m , amplitudinea E_0 va fi de forma,

$$E_0(t) = A_0 [1 + mf(t)],$$

iar unda modulată,

$$E(t) = E_0 [1 + m.f(t)] \cos(\omega.t + \varphi).$$

Gradul de modulare se definește ca:

$$m = \frac{E_{0mx} - A_0}{A_0} = \frac{A_0 - E_{0min}}{A_0} = \frac{\Delta E_0}{A_0}.$$

Cel mai simplu semnal de modulare este cel sinusoidal, $f(t) = \cos \Omega t$, unde Ω - frecvența de modulație. Unda rezultată în urma modulării are forma din figura de mai jos și are expresia:

$$\begin{aligned} S(t) &= A_0 [\cos \omega_0 t + m \cos \Omega t \cdot \cos \omega_0 t] = \\ &= A_0 \left[\cos \omega_0 t + \frac{m}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{m}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t \right] \end{aligned} \quad (2)$$

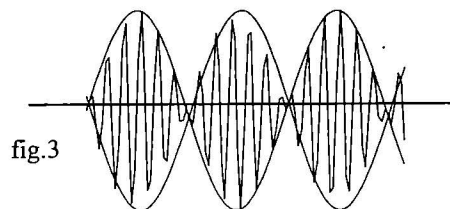


fig.3

unde ω_0 este frecvența undei purtătoare $A_0 \cos \omega_0 t$.

Din cele discutate mai sus reiese din nou necesitatea folosirii unei unde purtătoare cu frecvență foarte mare, pentru a transmite pe aceeași undă mai multe benzi. Transmisia video, necesită o bandă de 5 – 6 MHz, față de transmisia audio de 10 KHz. Ca urmare transmisia TV cere o frecvență purtătoare de ordinul sutelor de MHz.

Exemplul de transmisie a informației dată mai sus este de tip analogic.

În figura alăturată (4.a) este reprezentată pe scala frecvenței circulare ω , spectrul undei modulate (2).

În cazul unui semnal de modulare complex:

$$f(t) = \sum_{j=1}^q \cos \Omega_j t,$$

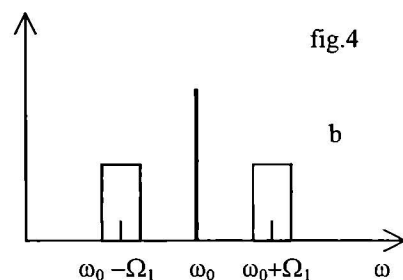
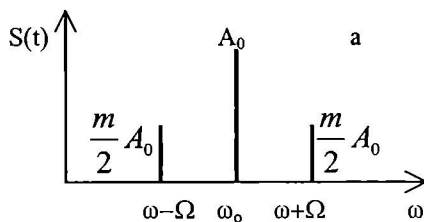
unda modulată va fi în acest caz,

$$S(t) = A_0 \cos \omega_0 t + \sum_{j=1}^q \frac{m_j}{2} A_0 \cos(\omega_0 + \Omega_j)t + \sum_{j=1}^q \frac{m_j}{2} A_0 \cos(\omega_0 - \Omega_j)t$$

Spectrul prezintă o serie de linii laterale la frecvențele,

$$\omega_0 - \Omega_1; \omega_0 - \Omega_2; \omega_0 - \Omega_3, \dots, \omega_0 + \Omega_1; \omega_0 + \Omega_2, \dots$$

Dacă Ω_j variază continuu într-un domeniu dat (bandă), de exemplu banda sonoră (100Hz – 15KHz), spectrul prezintă bande laterale ca în fig. 4. b. unde $j = 1$.



La sisteme analogice de comunicație, problema principală este transmiterea mesajului de la sursă la receptor cu minimum de deformație.

Comunicație digitală.

O altă posibilitate de transmitere a informației este cea digitală, la care semnalul util se codifică în simboluri după care aceste simboluri sunt transmise prin canalul de comunicație la utilizator.

Sarcina sistemului de recepție în acest caz este nu atât restabilirea formei reale ale simbolurilor cât și observarea, respectiv decodarea lor. În acest sistem de comunicație, informația utilă înainte de a fi trimisă la canalul de transmisie, se transformă în simboluri binare.

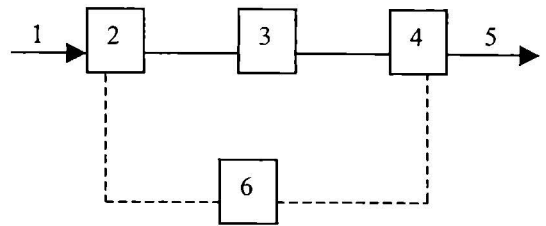
Această operație se realizează cu ajutorul convertorului electric standard de tipul – analog – cifru. În componența convertorului intră cuantificatorul de tensiune și schema de transformare a tensiunii de selecție în simboluri binare. În sistemul de calcul binar, simbolurile se numesc zero și unitate.

Sucesiunea de simboluri binare modulează radiația optică care se transmite prin canal la receptor.

În sistemul cifrat de comunicație se pot folosi două regimuri de transmisie: transmisia nemijlocită a fiecărui semn binar, sau transmisia în bloc a semnalelor binare.

Un model de sistem de transmisie cifrat binar este redat în figura alăturată unde;

- 1- semnale binare succesive,
- 2- sistemul de codare,
- 3- canalul de transmisie,
- 4- receptor,
- 5- semnale binare de ieșire
- 6- subsistemul de sincronizare.



sistem digital de comunicație

Fiecare semn binar se realizează cu una din două posibilități de formă a semnalului; una corespunde unității binare, cealaltă semnelui zero binar. Fiecare formă a semnalului are o durată finită T sec. și la fiecare T sec. se redă un singur semn binar. Succesiunea formelor de semnale se transmite prin canalul de comunicație receptorului.

Dispozitivul de decodare a receptorului rezolvă, care din semnalele binare a fost receptat în decursul a T sec. Ca rezultat acestei proceduri se stabilește succesiunea semnelor binare. Întrucât procedura de codare este cunoscut de către receptor, soluția corectă a formelor recepționate ale semnalelor va fi corespunzător semnalului binar corect. Semnalele decodate pot fi transformate în mesajul informațional respectiv.

La comunicație digitală, cifrată a informației este necesară o sincronizare perfectă între sistemele de codare și decodare. Cu alte cuvinte, în sistemul de decodare trebuie cunoscut exact momentele de început și sfârșit a recepției fiecărei semn binar. Aceasta se realizează cu ajutorul unui subsistem special de sincronizare. Analiza și construcția acestui subsistem este problema cea mai importantă a sistemului de comunicație digitală.

La steme optice binare de comunicație, fiecărui semn binar de durata T corespunde generare de radiație optică. Este larg răspândită metoda modulării intensității radiației optice. La receptor, cu ajutorul fotodetectorului sau a unei rețele de fotodetectori se pune în evidență semnalul modulat în intensitate. Semnalul detectat este trimis pentru decodificare. Astfel de sistem de comunicație se numește sistem cu detectare directă, sau sistem binar spațial necoerent (deoarece se obțin semnale proporționale cu intensitatea câmpului optic).

Alternativa acestui sistem este sistemul la care semnalul binar corespunzător este folosit pentru modularea în amplitudine, fază sau frecvență a radiației laser. În cazul acestui sistem pentru scoaterea semnalului se folosește metoda de heterodinare spațial coerentă.

Telecomunicațiile de toate tipurile trec pe sistemul digital, deoarece acesta oferă o serie de avantaje față de cea analogică, atât în cea ce privește cantitatea de informație ce se poate transmite simultan, raportul semnal/zgomot, cât și asigurarea siguranței și securității transmisiilor.

Relația obținută reprezintă o undă care se propagă după direcția z cu viteza,

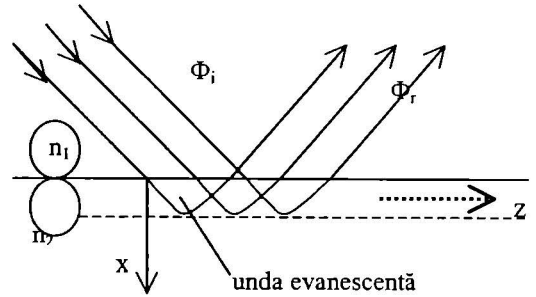
$$\frac{v_2}{\frac{n_1}{n_2} \sin i_1},$$

având amplitudinea, $A(x) = E_{20} \exp \left[-\frac{\omega \cdot x}{v_2} \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i_1\right)^2 - 1} \right].$ (6)

Sennul + de la exponențiala (5), nu are sens fizic, deoarece nu există nici un motiv de amplificare a luminii la reflexia totală.

Prin urmare, la reflexia totală conform relației (6), unda intră în cel de al doilea mediu. Însă, măsurătorile experimentale arată că fluxul incident, se regăsește în totalitate în mediul întâi după reflexia totală, $\Phi_r = \Phi_i$.

La o suprafață de separare perfectă randamentul reflexiei totale este 1, ceea ce contrazice relația (6).



Această contradicție se poate rezolva numai dacă se admite că, lumina intră în mediul al doilea după care iese, ca în figura de mai sus. Aceasta înseamnă că lumina intră în mediul doi, amplitudinea ei scade exponențial cu pătrunderea în acest mediu. Relația (6), se poate scrie sub forma:

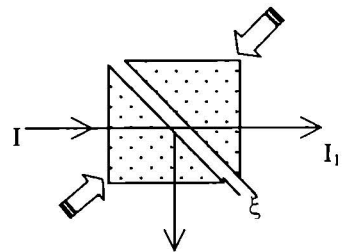
$$A(x) = E_{02} \exp \left\{ -\frac{2\pi}{\lambda} x \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i_1\right)^2 - 1} \right\},$$

de unde se deduce ușor că lumina pătrunde în cel de al doilea mediu pe o distanță de ordinul lungimii de undă, după care iese. Concluziile obținute au o importanță practică foarte mare.

Unele aplicații ale reflexiei totale.

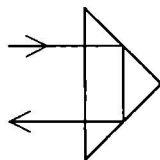
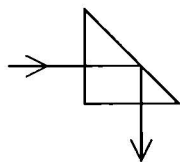
1. Cub divizor.

Un cub tăiat după diagonală și readuse față în față cele două jumătăți ca în figură la o distanță de ordinul lungimii de undă poate divide un fascicul incident de intensitate I în două. Raportul de divizare I_1/I_2 depinde de interstițiu ξ , care poate fi variat și atunci spunem că divizorul este variabil.

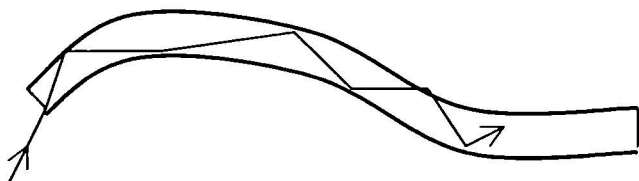


Dacă cele două semicuburi sunt alipite cu un material al cărui indice de refracție este mai mic decât al cubului, divizorul este cu divizare fixă. Un astfel de divizor de fascicul este curent folosit în aplicațiile laserului, în tehnica holografică, scheme interferențiale etc.

2. *Prisme cu reflexie totală* de diferite tipuri, de exemplu:



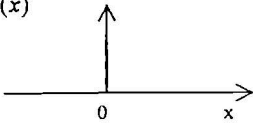
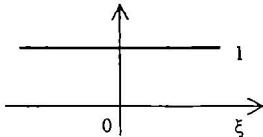
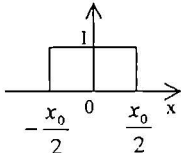
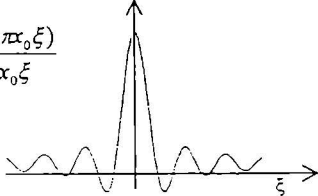
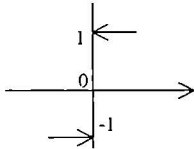
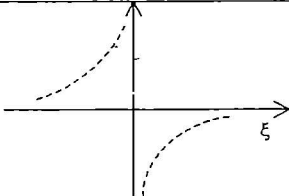
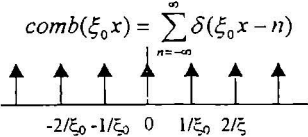
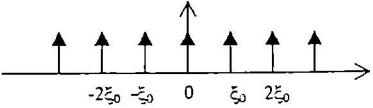
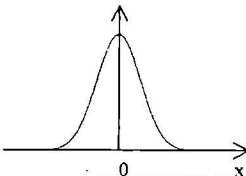
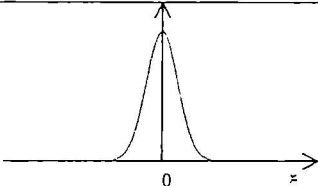
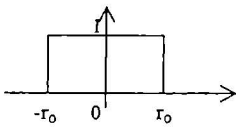
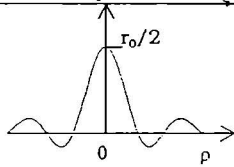
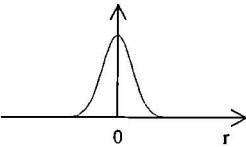
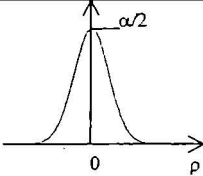
3, *Fibra optică* conduce lumina pe baza reflexiei totale, dacă este înconjurată de un mediu cu indicele de refracție mai mic ca cel al fibrei.



Fibrele optice sunt construite din sticlă sau materiale polimere. Ele sunt învelite cu un strat (înveliș) cu indicele de refracție mai mic ca cel al miezului (fibrei). Grosimea învelișului trebuie să fie mai mare decât adâncimea de pătrundere a undei evanescente pentru ca unda să nu părăsească ghidul. Astfel se pot forma cabluri optice formate din mai multe fibre care nu cuplează între ele.

ANEXA II.

Tabel cu funcții și transformatele lor Fourier folosite des în optică

funcția $f(x)$	transformata Fourier, $F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-i2\pi\xi x) dx$
funcția $\delta(x)$ 	
funcția dreptunghiulară. $\text{rect}\left(\frac{x}{x_0}\right) = \begin{cases} 1 \rightarrow x \leq \frac{x_0}{2} \\ 0 \rightarrow x > \frac{x_0}{2} \end{cases}$ 	$x_0 \text{sinc}(\pi x_0 \xi) = x_0 \frac{\sin(\pi x_0 \xi)}{\pi x_0 \xi}$ 
funcția de semn. $\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 \rightarrow x > 0 \\ 0 \rightarrow x = 0 \\ -1 \rightarrow x < 0 \end{cases}$ 	$\frac{1}{i\pi\xi}$ 
pieptene lui Dirac $\text{comb}(\xi_0 x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi_0 x - n)$ 	$\frac{1}{ \xi_0 } \text{comb}\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)$ 
$\exp(-\pi\alpha^2 x^2)$ 	$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \exp(-\pi \frac{\xi^2}{\alpha})$ 
funcția circulară $\text{circ}\left(\frac{r}{r_0}\right) = \begin{cases} 1 \rightarrow r \leq r_0 \\ 0 \rightarrow r > r_0 \end{cases}$ 	$r_0 \frac{J_1(2\pi r_0 \rho)}{2\pi \rho} = \frac{r_0}{2} \Lambda(2\pi r_0 \rho)$ 
$\exp(-\alpha r^2)$ 	$\frac{1}{2\alpha} \exp\left(\frac{\pi^2}{\alpha} \rho^2\right)$ 
$\exp(i\alpha r^2)$	$\frac{1}{2\alpha} \exp(-i \frac{\pi^2}{\alpha} \rho^2)$
$\frac{J_n(r)}{r^n}$	$\begin{cases} \frac{(1 - 4\pi^2 \rho^2)^{n-1}}{2^{n-1} (n-1)!} \rightarrow \rho < \frac{1}{2\pi} \\ 0 \rightarrow \rho > \frac{1}{2\pi} \end{cases}$

BIBLIOGRAFIE

1. Iancu Iova și colaboratori, *Spectroscopie și Laseri, Aplicații*, Editura Universității din București, 2001;
2. Ștefan Levai, *Generatori Cuantici și Aplicații*, Editura Universității din București, 1978;
3. V. Vasiliu, *Fizica laserilor, Laseri cu semiconductori*, Editura Tehnică, București, 1993;
4. Dan Dumitraș, *Laseri cu gaz*, Editura Academiei, București, 1982;
5. Tiberiu Tudor, *Bazele opticii coerente*, Editura Universității din București, 1992;
6. V. Vlad, *Prelucrarea optică a informației*, Editura Universității din București, 1992;
7. Ilie Cucurezeanu și colaboratori, *Aplicații ale holografiei optice*, Editura Tehnică, București, 1984;
8. V. Doicaru, *Laseri cu semiconductori și aplicațiile lor*, Editura Tehnică, București, 1978;
9. Paul E. Sterian, *Transmisia optică a informației*, Editura Tehnică, București, 1981;
10. V. Vlad și colaboratori, *Prelucrarea optică a informației*, Editura Academiei, București, 1976;
11. V. Drăgănescu, V.G. Velculescu, *Prelucrări termice cu laseri*, Editura Academiei, București, 1986;
12. Paul E. Sterian, Nicolae N. Pușcaș, *Laseri și procese multifotonice*, Editura Tehnică, București, 1988;
13. Eugen Curatu, *Echipamente pentru Prelucrarea Optică a Informației*, Institutul de optoelectronică, București, 1995;
14. Joseph W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, San Francisco, McGraw-Hill Book Company, 1968.

VERIFICAT
2017

VERIFICAT
2007





ISBN 973-575-693-5

Lei 80000