21

1

THL

BELIDOR
Architectura
Hydraulica

# ARCHITECTURA
# HYDRAULICA.
Oder:
# Die Kunst,
# Das Gewässer
## Zu denen verschiedentlichen Nothwendigkeiten des menschlichen Lebens zu leiten, in die Höhe zu bringen, und vortheilhaftig anzuwenden.

Aufs gründlichste abgehandelt
Von

**MONSIEUR BELIDOR,**
Provincial-Commissario des Artillerie-Wesens, Königlichem Professore Matheseos derer Schulen des nemlichen Artillerie-Corps; wie auch der Königl. Englisch- und Königl. Preußischen Academie derer Wissenschafften Mitglied, und Correspondent derjenigen zu Paris.



## Erster Theil.

Aus dem Französischen ins Teutsche übersetzet.

---

**Erste Ausgabe der Version,**
Nebst 10. Kupfer-Tabellen;
Zweyte verbesserte Auflage.
Wie auch einer Vorrede

**Herrn Christian Wolffen,**
Königl. Schwedisch-Hoch-Fürstl. Heßischen Regierungs-Rathe, Mathem. & Phil. Profess. primario zu Magdeburg, Prof. honorario zu St. Petersburg, der Königl. Academie der Wissenschafften in Paris, der Königl. Groß-Britannischen, wie auch der Königl. Preußischen Societät der Wissenschafften Mitgliede.

---

Augspurg,
Verlegts Eberhard Kletts, Seel. Wittib 1764.

# Vorrede.

Der Nutzen der Mechanic ist durchgehends so bekandt, daß ihn niemand in Zweiffel ziehet, und eine vergebene Arbeit seyn würde, wenn man denselben weitläufftig ausführen wollte. Es haben demnach so wohl die Mathematici, sonderlich in unsern Zeiten ihnen angelegen seyn lassen, die Theorie dieser vortrefflichen Wissenschafft immer je mehr und mehr zu erweitern, und auf einen grössern Grad der Vollkommenheit zu treiben, als auch insbesondere die Künstler durch Erfindung zum menschlichen Gebrauch nutzlicher Machinen die Schätze der Kunst zu vermehren. Die Mathematici begnügen sich insgemein bloß mit der Theorie, und finden an einer tieffen Einsicht ihr Vergnügen. Ja es geschiehet wohl öffters, daß einige die Wercke der Kunst als was verächtliches ansehen, worauf seine Gedancken zu richten einem hohen Geiste unanständig wäre, der sein Vergnügen bloß darinnen suchen müßte, was durch ungemeine Kräffte des Verstandes heraus gebracht wird, und wodurch man einen Vorzug für andern erhält, bey denen man sich in Verwunderung setzet, weil sie ein gleiches zu thun sich nicht im Stande befinden, und nicht begreiffen können, wie andere durch ihren Verstand in die so tieff vergrabene Wahrheiten so glücklich eindringen können. Hingegen diejenigen, welche die Kunst lieben, sehen mehr auf den Nutzen des menschlichen Geschlechtes, und finden an dem ihr Vergnügen, was einem noch nie erkannten Nutzen gewehret, der um so viel mehr Gefallen erwecket, je unvermutheter derselbe ist, und je weniger man sich hätte einbilden können, daß dergleichen Vortheil durch die Kunst zu erhalten stünde. Und es geschiehet gemeiniglich, daß diese die Theorie der Mathematicorum als leere Grillen ansehen, an welchen dem menschlichen Geschlechte nichts gelegen wäre. Wenn sie noch am billichsten urtheilen wollen, sehen sie dieselbe als ein Spielwerck an, das müßigen Köpffen zu einem Zeitvertreib dienet, welche in der Welt bloß ihnen selbst, nicht aber andern leben. Daher kommet es, daß man die Theorie anzusehen hat als einen Schatz, der im Kasten von einem Geitzigen eingeschlossen wird, und der weiter zu nichts dienet, als daß derjenige, der ihn verwahret, sich daran ergötzet, und deswegen sich besser zu seyn düncket als andere, die dergleichen Schätze nicht besitzen; hingegen die Wercke der Kunst, die vielen Mängeln unterworffen sind, gebrechlichen Personen gleichen, denen niemand helffen will, damit sie ihre Arbeit besser und bequemer verrichten könnten: Da gleich wie im Gegentheil der Reiche mit seinem Uberflusse dem Mangel der Dürfftigen abhelffen sollte, also auch der Theoriste seinen Schatz zu Verbesserung der Kunst anzuwenden hätte. Wissenschafft und Kunst sollten niemahlen von einander abgesondert werden, damit jene nicht unfruchtbar, diese hingegen nicht unvollkommen verbliebe. Und demnach sollten die Mathematici sich auch um die Kunst bekümmern, und diejenige, welche der Kunst ergeben sind, die Theorie nicht aus den Augen setzen. Es ist wohl wahr, daß sich nicht ein jeder zu beyden schicket. Einige sind zur Wissenschafft aufgelegt, und finden an der Kunst etwas widriges, was ihnen widerstehet, wenn sie sich an diese wagen sollen. Daher treiben sie jene mit Vergnügen, und sind glücklich in ihrem Unternehmen. Und wer ihren Eyfer hemmen, und ihren Fleiß auf etwas anders lencken wollte, der würde die Aufnahme der Wissenschafften hindern. Hingegen sind andere, deren Naturell ist zu den Künsten geneigt. Was sie hierinnen anfangen, gehet ihnen wohl von statten: allein an der Wissenschafft haben sie einen Eckel, und sind viel zu ungedultig, als daß sie darauf gehörigen Fleiß wenden sollten. An diesem Eckel und dieser Ungedult haben die ersteren mehr Schuld als sie selbst. Denn weil sie sehen, daß die andern mit ihren Theorien nichts ausrichten, und niemanden einigen Nutzen schaffen, dabey aber doch dasjenige, was dem menschlichen Geschlechte unentbehrlichen Nutzen bringet, verachten; so gerathen sie nicht allein auf die Gedancken, als wenn die Theorie keinen Nutzen schaffte, sondern es wird auch in ihnen ein Widerwillen erreget, der sie antreibet gleiches mit gleichem zu vergelten, und die Wissenschafft für geringschätzig zu achten. Die also einander hülffreiche Hand leisten sollten, sind wider einander, und da einer des andern Kram verachtet, muß durch beyder Unart die Wissenschafft und Kunst darunter leiden. Bey so bewandten Umständen wäre nun nöthig, daß der dritte Mann dazu käme, welcher die Wissenschafft und Kunst miteinander vereinigte, damit dem Gebrechen der Theoristen abgeholffen, und den Liebhabern der Kunst das Vorurtheil benommen würde, als wenn sie ohne die Theorie darinnen vollkommen seyn könnten, und diese nur müßigen Köpffen zu überlassen hätten, die man in der Welt zu nichts gebrauchen könnte. Man siehet aber leicht, daß derjenige, welcher dieses über sich nehmen will, sich so wohl in der Wissenschafft, als in der Kunst muß umgesehen haben: dann fehlet es ihm an gehöriger Theorie, so will ein Blinder einem Blinden den Weg weisen: fehlet es an der Einsicht in die Kunst, so wird man bey denen, die darinnen geübte Sinnen haben, die Theorie nur zum Spott machen, und sie noch mehr in ihren Vorurtheilen bestärcken. Ein ehemahliger bekandter Professor Matheseos, der vor einigen Jahren gestorben, war in diesem Stucke zu loben, daß er verlangte, man sollte in der Mathematic nicht bey der blossen Theorie verbleiben, sondern dieselbe zugleich zum Nutzen im menschlichen Leben anzuwenden suchen. Allein die allzuschlechte Einsicht in die Wissenschafft, und das allzugrosse Vertrauen auf sich selbst in der Kunst, machte alle seine Bemühungen fruchtloß. Daher er in der Vorrede über eine Disputation von den Mühlen sich selbst mit den Fleder-Mäusen vergleichet, die man weder unter den Vögeln, noch unter den vierfüßigen Thieren dulten wollte, und darüber beschweret, daß er den Haß der Kunstübenden und die Verachtung der Theoristen auf sich hätte, da er doch nach seinem Naturell von beyden als ein besonderer Mann wollte verehret seyn, und den Ruhm bey der gelehrten Welt mit diesen, das Glück bey Hofe mit jenen theilen. Aus welcher Ursache er die ganze Zeit seines Lebens in Unruhe des Gemüthes zugebracht, und bey aller Gelegenheit sich über die Unerkäntlichkeit seiner Verdienste, und das Unrecht des Glücks beschweret. Von seiner geringen Einsicht in die Theorie zeuget sein Compendium Matheseos oder kurzer Begriff der Mathematischen Wissenschafften: wie schlecht man aber mit seinem vermeinten ganz sonderbahren Erfindungen in der Kunst zufrieden

den gewesen, bestetigen seine eigene Beschwerden, die er darüber geführet, und was dergleichen Autores daran ausgesetzt, die man für Richter erkennen muß, wenn man auch gleich die Sache selbst nicht verstehet. Ich will nur was das erstere betrifft zur Probe ein einiges Exempel anführen, was hieher gehöret. Er hat in der Mechanic den **Jungenickel** in seinem Clave Machinarum oder Schlüssel zur Mechanic, eines groben Fehlers beschuldiget, daß er den Haupt-Satz von dem Wagerechten-Stand der schweren Cörper, worauf die Ausrechnungen der Machinen beruhen, durch eine ganz unrichtige Probe erläutern, und seinen vermeinten Fehler verbessern wollen, da doch dieser so wohl die Vernunfft, als Erfahrung vor seiner Seite hat, wie ich in meinen Anfangs-Gründen von der Mechanic gezeiget. Hingegen verfället er in einen solchen Irrthum, den man ihm um so viel weniger zu gut halten kan, indem er ohne grosse Mühe und Kosten gleich hätte finden können, daß es der Erfahrung schnurstracks zuwider sey, wenn er gleich nicht im Stande gewesen durch die Vernunfft heraus zu bringen, was die Fähigkeit eines Anfängers nicht überschreitet. Den es kommet bloß darauf an, daß man von dem Mittel-Puncte der Schwehre, und der Entfernung von dem Ruhe-Puncte einen deutlichen Begriff hat, den die Erklärungen gleich im Anfange der Mechanic gewehren. Er hingegen hievon einen undeutlichen Begriff durch die Schnell-Waage sich formiret, den er unglücklich bey dem Versuche des **Jungenickels** angebracht. Ob er nun gleich ein besonders Mühlen-Buch geschrieben, so kan man doch daraus leicht abnehmen, wie schlecht er von Machinen zu raisoniren gewußt, und wie wenig man seinen angegebenen Verbesserungen trauen darff. Und mir ist bekandt, daß der seel. Herr **Leupold** willens war solches zu zeigen, wenn er in seinem grossen und weitläufftigen Theatro Machinarum auf die Mühlen käme, woran ihn aber der Tod gehindert. Es hat also bißher an einem Buche gefehlet, da die Theorie der Mechanic auf die Machinen appliciret würde. Wir haben zwar, sonderlich in unserer Teutschen Sprache keinen Mangel an Theatris Machinarum: allein die von denen Machinen darinnen enthaltene Beschreibungen sind nicht einmahl so beschaffen, daß sie einen vollständigen Begriff gewehren, dergleichen erfordert wird, wenn man eine Machine würcklich bauen will, geschweige dann, daß darinnen die Theorie dergestalt sollte angebracht werden, damit man daraus ersehen könnte, es wäre alles auf diese Weise recht und auf das beste gemacht. Und aus dieser Ursache habe ich selbst dem seel. Herrn **Leupold**, als der beständig biß an sein Ende mein guter Freund gewesen, und den ich wegen seiner Geschicklichkeit in Mechanischen Künsten sehr werth gehalten, aufgemuntert, daß er etwas bessers gäbe: Unerachtet er nun aber von seinem Theatro Machinarum & Instrumentorum viele Theile heraus gegeben; so ist er doch nicht biß auf die Mühl-Wercke und andere nutzliche Machinen kommen, sondern der Tod hat seine Arbeit unterbrochen. Weil er auch mit Verfertigung Mathematischer, Physicalischer und anderer Instrumente beständig sehr viel zu thun hatte; so ließ ihm die Zeit nicht zu sich in der Theorie allzusehr zu vertieffen, und auf deren Application in der Kunst zu gedenken. In Frankreich hat man erkannt, daß die Kunst ohne die Theorie nicht vollkommen seyn könne, und dannenhero Anstalten gemacht, daß diejenigen, welche Ingenieurs werden wollen, auch in der Theorie sich feste setzen müssen. Deswegen hat Herr *Belidor*, Provincial-Commissarius des Artillerie-Wesens und Königl. Professor der Schulen des Artillerie-Corps, einen Anfang gemacht die Theorie in die Ausübung zu bringen. Gleichwie er nun in seinem Buche von der Wissenschafft der Ingenieurs, welches zuerst zu Pariß heraus kommen, bald aber in Haag nachgedruckt worden unter dem Titul: *La Science des Ingenieurs dans la Conduitte des Travaux, de Fortification & d'Architecture Civile*, einen Versuch in der Bau-Kunst gethan; so hat er nach diesem auch ein gleiches in der Mechanic unternommen, und unter dem Titel Architecture Hydraulique zu Pariß A. 1737. heraus gegeben. Ich habe in dem fünfften Theile meiner Elementorum Matheseos universæ, welcher, wo GOtt will, künfftige Michaelis-Messe an das Licht tretten soll, gewünschet, daß dieses nützliche Werck in die Teutsche Sprache möchte übersetzet werden, damit auch bey uns diejenigen, welche sich der Kunst ergeben, lernen möchten, wie nöthig und nutzlich es ihnen sey die Wissenschafft nicht aus den Augen zu setzen, sondern vorher darinnen einen guten Grund zu legen, ehe sie zu der Ausübung schreiten. Da sich nun wider mein Vermuthen ein Ubersetzer gefunden, und der Kunsthändler Herr **Mertz** in Augspurg aus einem Löbl. Eyfer die Aufnahme der Mechanic zu befördern, die Kosten des Verlags über sich genommen; so hat dieses nicht ein geringes Vergnügen bey mir erwecket, und habe nicht ermangeln sollen auf Begehren diese Ubersetzung mit einer Vorrede zu begleiten. Von dem Wercke selbst zu reden, achte ich vor unnöthig, weil in dem Vorberichte schon enthalten, was darimen zu finden, und zur Gnüge daraus zu ersehen, daß es allen Liebhabern der Mathematic und der Mechanischen Künste ein sehr nutzliches Werk sey. Ich lebe auch der Hoffnung, es sollen andere durch ein so lobwürdiges Exempel aufgemuntert werden, die Mathematischen Wissenschafften zu mehrerm Gebrauche des menschlichen Geschlechtes anzuwenden, damit man nicht einen Nutzen rühmet, den Niemand erfähret, auch die Theoristen ihre Gedancken mehr auf solche Erfindungen richten, die dergleichen bringen. Was helffen uns grosse Schätze, die als Gefangene eingesperret sind, und zu nichts gebraucht werden, und warum soll man dasjenige, was bloß einige wenige vergnüget, dem vorziehen, was dem ganzen menschlichen Geschlechte nutzet? Noch dieses achte ich vor nöthig zu erinnern, daß, wer die Algebraischen Rechnungen des Autoris verstehen, und nicht bloß die Sätze, welche er heraus bringet, annehmen will, so viel als dazu nöthig, auch aus meinen Teutschen Anfangs-Gründen der Mathematic erlernen kan, wenn er gleich die Lateinischen zu lesen nicht im Stande ist, wo ich in dem andern Theile selbst dasjenige erweise, was der Autor durch die Algebra gesucht, zum Theil auch ohne dieselbe. Ich könnte zwar noch verschiedenes beybringen, was zur Aufnahme der Mechanic noch nutzlich zu unternehmen wäre; allein ich will es biß zu einer andern Gelegenheit verspahren. Marburg, den 29. April 1740.

*J. N. J.*

*J. N. J.*

# Vorbericht

## An

## Den Hochgeneigten Leser.

Es hat jederzeit mit denjenigen Wercken und Schrifften, so von unumgänglichen Nothwendigkeiten des menschlichen Lebens handeln, und der gantzen allgemeinen Societät zum ersprießlichen Nutzen gereichen, die Beschaffenheit gehabt, daß sie alsobald begierige Liebhaber gefunden, und von ihnen hoch geschätzet worden. Solcher Estim erstreckt sich nicht allein auf die Inwohner eines gantzes Lands, die den Vortheil besitzen, selbige sogleich in ihrer Mutter-Sprache zu lesen, und sich dergestalt zu Nutz zu machen, sondern der sich überall ausbreitende Ruhm derselben Vortrefflichkeit, erweckt auch bey Menschen, die unter eine andere Nation gezehlet werden müssen, oder sich des obigen Vortheils nicht theilhafftig machen können, einen innerlichen Wunsch, bald einer richtigen Ubersetzung habhafft zu werden. Dieses letztere äussert sich nun wieder von neuem bey denen Liebhabern der Hydraulic, da der Herr Belidor, dessen sonderbare Geschicklichkeit und gründliche Wissenschafft in der angenehmen Mathematic in unumstößlichen Zeugnissen der Welt allbereit vor Augen lieget, Anno 1737. eine *Architecturam Hydraulicam* in Frantzösischer Sprache ans Licht treten lassen, so des grösten Ruhms meritiret. Beydes hat so viel gewürckt, daß alsobald ein Franzötzisches Exemplar einem capablen Subjecto zur Ubersetzung in die reine Teutsche Sprache übergeben, hernach zu deren Edition Stückweiß ist geschritten, verschiedener Ursachen wegen aber dieser Vorbericht hinzu gefüget worden. Der Verleger, so diese Lobens-würdigste Resolution gefaßt, hat in gar reifliche Erwägung gezogen, daß, da diese aufs gründlichste abgehandelte und mit denen kostbaresten Kupferstichen versehene Architectura Hydraulica nicht allein Gelehrten, sondern auch denen Wercleuten, an deren Hand-Arbeit beym Wasserbau fast am meisten gelegen, und gleichsam das beste Stuck ausmacht, ungemeine Dienste zu thun vermögend, dadurch, wenn das gantze Werck auf einmal in der Ubersetzung zum Vorschein gebracht würde, denen letztern etwan zu theuer kommen möchte, dannenhero vor besser gehalten, mit der Version verschiedene Abtheilungen vorzunehmen. Die Anzahl derselben wird dermalen sechs ausmachen, und damit dem Hochgeneigten Leser um so eher von deren contentis die gebührende Nachricht gegeben werde, wird folgendes zum völligen Vergnügen dienen. Der Herr Autor berührt in seinem Werck überhaupt alles dasjenige zugleich mit, was nur in die Hydraulic seinen Einfluß hat. Er theilet es deshalben in zwey Theile, den ersten Theil davon wieder in 4. besondere Bücher, und jedes Buch wieder in seine besondere Capitul. Das erste Buch ist eine Introduction oder Einleitung zum gantzen Werck, und enthält die principia der Mechanic in sich, denenjenigen zum Besten hinzu gefüget, die entweder solche principia noch gar nicht, oder doch selbige nicht nutzbarlich zu appliciren wissen; Im ersten Capitul dieses Buches handelt er von denen allgemeinen Grundsätzen der Mechanic, von der Eigenschafft des einfachen Vectis oder Hebels, von denen zusammen gesetzten Hebeln, von denen einander berührenden Hebeln oder vectibus contiguis, vom Rad um seine Welle oder axi in peritrochio, von der Trochlea oder Rolle, vom Plano inclinato oder abhangenden Fläche, vom Keil, von der Schraube, von der Art, wie das Centrum gravitatis in einem Triangulo oder Semicirculo ausfindig zu machen, von denen einfachen und zusammen gesetzten Kurbeln, von denen Grund-Reguln der Bewegung, vom Zusammenstoß der Cörper, von der an Geschwindigkeit immer zunehmenden Bewegung oder motu accelerato, von denen auf schiefen Flächen oder planis inclinatis hinab rollenden schwehren Cörpern. Im andern Capitel dieses Buches handelt der Herr Autor auf das allergründlichste von der Friction oder Aneinanderreibung derer Cörper, auf was Art ihre resistirende Würckung, und der hieraus erfolgende Abgang der Krafft in allerhand Fällen, bey denen Machinen kan berechnet werden, um sich in praxi darnach zu richten; Er applicirt es an Exempeln, die unvermerckter Weise dem Verstande zu Hülfe kommen, den Vortheil und Schaden bey allen Machinen deutlich einzusehen. Er fügt noch Grund-Reguln hinzu, die man in Obacht zu nehmen hat, wenn man etwas vor sich selbst projectiren will, damit solches mit der allermöglichsten Vollkommenheit geschehe. Aus angestellten Experimenten bringt er noch bey, wie weit sich die Krafft derer Menschen und Pferde erstreckt, deren man sich zur Bewegung einer Machine im ereignenden Fall bedienen müßte. In Betrachtung nun in diesen Capituln noch nichts von der Hydraulic selbst gedacht wird, sondern der Herr Autor erst in dem folgenden dritten Capitel dieses ersten Buches die eigentlichen principia der Hydraulic abzuhandeln anfängt, so hat eben der Verleger, denen Liebhabern der Hydraulic zum Vortheil gereichend, diese beyden Capita zugleich in die erste Ausgabe der Ubersetzung bringen wollen, damit in der folgenden Ausgabe mit dem dritten Capitul alsobald auch der Anfang mit der Hydraulischen Materie gemacht, und ein jedes folgendes Capitel in eine besondere Ausgabe könne gebracht werden, bey welchen dann erst die allerschönsten Kupfer mit nachkommen werden; Damit aber der Hochgeneigte Leser den Inhalt jedes Capitels oder jeder besonders folgenden Ausgabe um so eher erfahre, so werden auch hier in diesem Vorbericht die Special-Contenta der dermaligen 6. Ausgaben völlig beygefüget, wie folget: Das dritte Capitul des ersten Buches (als die andere Ausgabe,) handelt von denen principiis und Grund-Reguln der Hydraulic, als 1.) von dem Wasser-Paß-Stand oder Horizontal-Linie, und von dem æquilibrio der flüssigen Materien; 2.) Von der verticalen Würckung des Wassers gegen die Wände der Gefässe, die es umfassen; 3.) Von der Würckung des Wassers gegen verticale und rechtwincklichte Flächen; 4.) Von der Würckung des Wassers gegen schiefe Flächen; 5.) Von der Würckung des Wassers so wohl gegen verticale als schief stehende runde Flächen; 6.) Vom Centro impressionis; 7.) Von der Berechnung des Wassers, das durch den Boden eines Behälters hindurch fliesset; 8.) Auf was Art derjenige Abgang der Geschwindigkeit des Wassers, der vom Rande der Röhren oder des Loches, durch welches das Wasser fliesset, causiret wird, zu schätzen; 9.) Von der Berechnung des Wassers, das aus geradlinichten und vertical-stehenden Oeffnungen heraus fliesset; 10.) Von der Berechnung des Wassers, das aus verticalen und Circul-förmigen Oeffnungen heraus fliesset; 11.) Von dem Stoß des Wassers gegen ebene Flächen; 12.) Von denen ins Wasser eingetauchten Cörpern. Im zweyten Buche beschreibt der Herr Autor verschiedene Arten von Mühlen, wie ihre Würckungen berechnet, sie selbst aber zur höchsten Vollkommenheit können gebracht werden; und zwar in dem ersten Capitel (als der dritten Ausgabe)

handelt

handelt er von denen Korn- oder Mahl-Mühlen, wo man solche principia applicirt finden wird, so zur Vollkommenheit derjenigen Machinen, so durch einen Strom oder durch ein fliessendes Wasser in Bewegung gebracht werden, viel beytragen können, da er zugleich verschiedene ingenieuse Arten solcher Mühlen beschreibet, und nicht allein zeiget, wie das Wasser geleitet werden müsse, damit die Wasser-Räder davon ihre proportionirliche Geschwindigkeit, und durch diese die Mühlen ihre möglichste Würkungen bekommen mögen, auf was Art die Force zu berechnen, die zu deren Bewegung erfordert wird, und wie hernach ihr Vermögen in Vergleichung ihrer Schwehre und Geschwindigkeit kan ausfindig gemacht werden, sondern auch die Berechnung der Resistenz, so die Friction causiret, und überhaupt alles, was aus der Theorie und Praxi in dergleichen Machinen seinen Einfluß hat, mit beybringt. Er gibt auch nicht weniger eine Manier an, wie man sich der Ebbe und Fluth des Meers bedienen könne, daß die Wasser-Räder dennoch immer in einerley Wendung herum laufen, desgleichen, wie so wohl die Hand- als Roß-Mühlen müssen eingerichtet werden. In dem andern Capitul, (als der vierdten Ausgabe,) von denen Säge- oder Holz-Schneid-Mühlen, von denen Steinschneid-Mühlen, und von denen Teichel- oder Röhr-Bohr-Mühlen; da er dann bey allen diesen Mühlen alles untersucht, was sie vollkommen machen kan, er berechnet die Friction und alles, was in Praxi darbey noch vorfallen möchte, gibt anneben noch Reguln, die so klar und deutlich sind, daß sich der Leser mit leichter Mühe von allen diesen Arten der Machinen eine völlige Erkänntniß wird zuwege bringen können. In dem dritten Capitul, (als der fünften Ausgabe,) von denen Pulver-Mühlen, und noch von einer andern Machine, sogenannten Ciment, zu Pulver zu zermalmen. In dem vierdten Capitul, (als der sechsten Ausgabe,) von dem sogenannten Rosen-Cranz oder Pater-noster-Werk, von denen Wasser-Rädern und noch andern Machinen, deren man sich bey Wasser-Schöpfungen bedienen kan. Er vergleicht den Rosen-Cranz mit andern Machinen, so zu eben dem Gebrauch gewidmet sind, um unter ihnen einen Vorzug vorstellig zu machen; alles mit gründlichen Berechnungen versehen. Ob nun gleich die Resolutiones dieser Berechnungen algebraice ausgearbeitet sind, so hat der Herr Autor dennoch lieber gewollt, daß dieses Werk allen denjenigen nützlich seyn möge, die es gern lesen wollen, und der Algebre nicht kundig, und hat derohalben alle die Reguln, er vermöge der algebraischen Calculorum ausfindig gemacht, in Form derer Maximen in Worten deutlich circumscribiret, ja solche wiederum auf Exempel mit gemeinen Zahlen appliciret, damit solche Personen sich derselben mit mehrer Deutlichkeit und Gewißheit bedienen können. In der Uebersetzung aber wird eben der Ursach halber folgends dahin gesehen werden, daß die Elaboration eines jeden Exempels mit möglichster Vollkommenheit in Zahlen vorstellig gemacht werde. Da hiernächst nicht wohl zu zweifeln, daß sich, die Begierde zu wissen, was in denen beyden folgenden Büchern des ersten Theils, ja, was auch selbst in dem andern Theil des ganzen Werks vorgetragen werden wird, nicht auch bey denen Liebhabern dieser edlen Wissenschafft einfinden möchte, so dienet dannenhero zur vergnüglichen Stillung derselben folgende kurze Nachricht. Im dritten Buch handelt der Herr Autor weitläufftig von denen Eigenschafften der Lufft; wie das Wasser per aspirationem oder Ansichziehung der Lufft zum Steigen könne gebracht werden; Von dem Nutzen der Auseinanderdehnung und Zusammendruckung der Lufft; von der Gewalt der Lufft, die sie durch die Hitze empfähet, zur Bewegung der Machinen, so aus denen in Frankreich und Engelland angestellten Experimenten hergeleitet, und gar wohl als eine Einleitung zur Physic, zur deutlichern Erkänntniß derer Pomp-Brunnen, wie auch solcher Machinen, die durch des Feuers Beyhülfe das Wasser zum Steigen bringen, angesehen werden kan. Er gibt auch an, wie die Gewalt des Windes kan berechnet werden, was man vor Nutzen hiervon haben könne, ein wässerichtes Land auszutrocknen, oder ein dürres anzufeuchten, nebst denen Erzehlungen einiger Exempel. Er beschreibt alle die Eigenschafften von denen Pompen, so bisher erfunden worden sind; zeiget deren Fehler und Vortheile, und wie sie können zur Vollkommenheit



gebracht

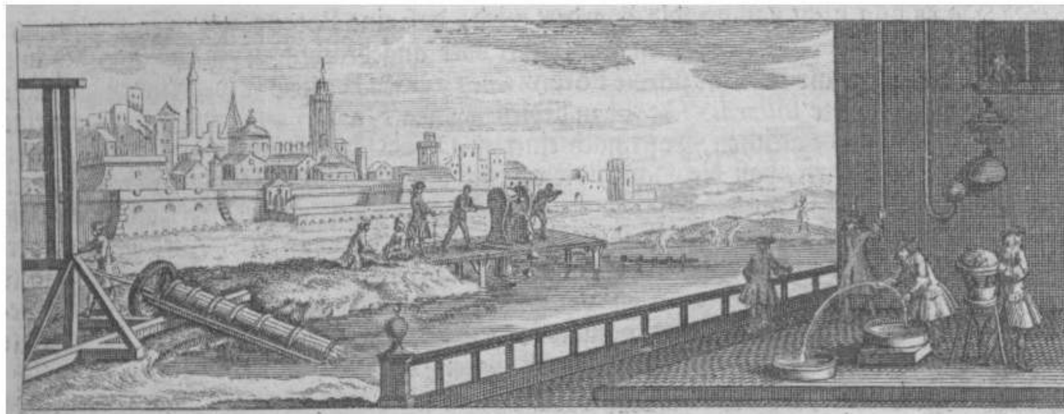
gebracht werden; Nicht weniger gibt er auch umständlich an, wie sie durch Machinen in Bewegung zu bringen, theils zum Nutzen der Privat-Personen, unter welchen diejenige, so bey Feuers-Gefahr gebraucht werden, mit begriffen sind, theils zur Unterhaltung der Brunnen in denen Städten. Er fügt als Exempel mit bey, die allerschönsten Stück, so hin und wieder in Europa zur Würklichkeit sind gebracht worden, und so wohl von Thieren, als von Flüssen oder von der Gewalt eines Feuers ihre Bewegung bekommen; welche letztern erst vor nicht gar langer Zeit von denen Engelländern sind erfunden worden, die es so weit gebracht, daß das Feuer die allergröste Gewalt, so wohl in der Natur mag angegeben werden, auszuüben vermag, und solches mit solcher Kunst und Geschicklichkeit anzubringen und zu nutzen wissen, daß man dasjenige, was sie hierbey gethan haben, gar wohl als das Meisterstuck des menschlichen Verstandes ansehen kan; gedenket noch anneben, daß er weder Mühe noch Kosten gespahret, hiervon eine accurat umständliche Beschreibung mitzutheilen, indem er verschiedene mal selbst an denen Orten gewesen, und von Seiten der Herren von der Königlichen Societät zu Londen alles verlangte Licht erhalten.

In dem vierdten Buche werden verschiedene Mittel an Hand gegeben, um es dahin zu bringen, daß sich das Wasser aus einer Quelle weit über seinen eigenen Wasser-Paß erheben müsse, wenn man vorher nemlich einen Fall hat, jedoch aber sich darbey weiter nichts bedienet, als derjenigen Gewalt, die das Wasser durch seinen eigenen Stoß auszuüben vermögend ist, ohne im geringsten solche Stücke, von welchen diese Machinen gemeiniglich zusammen gesetzt sind, nöthig zu haben, so annoch eine neue und wichtige Entdeckung ist. Hiernächst wird man auch eine weitläufftige Dissertation von dem Ursprung der Quellen finden, wie solche zu entdecken, und wie das Wasser daran, entweder durch Gräben oder Wasserleitungen kan weggeleitet werden; Desgleichen die Constructionem derer Bassins, Wasser-Reservoirs und Cisternen, um selbige in guten Stand zu unterhalten, nicht weniger auch, wie das Wasser unter die Stadt- und Privat-Brunnen auszutheilen, nebst einem Anhand verschiedener Machinen, selbiges aus sehr tiefen Brunnen in die Höhe zu ziehen. Zur Auszierung derer Gärten beschreibt er auch weitläufftig, auf was Art die Spring-Wasser müssen geleitet, und wie mit denenselbigen allerhand Vorstellungen können zuwege gebracht werden. Zu Beyspielen gibt er alles, was von dergleichen Art zu Versailles, Marly, Saint-Cloud, Chantilly, Sceaux, Liancourt und in fremden Ländern anzutreffen, und beschließt also hiermit seinen ersten Theil. In Ansehung des andern aber, als an dessen Ausarbeitung der Herr Autor noch beschäfftiget ist, jedoch aber solchen, so bald als es nur möglich, auch unter die Presse wird bringen lassen, meldet er noch so viel, daß er in selbigen die Materie, die Flüsse schiffbar zu machen, und die Communication derselben durch Canälen zu erleichtern, abhandeln werde; Deßgleichen die Constructionem derer Brücken, der Wasserleitungen oder æquæductus, der Schleussen, der Bassins oder See-Häfen, derer Dämme, derer Risbänke, derer Wach- oder Leucht-Thürne und anderer Werke, so an denen See-Städten üblich sind.

In diesen hier angemerkten Materien bestehet dann der gesamte Inhalt des ganzen Werks, von dem sich die Liebhaber der so nützlichen Hydraulic gewißlich etwas reelles zu versprechen haben. Zu Ende derer Ausgaben wird der Verleger nicht ermangeln, des Autoris eigene Vorrede in der Uebersetzung mitzutheilen, dessen Wunsch, nach seiner rühmlichen Intention, dann auch erfüllet werden möge, nemlich, daß diese Uebersetzung allen, denen damit gedienet seyn möchte, auch zum ersprießlichen Nutzen und Vergnügen gereiche.

**Der Uebersetzer.**

*J. N. J.*



# I. N. I.

# ARCHITECTVRA HYDRAVLICA.

Oder

## Die Kunst / das Gewässer zu verschiedenen Nothwendigkeiten des menschlichen Lebens zu leiten, in die Höhe zu bringen, und solches wohl anzuwenden.

# Erstes Buch,

als

# Eine Einleitung.

## Erstes Caput.

### So die Principia der Mechanic in sich enthält.

*Definitiones, Axiomata und vorausgesetzte Anmerkungen.*

§. 1. Die Mechanic ist eine Wissenschafft, die diejenige Relation oder Vergleichung in Betrachtung ziehet, welche zwischen denen *Potenzen* oder Kräfften, die die Cörper zu bewegen suchen, und denen Geschwindigkeiten, mit welchen sie würden bewegt worden seyn, wann sich keine Hinderung eingefunden hätte, angetroffen wird, und zwar alles nach dem *Statu æquilibrii* oder Gleichgewicht; oder deutlicher, da alles dieses nach demjenigen Stand in Erwägung gezogen wird, in welchem sich zwey oder mehrere Potenzen befinden, wann sie in Ruhe verbleiben, und dannoch gegen einander auf einem vesten oder fixen Punct (Hypomochlio) agiren oder würken.

§. 2. Man nennet diejenige gerade Linie, nach welcher eine Potenz oder Krafft einen Cörper stösset oder ziehet, die *Direction* oder *Determination* dieses Cörpers.

§. 3. *Nisus*, *Impressio*, *Momentum*, der **Nachdruck** einer *Potenz* heißt dasjenige, was ihr die Art, nach welcher sie an einem Cörper oder an einer Machine angebracht ist, an *Action* oder **Würkung** erlaubet oder zuläßt.

§. 4. Wann im folgenden wird gedacht werden, daß ein Cörper von einer oder auch mehrerern Potentiis, auf einer horizontalen Fläche in Bewegung gebracht worden, so kan man sich, um mehrerer Deutlichkeit willen, die Krafft und Gewalt einer jeden Potenz unter einer Hand vorstellen und einbilden, als stöß selbige den Cörper nach einer geraden Linie und mit einer *uniformen* oder stetsgleichen Krafft fort, daß er in gleichen Zeiten gleiche Weiten durchwandern müßte. Dieses will so viel sagen, daß, wann eine Potenz einen Cörper fortstösset, und also verursacht, daß er in einer Zeit von 6. Secunden eine Weite von 6. Schuhen nach und nach durchläufft, selbige auch also den Cörper in jeder Secunde einen Schuh weit würde durchlauffen lassen.

Da es nun nicht nothwendig erfordert wird, daß eine Potenz, um einen Cörper fortzustossen, immediate am Cörper muß applicirt oder angebracht seyn, so kan man sich auch gar wohl einbilden, als bediente sich die Potenz eines soliden Radii oder cörperlichen Strahls, gleichwie man sich der *Billards*-Stäbe zu bedienen pfleget, wann man eine Kugel mit einer uniformen oder stets-gleichen Krafft nach einerley Direction fortstossen will. Wie es nun auch eben nicht bedarff, daß die Hand, die an eine Kugel stößt, ihre völlige Krafft anwenden müsse, solche in Bewegung zu bringen, so ist dannenhero hierauf acht zu haben, daß, wann wir hinführo Meldung thun, wie ein Cörper von einer einzigen, oder auch von verschiedenen Potenzen gezogen oder fortgestossen worden, man unter diesen Potenzen nichts anders verstehen müsse, als allein diejenige Krafft, die eine jede Potenz an Krafft oder Gewalt, den Cörper fortzuziehen oder fortzustossen, würklich ausübet, und nicht die gesamte Krafft, die sie besitzet, oder allenfalls haben könnte.

§. 5. Wann verschiedene Potenzen einen Cörper ziehen oder fortstossen, muß man deren Directiones so ansehen, als wären sie auf einem einigen Plano, oder in einer einigen Fläche, eingeschlossen; und wann sie an Seilen oder Stricken applicirt sind, abstrahirt man völlig von deren Beugung, Dehnung, Dicke und Schwehre, und siehet sie an, als besässen sie von allen diesen keines.

§. 6. Es mag ein Cörper von einer einigen Potenz allein, oder von verschiedenen fortgestossen oder gezogen werden, so zeigen jederzeit die Directiones derer cörperlichen Strahle oder derer Seile, an welchen diese Potenzen applicirt sind, die eigentlichen Directiones dieser gedachten Potenzen, nach welchen sie würklich agiren, deutlich mit an; und was den Nachdruck dieser Potenzen anbelangt, kan man gar wohl die Meynung annehmen, als breitete sich derselbe in allen ihren Directions-Puncten gleich-weit aus, ohne sich weiter um die Distanz, in welcher sich diese Potenzen vom Cörper, gegen welchen sie agiren, entfernt befinden, zu bekümmern; indem die Länge oder Kürze derer Seile oder cörperlichen Strahle, die Effectus oder Würkungen dieser Potenzen nicht im mindesten zu verringern vermag.

§. 7. Man kan auch den Satz vor unwidersprechlich annehmen, daß die Würkung der Gegen-Würkung *æqual* oder gleich seyn müsse; und in der That kan auch die Würkung oder *Actio* einer Krafft gegen einen Cörper nur derjenigen gleich seyn, die der Cörper an sich besitzet, selbige zurück zu treiben oder zu zernichten.

§. 8. Da keine Relatio oder Vergleichung kan gefunden werden, es mögen auch deren Glieder oder Termini beschaffen seyn, wie sie nur wollen, die man nicht auch in geraden Linien auszudrucken vermag, so werden wir uns auch dieser letztern bedienen, wann wir die Krafft oder Gewalt, die wir denen Potenzen zueignen und beylegen, verzeichnen wollen; worzu sie dann auch hinlänglich genug sind, wann man nur ein wenig nachdenken mag, überdem noch, nicht nöthig hat, diese Potenzen durch andere Signa zu caracterisiren.

§. 9. Wann eine Potenz an eine Machine applicirt wird, um eine gewisse Würkung zu thun, so wird sie *Potentia motrix*, oder eine würkende Krafft, genennet. Wendet sie nun alles an, was sie an Krafft auszuüben vermag, das ihr entgegen gesetzte zu überwältigen, so sagt man: Sie würket mit gesamter Krafft, *vi absoluta*; Wendet sie aber dargegen nur einen Theil dieser gesamten Krafft an, so sagt man: Sie würket mit einer gebundenen oder abgetheilten Krafft, *vi relativa*.

§. 10. Wann ein Motus aus dem Concursu oder Zusammenlauff zweyer Potenzen entspringt, als wann es gleichsam nur eine einzige wäre, die jedoch aber eben so viel würkende Krafft besäß, als jene beyde zusammen zur Bewegung würklich anwenden, so wird solches ein *Motus compositus*, oder eine zusammengesetzte Bewegung, genennet.

§. 11. Da dergleichen Bewegungen in denen Machinen sehr oft vorfallen, und man auch das allernutzbarste Principium der Mechanic hieraus deduciret hat, so wollen wir also gleich anfänglich mit zum Grund setzen, daß die *Effectus* oder Würkungen jederzeit mit ihren *Causis* oder Würk-Ursachen in *Proportion* stehen, und hieraus die Eigenschafften des *Parallelogrammi* derer Kräffte vorstellig zu machen anfangen.

Z. E. Die uniformen oder stets-gleichen Geschwindigkeiten einerley oder gleicher Cörper, müssen sich verhalten, wie die vires motrices, oder würkende Kräffte; die von eben dergleichen Cörpern, in gleichen Zeiten durchloffene Weiten, ebenfalls wie die würkende Kräffte, oder wie die Ursachen, die die würkende Kräffte hervor gebracht haben; verhalten sich nun die, von gleichen oder einerley Cörpern, in einer uniformen oder stets-gleichen Bewegung durchloffene Weiten unter sich, wie ihre Geschwindigkeiten, oder wie die Kräffte, die diese Geschwindigkeiten zuwege gebracht, so sind auch die Spatia oder Weiten in gleichen Zeiten durchwandert worden.

§. 12. Wann zur Bewegung eines Cörpers verschiedene Potenzen oder Kräffte Hand anlegen, ihre Anzahl und ihre Directiones mögen beschaffen seyn, wie sie nur wollen, so wird sich dieser Cörper entweder gar nicht bewegen, oder nur einen einigen Weg nehmen, und

und zwar nach einer Linie, nach welcher dieser Cörper ebenfalls seinen Weg würde genommen haben, wenn er, statt daß er von allen diesen Potenzen auf einmal gezogen oder fortgestossen worden, nur von einer einigen allein, in Bewegung wäre gebracht worden, die aber aus der Zusammenkunfft aller der andern insgemein entstanden, folglich ein vollkommenes *æquivalent* seyn müßte.

## Eigenschafft des Parallelogrammi derer Kräffte.

Tab. 1. Fig. 1.

§. 13. Wenn man zwey durch die Linien AB und DB, ausgedruckte Potenzen hat, die erste AB hätte das Vermögen, es dahin zu bringen, daß der Cörper B, die Seite des Parallelogrammi BC durchlaufen müßte, und zwar in eben der Zeit, in welcher die andere Potenz DB, die andere Seite BE, von eben dem Cörper B, durchwandern lassen würde: so werden diese beyden Potenzen oder Kräffte, wenn sie gesamt gegen den Cörper B agiren, verursachen, daß er eben dieses Parallelogrammi Diagonal-Linie BF, durchlaufft, und zwar wieder in eben der Zeit, deren jede Potenz AB oder DB insbesondere würde benöthiget gewesen seyn, wann sie die Seiten BC und BE, vom Cörper B, besonders hätten wollen durchlauffen lassen.

Indem diese beyden Potenzen AB und DB, nach denen Directionibus BC und BE, gegen den Cörper B würken, ist die Direction dieses Cörpers aus denen beyden gedachten Directionibus zusammengesetzt; theilt man nun aber die Zeit, deren jede Potenz benöthiget seyn würde, die Seite BC oder BE vom Cörper B durchlaufen zu lassen, in eine Anzahl gleicher Augenblicke ein, so liegt klar vor Augen, daß, indem diese beyden Potenzen gesamt gegen den Cörper B agiren, die Potenz AB es dahin zu bringen trachtet, daß der Cörper die Seite BC durchlaufe, währender Zeit die andere Potenz DB den Cörper gern durch die Seite BE, hindurch bringen möchte. Supponirt man nun aber, daß die Krafft AB im ersten Augenblick den Cörper B durch die Weite BH, hindurch gebracht hätte, während die Krafft DB, das spatium HI von ihm hätte durchlaufen lassen, so wird sich alsobald der Cörper in I befinden; und die Weiten BH und HI, so klein als man sie sich immer auch vorstellen oder einbilden mag, werden sich doch allzeit verhalten, wie die Potenzen AB und DB oder wie BC und BE (§. 11.) Indem nun der Cörper, wenn er in I angelangt, vermöge der Aehnlichkeit der Triangul BHI und BCF, in einem Punct der Diagonal-Linie BF, befindlich ist, so muß er auch seinen ganzen Weg bis nach I, in selbiger genommen haben. Wenn nun die Krafft AB im andern Augenblicke das Spatium IK, vom Cörper B, würde haben durchlaufen lassen, und zwar wieder in eben der Zeit, als die andere Krafft DB, solches durch das Spatium KL würde gethan haben, wird der Cörper abermals wieder in dem Punct der Diagonal-Linie L, befindlich seyn; alle die Linien aber, als BH, IK, von B an bis F, wenn sie zusammen genommen werden, sind BC völlig gleich, also muß auch die Zeit, die der Cörper angewandt hat, die Diagonal-Linie BF, nach der beyderseitigen Würkung der Kräffte AB und BD, zu durchlaufen, auch derjenigen Zeit völlig gleich seyn, deren eine jede ins besondere würde benöthiget gewesen seyn, den Cörper B, durch die Seiten BC oder BE durchlaufen zu lassen.

## Erste Folgerung.

§. 14. Weilen nun die Potenzen oder Kräffte AB und DB, das Vermögen haben, die Weiten BC und BE vom Cörper B, in gleichen Zeiten durchlaufen zu lassen, so folgt hieraus, daß, da die Würkungen jederzeit mit ihren Würk-Ursachen in Proportion stehen, $AB : DB = BC : BE$, oder *AB* sich zu *DB* verhalten muß, wie sich *BC* zu *BE* verhält. (§. 11.)

## Andere Folgerung.

§. 15. Wenn man das Parallelogrammum AD verfertiget, und verlängert die Linie FB bis in G, so wird die Linie BG, die Diagonalis des Parallelogrammi AD seyn, und, weilen die Trianguli BCF und GDB einander ähnlich sind, verhält sich auch BC zu GD, wie BF zu GB. Da nun auch AB gleich GD, so folgt, daß das Spatium BC, sich zur Krafft GD verhält, wie das Spatium BF zur Krafft GB. Woraus dann so viel zu ersehen, daß die durch die Diagonal-Linie GB ausgedruckte Krafft, die Weite BF, in eben der Zeit vom Cörper B wird durchlaufen lassen, in welcher die Krafft AB oder GD, eben den Cörper durch die Weite BC hindurch bringen möchte. (§. 11.) Und da sich nun auch BE zu BD wie BF zu BG verhält, so kan man daraus schliessen, daß die Potenz GB vor sich allein eben so viele Krafft besitzet, das Spatium BF vom Cörper B durchwandern zu lassen, als die beyden Potenzen AB und DB besitzen, wenn sie zusammen nach denen Directionibus BC und BE, Hand anlegen, das Spatium BF vom Cörper B durchlaufen zu lassen.

Die durch die Diagonal-Linie eines Parallelogrammi ausgedruckte Potenz oder Kraft ist zweyen andern völlig gleich, die, wenn sie zusammen auf einmal würken, durch die Seiten des Parallelogrammi exprimirt sind.

 Dritte

## Dritte Folgerung.

Fig. 2.
Die durch die Diagonal-Linie eines Parallelogrammi ausgedrückte Potenz bringt die Würkung zweyer andern ihr entgegen gesetzten, und durch die beyden andern Seiten des Parallelogrammi exprimirten Potenzen, mit sich selbst ins æquilibrium.

§. 16. Wenn man auf der Linie BF, das Stück BH, der Diagonal-Linie BG gleich macht, so wird die durch BH ausgedruckte Potenz oder Krafft, indem sie nach der Direction BC, von H nach B, ihre Würkung thut, vermögend seyn, die Würkung der von G nach B agirenden Potenz oder Krafft GB, völlig zu zernichten, folglich wird selbige ganz allein, zweyen nach denen Directionibus BC und BE auf einmal agirenden Potenzen AB und DB, vollkommenen Widerstand thun können; Woraus dann sicher geschlossen werden kan, daß, wenn die drey Potenzen AB, DB und HB zu gleicher Zeit würken, der Cörper B in einer völligen Ruhe verbleiben müsse; welches eben diejenige Gleichheit der Kräffte oder Potenzen vor Augen leget, die in widersinnigem Verstande gegen einander ihre Würkung verrichten, so wir §. 1. das Gleichgewicht oder *Æquilibrium* genennet haben.

## Vierte Folgerung.

§. 17. So ist dann auch klar, daß die drey Potenzen, so unter sich im æquilibrio stehen, auch mit denen dreyen Seiten des Parallelogrammi, die auf ihren Directionibus verzeichnet worden, in Proportion stehen müssen, (wir nehmen hier die Diagonal-Linie vor eine von denen Seiten mit an,) weilen im æquilibrio die resistirende Potenz eben so viel Würkung, als die beyden würkenden selbst, auszuüben vermag.

## Fünfte Folgerung.

Nach welchen Directionibus drey Potenzen ihre Würkung anstellen müssen, wenn sie ins æquilibrium kommen wollen.

§. 18. Aus allem dem vorhergegangenen ersiehet man, daß desjenigen Parallelogrammi Diagonal-Linie, dessen drey Seiten, mit denen dreyen im æquilibrio sich befindlichen Potenzen, in Proportion stehen, jederzeit auf der Directions-Linie der resistirenden Potenz befindlich seyn müsse, gleichwie die andern beyden Seiten, auf denen Directionibus der würkenden Potenzen, gefunden werden müssen.

## Anmerkung.

§. 19. Hier haben wir dann die Beschaffenheit, nach welcher wir die im widersinnigen Verstande gegeneinander würkende Potenzen, einsehen müssen, es mag nun seyn, daß sie mit cörperlichen radiis einen Cörper fortstossen, oder daß eine jede ins besondere, vermittelst derer Seile, welche am Cörper bevestiget sind, solchen Cörper an sich ziehen will. Wenn wir also anfänglich nur supponirt haben, die Potenzen liessen von einem Cörper die Länge der Seiten, oder der Diagonal-Linie eines Parallelogrammi, durchlaufen, so ist es bloß deßhalben geschehen, um hierdurch die Natur oder die Beschaffenheit des æquilibrii, und auf was Art es entstehet, vorstellig zu machen.

## Sechste Folgerung.

Fig. 2.
Zwey Kräfte oder Potenzen ausfindig zu machen, die, wenn sie zusammen, nach denen gegebenen Directionibus agiren, eben die Würkung ausüben, als eine einige gegebene Kraft allein.

§. 20. Man ersiehet noch ferner hieraus, daß wir jederzeit nicht allein zwey Kräffte ausfindig machen, sondern auch solche an die Stelle einer einigen gegebenen substituiren können, so bald wir nur die Directiones derer erstern werden determinirt haben. z. E. Es seyn uns die Krafft GB gegeben, um nun an deren Stelle zwey andere zu substituiren, die ihre Würckungen, nach denen gegebenen Directionibus BC und BE, ausüben sollen, so müssen wir von B aus diese Directiones verlängern, und das Parallelogrammum AD beschreiben, alsobald werden wir die Kräffte AB und BD, vor uns sehen, die zusammen genommen, gleiche Würkung gegen den Cörper B auszuüben vermögend sind, als die Krafft GB allein auszuüben vermag, welches nach dem 15. §. seine völlige Richtigkeit hat.

## Siebende Folgerung.

Die Directiones zweyer gegebenen Potenzen zu finden, damit man solche letztere einer gegebenen dritten Potenz substituiren könne, und auch eben so vielen

§. 21. Wann nun zwey Potenzen oder Kräffte, die man an die Stelle einer einigen substituiren wollte, gegeben wären, aber ihre Directiones nicht; so müssen diese beyden Potenzen grösser angenommen werden, als die dritte GB, damit man einen Triangul GBD, constituiren könne, dessen Seiten GD und DB, zweyen Linien, gleich seyn, die diese gegebene Potenzen oder Kräffte ausdrucken. Verzeichnen wir nun das Parallelogrammum ABGD, und verlängern die Linien AB und DB, so haben wir die Directiones, nach welchen die beyden Potenzen agiren müssen, wenn sie gegen den Cörper B, eben so viel Würkung ausüben sollen, als die Potenz G B ganz allein bewerkstelliget, so ebenfalls nach dem §. 15. seine völlige Gewißheit hat.

Effect haben, als die gegebene allein.

## Anmerkung.

§. 22. Ob gleich die Summa zweyer agirenden Potenzen, grösser ist, als die resistirende Kraft, so hindert dieses dannoch nicht, daß diese letztere nicht auch denen beyden andern, das Gleich-Gewicht halte, wann nemlich ihre Directiones einen Winkel von endlicher Grösse machen, weilen sich auf Seiten der beyden agirenden Potenzen, eine Gleichheit der Kräfte befindet, so sich aufhebet; Oder solches deutlicher zu machen: Wann man aus den Puncten A. und D, auf G B, die Perpendicular-Linien A L. und D I. fallen läßt, und die Parallelogramma L M. und I K. beschreibet, werden die beyden durch D K und K B. exprimirten Kräfte, wann sie nemlich zusammen agiren, eben so viele Würkung, als die Kraft D B, und die beyden Kräfte A M und M B, ebenfalls so viele Würkung, als die Kraft A B, bewerkstelligen; Da nun aber die Kräfte B K. und B M. einander gleich, und über dem denen Perpendicular-Linien A L. und D I. Parallel sind, so müssen sie auch unter sich einander gleich seyn, und auf der Linie G F Perpendicular stehen; Folglich werden sie den Cörper B, denen Puncten G. und F. weder nähern noch entfernen können, und müssen also in Ansehung des Punctes F als null und nichtig angesehen werden; Da wir nun aber finden, daß I B. oder D K. gleich L G, und A M gleich L B, so sehen wir also, daß, da die Kraft G B. denen Kräften D K und A M zusammen genommen, gleich, bloß allein die Theile der Kräfte A B. und D B, der resistirenden Potenz B H, die eben G B. gleich ist, das Æquilibrium halten.

Warum zwey Potenzen, die zusammen genommen, grösser sind als eine dritte, dannoch mit dieser dritten in Æquilibrio seyn können.

Fig. 3.

## Achte Folgerung.

§. 23. Aus dem Vorhergegangenen, kan dann also der Schluß gemacht werden, daß, wann eine Potenz eine unbewegliche Fläche A B, nach einer schrägen Direction, stößt oder ziehet, sie selbige nur bloß daher stösset oder ziehet, weilen sie zu dieser Fläche noch etwas Perpendiculaires bey sich haben kan. Nehmen wir nun die Linie D C. an, um durch solche, die vim absolutam oder gesamte Kraft dieser Potenz, auszudrucken, und lassen vom Punct D, auf die Fläche A B, die Perpendicular-Linie D E fallen, beschreiben hiernächst das rechtwinklichte Parellelogrammum E F, so ists schon eine bekannte Gewißheit, daß die unter denen Linien E C. und F C. angedeuteten Potenzen, von denen man zugleich mit supponiret, als agirten sie gesamt nach denen Directionibus F C. und E C, gegen den Punct C, eben den Effect, als die Potenz C D, haben werden; Da nun aber die Potenz E C, der Fläche A B. Parallel gefunden wird, so hat sie dahero hier keinen Nachdruck, sondern die Potenz F C, die, wie wir sehen, gerade der Fläche entgegen gesetzt ist, stößt oder druckt sie mit aller ihrer vermögenden Kraft, ganz allein. Sehen wir nun die Linie D C, als Sinum totum an, so wird die Linie D E, der Sinus des Winkels D C E. seyn; Woraus dann folgt, daß, wann eine Potenz eine Fläche nach einer schrägen Direction stösset oder ziehet, sich die gesamte Krafr (*vis absoluta*) dieser *Potenz*, zur gebundenen Kraft (*ad vim relativam*) oder zu ihrer Würkung verhält, wie der *Sinus totus* zum *Sinu* des *Anguli incidentiæ*, oder des spitzigen Winkels, welchen sie mit der Fläche macht.

Fig. 4.

Wann eine Kraft gegen eine Fläche, nach einer schrägen Direction agiret, so stösset, ziehet oder berührt sie diese Fläche nur mit einer gebundenen Krafft, welche der Sinus des Anguli incidentiæ exprimirt.

§. 24. Aus dem vorhergegangenen Paragrapho ist dann nun auch zu ersehen, daß, wann ein mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegter Cörper, nach einer perpendiculairen Direction, an einen andern Cörper, oder an eine entgegen gesetzte Fläche anschlägt, oder anstößt, er solches mit seinem völligen Nachdruck oder Impression verrichtet, den er auch je auszuüben vermag, wann er mit eben dieser Geschwindigkeit wieder in Bewegung gebracht worden; Hingegen er nur, wann seine Direction mit der Fläche schräg befunden wird, mit einer gebundenen Kraft gegen diese Fläche anstößt, folglich sich also der Zusammenstoß nach der *perpendiculairen Direction*, zum Zusammenstoß nach der schrägen *Direction*, verhalten muß, wie sich der *Sinus totus*, zum *Sinu* des *Anguli incidentiæ* verhält.

## General-Principium der Mechanic.

§. 25. Wann man an drey Seilen applicirte Potenzen P, Q, R hat, die sich um einen fixen Punct F herum, in Æquilibrio befinden, so stehen die agirenden Potenzen P. und Q, mit denenjenigen Perpendicular-Linien B G. und B C. die aus einem von denen Puncten der Direction von der resistirenden Potenz R, auf die Directions-Linien der beyden Potenzen P und Q, sind gezogen worden, in Relatione reciproca.

Fig. 5.

Solches zu beweisen, erwege man, daß im Statu Æquilibrii, die Potenz R durch die Diagonal-Linie B F. des Parallelogrammi E D, die Potenz P, durch die Seite E F und die Potenz Q, durch die Seite D F oder B E, exprimirt seyn wird, (per §. 15.) folglich im Triangulo E B F, die Seiten F E, und E B, mit denen Potenzen P und Q, in gleicher Relation oder Verhältniß befunden werden müssen: Man bemerke hiernächst auch, daß die Perpendicular-Linie B C, der Sinus des Winkels E F B, und die Perpendicular-Linie B G, der Sinus des Winkels B F D, oder seines Alterni E B F. ist; Da wir nun wissen, daß in denen Trianguln, die Sinus derer Winkel, mit denen ihnen gegenüber stehenden Seiten in gleicher Relation stehen, so folgt hieraus, daß E F : E B = B G : B C, oder E F zu E B sich verhält, wie B G zu B C; Setzen wir nun die Potenz P an die Stelle der Linie E F, und die Potenz Q an statt E B, so finden wir alsdann, daß P : Q = B G : B C, oder die Potenz P zur Potenz Q sich verhält; wie B G. zu B C.

Fig. 6. §. 26. Vergleichen wir nun auch die *Potenz* R. mit der Potenz P, so werden solche ebenfalls mit denen Perpendicular-Linien D C. und D G, die aus einem von denen Puncten der Direction von der dritten Potenz Q, auf die Directiones der beyden erstern, gezogen worden, in Relatione reciproca stehen.

Dann, nehmen wir B D vor E F an, so bekommen wir den Triangul B D F, dessen Seiten B F. und B D. mit denen Potenzen R und P, in gleicher Relation stehen; Da nun die Perpendicular-Linie D G, der Sinus des Winkels B F D, und die Perpendicular-Linie D C, der Sinus des Winkels B D F, oder seines Supplementi B D H, der dem Winkel C F D auch völlig gleich ist, so folgt hieraus abermahlen, daß B F : B D = D C : D G, oder R : P = D C : D G.

In Betrachtung die vorher gegangenen Principia, nur als eine blosse Zubereitung auf die Mechanic, anzusehen sind, so wollen wir solche nun auch an denen simplen oder einfachen Machinen appliciren, worauf sie nemlich abgesehen sind; (jedoch von aller Friction abstrahiren) das heißt so viel: Wir wollen nach diesen Gründen die Eigenschaften des Hebels, der Winde, die aus einem Rade und einer Welle zusammen gesetzt, der Rolle, der schräg-abhangenden Fläche, des Keils und der Schraube, in Erwegung ziehen; Vornemlich uns aber nur an die Eigenschaften des Hebels halten, weilen man die Berechnungen aller andern Machinen daher leiten kan; Ehe wir aber dazu schreiten, müssen wir noch einige nöthige Definitiones in gewisse Bekanntschaft bringen.

§. 27. Diejenige Kraft, die da trachtet, und sich gleichsam recht bemühet, die Bewegung der Cörper aus der Höhe nach der Tiefe nach einer geraden Linie gegen den Mittel-Punct der Erden, welchen man auch das *Centrum gravium* nennet, zu vollbringen, wird das *Pondus* oder die Schwehre der Cörper genennet; Man nimmt solche öffters vor die Massam dieser Cörper, vornemlich, wann sie aus verschiedenen Materien bestehen, und man gern ihre Kraft oder Quantitatem motus schätzen oder angeben will.

§. 28. Das *Centrum gravitatis* oder der *Punct* der Schwehre eines Cörpers, wird derjenige Punct genennet, in welchem dieser Cörper, wann er aufgehangen wird, in allen sich befindlichen Lagen oder Situationibus, in Ruhe verbleibet. Es ist schon, zum Exempel, bekannt, daß das Centrum gravitatis einer geraden Linie in dessen Mittel befindlich, gleichwie solches bey einem Lineal oder Richt-Scheidt, oder auch bey einem runden Stabe, dessen Schwehre, durch die ganze Länge uniform, oder in der ganzen Länge allenthalben gleich ausgebreitet, auch in dessen Mitte gefunden werden muß, also, so wohl das Richt-Scheid als der runde Stab, wann jedes besonders in diese Mitte aufgehenkt, oder auf ein Hypomochlium oder Ruhe-Punct niedergelegt wird, in einer horizontalen Situation oder Lage, liegen bleiben wird, weilen keine Ursach zu ersehen, warum eine Helfte die andere überwältigen sollte.

Man kan von der Ausstreckung des Cörpers abstrahiren, vielmehr supponiren, als sey seine Schwehre im Centro gravitatis zusammen vereinbahret, selbigen also nur als einen einigen schwehren Punct ansehen.

§. 29. Wir werden im folgenden supponiren, als wären die Pondera aller derjenigen materiellen Theile, die einen Cörper ausmachen, im Centro gravitatis dieses Cörpers zusammen in eins vereinbahret, solchergestalt, daß man also Cörper, gleichsam nicht anders als schwehre *Puncta* anzusehen hätte; Dannenhero unserer Hypothesi nichts widriges kan beygemessen werden, weilen ohnedem schon gewiß ist, daß, wann man einem Cörper seine Bewegung benehmen will, man nur in der Directions-Linie, die dessen Centrum gravitatis beschreibet, ein Obstaculum, oder eine Hinderung vorstellig machen darf.

§. 30. Wir wollen auch noch weiter supponiren, als wären die Directiones derer Gewichte, die an eine Machine applicirt sind, einander Parallel, ob sie gleich nach dem Mittel-Punct der Erden zusammen lauffen; Und zwar aus Ursach, weilen, in Ansehung der grossen Distanz, die zwischen der Ober-Fläche der Erden und deren Centro, befunden wird, und ohngefehr 1432. Meilen ausmacht, die Grösse der Machine vor ungemein klein zu halten.

§. 31.

§. 31. An die Stelle eines Gewichts kan jederzeit eine Potenz gesetzt werden, jedoch aber in eben der Direction, die das Gewicht gehabt; Dann, die Krafft einer Potenz wird durch die Schwehre eines Gewichts ermessen, das eben die Würkung thut, als die Potenz; Wann also zwey Gewichte um einen fixen Punct herum im Æquilibrio gefunden werden, kan man eines von diesen beyden Gewichten vor die Potenz halten, die mit dem andern im Æquilibrio stehet.

§. 32. Wann man die Eigenschafften des Æquilibrii in denen Machinen beweisen will, muß man sich alsobald die Directiones von denen dreyen Potenzen, die eben diese Eigenschafften causiren, so vorstellen, als wären sie in einem einigen Plano, und lieffen auch nur in einem einigen Punct zusammen; Dieses ist der allgemeine Fall, von dem man hernach gar leicht auf Special-Fälle dreyer Parallelen Directionen, schreiten kan, da man dann allzeit das Parallelogrammum solchergestalt formirt, daß die Diagonal-Linie, wie schon gedacht worden, auf die Direction der resistirenden Potenz, so sich zwischen denen beyden Agirenden befindet, zu stehen komme. (§. 18.)

§. 33. Hätte man aber mehr als drey Potenzen, die gegen einen Cörper oder Punct, nach verschiedenen Directionibus agirten, jedoch daß er in Ruhe oder Æquilibrio verbleibet, so müßte man alle diese Potenzen nur auf drey allein reduciren; Welche sich auch nach dem §. 20. leichtlich wird thun lassen, wann man bey allen auf die Art verfähret, wie man bey der Reduction zweyer Potenzen auf eine allein, verfahren hat, nemlich immer so lang, zwey auf eine reducirt, biß die verlangten drey Potenzen übrig bleiben. Wann eine Anzahl Potenzen um einen Punct herum, sich im Æquilibrio befinden, kan man sie alle auf drey allein reduciren.

§. 34. Man nennet bey einem Hebel, *Punctum fixum* oder *Hypomochlium*, den Ruhe-Punct oder die Unterlage, dasjenige resistirende Stuck, um welches verschiedene Potenzen drum herum, mit einander streiten; Hat man also zwey Potenzen, die mit einer dritten das Æquilibrium halten, kan man an die Stelle dieser dritten, ein dergleichen Hypomochlium oder Unterlage, substituiren, so wird es gleiche Würkung haben; Dieses kommt mit demjenigen überein, was wir zu Ende des §. 1. gesagt haben.

§. 35. Man macht mit dem Hebel eine Distinction in drey Geschlechter oder Arten. Der Hebel von der ersten Art (Vectis primi generis, oder auch Hetorodromus) ist derjenige, an dessen beyden Enden entweder eine Potenz oder ein Gewicht applicirt ist, oder, der an der einen Extremität ein Gewicht, und an der andern eine Potenz, im Mittel aber zwischen diesen beyden, ein Hypomochlium, hat; Der Hebel von der andern Art, (Vectis secundi generis, oder Homodromus) ist derjenige, an dessen einem Ende ein Hypomochlium, am andern eine Potenz, und zwischen diesen beyden ein Pondus angebracht ist; Der Hebel von der dritten Art ist dann derjenige, der an einer von seinen Extremitäten ein Hypomochlium, an der andern das Pondus oder die Schwehre, und in der Mitten die Potenz hat. Definitiones dreyer Arten der Hebel, die in denen Machinen vorzufallen pflegen.

## Die Eigenschaft des Hebels.

§. 36. Wann man zwey an denen Extremitäten eines Hebels A B applicirte Potenzen P. und Q. hat, so werden sie sich im Æquilibrio befinden, wann sie nemlich, mit denen aus dem Ruhe-Punct C auf ihre Directions-Linien gezogene Perpendicular-Linien C E, und C D, in Relatione reciproca stehen. Fig. 7.

Da nach dem §. 32. die Directiones dereer Potentiarum P, Q, R. in einem einigen Punct zusammen lauffen müssen, und wir verlängern solche, werden sie auch im Punct H. zusammen eintreffen. Ziehen wir nun aus C. die Linien C F. und C G. und zwar denen gegenüberstehenden Directionibus B H und A H Parallel, so bekommen wir das Parallelogrammum F G, dessen Seite F H oder C G die Potenz P, und die Seite G H die Potenz Q im Statu Æquilibrii exprimirt; Wie nun aber die Perpendicular-Linie C E, der Sinus des Winkels C H G, und die Perpendicular-Linie C D, der Sinus des Winkels F H C, oder auch des Winkels H C G, der ihm gleich ist, so folgt nach dem §. 25. das $P : Q = CE : CD$, oder die Potenz P zur Potenz Q sich verhält, wie C E zu C D.

## Erste Folgerung.

§. 37. Wann die Directiones dreyer im Æquilibrio sich befindenden Potentiarum in einem einigen verticalen Plano eingeschlossen sind, und wir supponiren, als könnten wir selbiges biß aufs Centrum der Erden verlängern, und der Punct H. wär nun würklich in selbigen, so können wir die Directiones derer Potenzen P. und Q. völlig unter sich, vor Parallel ansehen. (§. 30.) Da nun aber dieses auf keine Weise geschehen kan, ohne daß sich der Winkel D C E der beyden Perpendicular-Linien C E. und C D, nicht auch so weit mit öffnen, und dannenhero den nur möglichsten Werth zweyer geraden Linien erreichen sollte, so können wir also wiederum die Seiten dieses Winkels, vor eine blosse gerade Fig. 7.

Linie I K. halten, und folglich hieraus so weit schliessen, daß sich alsdann P : Q = C K : C I.

## Andere Folgerung.

Fig. 7. und 8. Zwey an denen Enden eines Hebels von der ersten Art, applicirte Potenzen, halten einander das Gleich Gewicht, wann sie nemlich unter sich, mit denen Armen eben dieses Hebels, in Relatione reciproca stehen.

§. 38. Die Linien A B und I K, indem sie sich zwischen denen Parallel-Linien A M und B N im Punct C schneiden, formiren sie die ähnlichen Triangul I C A und K C B, an denen sich C K zu C I verhält, wie C B zu C A: Substituiren wir nun in der letztern angegebenen Analogie (P : Q = C K : C I) des kaum vorher gegangenen Paragraphi, an die Stelle von C K und C I, C B und C A, so sehen wir, daß P : Q = C B : C A, oder sich B zu Q verhält, wie C B zu C A. Woraus dann geschlossen werden kan, daß, wann drey an einem Hebel A B applicirte Potenzen P, Q. und R. unter sich nach parallelen Directionibus agiren, die Potenzen P und Q, wann sie nemlich im Æquilibrio sind, mit denen ihnen correspondirenden Armen des Hebels C B. und C A, in Relatione reciproca stehen.

## Dritte Folgerung.

Fig. 9.

§. 39. Gleiche Bewandniß hat es, wann sich der Hebel A B in einer horizontalen Lage oder Waagrecht befindet, nemlich es verhält sich P : Q = C B : C A; Weilen des Hebels Arme selbst, die aus dem Ruhe-Punct C. auf die Directions-Linien derer Potenzen P. und Q. gezogene Perpendicular-Linien, mit ausdrucken.

## Vierdte Folgerung.

§. 40. Indem die Potenz R. einmahl wie das anderemahl der Action der beyden andern Potenzen P. und Q. wird Widerstand thun können, sie mag den Punct C. aus C. nach R. ziehen, oder selbigen von D. nach C. in die Höhe treiben; So folgt hieraus, daß man an die Stelle der Potenz R, ein Hypomochlium E. substituiren könne, auf welchen die Potenzen P. und Q. ebenfalls einander das Gleich-Gewicht halten werden; (§. 34.) Dannenhero solches ein Hebel von der ersten Art seyn wird. (§. 35.)

## Fünfte Folgerung.

Man kan an denen Extremitäten derer Arme eines Hebels an statt der Potenzen, Gewichte appliciren.

§. 41. Wann des Hebels A B Extremitäten A und B, statt zweyer Potenzen, von zweyen gleich viel würkenden Gewichten, niederwarts gezogen werden, so müssen selbige, wann sie anders einander eben so, wie die Potenzen, das Gleich-Gewicht halten sollen, ebenfalls mit denen Armen des Hebels, wann er nemlich horizontal, in Relatione reciproca stehen; Hat der Hebel aber eine schräge Lage, müssen sich die Gewichte eben so wohl, wie die Potenzen, zu denen, aus dem Ruhe-Punct auf ihre Directiones gezogene Perpendicular-Linien, reciproce verhalten.

## Sechste Folgerung.

Fig. 10. und 11. Es mag der Hebel von der ersten Art, eine Figur haben, wie er will, so läßt er sich allzeit auf einen geraden Hebel reduciren.

§. 42. Hätte nun der Hebel, der die Gewichte P. und Q. trägt, in B. und C. Winkel an sich, oder wär krumm gebogen, wie A B C D H, müßte man durch seinen Ruhe-Punct G, die Horizontal-Linie E G F, denen Directionen derer Gewichte Perpendiculair ziehen; Alsdann werden die Theile dieser Linie G E. und G F, die die natürlichen Weiten des Ruhe-Punctes von denen Directionen derer Gewichte P. und Q. ausdrucken, die wahrhaften Arme oder Schenkel des Hebels anzeigen, von denen §. 3. gedacht worden.

## Siebende Folgerung.

Fig. 12. Eine Potenz und eine Last, welche beyde an denen Enden eines Hebels applicirt sind, werden einander das Gleich-Gewicht halten, wann die Potenz und das Pondus mit denen Armen des Hebels in Relatione reciproca stehen.

§. 43. Man kan sich auch einbilden, als sey an dem einen Ende des Arms eines Hebels ein Pondus oder eine Last, und an dem andern, eine Potenz applicirt, (§. 31.) alsdann wird, wann nemlich die Direction der Potenz mit der Direction der Last parallel laufft, die Potenz zur Last, mit denen Armen des Hebels in Relatione reciproca gefunden werden.

## Achte Folgerung.

Fig. 12, 13. und 14.

§. 44. Wann nun die Potenz Q. an dem Hebel A B, nach einer schrägen Direction B Q. agirete, würde sich diese Potenz Q. zum Gewicht P. verhalten, wie sich der

Arm

Arm des Hebels C A, zur Perpendicular-Linie C E, verhält, welche wenn man sie als einen unbiegsamen Stab ansiehet, vor den Arm des Hebels dieser Potenz würde können genommen werden; Woraus dann in der dreyzehenden Figur zu ersehen, daß durch einen Winkel ein Hebel entstehen könne, der dannoch mit dem vorigen einerley Eigenschaften hat; Weilen im Statu Æquilibrii die Potenz und das Pondus hier eben auch noch mit denen Armen des Hebels, oder mit denen aus dem Ruhe-Punct C, Fig. 14. auf die Directiones des Gewichts und der Potenz gezogenen Perpendicular-Linien C D. und C E, in Relatione reciproca stehen; (§. 36.) Diese Art von Hebeln, so man gebrochene oder ungebogene Hebel nennet, pflegen vielfältig in denen Machinen vorzufallen.

Ein gebrochener oder ungebogener Hebel, das ist, der auf dem Ruhe-Punct einen Winkel macht, hat eben die Eigenschaften, als ein gerader Hebel.

## Neunte Folgerung.

§. 45. Aus dem kaum vorher gegangenen folgt dann nun, daß eine mittelmäßige Potenz, ein wichtiges Pondus mit sich in Æquilibrio erhalten könne, wann sie nemlich durch die Länge ihres Arms am Hebel, den Vortheil, welchen das Pondus durch die Kürze des andern Arms verliehret, gewinnen kan; Oder deutlicher: Wann nemlich das Productum der Potenz in ihres Hebels Arm, dem Producto der Last in dem andern Arm des Hebels, gleich ist; Dann, benennen wir die Potenz mit dem Character, P, das Pondus oder die Last mit Q; Dann der Potenz zukommenden Arm des Hebels mit a, und den andern Arm der Last mit b, und machen bekannter massen nach dem Statu Æquilibrii die Analogie, $P : Q = b : a$, so bekommen wir durch solche folgende gleiche Producta, nemlich: $P \maltese a = Q \maltese b$. Da nun das Productum der Potenz in ihren Arm am Hebel, das Momentum dieser Potenz, oder den ihr zuwachsenden Nachdruck, vorstellig macht, so exprimirt dannenhero nicht weniger auch das Productum der Last in ihrem correspondirenden Arm, das Momentum der Last. (§. 3.)

Eine mittelmäßige Kraft kan vermittelst eines Hebels eine gewaltige Last mit sich im Æquilibrio erhalten.

Denenjenigen nun zu gefallen, die der *Algebrai*schen Benennungs-Art nicht gelaufftig, stellen wir folgende kleine *Reduction* auf gemeine Zahlen an, nemlich, wir setzen gleich zum voraus, und nehmen an, als sey die Potenz oder der Character P = 2 ℔ Krafft, das Pondus oder die Last Q = 24 ℔; a, als der Potenz ihr zukommender Arm des Hebels = 48 Zoll lang, b, als der Arm des Hebels bey der Last 4 Zoll lang, so heißt die Analogie

℔ Krafft ℔ Last Zoll Zoll

$P : Q = b : a$ so viel als: $2 : 24 = 4 : 48$,

und die Momenta heissen

$P \maltese a = Q \maltese b$ so viel als: $96 = 96$.

§. 46. Wir müssen hierbey mit bemerken, daß, obschon eine Potenz von einem ℔ Krafft vermögend ist, eine Last von 100. ℔ zu erhalten, wann nemlich am Hebel der Arm der Potenz auch hundertmahl grösser, als der Arm der Last, dannoch der Ruhe-Punct oder das Hypomochlium niemahlen mehr zu tragen hat, als den eigentlichen Werth der Last und der Potenz zusammen genommen, ohne im mindesten mit ihren Momentis einiger massen in Gemeinschaft zu stehen; In diesem hier gegebenen Exempel wird dann also das Hypomochlium 101. ℔ Druckung auszustehen haben, worbey man sich noch einbilden kan, als seye diese Last, als gleichsam in einem einigen Gewicht vereinbahret, in dem Ruhe-Punct aufgehenkt, der mithin nicht anders als das gemeinschafftliche Centrum gravitatis derjenigen Potenzen, die an denen Enden des Hebels applicirt sind, anzusehen ist.

## Zehende Folgerung.

§. 47. Weilen die Momenta der Krafft und der Last, im Statu Æquilibrii, allzeit der Æquation oder Gleichung $P \maltese a = Q \maltese b$. geben, es mag der Hebel ein gerader oder gebrochener seyn, so ersehen wir hieraus, daß, wann uns drey von denen Terminis P, Q, a, b, bekannt sind, jederzeit der vierte unbekannte aus selbigen gefunden werden könne, weilen wir nur den Character des gesuchten Incogniti, in dieser Æquation in ein Membrum æquationis allein translociren dürffen, da sich dann also daher die vier folgenden Æquationes oder Gleichungen angeben lassen, nemlich: $P = \frac{Q\,b}{a}$; $\frac{P\,a}{b} = Q$; $a = \frac{Q\,b}{P}$ und $\frac{P\,a}{Q} = b$, die dann so viel sagen wollen, (wie aus denen folgenden Paragraphis zu ersehen) daß

Weilen die Potenz, die Last, und die Arme des Hebels, vier Terminos Proportionales ausmachen, kan allzeit, wann drey von ihnen gegeben, der vierte unbekannte ausfindig gemacht werden.

§. 48. Wann die beyden Arme des Hebels samt der Last gegeben, um die unbekannte Potenz oder Kraft zu finden, man das Momentum der Last, durch den Arm des Hebels, an welchen die Potenz soll appliciret werden, dividiren müsse;

„ Behalten wir nun das §. 45. gegebene Exempel bey, und appliciren diese kaum
„ gegebene Regul auf gemeine Zahlen, wird die Elaboration bald geschehen seyn,
„ nemlich wie folget:

48 Zoll : 24 ℔. Last = 4 Zoll ?
4

Zoll | 96 | = Momentum der Last.
48 | | 2 ℔. = die gesuchte Kraft.

§. 49. Wann die beyden Arme des Hebels samt der Kraft gegeben, um die unbekannte Last zu finden, man das Momentum der Kraft durch den Arm des Hebels, woran das Pondus oder die Last soll angebracht werden, dividiren muß. Zum Exempel:

4 Zoll : 2 ℔. Kraft = 48 Zoll ?
48

4 Zoll | 96 | = Momentum der Kraft.
| 24 ℔. = die gesuchte Last.

Wann die Potenz und die Last, nebst dem Arm des Hebels, an welchen diese letztere appliciret, gegeben, um die Länge des Arms am Hebel vor die Potenz zu finden; das Momentum der Last durch die Potenz dividirt werden muß. Zm Exempel:

2. ℔. Kraft : 4 Zoll = 24 ℔ Last ?
4.

2 ℔ | 96 | = Momentum der Last.
| 48 Zoll, als die gesuchte Länge des Arms am Hebel vor die Potenz.

§. 50. Wann die Potenz und die Last, nebst der Potenz ihren Arm am Hebel gegeben, um den andern Arm des Hebels vor die Last, zu finden, das Momentum der Kraft durch die Last dividirt werden muß. Zum Exempel:

Arms Länge
24 ℔ Last : 48 Zoll = 2 ℔. Kraft ?
2 ℔

24 ℔. | 96 | = Momentum der Kraft.
| 4. Zoll, als die gesuchte Länge des Arms am Hebel vor die Last.

§. 51. Wir können hier folgendes noch mit hinzu fügen, daß, wann die Last und die Potenz, wie nicht weniger auch die ganze Länge des Hebels gegeben, in dieser Länge derjenige Ort kan ausfindig gemacht werden, wo das Hypomochlium seine Stelle einnehmen muß, damit die Potenz mit der Last das Gleich-Gewichte halte; Dann die Analogie des Hebels zeiget, daß $P : Q = b : a$, oder in Relatione composita, daß $P + Q : Q = b + a : a$; Setzen wir nun, daß $a + b = c$, und benennen anbey den Arm des Hebels vor die Potenz mit x, so heißt die obige Analogie nun also: $P + Q : Q = c : x$, woraus die Æquation $\frac{Qc}{P + Q} = x$ entspringt, die dann so viel sagen will, daß, um den Arm des Hebels vor die Potenz, ausfindig zu machen, die Last mit der ganzen Länge des Hebels multipliciret, und das herauskommende Product mit der Summa der Last und der Potenz dividiret werden müsse. Zum Exempel in Zahlen:

℔. Last ℔ Kraft der ganze Hebel ℔ Last
24 + 2 : 52 Zoll = 24 ?

Last und Kraft Länge Last
26 ℔. : 52 Zoll = 24 ℔ ?
24

208
104

26 | 1248 | 48 Zoll, als die gesuchte Länge des Arms am Hebel vor die Potenz.
| 20 |

§. 52.

§. 52. Wann nun die beyden Arme am Hebel, nebst der Summa der Potenz und der Last gegeben, wird man nicht weniger auch so wohl die Potenz, als die Last ausfindig machen können; Dann, wann wir setzen $P + Q = c$, und wollen gern die Last wissen, die hier $x$ heissen soll, wird aus der Analogia composita $P + Q : Q = b + a : a$, durch folgende Veränderung $c : x = b + a : a$, die Æquation $\frac{a\,c}{b + a} = x$ entspringen, die dann so viel anzeiget, daß, wann die Last soll gefunden werden, die Summa der Last und der Potenz, durch der Potenz ihren Arm multipliciret, und das erfolgte Product durch die ganze Länge des Hebels dividirt werden muß: Zum Exempel in Zahlen:

| Der ganze Hebel | | Last und Kraft | | Arm der Potenz |
|---|---|---|---|---|
| 52 Zoll | : | 26 ℔ | = | 48 Zoll ? |

48 . . . . . . . . . . . .
208
104
52 ) 1248 ( 24 ℔. Last, die die Potenz erhalten kan.

§. 53. Es wird sich hier leichtlich mit einsehen lassen, daß, in dem fünfften Fall, wann einmahl der Arm des Hebels vor die Potenz bekannt, der Arm vor die Last sich von selbst geben wird, und im sechsten Fall, wann die Last gefunden, auch die Potenz am Tag liegen muß.

## Eilffte Folgerung.

Tab. 2. Fig. 15. Das gemeinschaftliche Centrum gravitatis, oder den Ruhe-Punct verschiedener an einem Hebel aufgehenkter Gewichte zu finden.

§. 54. Es folgt ferner, daß, wann der Ruhe-Punct oder das gemeinschaftliche Centrum gravitatis verschiedener gegebenen, und an einem Stab oder einer Ruthen AB aufgehenkten Gewichte F, G, I, K gefunden werden soll, und die Distanz derer aufgehenkten Gewichte, die den Hebel in denen Puncten C und E berühren, biß zu denen Extremitäten eben dieses Stabes, bekannt gemacht worden, vors erste der Ruhe-Punct L gesucht werden muß, in welchem dann bloß die Gewichte F und K (per §. 51.) mit einander im Æquilibrio seyn werden, damit wir diese beyden, als ein in ein einiges verwandeltes M ansehen können; Alsdann muß auch der Ruhe-Punct N, oder das Centrum gravitatis derer beyden Gewichte G und I gesucht werden, dabey wir abermahl uns einzubilden haben, als sey das Gewicht O an ihre Stelle im Ruhe-Punct aufgehenkt; Endlich muß auch noch P. als das Centrum gravitatis derer beyden Gewichte M und O determinirt werden, welches auch das gemeinschaftliche Centrum gravitatis derer Gewichte F, G, I, K seyn würde, wann der Hebel keine Schwehre hätte; Da wir ihm aber in seiner ganzen Länge, eine uniforme Schwehre beylegen, so müssen wir solchen auch noch im Punct D in zwey gleiche Theile theilen, und das in D aufgehenkte Gewicht H als seine Schwehre ansehen, (§. 28.) alsdann zuletzt noch in der Länge D P das Centrum gravitatis derer Gewichte H und Q ausfindig machen, so hier ohngefehr der Punct R seyn möchte, so würden dann auch in diesem letztern Punct die Gewichte F, G, H, I, K mit einander im Æquilibrio seyn.

## Zwölfte Folgerung.

§. 55. Desgleichen, wann man einen Hebel A C hätte, dessen Hypomochlium im Mittel D befindlich, und an dessen einem Arm eine Anzahl Gewichter P aufgehenkt wären, die erstlich unter sich gleich, und hernach würklich mit dem einigen Gewicht Q im Æquilibrio stünden, so können wir uns dieses letztere also vorstellen, als bestünde es aus eben so vielen Theilen R, S, T, V, als Gewichte P, P &c. vorhanden sind, und also hieraus finden, daß $AD : DI = P : R$; $AD : DK = P : S$; $AD : DL = P : T$; $AD : DM = P : V$. Fig. 16.

Da nun aber alle diese Proportions-Sätze einerley sind, weilen ein jeder unter ihnen zwey gemeinschaftliche Terminos hat, so verhält sich dannenhero $AD$ zu $DI + DK + DL + DM$, wie sich verhält $P$ zu $R + S + T + V = Q$: Woraus dann folgt, daß, wann nur die Arme des Hebels, nebst einem von denen Gewichten P gegeben, jederzeit das Gewicht Q schon halb mit bekannt, und wann man das Gewicht Q, nebst denen Armen des Hebels weiß, gleichermassen eines von denen Gewichten P leichtlich folgends ausfindig zu machen stehet.

§. 56. Gleiche Bewandtniß würde es haben, wann wir einen Semicirculum A B C hätten, der in einem verticalen Stand befindlich, und auf seinem Centro D balanciren könnte; Dann, wann wir des Circuls Quadrantem B C. in eine Anzahl gleicher Theile thei- Fig. 17.

theilen, um in denen Theilungs-Puncten E, F, G, H, unter sich gleiche Gewichte P aufzuhenken, von denen wir supponiren, als hielten sie dem Gewicht Q das Æquilibrium, so werden die Linien D I, D K, D L, D M. diejenigen Arme des Hebels, die eigentlich denen Gewichten P, zukommen, darstellen; Wie nun aber diese Arme denen Sinubus E N, F O, G X, H Y, derer Bögen B E, B F, B G, B H gleich sind; So kan man daraus schliessen, daß sich der Sinus Totus D A oder D B zur Summa derer Sinuum gedachter Bögen, in welchen die Gewichte P aufgehenkt sind, verhält, wie sich eines von denen Gewichten P, zu der sie insgesamt in Æquilibrio erhaltenden Potenz Q verhält.

## Dreyzehende Folgerung.

**Wann man den Diameterum eines Circuls als einen Hebel ansiehet, dessen Hypomochlium im Centro desselben befindlich, alsdann die Verhältniß der Potenz zu derjenigen Last zu finden, die durch den Quadrantem von der Circumferenz des Circuls exprimirt ist.**

§. 57. Legen wir nun dem Quadranten der Circumferez B C, eine uniforme Schwehre bey, und bilden uns auch noch ein, als sey er in unendlich kleine jedoch gleiche Theile getheilt, so kan disseits ein jeder von diesen Bögen als ein Gewicht angesehen werden, das den ihme correspondirenden Sinum zum Hebels-Arm hätte, und auf Seiten der Potenz Q. kan man sich gleichermassen die Vorstellung machen, als sey sie von eben so vielen kleinen Potenzen zusammen gesetzt, als die Anzahl der schwehren Puncte im Quadranten der Circumferenz B C. angibt, so wird eine jede von diesen Potenzen beständig den Radium D A zum Arm des Hebels vor sich haben; Folglich werden wir so viele dem Radio gleich befindliche Hebels-Arme besitzen, als Puncta in dem Semidiametro D B. befindlich, die auch eben so vielen Sinubus in des Circuls-Quadrante D B E. correspondiren: Nehmen wir nun aber auf beyden Seiten die Summam derer Arme des Hebels, wie auch die Summam derer Gewichte und derer Potenzen, die mit denen erstern im Æquilibrio stehen, wird die Verhältniß des *Quadrats* vom *Radio A D* zur *Summe* aller *Sinuum*, das heißt zum *Superficial*-Innhalt des *Quadrantis* vom Circul *B D C*, gleich seyn der Verhältniß der Schwehre des *Quadranten* von der *Circumferenz B F C*, zur *Potenz Q.*

§. 58. Da nun aber die Potenz Q. eben den Effect thut, den die Schwehre des Quadrantis von der Circumferenz B F C. thun würde, wann sie an des Radii D C Extremität C in einem beysammen wäre, so folgt hieraus, daß, wann wir an die Extremität eines Diametri, ein Gewicht aufhenken, und über den Quadrantem des angränzenden Circuls, ein eben dergleichen Pondus von gleicher Schwehre überall gleich ausbreiten, die *Potenz*, die das erste Gewicht mit sich im *Æquilibrio* hält, sich zur *Potenz*, die mit dem andern ein gleiches verrichtet, verhalten muß, wie sich das *Quadrat.* des *Radii* zum *Superficial*-Innhalt des *Quadrantis* vom Circul verhält, das ist, wie 14. zu 11. Wär nun das Gewicht, statt, daß es hier nur den Quadrantem der Circumferenz einnimmt, über die Semi-Circumferenz B C Z. ausgebreitet, und der Diameter stünde vertical, würde es damit gleiche Bewandtniß haben.

Fig. 18.

**Eigenschaft des Hebels von der andern Art.**

§. 59. Wann wir einen Hebel A B vor uns haben, dessen Hipomochlium an der Extremität A, und an den zwey Potenzen in denen Puncten D. und B. applicirt sind, davon die eine nach der Direction D Q, und die andere nach der Direction B P. in Sensu contrario ziehet, werden diese beyde Potenzen einander das Æquilibrium halten, wann sie mit denenjenigen Perpendicular-Linien A G und A H, die vom Hypomochlio A. auf ihre Directions-Linien gezogen werden, in Relatione reciproca stehen. Dann, verzeichnen wir das Parallelogrammum E F, wird die Seite C F, nemlich im Statu æquilibrii, die Kraft der Potenz P, und die Diagonal-Linie C D. die Kraft der Potenz Q. ausdrucken; Da nun im Triangulo C F D. die Seiten C F. und C D. sich verhalten, wie die Sinus ihrer gegenüber stehenden Winkel C D F = A C H und D F C = A C G, so folgt, daß C F : C D = A H : A G oder eigentlich P : Q = A H : A G.

Entfernete sich nun nach und nach der Punct C. von denen Puncten D. und B. auf eine unendliche Weite, solchergestalt, daß die Directions-Linien B C. und C H. unter sich als parallel angesehen werden könnten, wie im 37. §. werden die im Æquilibrio verbleibende Potenzen P. und Q. dannoch beständig mit denen Perpendicular-Linien A H. und A G. in

Fig. 18. und 19.

Relatione reciproca stehen: Wann nun die Directiones dieser Potenzen auf dem Hebel perpendicular befunden werden, daß also A G gleich A B, und A H. gleich A D, hat es eben die Beschaffenheit, nemlich P : Q = A D : A B.

Fig. 20.

Folglich, wann eine Potenz P. eine Last Q. vermittelst eines Hebels von der andern Art, der Horizontal supponirt wird, erhält, und zwar so, daß die Last im Mittel des Hebels D befindlich, so trägt die Potenz bloß die Helffte der Last, weilen A D. auch nur die Helffte von A B.

Hergegen, wann die Last nicht im Mittel des Hebels, sondern im Punct C, und also A. näher als B. befindlich wäre, trägt die Potenz noch weniger als im vorigen Fall, weilen A C. auch kleiner ist, als die Helffte A B.

§. 60.

Fig. 21. Ein an einem Hebel aufgehenktes Gewicht kan man allzeit reduciren, wann es in einer gefälligen Weite vom Hypomochlio in eine andere Stelle soll verruckt werden.

§. 60. Wann man einen Hebel A B. hat, an dem im Punct C. ein Gewicht E. aufgehenkt ist, und man wollt gern, einiger Ursach halben, dieses Gewicht aus dem Punct C. in den Punct D. verschieben, müssen wir solches mit dem zur Seiten des Hypomochlii A sich befindlichen Arm des Hebels A C. multipliciren, und das Product mit der Weite A D. dividiren, so wird der Quotiens den Werth des Gewichts F angeben, das im Punct D, in Ansehung der Potenz P, eben die Würkung thun wird, die das Gewicht E. im Punct C. gehabt, indem das *Momentum* derjenigen Potenz, die des Hebels Extremität A trägt oder hält, stets einerley ist, weilen, da wir einmahl supponiret, das $\frac{AC + E}{AD} = F$, hieraus finden, daß $P + AB = AC + E = AD + F$. Solchergestalt können dann nun nach Gefallen verschiedene voneinander abgesonderte Gewichte in einem einigen Punct zusammen vereinbahret werden, wann wir nur ein jedes von diesen Gewichten mit derjenigen Weite, in welcher es von einerley Hebels-Extremität entfernet ist, multipliciren, und die Summa dieser Producte durch diejenige Distanz dividiren, in welcher der gegebene Punct, von der einmahl angenommenen Extremität des Hebels abstehet.

Fig. 22. Eigenschaft des Hebels von der dritten Art.

§. 61. Wann die Potenz am Hebel A B in einem gefälligen Punct D angebracht ist, und die Last befindet sich an der einen Extremität des Hebels, B, sehen wir einen Hebel von der dritten Art vor uns, an dem wir alles dasjenige, was wir kaum im 59. und 60. §. gemeldet, wieder appliciren können, wann wir nur dasjenige, was dorten die Last war, jetzo vor die *Potenz*, und was die *Potenz* war, vor die Last annehmen.

Fig. 23. Ein Hebel, der auf zweyen Hypomochliis ruhet, druckt sie beyde mit der völligen Schwehre, die auf ihnen ruhet oder lieget.

§. 62. Da es nun einerley ist, ob der Hebel A B, an dem ein Gewicht G aufgehenkt ist, von zweyen an seinen Extremitäten A. und B. applicirten Potenzen, oder von zweyen Hypomochliis C. und D, gehalten wird; So folgt dahero, daß sich derjenige Theil der Last G, der das Hypomochlium C. druckt, zum andern Theil, dessen Schwehre das Hypomochlium D. empfindet, verhalten muß, wie sich C B. zu E A. verhält; Folglich diese beyden Hypomochlia zusammen eben so sehr gedruckt werden, als ein Planum horizontale davon empfinden würde, wann die Last G auf selbiges zu liegen käme.

Wollen wir nun auch auf die Schwehre des Hebels mit sehen, müssen wir uns solche so vorstellen, als wär sie in dem Gewicht H, das im Centro gravitatis des Hebels, F, aufgehenkt worden, beysammen vereinbahret, (§. 28.) und uns noch weiter einbilden, als hätte sich ebenermassen die Last G. mit dem Gewicht H. in ein einiges Pondus J, verwandelt; Alsdann können wir mit gleicher Gewißheit sagen, daß die Summa derer beyden wegen der Schwehre der Last, und der Schwehre des Hebels gegen die Hypomochlia C. und D. entstehende Druckungen, eben so viel ausmacht, als diejenige Druckung oder Pressio, die von der Last I. entstehen oder causiret werden könnte, wann sie auf eine horizontale Fläche zu stehen käme.

Fig. 24.

§. 63. Wann nun der Hebel A B, den die beyden Hypomochlia C. und D. tragen, in einem gefälligen Punct E, von einem andern Hebel F G, übers Creutz durchschnitten würde, der hiernächst mit A B. in gleicher Länge, und an seinen Extremitäten F. und G, die beyden im Æquilibrio sich befindlichen Gewichte P. und Q. hätte; Werden die Hypomochlia C. und D. eben so viel zu tragen haben, als wann man am Hebel A B. in eben dem Punct E, eine Last H. aufgehenkt hätte, die der Schwehre derer beyden Gewichte P. und Q. samt der Schwehre des Hebels zusammen genommen, gleich wäre; Folglich wird die Pressio oder Druckung, daran ein jedes Hypomochlium einen Theil empfindet, wann sie zusammen in eins verwahret wird, derjenigen Druckung völlig gleich seyn, so eine Last auf einer horizontalen Fläche causiren würde, wann sie die gesamte Schwehre besäß, womit die beyden Hypomochlia zusammen belästiget sind. Und gleiche Bewandtniß würde es dann haben, wann der Hebel A B, statt des einigen Hebels F G, von einer dergleichen nur immer beliebigen Anzahl, Creutz-weiß durchschnitten würde.

## Von denen Vectibus Compositis,
### Oder
## Zusammen gesetzten Hebeln.

Weilen in denen Machinen, vermöge der Räder und Getriebe, zusammen gesetzte Hebel entstehen, so wird es nöthig seyn, derselben Erklärung beyzufügen, damit dasjenige, was im folgenden beygebracht werden wird, desto besser zu verstehen sey.

Fig. 25.

§. 64. A B ist ein Stab oder Ruthe, an der zwey Aeste oder Zweige A C und B D befestiget, die zwey gerade Winkel C A B und D B A formiren, und hier in einem supponirten horizontalen Plano eingeschlossen sind; Dieses ist die Verbindung oder Assemblage verschiedener solcher unbeugsamen Ruthen, wie A C und B D vorstellen, die allein mit der einigen Ruthen A B verknüpft sind, welches ich einen zusammen gesetzten Hebel nenne, dessen Ruhe-Punct oder Hypomochlium E. gefunden wird, wann man eine gerade Linie von C. nach D. ziehet.

Sind nun an denen Extremitäten C. und D. zwey Gewichte aufgehenkt, oder befinden sich an selbigen zwey Potenzen P. und Q., die unterwärts nach verticalen Directionibus ziehen, werden diese Potenzen um den RuhePunct E. herum sich im Æquilibrio befinden, wann sie mit denen Armen des Hebels A C. und B D. in Relatione reciproca stehen.

Ein jeder zusammen gesetzter Hebel kan auf einen einfachen reducirt werden, folglich ist bey einem wie dem andern die Analogie oder der Proportions-Satz immer einerley.

Solches nun zu beweisen, erwege man, daß die Potenzen P. und Q. gar wohl angesehen werden können, als agirten sie auf denen Extremitäten der Linie C D, die gar füglich vor einen einfachen Hebel von der ersten Art anzunehmen stehet, folglich sich im Statu æquilibrii P : Q wie E D : E C verhalten muß; Da nun aber in denen ähnlichen Triangulis A C E. und B D E. sich E D : E C wie B D : A C verhält, und wir substituiren alsdann, in dem ersten Proportions-Satz, an die Stelle der Relation E D : E C, die Relationem B D : A C, so sehen wir, daß P : Q = B D : A C, oder die Potenz P. sich zur Potenz Q. verhält, wie B D. zu A C.

Fig. 27.

Wann nun aber die Arme A C. und B D., die wir noch allzeit in einem einigen horizontalen Plano eingeschlossen zu seyn supponiren, statt, daß sie mit der Ruthen A B. rechte Winkel machen, andere gefällige Winkel C A B. und A B D. formirten, müssen wir von denen Extremitäten C. und D. die Perpendicular-Linien C F. und D G. herunter fallen lassen, so werden wir ebenermassen die ähnlichen Triangulos C F E. und D G E. bekommen, vermöge deren der zusammen gesetzte Hebel C A B D. auf einen einfachen Hebel reducirt seyn wird.

Da nun die an denen Extremitäten C. und D. agirenden Potenzen, oder angebrachte Gewichte, angesehen werden können, als wären sie an dem Hebel C D applicirt, so folgt hieraus, daß so wohl im ersten als andern Fall, das Hypomochlium E. mit einer Last beschwehret seyn wird, die denen beyden Potenzen, oder Gewichten gleich ist, folglich uns in Ansehung derselben einbilden können, als wären selbige, in ihrem gemeinschaftlichen Centro gravitatis, beysammen vereinbahret.

Fig. 26.

§. 65. Wann nun die Ruthe oder der Hebel A B. mit dreyen Armen A C, F G, B D, an deren Extremitäten wiederum die drey Potenzen R, P, Q. befindlich, versehen wäre, und wir wollten gern den Punct E. haben, in dem sie sich gesamt mit einander im Æquilibrio befinden würden, dürffen wir nur die Linien C D. und C G. ziehen, um dadurch die Puncta M. und N. habhaft zu werden, davon der erstere M. der Ruhe-Punct des zusammen gesetzten Hebels C A F G, oder des einfachen C G, und der andere N, der Ruhe-Punct des zusammen gesetzten Hebels C A B D. oder des einfachen C D, seyn wird.

Da nun die Potenz R. ganz allein die Action derer beyden andern P. und Q. auf sich hat, müssen wir uns solche so vorstellen, als sey sie in zwey Theile $X$ und $Y$ getheilt, so verhält sich alsdann im Statu æquilibrii $X : P = FG : AC$ und $Y : Q = BD : AC$. Vermöge dieser beyden Proportions-Sätze oder Analogien können wir nun die Potenz R. erfahren, wann die beyden andern P. und Q, nebst denen Armen des Hebels gegeben sind, oder im andern Fall, die Potenzen P. und Q, wann die dritte R. allbereit schon bekannt ist; Wie es nun an sich leicht, den eigentlichen Werth der beyden unbekannten Theile $X$ und $Y$ zu finden, (indem aus der ersten Analogie $X : P = FG : AC$ die Æquationes $X. \times AC = P. \times FG.$ und $X. = \frac{P. \times FG.}{AC}$ entspringen, und aus der andern $Y : Q = BD : AC$, die Æquationes $Y \times AC = Q \times BD$, und $Y = \frac{Q \times BD}{AC}$ vorstellig werden,) so haben wir also die gesuchten Potenzen, die an denen Extremitäten derer einfachen Hebel C G. und C D agiren würden, folglich auch die Gewichte K. und L. die die Summe dieser in ihren Centris gravitatis M. und N. vereinbahrten Potenzen ausdrucken; Da hiernächst nun nicht weniger die Linie M N. bekannt gemacht, und dannenhero auch als ein Hebel angesehen werden kan, wird der Ruhe-Punct E. nach dem 51. §. leichtlich folgends zu determiniren seyn.

Die Hypomochlia, auf denen die Lager-Zapfen einer Welle oder Rundbaums ruhen, theilen die Druckung untereinander, die von denen an der Welle aufgehenkten Gewichten causiret wird.

§. 66. Verlängern wir nun in denen drey vorher gegangenen Figuren, die Extremitäten der Ruthen A B, die wir hier vor eine Achse oder Welle annehmen wollen, damit wir die Theile A S. und B T., als gleichsam auf denen Hypomochliis H. und I. ruhende Lager-Zapfen ansehen können, so findet bey diesen Hypomochliis eben dasjenige statt, was wir beym Punct E. zum Grund gesetzt haben, und wird ebenfalls die Pressio oder Druckung, die die Summe derer am Hebel applicirten Gewichte oder Potenzen zu causiren vermag, unter ihnen getheilt seyn, weilen die Achse oder Welle A B, als ein von verschiedenen andern übers Creutz durchschnittener Hebel, wie im 63. §. geschehen, angesehen werden kan.

Bißhero haben wir immer supponirt, als wären die Theile des zusammen gesetzten Hebels in einem einigen horizontalen Plano eingeschlossen; Es hat aber alles, was wir hiervon beygebracht haben, bey einem verticalen Plano auch noch seine Richtigkeit, wann nur die an denen Extremitäten derer Hebel angebrachten Potenzen, zu eben diesem Plano nach perpendiculairen Directionibus agiren. In diesem Fall wird dann die Druckung oder Pressio, so die Hypomochlia auszustehen haben, nach einer horizontalen Direction geschehen.

Fig. 25.

§. 67. Wir haben hier zu bemerken, daß, da wir wissen, daß ein zusammen gesetzter Hebel, er mag in einem verticalen oder horizontalen Plano eingeschlossen seyn, allzeit auf einen einfachen Hebel C D. zu reduciren stehet, wir uns auch gar wohl vorstellen können, als durchschnit dieser letzterer die Achse A B. gar nach rechten Winkeln, wie bey O X. zu ersehen, statt dessen, daß dieser nur etwan schräg befunden werden sollte. Dann, wann nemlich die Arme E O. und E X. mit A C. und B D in gleicher Relation stehen, und die Potenzen, die an deren Extremitäten O. und X. applicirt sind, sich verhalten, wie P. und Q, werden sich gleicher massen diese letztere, um den Punct E. herum, noch im Æquilibrio befinden; Indem es ja einerley ist, ob sie mit einem Hebel agiren, dessen Arme von einander separirt, oder auf einer Erstreckungs-Linie in einem fortgehen. Derowegen können wir bey denen Berechnungen der Machinen einen zusammen gesetzten Hebel, allzeit vor einen einfachen, ansehen, und uns vor die beyden Hypomochlia, nur ein einiges einbilden, in welchem die Druckung oder Pressio, die von der Summa der Potenzen causirt wird, beysammen vereinbahret wäre.

**Fig. 29. Untersuchung derjenigen Druckung, die von einem aufrecht-stehenden Hebel causirt wird.**

§. 68. Zum Exempel können wir uns einbilden, als stellte die Figur M C D N, das Profil eines Zapfen-Lagers oder einer Pfanne vor, in welcher sich ein Zapfen, der zu einem vertical gestellten Hebel A B. gehöret, drehet oder wendet, dessen Arme aber, die gar füglich gebrochen oder separi t werden könnten, und dannoch mit einer Welle oder Achse correspondiren würden, hier gerade aus oder nach einer Erstreckungs-Linie angesehen werden. So ist gewiß, daß, wann dieser Hebel von zweyen unter sich im Æquilibrio und nach perpendiculairen Directionibus agirenden Potenzen P. und Q. gestossen wird, ihr gemeinschaftliches Hypomochlium im Punct C. befindlich ist; Das heißt deutlicher zu reden, daß dieses Zapfen-Lager nach einer horizontalen Direction D E. gedruckt werden wird, und zwar von einer Kraft, die der Summe dieser beyden Potenzen gleich ist: Gleichwie anderer Seits dieses Zapfen-Lager auch von der eigenen Schwehre des Hebels, und von alle dem, was auf dieser Pfanne lieget, nach einer verticalen Direction niederwarts gedruckt werden wird. Es ist indessen hierauf mit Acht zu haben, daß diese ander verticale Druckung von der erstern nicht im mindesten geschwächt wird, weilen die Würkung oder Action der Potenzen P. und Q., die Würkung der Schwehre des Hebels bey weiten nicht aufhebet. Hiervon aber völlig überzeugt zu seyn, merke man, daß, wann ein harter und der Zusammenquetschung keinesweges unterworffener Cörper, zwischen zweyen sehr glatten und vertical-stehenden Flächen gepreßt oder gedruckt wird, und diese Pressung geschicht nach einer horizontalen, mitten durch das Centrum gravitatis des Cörpers hindurchgehenden Direction, auf keine Weise zu verhindern möglich seyn wird, daß dieser Cörper nicht fallen sollte, und wann auch die Druckung unendlich wichtig wäre; Dann, da §. 7. die Würkung der Gegen-Würkung gleich ist, werden sich diese Flächen beständig untereinander mit zwar gleichen, jedoch gegeneinander sich aufhebenden Kräften zuruck treiben: Und weilen die Schwehre des Cörpers nichts ihr entgegen gesetztes findet, wird er mit eben der Freyheit abwärts weichen, als wann er ganz frey wäre.

Es zeiget sich dieses kaum gedachte fast von selbst an denen verticalen oder aufrecht-stehenden Rädern, die denen Machinen die Bewegung geben. Wann der Baum an dergleichen Arten von Rädern die Welle oder Achse eines Stern-Rades zugleich mit abgibt, kan man alsdann das fliessende Wasser oder den Strom vor die Potenz Q, und den Radium des Rades vor dessen Hebels-Arm annehmen, gleichwie der Nachdruck, mit welchen die Zähne des Stern-Rades gegen die Trieb-Stecken des Getriebes oder Trillings arbeiten, der Potenz P, und abermahl der Radius des Stern-Rades, ihren Hebels-Arm gleich zu achten stehet; überdem auch noch das Getriebe oder der Trilling mit dem Rande des Stern-Rades correspondiren müßte, damit diese beyden Potenzen in ein einiges Planum zu stehen kämen. Alsobald werden wir gewahr werden, daß die Potenz Q. nicht allein den Widerstand, den die Trieb-Stecken des Trillings ihr im Weg legen, sondern auch die *Friction*, die von der Druckung gegen die Puncte C. und E. entstehet, zu überwältigen habe. Deshalben ich vorjetzo dieser Arten von Druckungen habe gedenken wollen, damit der Leser in Stand gesetzt werde, dasjenige zu verstehen, was im andern Capitel von der Manier die Friction zu berechnen zeigen werde.

Tab. 3. Fig. 28. Die Art, wie die zusammen gesetzten Hebel zu betrachten sind, um solche dem Calculo der Machinen mit einzuverleiben.

§. 69. Wann der Circul oder Umkreyß eines Rades oder Getriebes in einer horizontalen Lage befindlich, muß nothwendig der Baum L N, der die Welle abgibt, aufrecht stehen, und zwey Zapffen oder Angeln haben, davon der eine unten in der Pfanne N, und der andere oben in der Deckel-Pfanne oder Halß-Klammer K. sich umdrehet. Beym ersten Zapffen sind gleich zwey auf einmahl würkende Druckungen, von denen die eine, die gegen den Boden der Pfanne geschicht, von der Schwehre des Baums causirt wird, und die andere daher entstehet, weilen die bewegende und resistirende Potenz zusammen sich äusserst bemühen, den Baum, der die Welle abgibt, aus seinem verticalen Stand zu bringen, so auch würklich geschehen würde, wann der Rand oder die Wände an der untern Pfanne und obern Deckel-Pfanne, die Zapffen nicht zurück hielten.

Bilden wir uns ein, als wär der Baum L M. von einem Hebel A B. übers Creutz durchschnitten, und würde an seinen Extremitäten von zweyen Potenzen P. und Q. nach perpendiculairen und horizontalen Directionibus angestrengt, oder auch nur von einer einigen Potenz R, die so stark als die beyden erstern wäre: Wären die Hypomochlia oder Lager, worinnen der Baum ruhet, nach einer horizontalen Direction R C. und zwar von der Potenz R, ihrer völligen Kraft gedruckt werden, und diese Druckung die gesamt auf den Rand der Pfanne loßgehet, kan jederzeit als eine stets gleichgültige Druckung angesehen werden, es mag der Hebels-Arm der Potenz P, mit der Potenz Q. auf einer Erstreckungs-Linie fortgehen, oder höher oder niedriger seyn, wie hier bey G D. zu sehen, wann er nur in eben dem einigen verticalen Plano befindlich ist. (per §. 67.)

Nehmen wir des Hebels-Arm G D, vor den Radium eines Rades an, an dessen Circumferenz die Potenz P. applicirt wäre, die aber jedoch, um dieses Rad umzudrehen, es solchergestalt verrichtete, daß sie sich nicht von ihrem Ort wegbegäb: So können wir des Hebels-Arm C B. als den Radium eines Stern-Rades ansehen, dessen Zähne sich am Punct B, mit denen Stecken des Getriebes oder Trillings vermischen, oder in selbige eingreiffen; Alsdann exprimirt die Potenz Q, diejenige Resistenz, so die Stecken des Trillings denen Zähnen des Stern-Rades leisten werden.

§. 70. Wann wir noch einen andern Hebel E F. hätten, der an seiner Extremität F. von einer Potenz T. nach einer horizontalen und perpendiculairen Direction T F. gestossen, alsobald aber wieder von einer zweyten Potenz S. nach einer zu T F. parallelen, jedoch aber widersinnigen Direction S I. zuruck gehalten würde, so muß nothwendig, wann anders diese beyden Potenzen miteinander im Æquilibrio verbleiben sollen, im Punct E. ein Ruhe-Punct oder Hypomochlium angenommen werden, welches, indem es die Stelle einer dritten Potenz V. vertritt, die Hebels-Extremität E. nach einer zu T. F. parallelen, mit S I. aber widersinnigen Direction V E, anstrengen würde; Da sich nun dieses auf einen Hebel nach der andern Art beziehet, werden alsdann diese Potenzen mit F E. und F I. in Relatione reciproca stehen, (per §. 59.) und also die Potenz V, oder die Druckung, die gegen den Rand der Pfanne geschicht, leichtlich ausfindig zu machen seyn.

Wär nun der Arm des Hebels O Y. gleich E I, und die Potenz S. agirte an der Extremität Y auf gleiche Art wie in I, würde es hier mit dem kaum gedachten, gleiche Bewandtniß haben; Alsdann können wir den Hebel O Y vor den Radium eines Stern-Rades annehmen, das im Punct Y in ein Getriebe eingreifft, und die Potenz S, als die Resistenz ansehen, mit welcher sich dieses Getriebe gegen die Zähne des Stern-Rades setzen würde. Bey diesem Fall könnten wir uns auch einbilden, als wär der Arm des Hebels E F, der Radius eines andern Rades, an dessen Circumferenz die allstets in ihrer Stelle verbleibende Potentia motrix, oder die Bewegung hervor bringende Potenz, applicirt wäre.

Anmerkung wegen derer aufrecht stehenden Getriebe, wobin sie am vortheilhaftigsten zu placiren.

§. 71. Im ersten Fall haben wir uns die Vorstellung gemacht, als wären die Arme des Hebels oder die Radii C B. und G D, in einem einigen Plano eingeschlossen, damit der Rund-Baum zwischen die beyden Potenzen P. und Q. zu stehen käme: Und im andern Fall, als wären die Potenzen S. und T. auch in eben dem Plano, ohne daß sich der Rund-Baum zwischen innen befänd; So haben wir hierbey zu bemerken, daß, wann die in B. und S. uns eingebildeten Resistenzen, auf Seiten einer oder der andern, wie die Potenzen P. und T, untereinander gleich wären, die Potenz R. allzeit grösser, als die Potenz V. seyn wird; Woraus dann folgt, daß im andern Fall, die Druckung oder Friction gegen den Rand der Pfanne allezeit geringer seyn wird, als im ersten, und also vortheilhaftiger ist, das uns in B. vorgestellte Getriebe, auf Seiten der Potenz P. oder bey A. zu placiren, als den Rund-Baum zwischen innen zu haben.

Fig. 30. Was diejenige Druckung ausmacht, so von

§. 72. Der dritte Fall, so noch übrig ist, wann die Hebels-Arme der Potenz und der Last, nicht in einem einigen verticalen Plano befindlich sind, und zusammen einen Winkel A B C. ausmachen, der im Centro des Circuls B. zusammen laufft, welches wir ansehen wollen, als wär es das Centrum des Rund-Baums L. M. (Fig. 28.) Wann nun

also

also die Potenz P. und Q, gegen A. und C, als denen Extremitäten derer Arme am gebrochenen Hebel A B C, nach perpendiculairen, dem Horizontal aber parallelen Directionibus agirten, und die erste stöß von P nach A, und die andere von Q. nach C, wird eine wie die andere dahin trachten den Circul B. nach einer zusammen gesetzten Direction B R. anzustrengen. Können dannenhero zum Grund setzen, daß die Potenzen P. und Q. immediate gegen das Centrum des Circuls B agiren, indem sie immer ihre nemliche Directiones beybehalten, und den Winkel D B E. formiren, der C B A gleich ist; Nehmen wir nun also D B. vor die exprimirte Potenz Q. und E B. vor die exprimirte Potenz P. an, und formiren das Parallelogrammum D E, so exprimirt die Diagonal-Linie B F eine dritte Potenz, die derjenigen aus dem Concursu derer beyden vorigen erfolgten, völlig gleich ist, folglich also die Druckung, die gegen den Rand der Pfanne ausgeübt wird. Wobey ich noch erinnernd hinzu füge, daß alles das von diesem dritten Fall beygebrachte, noch seine Richtigkeit hat, wann auch des Hebels Arme gebrochen sind, und der Rund-Baum, statt des verticalen Stands in einer horizontalen Lage angenommen wird.

zweyen Potenzen causirt wird, die nicht in einerley verticalen Plano **agiren.**

## Von denen Vectibus Contiguis,
### Oder
## Einander berührenden Hebeln, da immer einer gegen den andern seine Würkung ausübet.

§. 73. Da bey denen Machinen die Communication der Bewegung durch eine Wiederhohlung solcher Hebel geschicht, die immer nach und nach aufeinander agiren, so wollen wir eine allgemeine Regul vorstellig machen, die uns in folgenden, den Calculum aller derjenigen aus Rad und Getriebe zusammen gesetzten Machinen zu erleichtern, sehr dienlich seyn wird.

Hier sehen wir verschiedene gerade, oder vielmehr gebrochene Hebel B C A, A E D, D G F vor uns, die in denen Puncten C, E, G ihre Hypomochlia haben, und in einem einigen verticalen Plano befindlich sind, deren Berührungs-Arme G D, D E und E A, A C geradlinicht auf einander zutreffen, und nach der Linie L M. perpendiculair würken. An der Extremität F. ist eine mit der Last Q. sich im Æquilibrio befindende Potenz P. applicirt, von denen beyden eine wie die andere zu denen Armen C B. und G F. eine perpendiculaire Direction hat; Dann so es allenfalls nicht also wär, müßte man aus dem Hypomochlio C. oder G., die Perpendicular-Linie G H. ziehen, damit diese des Arms F G. Stelle verträte. **Fig. 31.**

Um nun die Relation oder Verhältniß der Potenz zur Last zu erfahren, müssen wir eben diese Potenz P, [ = 5 tb. Kraft] mit der Länge des Arms G H, [ = 18 Zoll] multipliciren, und das Product [ = 90] mit der Länge des Arms G D [ = 12 Zoll] dividiren, so bekommen wir den Quotientem $\frac{P. \times GH.}{GD}$ [ = $7\frac{1}{2}$ tb. Kraft] vor den Nachdruck der Kraft, den die Potenz gegen den Punct D. ausübt [per §. 49.] Multipliciren wir nun diesen Nachdruck wieder mit der Länge des Arms D E, [ = 8 Zoll] und dividiren das Product [ = 60] mit E A, [ = 10 Zoll] gibt der Quotiens $\frac{P \times GH \times ED}{GD \times EA}$ [ = 6 tb.] die Resistenz an, mit welcher sich die Last gegen den Punct A. setzet, welche, wann sie wieder mit dem Arm C A [ = 12 Zoll] multiplicirt, und das kommende Product [ = 72.] durch den Arm C B [ = 16 Zoll] dividirt wird, den Quotientem $\frac{P \times GH \times ED \times CA}{GD \times EA \times CB}$ [ = $4\frac{1}{2}$ tb. Last] hervor bringt, der der Last Q. völlig gleich ist.

Bringen wir nun in der Æquation $\frac{P G \times GH \times ED \times CA}{GD \times EA \times CB} = Q.$ den Bruch weg, und setzen $P. \times GH \times ED \times CA = Q \times GD \times EA \times CB$, reduciren dieses hiernächst noch auf einen Proportions-Satz, der sich also exprimirt: $P : Q = GD \times EA \times CB : GH \times ED \times CA$, so zeigt dieser, daß sich die Potenz P. zur Last Q. verhält, wie sich das ineinander fortlauffende Product derer Arme G D, E A, C B zum Product der andern Arme G H, E D, C A verhält.

§. 74. An dieser Machine, wie auch bey einer jeden andern dergleichen, wo die Bewegung immer von einem Hebel auf den andern fortgeleitet wird, werden wir finden, daß dieser Hebel ihre Arme allezeit gleichpäärig seynd, und mit der Potenz und der Last alternatim correspondiren: Wie wir hier, zum Exempel, zwischen der Last und der Potenz, sechs Hebels-Arme vor uns sehen, unter denen der erste G H, der dritte D E. und der fünfte A C, vor die mit der Potenz P. correspondirende Hebel, der zweyte G D, der vierdte E A. und

Allgemeine Regul, bey denen zusammen gesetzten Machinen die Verhältniß der Potenz zur Last zu erforschen.

und der sechste C B. aber, vor die mit der Last Q. correspondirende Hebel, anzunehmen stehen; Damit wir nun aber gleich auf einmahl einen Proportions-Satz vor uns haben, vermittelst welchen wir die Verhältniß der Potenz zur Last vorstellig machen können, so dürffen wir nur die mit der Last *correspondi*rende Hebels-Arme in einander *multiplici*ren, desgleichen auch die andern mit der *Potenz* *correspondi*rende, und anbey in Erwegung ziehen, daß die *Potenz* zur Last mit diesen beyden *Producten* in *Relatione reciproca* stehet, nemlich:

$$CB \times EA \times GD : GH \times ED \times CA = P : Q.$$

$$\underbrace{16 \times 10 \times 12}_{1920 \text{ Zoll}} : \underbrace{18 \times 8 \times 12}_{1728 \text{ Zoll}} = \overset{\text{℔ Kraft}}{5 \text{ ℔.}} : \overset{\text{℔. Last.}}{4\tfrac{960}{1920}} \Big| \tfrac{1}{2}.$$

Es wird auch das Productum derer mit der Last correspondirenden Arme, vom Producto derer mit der Potenz correspondirenden Arme, leicht zu unterscheiden seyn, wann wir nur erwegen, daß das erste von ihnen, die Arme in sich begreiffet, an denen würklich die Last appliciret, und das andere, diejenigen, an welchen die Potenz angebracht ist.

Die Analogie der bezahnten oder sogenannten Stern-Räder.

§. 75. Aus dem vorhergegangenen Paragrapho folgt, daß, wann man vermittelst der sogenannten Stern-Räder, deren auf ihren Rand eingesetzte Zähne, in Getriebe oder Trillinge, oder auch in so benahmte Kumpfe eingreiffen, eine Last in die Höhe heben will, und wir nehmen die Radii derer Stern-Räder, vor die mit der Potenz correspondirende Hebels-Arme, wie nicht weniger die Radii derer Trillinge oder Getriebe, vor die mit der Last correspondirende Hebels-Arme an, im *Statu æquilibrii*, zwischen der *Potenz* und der Last, zwischen dem *Producto* der *Radiorum* von denen Getrieben, und dem *Producto* derer *Radiorum* von denen Stern-Rädern, zwey gleiche *Relationes* angetroffen werden müssen.

Fig. 32. Untersuchung zweyer zusammen gesetzten Hebel, die auf einander agiren, und zusammen genommen, den Mechanismum derer gemeinen Getraide-Mahl-Mühlen, aus-

§. 76. A B. stellet einen horizontal-liegenden Rund-Baum vor, der mit denen Hebels-Armen C D, E F. versehen ist, und I K, einen andern vertical-stehenden, dessen Hebels-Arme G H. und L M. solchergestalt eingerichtet sind, das F. als das äusserste des Arms E F, hinter dem äussersten Theil des Arms H G, und zwar immediate eins an dem andern appliciret ist; An der Extremität des Arms C D. befindet sich die Potenz P, die von P. in D. nach einer horizontalen Direction agiret, den Rund-Baum A B. auf seinen Lager-Zapfen herum zu drehen, so aber doch nicht geschehen kan, ohne daß F, als der äusserste Theil des Arms E F, nicht auch den äussersten Theil des Arms H G, von F nach R, fortstossen, und also den Rund-Baum I K mit umdrehen sollte, welches hier auch würklich geschehen würde, wann er nicht von einer Potenz Q. verhindert würde, die des Hebels L M. äussersten Theil M, nach einer perpendiculairen Direction von Q in M wieder zuruck stößt.

Um nun im Statu æquilibrii, die Verhältniß der Potenz P. zur Resistenz Q, die wir als eine Last ansehen wollen, zu finden, müssen wir die Länge des ersten Hebels-Arm C D, mit der Länge des dritten G H, und die Länge des andern Hebels-Arm E F, mit der Länge des vierdten L M. (per §. 74.) multipliciren, so bekommen wir die Proportion $P : Q = EF + LM : CD + HG$, die dann so viel sagen will, daß sich alsdann die *Potenz* zur Last *reciproce* verhält, wie sich das *Productum* derer mit der Last *correspondi*renden Hebels-Arme, zum *Producto* derer mit der *Potenz* zutreffenden Hebels-Arme, verhalten thut.

Alsdann kan man die Potenz P, für die würkende Kraft oder Action eines fliessenden Wassers ansehen, das an die Schaufeln des Wasser-Rades anschlägt, und E F, für den Radium eines Stern-Rades F O, das gegen die Stecken eines Getriebes G T, agiret, dessen Radius H G. wär. So würde alsdann die Last Q, so es anders gfällig, diejenige Resistenz exprimiren, mit welcher sich das Getraide gegen den einen Mühlstein S M. setzet, dabey aber supponirt wird, als wär diese Resistenz, an der Extremität des Radii vom Mühlstein, beysämmen vereinbahret.

## Die Eigenschaften, so am Rade und seiner Welle, an denen Rollen, an dem Plano inclinato, oder schräg-abhangenden Fläche, am Keil und an der Schraube wahrgenommen werden.

Fig. 33. Analogie des Rades an seiner Welle.

§. 77. Wann eine an der Circumferenz eines Rades applicirte Potenz, eine an der Welle desselbigen Rades aufgehenkte Last, im Æquilibrio erhält, befindet sie sich in eben denen Umständen, als wann sie sich eines Hebels A B. von der ersten Art bedienete, dessen Hebels-Arm, der der Potenz zukommt, dem Radio des Rades, und der

Last

Last zugehörige Hebels-Arm, dem Radio der Welle gleich wäre. Dann da der Ruhe-Punct oder die Zapfen an der Welle mit dem Centro C. zutreffen, werden wir finden, daß P : Q = C B : C A; Woraus dann also zu ersehen, daß an dieser Machine die *Potenz* **sich zur Last verhält, wie sich der *Radius* der Welle zum *Radio* des Rades verhält**, wann nemlich die Potenz solchergestalt agiret, daß ihre Direction einen Tangentem des Rades ausmacht.

Wär nun die Direction der Potenz, der Direction der Last nicht parellel, verbliebe jedoch aber allzeit ein Tangens des Rades, wie D F, so hat dannoch die vorige Analogie noch immer statt, weilen wir alsdann einen gebrochenen Hebel D C B. haben würden.

Fig. 34. Eine Rolle in einer unbeweglichen oder fest gemachten Flasche, erleichtert einer Potenz die Last nicht, die sie mit Hülffe ihrer in die Höhe hebet oder ziehet.

§. 78. Weilen die Analogie derer **Rollen** sich auch mit auf die Analogie des **Hebels** beziehet, müssen wir derselben auch gedenken, indem wir gewahr werden, daß, wann eine Rolle an einem *fixen* **oder festen** *Punct* befestiget ist, ihr Diameter A B. ebenfalls als ein Hebel von der ersten Art angesehen werden kan, an dessen einer Extremität die Last Q. aufgehenkt, an der andern die Potenz P. applicirt, das Hypomochlium C. aber, in dessen Mitte befindlich ist, woraus wir finden, daß P : Q = C A : C B, oder daß sich bey diesen Rollen die Potenz zur Last, wie C A zu C B verhält; Da wir aber nun sehen, daß C A = CB, weilen es Radii eben desselbigen Circuls sind, so werden wir auch finden, daß P = Q, woraus dann folglich zu schliessen, **daß die *fixen* oder befestigten Rollen, der *Potenz* keinen Vortheil zuwege bringen, sondern bloß nur die *Friction* verringern**, die sehr wichtig seyn würde, wann sich die Rolle nicht mit dem Seil herum drehete, und etwann das Seil nur bloß als gleichsam auf einem unbeweglichen Cylindro sich drauf wegschieben sollte.

Fig. 35. Wann eine Rolle mit ihrer Flaschen an eine Last befestiget ist, die in die Höhe gezogen werden soll, hat die Potenz nur die Helffte der Last auf sich.

§. 79. Mit denen andern Rollen aber, die selbst an der Last befestiget, und also zugleich mit in die Höhe gehoben werden können, hat es diese Bewandtniß nicht. Zum Exempel: Wann wir uns die Rolle A B. vorstellen, an der das Seil unten herum gehet, dessen eines Ende an einem festen Ort G. angebunden ist, wird die an dem andern Ende A E. applicirte Potenz P, nur die Helffte der Last Q. zu halten haben. Da wir nun den Diametrum der Rolle A B, als einen Hebel von der andern Art ansehen können, an dem das Hypomochlium in der Extremität B, die Potenz an der Extremität A, und die Last in dessen Mitte angebracht ist, so finden wir (per §. 59.) daß im Statu æquilibrii P : Q = C B : AB. Indem nun aber der Radius C B. die Helffte des Diametri A B. ist, so folgt hieraus, **daß die *Potenz* P. auch nur die Helffte der Last Q. ausmacht.** Lassen wir nun das Ende des Seils A E, noch um eine Rolle D C. mit einer unbeweglichen oder befestigten Flasche herum gehen, und appliciren in H, eine von der Höhe in die Tiefe ziehende Potenz P, so wird sie wohl commoder oder leichter agiren, aber deshalben keinen weitern Vortheil gewinnen.

Fig. 36. Untersuchung der Lage derer Cörper in Ansehung derer Directions-Linien.

§. 80. Wann ein auf einer horizontalen Fläche A B. gestellter Cörper C D E, seiner Lage nach, solchergestalt beschaffen ist, daß seine aus seinem Centro gravitatis F. gezogene Directions-Linie F G, durch dessen Basi oder Grund-Fläche C E. hindurch gehet, wird dieser Cörper stille oder in Ruhe liegen bleiben: Weilen das Centrum gravitatis auf keine Seite fallen kan, sondern immer von der horizontalen Fläche aufgehalten wird, die von der völligen Schwehre des Cörpers gedruckt wird, oder deutlicher, von der gesamten Würkung, die der Cörper, wann er in Ruhe lieget, auszuüben vermag.

Fig. 37.

Wann es aber mit der Lage eines Cörpers H I K. solchergestalt bewandt ist, daß seine aus dessen Centro gravitatis L. gezogene Directions-Linie L M, ausserhalb seiner Grund-Fläche H K fällt, so muß er sich nothwendig völlig zur Seiten M. senken, weilen sein Centrum gravitatis L. vom horizontalen Plano nicht gehalten wird, folglich seiner Action nach, gegen das Centrum gravium, oder den Mittel-Punct der Erden abwarts fallen muß.

Fig. 38.

§. 81. Ein gleiches würde sich auch mit einem Cörper E C F, zutragen, der sich auf einem *Plano inclinato* oder schräg-abhangenden Fläche *A B.* befändt: Dann, wann die Linie G H. ausserhalb der Grund-Fläche E F. herab fällt, wird der Cörper, indem sein Centrum gravitatis G, in Ansehung der schrägen und horizontalen Fläche A B. sich abwarts senken kan, herunter rollen, weilen sein Centrum gravitatis ihn gegen das Centrum gravium zwinget.

Wann aber des Cörpers I K M. Directions-Linie N O, durch seine Grund-Fläche I M. hindurch gehet, wird der Cörper nicht rollen, sondern bloß herunter rutschen: Weilen sein Centrum gravitatis nur allein in Ansehung des Horizonts sich niederwarts senken kan; Alsdann wird das Planum nur von einer gebundenen oder relativen Schwehre gedruckt werden.

Das *Planum inclinatum* oder die schräg-abhangende Fläche, so auch mit unter die Zahl der einfachen Machinen gerechnet wird, dienet, eine Last auf eine gewisse Höhe zu erheben:

heben: Im folgenden sind die vornehmsten Analogien, so bey demselbigen statt haben, angemerkt.

Tab. 4. Fig. 39. Analogie derer abhängigen Flächen.

§. 82. Wann eine Potenz P, eine Last Q. nach einer mit der abhängigen Fläche A B. parallel gehenden Direction G E, erhält, wird sich die *Potenz* zur Last verhalten, wie sich die Höhe der abhängigen Fläche *B C*, zu seiner Länge *B A*. verhält: Dann, wann wir die Linie D F. zu A B. perpendiculair ziehen, so ist diese Linie die Direction der resistirenden Potenz, und formiren wir das Parallelogrammum E G; So exprimirt die Seite D G. oder E F, die Potenz P, und die Seite D E, die gesamte oder völlige Schwehre der Last, nemlich nach dem Statu æquilibrii; Wird sich also die Potenz zur Last verhalten, wie E F. zu E D. Da nun aber die Triangul D E F. dem Triangulo A B C. ähnlich ist, so folgt hieraus, daß E F : E D = B C : B A, oder besser, daß P : Q = B C : B A. (§. 17.)

Fig. 40.

§. 83. Wann der Potenz ihre Directions-Linie der Basi des Plani inclinati A C. parallel ist, wird sich die *Potenz* zur Last verhalten, wie sich die Höhe des *Plani inclinati* *B C*, zur Länge der Grund-Fläche *C A*. verhält: Weilen die Linie D F, wann sie auf A B. perpendiculair stehet, ebenfalls auch die resistirende Kraft exprimirt, wir noch über dem bey der Construction des Parallelogrammi rectanguli E G, gewahr werden, daß P : Q = D G oder E F : E D; (§. 17.) Da nun auch der Triangul D E F dem Triangulo A C B. ähnlich, so folgt, daß F E : E D = B C : C A, oder besser, daß P : Q = B C : C A.

Fig. 41.

Wann dann endlich der Potenz ihre Directions-Linie weder mit der abhängigen Fläche, noch mit derselben Grund-Fläche oder Basi parallel befunden wird, alsdann stehen im *Statu æquilibrii*, die *Potenz* und die Last, mit denen *Perpendicular*-Linien *F L.* und *F E*, in *Relatione reciproca.* (§. 25.)

Proportio oder Analogia des Keils.

§. 84. Der Keil ist eine Machine von Eisen oder Holz, die darzu dienet, Cörper auf eine kleine Höhe zu erheben; In diesem Fall haben seine Proportiones oder Analogien mit denenjenigen vom Plano inclinato, gleiche Beschaffenheit, nemlich in Ansehung der Direction, nach welcher die agirende Potenz agiret. Wann aber der Keil zur Spaltung des Holzes dienet, wozu er dann hauptsächlich gebraucht wird, hat er die Figur eines Trianguli æquicruri, und die Gewalt oder Kraft, die ihn forttreibet, verhält sich zur *Resistenz* des Holzes, wie sich die Helfte des Kopfs am Keil, zur Länge einer von seinen Seiten verhält. Da nun aber in Ansehung derjenigen Machinen, von welchen wir gedenken werden, diese Analogie nirgends statt findet, würde es unnöthig seyn, deren Demonstration beyzufügen, wollen sie also mit Stillschweigen übergehen.

Was nun die Schraube anbelangt, die die meisten Autores auch mit unter die einfachen Machinen zehlen, ob sie gleich aus einem Hebel und einem Plano inclinato zusammen gesetzt ist, wollen wir derselben vor jetzo noch weniger Meldung thun, jedoch uns aber darbey vorbehalten, derselben im andern Capitel zu gedenken, da wir die Beschaffenheit der Friction, die beym Gebrauch dieser Machine vorfällt, untersuchen werden.

## Cartesii Principium vor die Mechanic.

Indem das Objectum der Mechanic nichts anders in sich begreiffet, als die Cörper in Bewegung zu bringen, und wir solche in ihrer Ruhe, um einen fixen Punct herum, sattsam in Betrachtung gezogen, so ist noch zu erweisen übrig, wie sich die Geschwindigkeiten oder Celeritates gegen einander verhalten, mit welchen diese Cörper sich zu bewegen eingerichtet befinden, oder mit welchen sie sich würklich bewegen würden, wann einer von ihnen, er möchte auch noch so einen geringen Vortheil über den andern besitzen, anfieng, das Æquilibrium zu brechen.

Worinnen die Kraft oder Gewalt derer Cörper bestehet, und wie selbige zu schätzen oder anzugeben.

§. 85. Wir müssen aber vorher in Erwegung ziehen, daß ein Cörper nicht eher eine Gewalt oder Kraft bey sich hat, als biß er sich in Bewegung befindet, und diese Gewalt um so viel grösser seyn wird, je wichtiger zu gleicher Zeit seine *Massa*, und je grösser seine Geschwindigkeit befunden werden wird; Gleichwie ein Rectangulum um so viel mehr Superficial-Innhalt besitzet, je grösser dessen *Basis* und Höhe gefunden wird. Wie nun aber das Productum dieser beyden Dimensionum, gedachten Superficial-Innhalt exprimiret, eben so wird das *Productum* der *Massæ* in die Geschwindigkeit eines Cörpers, dieses Cörpers Gewalt oder Kraft, so auch seine *Quantitas motus* genennet wird, ausdrucken.

§. 86. Gleichwie zwey Rectanguli, wann ihre Bases mit ihren Höhen in Relatione reciproca stehen, einander gleich sind, eben so, werden zwey Cörper, die an *Massa* und Geschwindigkeit einander nicht gleich sind, wenn nemlich ihre *Massæ* mit ihren Geschwindigkeiten in *Relatione reciproca* stehen, dannoch gleiche *Quantitates motus* oder gleiche Kräften besitzen.

§. 87.

§. 87. Ja! wann diese beyden Cörper in solcher Disposition stehen, daß einer seine Kraft oder Gewalt nicht auszuüben vermag, er müßte dann des andern seine übertreffen, werden sie beyde, ob sie gleich suchen werden, sich zu bewegen, dannoch unbeweglich bleiben, weilen eine gleiche Kraft, eine andere gleiche Kraft, nicht überwältigen kan.

§. 88. Es folgt hieraus, daß einerley Kraft, oder Quantitas motus überhaupt, auf unendlich viele Arten formirt werden kan; Dann, wann nur das Productum der Massæ des Cörpers in seine Geschwindigkeit, einerley verbleibet, so können diese beyden Grössen unendlich fort immer unter einander variiren.

§. 89. Wann wir einen horizontalen Hebel A B. haben, dessen Hypomochlium in C, auf welchem die Potenz C. und die Last Q, sich unter einander in Æquilibrio befinden, und wir vermehren die Kraft dieser Potenz um noch so ein geringes, damit sie nur die Last in die Höhe hebe, und den Hebel in die Lage D E. versetze: So wird die Vertical-Linie F D. angeben, um wie viel die Potenz P. gefallen, und die Vertical-Linie E G, um wie viel die Last Q. in gleicher Zeit gestiegen; Und da wir an denen ähnlichen Trianguln C D F. und C E G. gewahr werden, daß C G : C F = E G : F D, so wird sich auch die *Potenz* zur Last im Gleichgewichts-Stand *reciproce* verhalten, wie sich der von der Last durchwanderte Raum, zu dem in gleicher Zeit von der *Potenz* durchloffenen *Spatio* verhält. Fig. 42. Auf was Art das Æquilibrium zu demonstriren, ohne Bey-Hülfe des Parallelogrammi derer Kräfte.

Weilen die Würkungen ihren Würk-Ursachen proportional sind, so muß sich auch die Geschwindigkeit der Potenz, zur Geschwindigkeit der Last verhalten, wie sich die Spatia gegen einander verhalten, die von dem einen wie dem andern zu gleicher Zeit durchwandert worden sind; Woraus dann folgt, daß, wann man die Geschwindigkeiten vor die Spatia annimmt, im *Statu æquilibrii*, die *Potenz* und die Last, mit denen Geschwindigkeiten, in *Relatione reciproca* stehen, und alsdann die Kraft oder Quantitas motus der Potenz, der Kraft der Last gleich seyn muß. (per §. 86.)

§. 90. Wann eine Potenz eine Last mit Hülffe eines Rades und einer Welle, in die Höhe hebet, so exprimirt die Circumferenz des Rades, die Geschwindigkeit der Potenz, und die Circumferenz der Welle, die Geschwindigkeit der Last. Dann, wann die Potenz das Rad einmahl hat herum lauffen lassen, ist die Last eine Höhe gestiegen, die der Circumferenz der Welle gleich ist; Alsdann befindet sich ebenfalls im *Statu æquilibrii*, die *Potenz* und die Last mit ihren Geschwindigkeiten in *Relatione reciproca*, weilen die Circumferentiæ derer Circul, die diese Geschwindigkeiten exprimiren, sich unter sich verhalten, wie ihre Radii, die wir vorhero vor der Potenz und der Last ihre Hebels-Arme angenommen haben. (per §. 77.) Anwendung dieses General-Principii bey der Analogie des Rades an seiner Welle.

§. 91. Desgleichen, wann eine Potenz und eine Last an einem Seile applicirt sind das über einer Rolle hinweg gehet, die an einem festen *Punct* oder Hacken aufgehenkt ist, werden wir, wie im 78. §. finden, daß die *Potenz* der Last, im *Statu æquilibrii*, gleich seyn wird, weilen auch ihre Geschwindigkeiten auf einer Seiten wie auf der andern einerley seyn werden; Dann, wann die Potenz, indem sie unterwarts ziehet, das Seil nach einer gewissen Länge herunter gehen läßt, so kan solches anders nicht geschehen, es muß die Last auch um eine solche Länge aufwarts steigen. Anwendung eben dieses Principii bey denen fixen oder befestigten Rollen. Tab. 3. Fig. 34. und 35.

§. 92. Wann aber die Potenz, eine Last vermittelst einer beweglichen Rolle, nemlich, deren Flasche an der Last befestiget ist, wie im 79. §., in die Höhe ziehen will, wird sie selbige um keinen Schuh in die Höhe heben können, biß nicht vorhero ein jeder Arm oder Theil vom Seil G B und E A, um einen Schuh verkürzet, und die Potenz P. nicht auch, in gleicher Zeit um zwey Schuh hernieder gegangen. Da nun der Potenz ihr Weg oder durchwanderter Raum, zweymal so viel ausmacht, als der Last ihrer, so wird auch die Last doppelt so groß, als die Potenz seyn. (per §. 89.) Fig. 35. Anwendung eben dieses Principii bey denen beweglichen Rollen.

§. 93. Wann nun mehrere Rollen in einer einigen Flasche beysammen sind, werden sie gesamt Flaschen oder Scheiben-Züge genennet, und dienen, ungemein grosse Lasten mit einer mittelmäßigen Kraft damit in die Höhe zu ziehen. Zum Exempel: H G. sey der obere fest gemachte Scheiben-Zug, und D K, der untere bewegliche, an dem die Last Q, die man in die Höhe ziehen will, angefügt ist; Wann nun die Potenz P. das Seil anziehet, damit die Last Q. sich in die Höhe begebe, muß diese Potenz einen zweymal so grossen Weg oder Raum durchwandern, als bey einer jeden von denen untersten Rollen geschehen möchte: Wie wir nun deren drey hier vor uns sehen, so kan dannenhero die Last nicht eher einen Schuh in die Höhe steigen, biß nicht vorhero die Potenz um sechs Schuh abwarts gefallen. Woraus dann zu ersehen, daß alsdann im *Statu æquilibrii*, die *Potenz* sich zur Last verhält, wie sich die *Unität*, zur Anzahl der Arme des Seils, das die Last trägt, verhält; Oder auch, wie die *Unität*, zur doppelten Anzahl derer Rollen im untern beweglichen Scheiben-Zug. Fig. 44. Analogie derer Flaschen oder Scheiben-Züge.

Fig. 43. Anwendung des vorher gegangenen Principii an denen Planis inclinatis oder abhängigen Flächen.

§. 94. Endlich ziehe man noch in Erwegung, daß, wann eine Potenz P, einen Cörper Q. mit dem Plano inclinato A B. parallel ziehet, so daß er von D. biß H. seinen Weg nimmt, und wir lassen aus dem Punct E, auf die Directions-Linie der Last H L, die Perpendicular-Linie E L. fallen, wird die Linie D H. oder E K, die ihr gleich ist, den Weg oder den Raum der Potenz exprimiren, und die Linie I K, den Raum der Last, den sie in gleicher Zeit wird gestiegen seyn: So werden wir also finden, daß im Statu æquilibrii P : Q = I K : K E; Und weilen wir auch noch, vermöge der ähnlichen Triangul E K I. und ABC, sehen, daß KI : KE = B C : B A, so folgt, wie im 82. §., daß P : Q = BC : B A.

Fig. 46.

§. 95. Wann nun die Potenz, den Cörper nach einer mit der Grund-Fläche parallel-lauffenden Direction D P zöge, oder nach eben dieser Direction von M. nach D. fortstöß, so daß er aus D. biß in H. gestiegen wäre, und wir lassen aus dem Punct N. auf seine Direction H L, die Perpendicular-Linie N I. fallen, so exprimirt die Linie N I. die Geschwindigkeit der Potenz, und die Linie I K, die Geschwindigkeit der Last, oder die Höhe, welche die Last in gleicher Zeit wird gestiegen seyn: Woraus wir dann abermahlen finden, daß im Satu æquilibrii: P : Q = I K : I N; Und endlich auch vermöge der ähnlichen Triangul, daß P : Q = BC : CA, wie im 83. §.

Fig. 45. Untersuchung derer an einer Welle applicirten Kurbeln.

§. 96. Der gemeinste Gebrauch der **einfachen Kurben oder Kurbeln**, bestehet darinnen, daß sie an der Achse eines Cylinders oder **einer Welle** F B appliciret, und alsdann auf zwey **Kurbel-Stützen** gelegt werden, um damit eine Last Q. in die Höhe zu ziehen; Eine jede von diesen Kurbeln ist aus einem **gebrochenen Hebel** zusammen gesetzt, der einen doppelten Winkel-Hacken B A C D und F G H I. formiret, und mit der Achse G A, in einem einigen oder einerley Plano eintrifft, jedoch solchergestalt, daß der Kropff A C. oder der umgebogene Stab G H. einander entgegen gesetzet, oder mit ihren Verkröpffungen einander contrair situirt und widersinns gegenüber befunden werden, damit die an denen Handhaben C D. und H I, applicirte Potenzen P, P, in der Bewegung sich alternatim oder wechsels-weiß hinauf und herunter begeben, und vermöge dessen eine Circumferenz beschreiben, zu welcher die Direction allzeit, als ein Tangens angesehen werden kan.

Da nun auf jeden Umlauff der Kurbel die Last um eine Höhe steiget, die der Circumferenz der Welle gleich ist, so exprimirt auch dannenhero diese Circumferenz die Geschwindigkeit der Last, und die Circumferenz der Kurbel, die Geschwindigkeit der Potenz; Dannenhero zu ersehen, daß die Analogie dieser Machine mit der Analogie des Rades an seiner Welle einerley, (per §. 77.) wann nemlich, wie wir vorhero zum Grund setzen müssen, die an jeder Kurbel insbesondere applicirten, und also die Last unter sich theilende Potenzen, nur an der einigen Handhabe C D. beysammen vereinbahret seyn.

Man hat keinen Vortheil von der Krümmung der Kurbel-Stange.

§. 97. Hierbey werden wir noch anzumerken haben, daß es einerley, es mag die umgebogene Kurbel-Stange A C. oder G H, gerade oder gekrümt seyn, weilen die Weite von der Achse G A an, biß zu denen Puncten C und H, jederzeit durch den Radium G H. desjenigen Circuls, den die Potenz im Herumdrehen beschreibet, exprimirt wird. Und hierinnen betriegen sich eben die meisten, die nur eine blosse Practic besitzen, sie bilden sich ein, als hätte die Potenz im andern Fall mehr Vortheil als im ersten. Es gibt auch verschiedene Practici, die der Ungleichheit derer an denen Kurbeln applicirten Potenzen, dadurch zu Hülfe kommen wollen, daß sie an selbige noch **Flügel oder Schwung-Stangen** TX. und Y V., die an ihren Enden mit Gewichten versehen, hinzu fügen. Es kan nicht geläugnet werden, daß, wann die Welle sehr geschwind bewegt wird, und die Schwung-Stangen haben diesen Grad der Geschwindigkeit auch mit erlangt, selbige viel beytragen, die Oerter, wo es hart hält, desto leichter zu überwältigen, nemlich, diejenigen Oerter, wo die Potenzen in ihren Revolutionen nicht nach einer solchen Direction agiren, die mit dem von ihnen beschriebenen Circul, einen Tangentem ausmacht; Welches eben ihre Hebels-Arme um so viel mehr verkürzet, je kleiner der Sinus desjenigen Winkels, den die schräge Direction mit der Kurbel-Stange C A formiret, als der Sinus totus, befunden wird. Dieser erlangte Vortheil aber wird dadurch wiederum geschwächt, weilen von der Schwehre der Schwung-Stangen, die Friction sehr vermehrt wird, da die Schwung-Stangen die Kraft der Potenz, wie es sichs zwar die meisten einbilden, doch im geringsten nicht vermindern, oder die Last erleichtern.

Wir wollen uns mit Beybringung mehrerer Beyspiele nicht aufhalten, um etwan in selbigen zu zeigen, daß, wann eine Potenz mit Hülfe einer einfachen oder zusammen gesetzten Machine, eine Last aufhebet, im *Statu æquilibrii* die *Potenz* und die Last, allzeit mit **ihren Geschwindigkeiten oder mit ihren zu gleicher Zeit durchloffenen** *Spatiis, in Relatione reciproca* stehen. (§. 89.) Wir werden dieses Principium im folgenden fast beständig appliciret finden, indem es das allerkürzeste und vortheilhaftigste, das man nur bey Berechnung der Machinen, so sie auch noch so verstärkt und übersetzt wären, begehren

könnte;

könnte; Solches sich aber desto bekannter zu machen, wird nöthig seyn, folgende Anmerkungen mit Bedacht zu durchlesen.

§. 98. Aus dem 85. und 89. §. folgt, daß der Widerstand eines Cörpers gegen die Bewegung um so viel grösser, je mehr Masse er besitzet, und dannenhero, indem eine hurtigere Bewegung, eine um so viel grössere Bewegung ist, der Widerstand dieses Cörpers, mit derjenigen Geschwindigkeit, mit welcher man ihn bewegen will, in Proportion stehen müsse. Wann also ein Cörper bewegt, oder in der Bewegung begriffen ist, muß die Kraft, die ihn beweget, um so viel grösser seyn, je eine grössere Kraft oder Quantitatem motus ihr der Cörper entgegen setzet.

Die Resistenz eines Cörpers gegen die Bewegung, stehet mit derjenigen Geschwindigkeit, mit welcher man ihn bewegen will, in Proportion.

§. 99. Es folgt noch ferner, (per §. 88.) daß eine Potenz von 25 ℔. Vermögen, durch Hülfe einer Machine, eine Last von 500 ℔. wird erheben können, wann nemlich die Last, in derjenigen Zeit nur einen Schuh hoch steiget, in welcher die Potenz eine Weite von 20. Schuhen absolviret; Oder auch, die Potenz wird eine Last von 50 ℔. eleviren können, wann sich nemlich diese letztere mit einer zehenmal grösseren Geschwindigkeit beweget, als es bey der vorigen 500 ℔. schwehren Last geschehen; Und so wird es dann mit allen denen andern Producten beschaffen seyn, die der Zahl 500. gleich seynd, weilen man beständig, sie mögen auf eine Art angenommen werden, wie nur gefällig, 500 ℔. an Kraft bekommen muß. Dieses ist ein allgemeines Gesetz der Natur, so der Kunst nichts als die Wahl verschiedener Combinationum übrig läßt, indem die ganze menschliche Geschicklichkeit und Bemühung, nie eine geringe Kraft einer weit grösseren wird gleich machen können, geschweige, daß sie selbige gar übertreffen sollte; Und ob es gleich scheinet, daß eine Potenz von 25 ℔. Vermögen, um einer Last von 500 ℔. das Gleichgewicht zu halten, sich multipliciert, und so zu sagen, fast über sich selbst erhebet, so ist es dannoch nur ein eitler Wahn, der gar bald wieder erlöscht, wann man die 20. Grad Geschwindigkeit mit in Erwegung ziehet, die man der Potenz mehr, als der Last, zulegen muß; Dann diese Geschwindigkeit ist eine reelle oder würkliche Kraft, ob sie gleich nicht so in die Augen fällt.

## Auf was Art das Centrum gravitatis eines Trianguli und eines Semi-Circuli zu finden.

Weilen im folgenden das Centrum gravitatis eines Trianguli und Semi-Circuli zu wissen nöthig seyn wird, so haben wir eine Art, wie solches bey dergleichen Figuren ausfindig zu machen, hinzu fügen wollen.

§. 100. Wird nun das *Centrum gravitatis* eines *Trianguli A B C* zu wissen verlangt, dürffen wir nur zwey von seinen Seiten A C und A B, in zwey gleiche Theile theilen, und von ihren gegen über stehenden Winkeln, die Linien B D, C E ziehen, so wird der Punct G, wo sich nemlich diese beyden Linien mit einander schneiden, das verlangte Centrum der Schwehre abgeben.

Fig. 47. Auf was Art das Centrum gravitatis eines Trianguli zu finden.

Solches nun zu erweisen, ziehe man in Erwegung, welchergestalt wir uns bey dem Triangulo A B C. gar wohl vorstellen können, als sey er aus unendlich vielen elementarischen Theilgen, oder aus unendlich vielen der Seite A C. parallel gehenden Linien zusammen gesetzt, die alle von der gezogenen Linie B D, in zwey gleiche Theile sind abgetheilt worden, folglich das gemeinschaftliche Centrum gravitatis aller dieser Parallel-Linien, in einem derer Puncte der Linie B D, würklich befindlich seyn muß; Wie nun solches nicht weniger auch mit gleichem Grund in der Linie C E. anzutreffen stehet, so folgt dannenhero, daß es unumgänglich im Punct G seyn muß.

Ziehen wir nun noch aus dem Punct D. die Linie D F. zu C E. parallel, werden wir vermöge der ähnlichen Triangul A F D. und A E C. finden, daß, da A D, die Helffte von A C, A F. auch die Helffte von A E, folglich F E. nicht weniger auch die Helffte von E B, oder ein Drittheil von F B. seyn muß: Da wir nun noch über dem, die ähnlichen Triangul B E G. und B F D. vor uns sehen, so folgt ferner, daß, da der Theil E F. ein Drittheil von der Linie B F, der Theil G D. nothwendig auch ein Drittheil von B D. seyn muß: Vermöge dessen wir dann also schliessen können, daß das *Centrum gravitatis* eines *Trianguli* im Zwey-Drittheils-*Punct* derjenigen Linie befindlich, die aus einem Winkel auf das Mittel der ihm gegen über stehenden Seite, gezogen worden.

§. 101. Da ein Sector Circuli A B C, dessen Winkel unendlich klein, gar füglich wie ein Triangulum æquicrurum anzusehen ist, so folgt, daß das Centrum gravitatis dieses Sectoris, an der Extremität derer Zwey-Drittheile A E. des Radii A D. befindlich, von welchem alle elementarische Theilgen dieses gedachten Sectoris, in zwey gleiche Theile getheilt werden. Fig. 48.

Wie nun ein Semi-Circulus aus unendlich vielen Sectoribus zusammen gesetzet ist, und wir beschreiben hiernächst die halbe Circumferenz E F G, da der Radius D F. denen zwey Drit- Fig. 49.

theilen der Linie D B. gleich ist, so muß also diese Circumferenz mitten durch das Centrum gravitatis aller Sectorum hindurch gehen; Nehmen wir nun die Schwehre eines jeden Sectoris also an, als sey sie im Centro gravitatis des Sectoris beysammen vereinbahret, so können wir auch die Schwehre des Semi-Circuli A B C, so ansehen, als sey sie auf der Circumferenz E F G, überall gleich ausgebreitet: Ersehen mithin hieraus, daß das Centrum gravitatis die Fläche des Semi-Circuli A B C, mit dem Centro gravitatis der Semi-Circumferenz E F G. einerley ist.

Fig. 50. Was vor eine Meynung vom Centro gravitatis einer Semi-Circumferenz eines Circuls zu hegen.

§. 102. Um nun die Meynung mit zu berühren, die man vom *Centro gravitatis* eines *Semi-Circuli* hegen soll, und dasjenige so gleich mit deutlicher zu machen, was im folgenden beygebracht werden wird, betrachte man die Circumferenz A C B D, da die Diametri A B. und C D. sich nach rechten Winkeln schneiden; Stellen wir uns nun dermahlen diese Circumferenz also vor, als sey sie in unendlich viele solche gleiche Theile, wie *a b* und *c d*, getheilet, denen wir noch über dem einem jeden insbesondere einerley Schwehre beylegen wollen: So ist gewiß, daß, wann wir in gleicher Weite vom Centro L, die Linien EF, dem Diametro C D, parallel ziehen, diese vom Diametro A B, ebenfalls in zwey gleiche Theile getheilten Linien, gar füglich als lauter Vectes oder Hebel angesehen werden können, an deren Extremitäten die kleinen wichtbaren und zugleich miteinander im Æquilibrio stehenden Theile *a b*, aufgehenkt wären, deren gemeinschaftliches Centrum gravitatis also der Punct K, in welchem wir ihre Schwehre vereinbahrt zu seyn, supponiren. Ziehen wir nun noch über dem die Linien G H auf gleiche Art wie die vorigen, werden wir solche nicht weniger auch andern Hebeln gleich achten können, an deren Extremitäten, die kleinen wichtbahren Theile *c d*, unter sich im Æquilibrio befinden, mithin deren Schwehre gleichermassen in ihrem gemeinschaftlichen Centro gravitatis vereinbahret zu seyn, sich vorzustellen stehet. Bemerken wir nun dieses gedachte, bey allen denen kleinen Theilen der Circumferenz, so können wir den Diametrum A B. als einen Hebel ansehen, an dessen Armen alle die kleinen an denen Circumferenzen C A D, C B D ausgebreiteten Gewichte, gleichsam nach der Länge aufgehenkt wären, und um den Punct L. herum unter einander im Æquilibrio stünden.

Es folgt also, daß, wann man die an denen Radiis L A. und L B, aufgehenkten Gewichte, in denen Puncten dieser Radiorum M, M, zusammen vereinbahren wollte, damit wir deren nur zwey hätten, die an denen Extremitäten des Hebels M M. applicirt wären, und zum Ruhe-Punct das Mittel L, besassen, die Summa aller Productorum von jedem 2 *a b* oder 2 *c d* in dessen Distanz L K oder L I, nemlich vom Centro L an, biß an eines jeden seine Directions-Linie, bloß allein dem Producto von L M in die Schwehre eines jeden Semi-Circuli, gleich seyn muß. Vermöge dessen können wir nunmehro den Radium L A. oder L B, als einen separirten oder abgesonderten Hebel ansehen, der den Punct M. zum Ruhe-Punct hat, weilen in selbigem, alle die an diesen Hebeln aufgehenkten Gewichte, eben wie in ihrem gemeinschaftlichen Centro gravitatis beysammen vereinbahret seyn werden, folglich dieser Punct M ebenermassen das Centrum gravitatis desjenigen Semi-Circuli, von welchem er umschlossen wird, seyn muß.

Fig. 51. Analogie oder Proportions-Satz, das Centrum gravitatis einer Semi-Circumferenz zu finden.

§. 103. In einem Semi-Circulo verhält sich also die Semi-Circumferenz A B C, zum Diametro A C, wie sich der Radius D B, zur Weite des Centri D, biß an dieser Semi-Circumferenz A B C ihr Centrum gravitatis E, nemlich zu D E, verhält.

Solches nun zu beweisen, müssen wir die Quadranten des Circuls, A B. und B C. in zwey gleiche Theile theilen, die Chorden A F, F B, B G, G C ziehen, jede von diesen wiederum in I, H, K, L in zwey gleiche Theile theilen, so ist ein jeder solcher Punct das Centrum gravitatis der ihm correspondirenden Linie. Ziehen wir nun noch folgends die Linien H I und K L, und theilen sie wieder in die Helfte, und verzeichnen die Linie M N, wird der Punct E, wo sie nemlich der Radius D B in zwey gleiche Theile abgetheilet, das gemeinschaftliche Centrum gravitatis derer vier gezogenen Chorden abgeben.

Erwegen wir alsdann weiter, daß vermöge der ähnlichen Triangul C O G, und D L N, $CG : CO = DL : DN$, oder so wir die beyden ersten Terminos verdoppeln, $CG + CB : CB = DL : DN$.

Desgleichen, daß $CB : CD = DN : DE$, vermöge der ähnlichen Triangul B C D. und D E N.; Substituiren aber alsdann in der andern Proportion, an die Stelle der Consequentium C B, und D N, die Consequentes der dritten Proportion C D. und D E, werden wir finden, daß $CG + GB : CD = DL : DE$; Folglich, wann wir hier die beyden ersten Terminos mit 2 multipliciren, daß $2\,CG + 2\,GB\ 2\,CD = DL : DE$, oder, daß $CG + GB + BF + FA : AC = DL : DE$.

Wann wir auch nun gleich den Semi-Circulum in eine noch so grosse gefällige Anzahl gleicher Theile paar-weiß eintheilten, bliebe es dannoch immer bey dem letztern angegebenen Proportions-Satz: Dann, die Summa aller Chorden oder Sehnen, so klein man

solche

solche sich nur immer einbilden mag, wird beständig mit dem Diametro A C, in derjenigen Verhältniß stehen, wie sich nemlich die aus dem Centro D, auf eine von denen Sehnen gezogene Perpendicular-Linie D L, zur Zwischen-Weite D E verhält.

Da nun die Perpendicular-Linie D L, dem Radio D C, an Gleichheit so viel näher kommt, je kleiner die Chorda G C, so folgt hieraus, daß, wann wir den Circul, als ein Polygonum unendlicher vieler Seiten ansehen, die *Semi-Circumferenz* sich also zum *Diametro* verhalten muß, wie sich der *Radius D B*, zu derjenigen Weite *D E* verhält, in welcher das *Centrum gravitatis* der *Semi-Circumferenz E*, vom *Centro* der Grösse *D*, absteher.

§. 104. Nehmen wir nun in dieser kaum berührten Proportion, die Helfte der beyden ersten Terminorum, werden wir ferner innen, daß der vierdte Theil der *Circumferenz* sich zum *Radio* verhält, wie sich der *Radius* zu demjenigen Zwischen-Raum verhält, der zwischen dem *Centro* des *Semi-Circuli*, und dessen *Centro gravitatis* angetroffen wird. Nennen wir also die halbe Circumferenz $a$, und den Radium $b$, so folgt, daß (weilen $a : 2b = b : DE$) $\frac{2bb}{a} = DE$. (welches so viel sagen will, daß das doppelte *Quadrat* vom *Radio*, wann es mit der *Semi-Circumferenz dividiret* wird, die Weite *D E* angebe.)

§. 105. Wann der Radius eines Circuls der sechste Theil seiner Circumferenz wär, so betrüg sich, vermöge des vorher gegangenen Paragraphi, an einem Semi-Circulo, die Zwischen-Weite von seinem Centro an, biß an sein Centrum gravitatis, zwey Drittheil vom Radio; Weilen alsdann der Radius selbst zwey Drittheil vom Quadranten der Circumferenz ausmachen würde; Da nun aber nach der gemeinen Proportion, die Circumferenz eines Circuls, noch um den siebenden Theil ihres Diametri grösser ist, als der dreyfache Diameter, so fehlt es also nur um ein 33. Theilgen des Radii, daß die Weite des Centri eines Semi.Circuli biß an sein Centrum gravitatis, nicht zwey Drittheil des Radii beträgt. Wie nun aber in gewissen Fällen auf so eine kleine Differenz gar nicht zu sehen, sondern fast vortheilhaftiger ist, das Centrum gravitatis ein wenig weiter hinaus zu setzen, als es würklich vom Centro des Semi-Circuli abstehen.sollte; So können wir also *supponiren*, als sey es an denen $\frac{2}{3}$. Theilen des *Radii*, vornemlich, wann der Effect einer Kurbel oder einer andern Machine, wo gedachtes Centrum gravitatis statt hat, berechnet werden soll. Verkürzte practische Weise das Centrum gravitatis einer Semi-Circumferenz zu finden.

§. 106. Aus dem 104ten §. folgt, daß die Semi-Circumferenz eines Circuls, dessen Radius D E, dem Diametro A C gleich seyn muß, dann, weilen sich die Radii derer Circul verhalten, wie ihre Semi-Circumferenzen, so folgt, daß:

$$DC\ (= b) : DE\ (= \frac{2bb}{a}) = a : \frac{2abb}{ab} \text{ oder } 2b = AC.$$

Da wir nun auch §. 101. gewiesen, daß das Centrum gravitatis H. eines Semi-Circuli A B C, zugleich auch das Centrum gravitatis einer Semi-Circumferenz E F G., die mit einer zwey Drittheil-Weite vom Radio D B, beschrieben worden; So folgt hieraus, daß, wann der Punct H. gefunden werden soll, man nur die Weite D H, als die, zur Semi-Circumferenz E F G, zum Diametro E G, und zum Radio D F, gesuchte vierdte Proportional-Grösse anzusehen habe. (i. e. $EFG : EG = DF : DH$.) Fig. 49. Analogie, das Centrum gravitatis der Fläche eines Semi-Circuli zu finden.

Wie nun gar füglich an die Stelle der Semi-Circumferenz E F G, und an die Stelle des Diametri E G, die Semi-Circumferenz A B C, und der Diameter A C, substituiret werden kan; So ersehen wir, daß der Punct H, gleichermassen zu determiniren stehet, wann wir abermahlen die Weite D H, vor die, zur Semi-Circumferenz A B C, zum Diametro A C, und zur Linie E F, die $\frac{2}{3}$. von D B beträgt, gesuchte vierdte Proportional-Grösse annehmen.

§. 107. Auf gleiche Art werden wir auch das Centrum gravitatis eines Circul-Bogens A B C ausfindig machen können, wann wir nemlich im Satz, diesen Circul-Bogen vor die erste Grösse, dessen Chordam oder Sehne vor die andere, den Radium D B vor die dritte, und dann endlich D E, vor die gesuchte vierdte Proportional-Grösse annehmen; Hiervon aber desto besser überzeugt zu seyn, dürffen wir nur an der 52. Figur alles dasjenige, was im 103. §. beygebracht worden, von neuen wieder appliciren, und hierbey weiter nichts als die Nahmen verändern, nemlich, was dorten der *Semi Circulus*, hier unter dem Circul-Bogen, und was dorten der *Diameter*, hier unter der *Chorda* oder Sehne verstehen, so werden sich alle die in jenem Paragrapho gemachte Schlüsse aus dem jetzigen völlig wieder folgern lassen. Fig. 52. Das Centrum gravitatis eines Circul-Bogens zu finden.

Es gibt noch andere allgemeine und sehr leichte Methoden, die Centra gravitatis derer Linien an denen Flächen und Cörperlichen Grössen zu entdecken, so sich auf die *Integral*-Rechnung gründen; Habe mich aber derselben nicht bedienen wollen, um von denenjenigen desto eher verstanden zu werden, die von dieser Rechnung keine Erkänntniß besitzen. Uebrigens folget hier eine Application desjenigen, was wir von der Art, das Centrum gravitatis der Semi-Circumferenz eines Circuls zu determiniren, beygebracht haben.

## Untersuchung derer einfachen und zusammen gesetzten Kurbeln.

Fig. 53. §. 108. Wann ein Gewicht Q, an einer Kurbel BCDEFG, die auf zweyen Hypomochliis oder Ruhe-Lagern H und I, umgedrehet werden kan, aufgehenkt ist, wird die Potentia motrix P oder die würkende Kraft derselben, wie etwan an der Circumferenz eines Rades K L. appliciret ist, das die Linie A G. zu seiner Welle besitzet, und nach einer solchen Direction M P. oder L P, agirte, die gleichsam einen Tangentem des Rades ausmachte, beständig fort abwechseln; Weilen diejenige Linie, mit welcher die Weite der Direction des Gewichts, N Q, biß an die Achse A G, exprimirt wird, bald grösser bald kleiner, nachdem die Kurbel-Stange C D, dem horizontalen oder verticalen Stand am nächsten kommt.

Fig. 54. Dieses deutlicher zu machen, betrachte man die 54ste Figur, welches ein Profil oder Durchschnitt eben dieser Machine, so perpendiculair durch die Achse der Kurbel hindurch gehet: Der Circul M N. stellet das Rad für, und O D, die Circumferenz, die von der Kurbel-Stange im Umlauff beschrieben wird.

Wann also die Handhabe oder der Kurbel-Griff im Punct E. befindlich, und der Last ihre Directions-Linie E Q. trifft auch in die Vertical-Linie C L. ein, wird es mit der Last selbst gleiche Bewandtniß haben, eben als wär sie am Centro C. aufgehenkt: Folglich trägt die Potenz von dieser Last nichts. So bald aber das Rad nach der Direction P L. umgetrieben wird, nimmt das Momentum der Last immer so lang zu, biß der Punct E. den Vierthels-Circul E D. beschrieben hat; Alsdann wird es in gleichem Grad wieder abnehmen, nachdem eben der Punct E. sich von der Extremität D. entfernet, und dem Punct B näher kommt, in welchem dann, wann jener nemlich in diesem angekommen, und sich also die Last wieder in der Vertical-Linie befindet, die Potenz, wie anfänglich, nichts auf sich haben wird, folglich wir also, mittlerweil die Kurbel horizontal stehet, C D ✠ Q = G L ✠ P. als das gröste Momentum, oder als den wichtigsten Zuwachs der Potenz und der Last, anzusehen haben; Hergegen aber, wann die Kurbel in der Lage C A. befindlich, gewahr werden, daß C F ✠ Q = C L ✠ P. Woraus dann zu ersehen, daß, da der Radius des Rades C L, und die Last Q, beständig gleichbleibende Grössen sind, die Potenz P. also in gleicher Proportion zunehmen und abnehmen muß, so wie es bey der Perpendicular-Linie C F. geschicht, die aus dem Centro C, auf der Last ihre Directions-Linie gezogen worden.

Fig. 54. Die mittlere Proportional-Geschwindigkeit einer einfachen Kurbel zu finden.

§. 109. Gesetzt nun, es wär die Potenz P, ein fliessend Wasser, welches, währender Zeit die Kurbel in einer horizontalen Situation befindlich, im Lauffen an die Schauffeln I. G. des Wasser-Rades M N, anschlüg; So würde das Rad alsdann ganz ohnbeweglich stehen bleiben, wann nemlich der Widerstand der Last Q, derjenigen Kraft oder Gewalt des fliessenden Wassers völlig gleich wär; die es im Lauffen gegen die Schauffeln ausübet. Uebertráf aber der Trieb des Wassers, die Resistenz oder den Widerstand der Last, nur um ein weniges, so es auch noch so gering wär, wird sich alsobald das Rad anfangen ganz sacht herum zu drehen, und so, wie die Last steiget, und hergegen die Linie C F. immer abnimmt, eben so wird das fliessende Wasser, indem es geringern Widerstand findet, dem Rade eine solche Geschwindigkeit zulegen, die so, wie sich der Widerstand der Last verringert, gleichermassen immer mehr und mehr zunehmen wird. Ersehen also hieraus, daß die Last die Höhe C B, in weniger Zeit steigend erreichen wird, als geschehen wär, wann sie beständig eine solche *uniforme* Geschwindigkeit gehabt hätte, dergleichen sie anfänglich gehabt, wie sie von D. ausgegangen. Dermahlen fragt sichs aber, wie zu erfahren, was sie vor eine mittlere *Proportional*-Geschwindigkeit haben müßte, wann sie die Höhe C B, mit einer uniformen Bewegung, in eben der Zeit aufsteigend erreichen sollte, in welcher sie selbige mit einer *accelerirten* oder stets zunehmenden Geschwindigkeit erreichet hat, dergleichen ihr eben die Kurbel hier beygeleget.

Fig. 54. Supponiren wir nun den Semi-Circulum E D B. in eine Anzahl unendlich kleiner Theile *A a* getheilet, nehmen einen jeden solchen kleinen Theil vor die Last Q. an, damit sie die Last bey jedem Punct der Circumferenz des Semi-Circuli, in welchem sich etwan die Kurbel, während sie aus E. nach B. steiget, befinden möchte, vorstellen können, und suchen hierauf das Centrum gravitatis dieser Semi-Circumferenz; (per §. 103.) So wird die Linie C I, der Last ihren mittlern *Proportional*-Hebels-Arm anzeigen, oder deutlicher, sie wird das Mittel halten, zwischen allen denen gedachten Perpendicular-Linien C F,

wo-

wovon der 102. §. die Gewißheit giebet; Dann, die Summa aller unendlichen Momentorum aus C F. in *A a*, (das ist, die *Summa* aller entstandenen *Productorum*, wann *A a*. „ mit C F. *multiplicirer* worden) ist dem einigen Momento aus C I. in A a. völlig gleich; „ Folglich, wann dieses nemlich so offtmahlen wiederholt worden, so viel als solcher gleicher Theile *A a*, in der Semi-Circumferenz B D E. angetroffen werden, muß auch die Summa aller derjenigen Vortheile, die der Last Q, über die Potenz P. zugewachsen, währender der Arm der Kurbel von C. biß B. in die Höhe gestiegen, eben so viel ausmachen, als wann diese Last an ein Seil wär angebunden gewesen, das sich um eine Welle X T I V. umwunden. Vermöge dessen also der Schluß zu machen, daß die Summa aller ab- und zunehmenden Geschwindigkeiten der Last, derjenigen *uniformen* oder stets gleich bleibenden Geschwindigkeit gleich ist, mit welcher diese Last, wann sie an die Welle aufgehenkt worden, in eben der Zeit eine Höhe steiget, die der Semi-Circumferenz T I V, oder der Linie B E, als dem Diametro des Circuls B D E, gleich ist. (per §. 105.)

Die mittlere Proportional-Action eines fliessenden Wassers zu finden, das gegen die Schauffeln eines Wasser-Rades anschlägt, dessen Geschwindigkeit nicht uniform.

§. 110. Wir ersehen also hieraus, daß, wann wir die mittlere *Proportional*-Würkung eines fliessenden Wassers, gegen die Schauffel L G, schätzen wollen, in der Æquation: $Q \maltese CI = P \maltese CL$, nur P. in ein Membrum æquationis allein bringen dürffen, (nemlich, $P = \frac{Q \maltese CI.}{CL}$ welches so viel heißt, daß, wann diß in diesem *Paragrapho* gesuchte, bekannt gemacht werden soll, die Last *Q* mit *C I*, als dem *Diametro* der im kaum vorher gegangenen *Paragrapho* angegebenen Welle *I V T X*, *multipliciret*, und das heraus kommende *Product* mit dem *Diametro* des Wasser-Rades *C L dividirt* werden muß.) „

Wollen wir nun die Summe derer ab- und zunehmenden Geschwindigkeiten des Rades und der Last, währender Zeit diese letztere von E. biß B. steiget, in Vergleichung bringen, dürffen wir nun den Diametrum B E. vor die uniforme Geschwindigkeit der Last, und die Semi-Circumferenz des Rades, vor die uniforme Geschwindigkeit des fliessenden Wassers annehmen, so wird die Æquation $Q \maltese BE = P \maltese KNL$, so wohl die Kraft der Last, als der Potenz anzeigen. (nemlich: $Q = \frac{P \maltese KNL.}{BE}$ und $P = \frac{Q \maltese BE.}{KNL}$)

Weitere Erklärung derer Kurbeln.

Weilen eine Last, die an einer Kurbel aufgehenkt ist, niemahlen höher eleviret werden kan, als die gedoppelte Länge der Kurbel-Stange ausmacht, so würde diese Machine sehr nützlich zu gebrauchen seyn, wann man sich derselben bey Aufhebung schwehrer Cörper bedienen wollte. Sie werden aber fast zu nichts anders angewendet, als denen Pompen-Stempeln die Bewegung damit zu geben, jedoch nicht ohne ziemlich vielen Inconvenientien.

Zum Exempel, wann die Last Q. einen solchen Pompen-Stempel vorstellete, der das Wasser, wann er in die Höhe fährt, zum Steigen bringt, und die Kurbel wär nun im Punct B. angelangt, müßte selbige, wann anderst der Stempel wieder dahin kommen soll, wo er hergekommen, den Semi-Circulum B O E. beschreiben. Wie nun aber die Schwehre des Stempels hinlänglich genug ist, die Kurbel wieder zum Fallen zu bringen, ohne daß die agirende Potenz etwas darbey zu thun habe; So ersehen wir hieraus, daß diese Potenz das Wasser, durch blosse Intervalla, zum Steigen bringt, und also die Zeit, die der Stempel zum Niederfallen brauchet, in Absicht auf den Nutzen der Pompe, völlig verlohren gehet. Da inzwischen aber die Kurbeln bey denen meisten Hydraulischen Machinen, nicht wohl mehr entbehret werden können, hat man sich Mühe gegeben, sie durch die Multiplicirung zu rectificiren, damit in ihren Actionibus kein Zeit-Verlust gefunden, und ihre ganze Action auch in so hohem Grad uniform werde, als es nur möglich seyn will. Dieses ist eben, was wir in der folgenden ferneren Untersuchung der zweyfachen, dreyfachen und vierfachen Kurbeln antreffen werden. Fig. 54.

Tab. 5. Fig. 55. Untersuchung der zweyfachen oder doppelten Kurbel.

§. 111. Um nun mit der doppelten oder zweyfachen Kurbel A B C D E F G H I. den Anfang zu machen, die K L. zur Axin, und sich auf denen beyden Ruhe-Lagern M. und N. drehen oder wenden läßt. So erwege man, wie vermöge dessen, daß die Arme oder Stangen an dieser Kurbel, alle in eine einige Fläche zu treffen, die an denen Handhaben oder Griffen C D. und F G. aufgehenkten Pompen-Stempel P, und Q, wechsels-weiß, bald auf bald nieder steigen müssen; Folglich also, währender der erstere agiret, um Wasser in den Wasser-Trog lauffen zu lassen, der andere von seiner eigenen Schwehre niedersinket; Alsdann dieser letztere in seiner Reihe das Wasser hebet, während der andere **P**, bloß abwarts sinket.

Mithin muß allzeit eine von diesen Kurbeln, die im 109. §. gemeldete Beschaffenheit haben. Findet also auch kein Zeit-Verlust statt, weilen beständig Wasser in den Wasser-Behälter lauffet. Es ist wohl an dem, daß noch jeder Stempel mit einer ungleichen Geschwindigkeit steigen wird, solche jedoch aber gar füglich für uniform zu halten, wann wir den Stempel in zwey Drittheils-Punct der Kurbel-Stange applicirt supponiren, (per §. 109.) und hierdurch das Momentum der Last, oder den ihr zuwachsenden Vortheil bekannt machen; Hiernächst bey der Berechnung der Machine darauf mit acht haben, daß es mit der Potenz eben die Beschaffenheit hat, als wär es nur eine einige Pompe, an welcher der Stempel ohne Aufhören das Wasser hebte, oder zum Steigen brächte.

**Untersuchung der dreyfachen Kurbel.** Fig. 56.

§. 112. Die dreyfache Kurbel, so auch die Drittheils-Kurbel, oder die Heb- und Fall-Kurbel genennet wird, ist aus dreyen umgebogenen Stangen oder Armen A B, A C, A D zusammen gesetzt, die die Circumferenz eines Circuls in drey gleiche Theile theilen, dessen Centrum in der Achse befindlich. Diese Art von einer Kurbel, ist in ihrer Bewegung weniger Ungleichheit unterworffen, als die vorige, weilen es nie geschicht, daß die Action der Potenz müßig befunden werden sollte.

Um nun bey jeder Revolution der Kurbel, den grössesten und geringsten Nachdruck dieser Potenz zu beurtheilen, müssen wir suchen, wie die Situation der Kurbel in diesen beyden Fällen beschaffen, so wir nemlich supponiren, daß an jeder Stange oder Kurbel-Griff, eine Last aufgehenkt worden, die nicht eher Widerstand leistet, als biß sie sich währendem Steigen im Semi-Circulo G E H eingeschlossen befindet, und so gleich auch ihre Schwehre verliehret, so bald sie anfängt im Semi-Circulo G I H. abwarts zu sinken; Welches eben nur denenjenigen Stempeln zuzueignen, die ihre Action durch blosses Steigen verrichten.

Wann sich nun einer von diesen Armen, A B, in einer horizontalen Situation I E, befindet, so formirt inzwischen ein jeder von denen andern beyden A C. und A D, mit dem Radio A E, einen Winkel von 60. Graden, nemlich C A E, und D A E. Ziehen wir nun die Linien C E, und E D, bekommen wir die gleichseitigen Triangul A C E, und D A E, deren gemeinschaftliche Grund-Linie A E, von denen Directionibus derer in denen Puncten C. und D, aufgehenkten und in einerley verticalen Plano zutreffenden Gewichten, völlig in zwey gleiche Theile getheilet wird. Folglich können diese beyden Gewichte zusammen genommen, da sie die Perpendicular-Linie A F, als die Helfte vom Radio A E, zu ihrem gemeinschaftlichen Hebels-Arm besitzen, der Potenz P. auch keinen grössern Widerstand leisten, als ein jedes von ihnen allein vermögend seyn würde, wann es an des Radii A E. Extremität E aufgehenkt wäre.

Fig. 57. Hieraus folgt dannenhero, daß, wann sich die Kurbel im Herumdrehen, in einer Situation befänd, die der vorigen ganz entgegen wär, die an der Extremität der horizontalen Kurbel-Stange A B, aufgehenkte Last Q, der Potenz eben so grossen Widerstand leisten muß, als sie dessen im vorigen berührten Fall auf sich gehabt; Weilen die Schwehre der beyden andern Lasten, die mit dem Semi-Circulo G I H. correspondiren, als nichtig angesehen wird.

Fig. 58. 59. Stehet nun der Arm A B. vertical oder aufrecht, so opponirt sich die mit diesem Arm correspondirende Last, deren Direction durch die Achse hindurch gehet, der Potenz nicht im mindesten; Folglich hat die Potenz bloß allein die am Arm A D. aufgehenkte Last auf sich.

Dann, weilen der Winkel L A D. 60. Grad beträget, so muß A L D. ein gleichseitiger Triangul seyn; Folglich ist das Quadrat der Perpendicular-Linie A F, drey Viertheil vom Quadrat des Radii A D. Supponiren wir nun den Radium in acht gleiche Theile getheilet, beträgt sein Quadrat 64, und das Quadrat von A F. 48, dessen Radix ohngefehr 7. Woraus dann zu ersehen, daß die Relatio von A E. zu A F, bey nahe wie 8. zu 7.

Sind nun die an denen Kurbels-Armen aufgehenkten Lasten oder Gewichte einander gleich, so folgt, daß, wann sie mit einander im Semi-Circulo G E H. eintreffen, ihre Momenta sich verhalten müssen, wie die aus dem Centro auf ihre Directions-Linien, gezogenen Perpendicular-Linien, weilen diese eben ihre Hebels-Arme exprimiren. Wird nun der Potenz ihr Hebels-Arm allzeit durch die beständige Linie A O. ausgedruckt, muß die Potenz eben auch so variiren, wie die gedachten Perpendicular-Linien, mithin also, wann eine von denen Kurbel-Stangen sich in einer horizontalen Lage befindet, die Potenz durch den Radium A E, und wann eben diese Stange vertical zu stehen kommt, durch die Perpendicular-Linie A F. exprimiret werden kan.

§. 113. Bey Anwendung weniger Attention, wird uns in die Augen fallen, wie der Potenz ihr geringster Nachdruck durch A F, und ihr grössester, durch A E, zu exprimiren stehet; Dann, wann in der 58. Figur, der Punct D. sich zu G. nähert, und der Punct B, mithin gleiche Bewegung besitzet, um sich dem Punct E. zu nähern, so wächst die Potenz biß auf den Augenblick an, da die Perpendicular-Linie AF, ihr gemeinschaftlicher Hebels-Arm wird, wie in der 56sten Figur: Und aus der 59sten Figur ersehen wir weiter, daß so, wie sich der Punct D. zu E nähert, eben so die Potenz mit der Perpendicular-

Linie

Linie AF, biß auf den Augenblick anwachsen muß, in welchem der Arm AD horizontal wird, wie in der 57. Figur, und auch eben so wieder abnehmen, wie sich der Arm über den Horizont erhebet, biß er nemlich dahin gelanget, daß er mit dem Radio AE einen Winkel von 30. Graden formiret, wie in der 58sten Figur. Daher wir dann also gewahr werden, daß die Ungleichheiten der Potenz in einem Circul-Bogen von 60. Graden eingeschlossen sind, und der mittlere *Proportional*-Hebels-Arm, wie vorher, durch diejenige Zwischen-Weite exprimirt werden muß, die sich zwischen dem Centro A und dem Centro gravitatis des Bogens LED. befindet, also gar füglich bekannt gemacht werden kan, wann wir AR, zur vierdten Proportional-Grösse mit denen andern dreyen Grössen, als dem Circul-Bogen LED, der Chorde LD, und dem Radio AE, machen, oder auch zur dritten Proportional-Grösse, mit eben dem Circul-Bogen und seinem Radio, weilen dieser Bogen 60. Grad beträgt, und dannenhero die Chorda dem Radio gleich ist.

§. 114. Nehmen wir nun die Arme oder Stangen an der dreyfachen Kurbel eben so lang an, als die an der zweyfachen, und nennen eines wie das andere *a*, ihre Semi-Circumferenz, die sie beschreiben b, so bekommen wir $\frac{2aa}{b}$ vor den mittlern Proportional-Hebel der zweyfachen Kurbel, [das ist, das doppelte *Quadrat* der Länge der Kurbel-„ Stange mit ihrer im Umlauff beschreibenden *Semi-Circumferenz dividirt*, gibt den „ mittlern *Proportional*-Hebel der zweyfachen Kurbel.] (§. 104.) und $\frac{3aa}{b}$ vor den „ mittlern Proportional-Hebel der dreyfachen Kurbel, [das ist, das dreyfache *Quadrat* „ der Länge der Kurbel-Stange mit ihrer beschreibenden *Semi-Circumferenz dividirt*, gibt den mittlern *Proportional*-Hebel der dreyfachen Kurbel;] Woraus dann „ also zu ersehen, daß, wann die an diesen Kurbeln aufgehenkten Gewichte auch einerley sind, gleich wie die Hebels-Arme derer Potenzen, die diese in die Höhe heben, die Potenzen dannenhero sich wie 2. zu 3. verhalten müssen.

Suchen wir nun in Zahlen die Relationem oder Verhältniß der Kurbel-Stange einer dreyfachen Kurbel, zu ihrem mittlern Proportional-Hebels-Arm, werden wir finden, daß sie bey nahe wie 16. zu 15. Müssen also in denenjenigen Machinen, wo diese Kurbel angebracht ist, die Länge einer von diesen Kurbel-Stangen, in 16. gleiche Theile theilen, und deren 15. vor den mittlern Proportional-Hebels-Arm, oder auch vor den Radium desjenigen Cirkuls annehmen, dessen Circumferenz die uniforme Geschwindigkeit der Last exprimiret, hiernächst in der Berechnung dieser Machine solchergestalt verfahren, als wär es nur eine einige Pompe, deren Stempel das Wasser ohne Aufhören ausgöß, mit dem übrigen aber bey denen gemeinen Gesetzen der Mechanic verbleiben.

**Untersuchung der vierfachen Kurbel.** Fig. 60.

§. 115. Ob es gleich nicht mehr gewöhnlich ist, vierfache Kurbeln zu machen, wegen der Schwürigkeit, ihnen sattsame Stärke zu geben, damit sie dem öfftern in Zweybrechen nicht so unterworffen wären, so wollen wir dannoch nicht unterlassen, ihre Würkung zu untersuchen, um im Vorbeygehen mit anzumerken, daß diese vierfache Kurbel in ihrer Bewegung, wider Vermuthen, mehrere Ungleichheit besitzet, als die dreyfache.

Stellen wir uns nun unter denen vier Kurbel-Stangen AB, AC, AD, AE, die unter sich selbst rechte Winkel formiren, zwey von ihnen in einer *horizontalen*, und die zwey andern in einer *verticalen* Lage vor, so trägt die Potenz nichts, als die an der Extremität E aufgehenkte Last Q. (per §. 112.); Und wann die Kurbel-Stangen mit dem Horizont, Winkel von 45. Graden machen, besitzen die Directiones derer an denen Puncten F. und G. aufgehenkten und in einerley *verticalen Plano* sich befindlichen Gewichte, die Perpendicular-Linie AH, zu ihrem gemeinschaftlichen Hebels-Arm, der sich zum Radio AE verhält, wie sich die Seite eines Quadrats zu dessen Diagonal-Linie verhält, das ist bey nahe wie 5. zu 7. Verdoppeln wir aber die Zahl 5, weilen hier zwey Gewichte angetroffen werden, die mit dem Punct H. correspondiren, so verhält sich hier bey der vierfachen Kurbel, der Potenz ihre höchste Schwäche zu ihrer höchsten Gewalt, wie 7. zu 10, da sie hergegen bey der dreyfachen Kurbel, wie 15. zu 16. angetroffen wird.

Verlängern wir anneben AE, damit AL noch einmahl so groß werde als AH, und beschreiben mit der Weite AL, den Viertheils-Circul KLM, so ist der Radius AE. der Last ihr kleinester, und AL, ihr grössester Hebels-Arm, folglich exprimirt AN, als nemlich die Weite vom Centro A. biß an des Bogens KLM. Centrum gravitatis N, den mittlern Proportional-Hebels-Arm.

Da nun der Triangulus AEK. einen rechten Winkel und zwey gleiche Seiten hat, und wir nennen abermahlen den Radium AE a, und die Semi-Circumferenz CED. b, so wird die Chorda = KM 2a [das ist, die *Chorda* ist zweymahl so groß als der *Radius*] der Radius AK. oder AL = $\sqrt{2aa}$. [das ist, der *Radius AL*, ist der *Quadrat*-Wurzel aus dem doppelten *Quadrato* des *Radii AE* gleich] und der Viertheils- „

H Cir-

„ Circul der Circumferenz K L M, wird $= \frac{b}{2a} \sqrt{2aa}$, [das ist, wann die *Semi-Cir-*
„ *cumferenz C E D* mit der *Chorda K M dividirt*, und der *Quotiens*, mit der *Quadrat-*
„ Wurzel des doppelten *Quadrats* vom *Radio A E multiplicirt* wird, gibt das heraus
„ kommende *Product* den Viertheils-Circul *K L M*. an.] Haben wir nun hierinnen Richtigkeit gemacht, und suchen hierauf zum Bogen K L M. ($= \frac{b}{2a} \sqrt{2aa}$) zur Chorda ($= 2a$) und zum Radio A L. ($= \sqrt{2aa}$) eine vierdte Proportional-Grösse,
„ so erhalten wir $AN = \frac{2a\sqrt{2aa}}{\frac{b}{2a}\sqrt{2aa}}$ oder deutlicher $AN = \frac{4aa}{b}$ [das ist, wann das
„ vierfache *Quadrat* vom *Radio A E*, mit der *Semi-Circumferenz C E D dividirt* wird,
„ gibt der *Quotiens*, der Last ihren mittlern *Proportional*-Hebels-Arm, nemlich die
„ Weite *A N*. an;] Woraus dann die Analogie $b : 2a = 2a : AN$, als eine Folgerung entspringt, und so viel anzeigt, daß der mittlere Proportional-Hebels-Arm, zu der von der Kurbel beschreibenden Semi-Circumferenz, und zur doppelten Länge einer von ihren Kurbel-Stangen, die dritte Proportional-Grösse sey.

§. 116. Da wir §. 104. gefunden, daß $\frac{2aa}{b}$ (das ist, das doppelte *Quadrat* der Länge einer Kurbel-Stange, mit der halben *Semi-Circumferenz*, die sie im Umlauff beschreibet, *dividirt*) diejenige Potenz angibt, die die zweyfache Kurbel beweget, und §. 114, daß $\frac{3aa}{b}$ (das ist, das dreyfache *Quadrat* der Länge einer Kurbel-Stange mit ihrer beschreibenden *Semi-Circumferenz dividirt*,) die Potenz der dreyfachen Kurbel, wie nicht weniger auch §. 115, daß $\frac{4aa}{b}$ (das ist, das gedachte vierfache *Quadrat* mit eben gedachter *Semi-Circumferenz dividirt*) die Potenz der vierfachen Kurbel exprimiret, so ersehen wir hieraus, daß diese Potenzen sich nach der Proportion der Anzahl ihrer Kurbel-Stangen oder Pompen-Stempel richten, die das Wasser heben und zum Steigen bringen.

Wie nun in der vierfachen Kurbel, der mittlere Proportional-Hebels-Arm zwischen 7. und 10. bey nahe 9. beträgt, müssen wir schliessen (so nemlich der mittlere *Proportional*-Hebels-Arm einer Kurbel bekannt gemacht werden soll): Wann 7. gibt 9., was gibt die Länge einer von denen Kurbel-Stangen, vor den gesuchten mittlern Proportional-Hebels-Arm? So wird hiernächst diejenige Circumferenz, wie diese gesuchte Linie zum Diametro besitzet, die Geschwindigkeit der Last exprimiren; Folglich dürffen wir in der Berechnung dieser Machine, uns solche nicht anders vorstellen, als bestände sie aus einer einigen Pompe oder Stiefel, deren Stempel, wann er nemlich an der Extremität dieses mittlern Proportional-Hebels-Arms gleichsam aufgehenkt worden, ohne Aufhören oder ohnausgesetzt fort agirte.

Ich könnte noch mehrere zimlich artige Dinge von denen noch mehr zusammen gesetzten oder verstärkten Kurbeln beybringen, wie es aber nicht das Ansehen hat, daß man sich derselben jemahlen bedienen werde, so will ich mich darbey nicht aufhalten.

Es folgen vielmehr hier einige Principia von der Stärke und Kraft derjenigen Thiere, die zur Bewegung derer Machinen gebrauchet werden können, ich verstehe hierunter die Stärke derer Menschen und Pferde. Sie sind aus denen Abhandlungen, und hierinnen unternommenen Proben des Monsieur de la Hire, Monsieur Sauveur und Parent, hergenommen worden. Im folgenden wollen wir sie auf die Hand-Arbeit, die an verschiedenen zum menschlichen Leben sehr nothwendigen Machinen vorzufallen pfleget, anzuwenden suchen.

Welcher Gestalt die Stärke eines Menschens, der eine Last hebet, oder träget, zu schätzen.

§. 117. Die Stärke oder Kraft eines Menschens, und auch eines jeden andern Thieres, das zur Bewegung schwehrer Lasten gebraucht wird, dependiret von denen beweglichen Musculn, und von der Stellung seines Leibs, und kan dannenhero die Stärke verschiedener Musculn durch nichts anders, als durch Erfahrungen oder angestellte Proben, erkannt werden.

Ein Mensch von mittelmäßiger Statur oder Leibes-Gestalt, und von gemeiner Stärke, wigt ohngefehr 140. Pfund. Wie nun ein solcher Mensch, wann er kniet, sich wiederum aufrichten kan, so er sich nur auf die Spitze seiner Füsse lehnet; Und solchergestalt bloß allein die Musculn in denen Beinen und Schenkeln, die ganze Last seines Leibes, in die Höhe heben, so ist dannenhero ganz klar, daß diese Musculn 140. Pfund Kraft besitzen.

Aus

Aus der Erfahrung wird man auch gewahr, daß ein Mensch, der seine Knie-Kehlen ein wenig eingebogen, ohngeachtet er mit einer Last von 150. Pfunden beschwehret, sich dannoch wieder aufrichten oder ausstrecken kan; Fügen wir nun noch zu dieser Last die Schwehre seines Leibes, nemlich 140. Pfund hinzu, so kan ja also die Stärke derer Musculn in denen Beinen und Schenkeln eine Last von 290. Pfunden in die Höhe heben, wann nemlich die Höhe des Aufhebens aufs höchste nicht mehr dann 2. oder 3. Zoll beträgt.

Ein Mensch kan eine Last von 100. Pfunden erheben, wann sie zwischen seinen Beinen befindlich, und er sich nur ein wenig vorbeuget, die Last mit seinen Händen gleichsam wie mit zweyen Hacken anfaßt, und sich hernach wiederum aufrichtet. Folgt also hieraus, daß bloß allein die Hüfft-Musculen die Stärke besitzen, eine Last von 170. Pfunden zu erheben; Dann sie erheben nicht allein die 100. pfündige Last, sondern zugleich auch den ganzen obern Theil seines Leibes von denen Lenden angerechnet, der 70. Pfund schwehr geschätzet wird, und von ihm eben vorwarts gebogen worden, da er die Last ergriffen.

Ein Mensch, wann er sich einer fest gemachten Rolle bedienet, kan keine Last, die seine eigene Schwehre übertrifft, in die Höhe ziehen.

§. 118. Was nun die Stärke derer Arme im Ziehen oder Erhebung einer Last anbelangt, kan sie auf 160. Pfund geschätzet werden. Wann wir ein über eine Rolle hinweg gehendes Seil nehmen, und an dem einen Ende desselben eine Last von 140. Pfunden appliciren, so wird der Mensch, den wir von solcher Schwehre supponiret haben, wann er das andere Ende des Seils ergreiffet, diese Last nicht in die Höhe heben können; Weilen er mit derselben im Æquilibrio stehet, und man dannenhero nichts, was über seine eigene Schwehre gehet, erheben kan, man mag sich einen Hülffs-Stoß geben, wie man nur will, weilen die Stärke derer Musculn in denen Armen und Schultern nicht hinlänglich genug, eine Last zu erhalten, die schwehrer als der Leib, nemlich unter der Bedingung, daß man so viel als immer möglich auf einer Stelle bleibe, und solche nicht verändere; Welches eben, wann man zugleich die ganze Schwehre seines Leibes will mit agiren lassen, bey diesem jetzigen Fall anders nicht, als durch die Veränderung des Orts oder der Stelle, in welcher man gestanden, geschehen kan.

Die Stärke eines an einer Kurbel applicirten Menschens, um solche herum zu drehen, belaufft sich höchstens auf 25. biß 27. Pfund, mit einer Geschwindigkeit, die in einer Stunde 1000. Toisen oder 519. Rheinländische Ruthen absolviret.

§. 119. Monsieur de la Hire, nachdem er dieses Beygebrachte voraus gesetzet, erweget auch den Nachdruck der Kraft eines Menschens, wann er horizontal ziehet oder etwas fortstösset. Worbey er den Menschen an der Kurbel einer Welle, deren Radius der Länge einer Kurbel-Stange gleich ist, applicirt zu seyn supponiret, und hiedurch die Stärke des Menschens, von Seiten der Machine ohne allen Vortheil desto besser in Vergleichung zu stellen.

Wann nun die Kurbel-Stange mit denen Knien in gleicher Höhe, und zwar horizontal lieget, vermag die Stärke des Menschens, der die Kurbel-Stange wieder aufrichtet, so viel, daß er zu gleicher Zeit, eine Last von 150. Pfunden, die an dem einen Ende des an der Welle angebrachten Seils befestiget ist, mit in die Höhe ziehen kan, wann er nemlich alle möglichste Vortheile anwendet, weilen er sich hier, was die Erhebung der Last anbetrifft, in eben denen im vorigen Fall berührten Umständen befindet. Im Gegentheil aber, wann er die Kurbel wieder niederdrucken will, der Nachdrck seiner Stärke nicht mehr dann 140. Pfund beträget, weilen er nur die blosse Schwehre seines ganzen Cörpers zum Ruckenhalt hat.

Befindet sich nun die Kurbel-Stange aufrecht stehend, und die Handhabe oder der Kurbel-Griff gehet dem Menschen biß an die Schultern, so ist gewiß, daß ein Mensch, wann seine beyden Füsse aneinander stehen, und der Leib ganz gerade ist, in Umdrehung der Kurbel nichts ausrichten kan, oder dessen Kraft von schlechten Nachdruck seyn wird, er mag selbige durch Ziehen, oder durch Fortstossung mit denen Händen bewegen wollen; Weilen eben in dieser Stellung, weder die Stärke des ganzen Cörpers, oder seiner Theile, noch seine Schwehre durch Anziehen oder Fortstossen etwas zu thun vermögen.

Stehet aber die Kurbel noch höher, oder noch niedriger als die Höhe derer Schultern ausmacht, kan der Mensch im Stossen oder Ziehen wohl einige Stärke besitzen, bey welcher es dann bloß auf die Schwehre seines Cörpers ankommt, welche man sich also, um das Æquilibrium zu determiniren, als gleichsam in dessen Mittel-Punct der Schwehre beysammen vereinbahret zu seyn, vorstellen muß, welcher ohngefehr in der Höhe des Nabels befindlich. Dann der Nachdruck derer Musculn in denen Beinen und Schenkeln dienet zu weiter nichts, als das Æquilibrium im Gehen zu unterhalten.

§. 120. Es kan dannenhero ein Mensch mit dem Arm nicht eher etwas fortstossen, als biß er seinen Leib geneiget, und diese zur Action commodeste Neigung ist, wann er mit dem Horizont einen Winkel von 60. Graden formiret; Alsdann erstreckt sich die Stärke eines Menschens nur auf 27. Pfund, nemlich mit denen Armen etwas horizontal fortzustossen, oder im Gehen, mit vorwarts gebogenem Leibe, an einem Seil das um die Schultern, oder um den Leib herum angebunden ist, etwas zu ziehen.

Diejenigen, die die Stärke eines Menschen nach der jetzo kaum berührten Stellung nicht aufs genaueste untersuchet, werden sich fast nicht vorstellen können, daß sie sich nur auf 27. Pfund belaufft, indessen ist es doch gewiß, daß sie sich kaum so weit erstrecket, weilen der Herr Sauveur, vermöge seiner unternommenen Experimenten, gefunden, daß die Stärke eines Menschens, an einer Kurbel, oder auch an einem Seil, wann er horizontal ziehet, nicht höher als auf 24. biß 25. Pfund geschätzt werden könnte. Wormit er aber solches zu beurtheilen vermögend gewesen, hat er, in gemässer Höhe, oben an einem Brunnen einen Rollen-Zug befestiget, und an dem einen Ende des Seils, das im Brunnen hinein gegangen, verschiedene Gewichte aufgehenkt, das andere Ende aber von einem Menschen horizontal anziehen lassen, welcher dann die Gewichte in die Höhe gezogen.

§. 121. Hierbey ist aber auch zu bemerken, daß, wann wir die Stärke eines Menschens auf 25. Pfund reduciren, so er nemlich auf kaum gemeldete Art agiret, wir selbigen solchergestalt im Stande zu seyn schätzen, eine moderate oder mittelmäßige Arbeit, auf ein biß zwey Stunden nacheinander auszuhalten. Noch aber müssen wir darbey mit auf seine Geschwindigkeit sehen, die sich eine Stund über, nicht auf tausend *Toisen* (oder 519. Rheinländische Ruthen) erstrecken läßt, er mag nun gerade ausgehen, oder seine Arbeit im Circul verrichten.

§. 122. Es folgt also hieraus, daß der *Effect* **oder die Würkung einer** *Machine*, **die von einem Menschen bewegt wird, niemahlen den natürlichen** *Effect*, **das ist, das** *Product* **derer tausend** *Toisen*, **während einer Stunde, in die 25. Pfund, zu übertreffen vermögend**, es mag auch dieses *Product* aus der Last und Geschwindigkeit auf eine Art formiret werden, wie man nur immer will, weilen doch immer einerley Quantitas motus oder Stärke erhalten wird. Vermöge dessen kan also ein Mensch, wann er der Geschwindigkeit nach, in einer Stunde 100. Toisen absolviret, eine Last von 25000. Pfunden eleviren, wofern sie in eben der Zeit nur einen Raum von einer Toisen durchwandert. Und eben diese Beschaffenheit wird an allen andern Machinen, bey welchen sich das Product 25000. formiren lässet, in Unendlichkeit fort, angetroffen werden. Der natürliche Effect derjenigen Potenz, die die Machine in Bewegung bringt, setzet dannenhero nothwendig der Würkung der Machine, das zu überschreiten unmögliche Ziel, weilen es unmöglich ist, aus nichts eine neue Kraft hervor zu bringen.

**Ein ziehendes Pferd, hat so viele Stärke, als 7. Personen, so ohngefehr 175. Pfund, und zwar mit einer Geschwindigkeit, die 1800. Toisen in einer Stunde absolviret.**

§. 123. Es ist noch übrig, die Stärke der Menschen mit der Stärke derer Pferde, die diese im Ziehen besitzen, in Vergleichung zu bringen. Was massen es nun aber mit selbiger nicht so bloß allein auf ihre Schwehre ankommt, wie bey denen Menschen, sondern hauptsächlich auf die Museuln ihres Leibes, und auf die Disposition ihrer Theile überhaupt, die einen sehr grossen Vortheil im Stossen oder Ziehen zum voraus haben, so müssen wir mit der gemeinen Erfahrung zufrieden seyn, vermöge **welcher man weiß, daß ein Pferd** *horizontal* **so viel, als sieben Menschen ziehet**, nemlich ohnsehr 180. Pfund, welches in Ansehung der Einbildung, die man sich von der Stärke dieses Thieres machet, wenig sagen will; Man nimmt sie aber gemeiniglich nur in solchem Verstande, wann sie an einer mit Rädern versehenen Machine, die auf einem horizontalen Plano fortrollet, angebracht ist, allwo das Pferd keiner weitern Stärke bedarf, als was sie zur Ueberwältigung der Friction an denen Achsen oder Wellen nöthig hat.

§. 124. Da nun der Monsieur Sauveur auch über die mittlere Proportional-Stärke eines Pferdes, Experimenta angestellt, und gefunden, daß es aus einem Bruunen eine Last ohngefehr von 175. Pfunden heraus ziehet, und zwar mit einer Geschwindigkeit, die 1800. Toisen (oder $934\frac{1}{2}$. Rheinländische Ruthen) in einer Stunde beträgt oder zurucklеget; Kan also hieraus nochmahls der Schluß gemacht werden, daß, **wann man in der** *Composition* **einer** *Machine*, **die ein Pferd beweget, noch so viele Kunst anwendet, ihr** *Effect*, **wegen der** *Friction* **doch allzeit geringer seyn wird, als das** *Product* **der 170. Pfund in die 1800.** *Toisen* *absolvirten* **Raum oder stündige Geschwindigkeit**, weilen nothwendig dieses Product, die Kraft oder den Widerstand der Last limitirt und einschrenkt. Inzwischen hat es mir geschienen, vermöge derer vielen Observationen, die ich über die von Pferden bewegten Machinen gemacht, daß sich die ordentliche Geschwindigkeit eines angespannten Pferdes, welches seine dritthalb biß drey Stunden nach einander fort arbeitet, gar füglich in einer Stunde auf 2000. Toisen (oder 1038. Rheinländische Ruthen) erstrecken könne.

## Allgemeine Regel der Bewegung und Zusammenstossung derer Cörper.

Weilen die Theorie des Gewässers, ohne Beyhülff derer Reguln von der Bewegung, nicht vollkommen kan abgehandelt werden, so folget hier dasjenige, was zur Erkänntniß der Hydraulischen Architectur, zu wissen nöthig ist.

§. 125.

§. 125. Die Reguln der Bewegung gründen sich auf sechs Haupt-Stück, 1. auf die die Bewegung hervorbringende oder würkende Kraft, (Vis motrix,) so an denen Cörpern applicirt ist; 2.) Auf die *Massam* eben dieser Cörper. 3.) Auf die Geschwindigkeit, mit welcher sie sich bewegen; 4.) Auf die Zeit, oder wie lang nemlich ihre Bewegung dauret; 5.) Auf den in eben dieser Zeit durchloffenen Raum; 6.) Auf die Anstossungs-Kraft, deren eben diese Cörper vermögend sind.

Um nun die Ausdruckungen derer Reguln, die wir jetzo angeben wollen, desto deutlicher zu machen, so supponiren wir hier ebenfalls, wie es gemeiniglich geschicht, daß die *Massa* derer Cörper mit ihrer Schwehre in *Proportion* stehe. Weshalben wir nur bloß ihrer Massen gedenken wollen.

§. 126. Man nennet diejenige Kraft, eine Bewegung hervor bringende einfache Kraft, (Vis simplex motrix), die nur bloß so lange Zeit an einem Cörper applicirt ist, als selbiger, einen gewissen Grad der Geschwindigkeit zu erlangen, nöthig hat, worauf er sich von der Kraft, die eben seine Bewegung gewürket, wieder separiret. Alsdann besitzet der Cörper eine *uniforme* oder stets-gleichbleibende Bewegung, das ist, er durchläuft in gleichen Zeiten gleiche Spatia.

§. 127. Man nennet diejenige Kraft im Gegentheil, eine in ihrer Bewegungs-Würkung stets-zunehmende Kraft, welche, indem sie immer am Cörper applicirt bleibt, dessen Impressionem oder Nachdruck unaufhörlich verneuert, nemlich den Effect des ersten Momenti oder Augenblicks im andern Momento vermehret, diesen Effect wieder im dritten, und so fort, solchergestalt, daß die Geschwindigkeit des Cörpers beständig fort anwächst.

§. 128. Es ist also klar, daß der Effect, der in ihrer Bewegungs-Würkung einfach-bleibenden Kraft, nichts anders als ein gewisser in einer gewissen Zeit durchloffener Raum, währender Zeit der Cörper nemlich in Bewegung gewesen, und zwar diese Kraft des Cörpers, also um so viel grösser und wichtiger seyn muß, je grösser der durchloffene Raum, und je kürzer die darzu angewandte Zeit, befunden wird; Folglich also solche durch das mit der angewandten Zeit *dividir*te *Spatium*, zu ermessen oder zu *exprimi*ren steher.

§. 129. Wie nun der Raum oder das *Spatium*, bloß kraft der Geschwindigkeit, die die Potentia motrix oder Bewegung hervorbringende Kraft dem Cörper beygeleget hat, vom nemlichen Cörper durchloffen worden, so folgt, daß, je grösser dieser Raum, und je kürzer die Zeit, desto wichtiger und grösser die Geschwindigkeit seyn muß, und diese also auch wiederum, durch das mit der Zeit *dividir*te *Spatium*, exprimirt oder ermessen werden kan. Nennen wir also die Geschwindigkeit V, den Raum oder das Spatium E, und die Zeit T, so ersehen wir, daß $V = \frac{E}{T}$, folglich $V T. = E$, und $T = \frac{E}{V}$; Woraus dann zu ersehen, daß das *Spatrium*, welches ein Cörper mit einer uniformen Bewegung durchloffen, allezeit durch das *Product* aus seiner Geschwindigkeit in die zugebrachte Zeit, exprimirt oder angegeben werden kan, herentgegen das mit der Geschwindigkeit *dividir*te *Spatium*, beständig die Zeit, ausdrucket.

Auf was Art die Geschwindigkeit, der durchloffene Raum, die Zeit, die Massa und die Kraft eines Cörpers, der sich mit einer uniformen Bewegung beweget, zu exprimiren stehet.

§. 130. Was nun die Quantitas motus oder diejenige Kraft anbelangt, deren ein Cörper gegen eine Fläche, oder gegen einen andern ihm entgegen gesetzten Cörper anzustossen, vermögend seyn kan, so ist gewiß, wie wir schon im vorhergehenden gedacht, (§. 85.) daß sie durch das *Product* seiner *Massæ* in seine Geschwindigkeit exprimiret werden muß. Nennen wir also diese Quantitas motus oder Kraft F, die Massam M, und die Geschwindigkeit V, so haben wir die Æquation: $F = M V$; Folglich $\frac{F}{V} = M$ und $\frac{F}{M} = V$. Woraus abermahlen zu ersehen, daß die *Massa* eines Cörpers jederzeit dadurch bekannt wird, wann wir seine *Qantitatem motus* oder Kraft durch die Geschwindigkeit *dividiren*, herentgegen dadurch seine Geschwindigkeit erfahren, wann wir seine Kraft durch die *Massam dividir*en.

§. 131. Wann ein mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegter Cörper, an eine Fläche, oder an einen in Ruhe liegenden Cörper perpendicular anstößt, thut er solches mit völligem Nachdruck oder gesamter Impression, deren er auch je beständig vermögend, wann er etwa wieder mit dieser Geschwindigkeit bewegt würde. So er aber mit eben dieser Geschwindigkeit schräg anstößt, geschicht es mit wenigern Nachdruck oder geringerer Impression; Derowegen beständig darauf gesehen werden muß, nach was vor einen Winkel, oder nach was vor einer Direction die am Cörper angebrachte Potenz oder Kraft agiret.

Wann man die Actionem eines Cörpers gegen eine Fläche schätzen will, muß man auf die Direction sehen, nach welcher der Cörper beweget wird.

Wann also zwey Potenzen oder Kräfte völlig agiren, das ist, nach perpendiculairen Directionibus, so stehen ihre Würkungen oder Impressiones mit ihren Massis und ihren Ge-

Geschwindigkeiten in Relatione composita. Haben aber diese beyden Kräfte, nach zufälligen Umständen, eine verringerte Action, so sind ihre Effectus denen Kräften oder gemässigten Würk-Ursachen proportionel, wie sie dann seyn müssen; Zum Exempel: Wann von zweyen unterschiedlichen Cörpern, der eine *perpendiculair*, der andere schräg anstösset, verhalten sich die beyden *Impressiones*, wie sich des ersten seine durch dessen Geschwindigkeit *multiplicirte Massa*, und das *Product* in den *Sinum Totum*, zu des andern seiner durch dessen Geschwindigkeit *multiplicirten Massa*, und das *Product* in den *Sinum* des *Anguli incidentiæ* verhält. (§. 24.)

§. 132. Es folgt hieraus, daß, wann die Massæ und Geschwindigkeiten einander gleich sind, die Stösse sich verhalten, wie ihre correspondirende Sinus. Wann aber die Massæ einander gleich, ihre Geschwindigkeiten hergegen solchergestalt unterschieden sind, wie ihre Directiones, stehen die Stösse mit denen Geschwindigkeiten und ihren correspondirenden Sinibus in Relatione composita.

General-Regul der Zusammenstossung derer Cörper.

§. 133. Jedermann stimmet hierinnen bey, daß sich in denenjenigen Cörpern, die „ keine innerliche Ausdehnungs-Kraft besitzen, [das ist, die, wann sie woran „ stossen, ihre *Figur* oder *Form* nicht verändern, oder so sie solche ändern, sich selbst „ nicht wieder in ihren ersten *Form* bringen,] die Bewegung durch eine gegentheilige Bewegung verliehret, das ist, durch die Bewegung eines Cörpers, der ihm gerade entgegen gehet. Woraus dann folgt, daß, wann zwey Cörper einander gerade entgegen gehen, und sie besitzen gleiche Kräfte oder *Quantitates motus*, und stossen alsdann gerade aufeinander, sie beyde einander aufhalten, und nach dem Zusammenstoß mit einander in Ruhe verbleiben werden, weilen immer eine Kraft die andere, die ihr gleich und contrair ist, aufhebet oder zernichtet. (§. 87.)

§. 134. Wann ein Cörper in seiner Bewegung einen andern in Ruhe befindlichen Cörper antrifft, bleibt die *Quantitas motus* oder Kraft, nach dem Zusammenstoß, vollkommen beysammen, weilen hier nichts widriges oder contraires gefunden wird, das diese aufheben oder zernichten könnte. Sie wird aber zwischen diesen beyden Cörpern getheilt seyn, das ist, es wird sich hier eben dasjenige zutragen, was in solchem Fall geschehen würde, wann die Massa des bewegten Cörpers um so viel vermehret, als die Massa des ruhenden Cörpers ausmacht, hergegen seine Geschwindigkeit, nach Proportion der Vermehrung der Massa, verringert würde. *Dividi*ren wir nun also des bewegten Cörpers gehabte Kraft, durch die *Summe* der beyden *Massen*, so bekommen wir die Geschwindigkeit, mit welcher sich diese beyden Cörper, in ihrer Bewegung, zusammen nach einer Seiten lenken werden. (§. 130.)

§. 135. Wann zwey Cörper, mit einander entgegen gehenden *Directionibus*, und mit ungleichen Kräften an einander stossen, so zernichtet der Cörper, der die meiste Kraft besitzet, des andern Cörpers seine ohne dem geringere Kraft ganz und gar, und bleibt an der gesamten Kraft nichts übrig, als derjenige Theil, um welche eine Cörpers-Kraft die andere übertroffen; Solchergestalt trägt sich hier eben dasjenige zu, was in dem Fall geschehen würde, wann der an Kraft stärkere Cörper mit dem Ueberrest seiner Kraft, den andern in Ruhe rencontriret oder angetroffen hätte.

§. 136. Zuletzt, wann zwey Cörper, die von einer Seiten auslauffen, und nach einerley *Direction*, jedoch mit ungleichen Geschwindigkeiten, an einander treffen, so bleiben ihre Kräfte nach dem Zusammenstoß vollkommen beysammen, weilen sich nichts an ihnen befindet, das ihnen unter einander contrair oder zuwider wäre; Wird also hier alles eben so geschehen, als wann diese beyden Cörper nur einen einigen ausmachten; Folglich finden wir ihre gemeinschaftliche Geschwindigkeiten, wann wir die Summe ihrer Kräfte, durch die Summe ihrer Massen, dividiren. (§. 130.)

§. 137. Um nun die General-Reguln der uniformen oder stets-gleichbleibenden Bewegung anzugeben, so erinnere ich einmahl vor allemahl, daß wir fortfahren wollen, die Geschwindigkeit eines bewegten Cörpers V, seine Massam M, seine Kraft oder Quantitas motus F, sein durchloffenes Spatium E, und seine hierzu angewandte Zeit T zu nennen, wie nicht weniger auch die zur Action eines andern bewegten Cörpers gehörige Geschwindigkeit, Massam, Kraft, Spatium oder Raum, und angewandte Zeit, mit folgenden denen erstern ähnlichen Buchstaben, v, m, f, e, t zu benahmen.

General-Formuln, woraus man alle die Reguln der uniformen Bewegung herleitet.

§. 138. Vermöge dessen, was im vorher gegangenen (§. 129. und 130.) beygebracht, ist gewiß, daß $V = \frac{E}{T}$, $v = \frac{e}{t}$, $F = MV$. und $f = mv$. Folglich, verhält sich $F : f = MV : mv$; Oder wann wir anstatt der Geschwindigkeiten, ihre Valores oder Werthe setzen, kommt $F : f = \frac{ME}{T} : \frac{me}{t}$; Folglich ist $\frac{F \times me}{t} = \frac{f \times ME}{T}$, oder deutlicher

F m:

$\frac{Fme}{t} = \frac{fMe}{T}$, und wann wir die Brüche folgends wegbringen, kommt $FTme = ftME$. Welche Æquation wir dann als eine General-Regul der stets-bleibenden Bewegungen gebrauchen können.

§. 139. Da wir nun auch wissen, daß $V : v = \frac{E}{T} : \frac{e}{t}$ so folgern wir ebenfalls hieraus, daß $\frac{V \times e}{t} = \frac{v \times E}{T}$, oder deutlicher, daß $\frac{Ve}{t} = \frac{vE}{T}$, so wir nun wieder die Brüche wegbringen, kommt: $VTe = vtE$, als eine andere die Geschwindigkeiten in sich begreiffende Regul.

§. 140. Weilen wir nun endlich wissen, daß sich $F : f = MV : mv$, so folgern wir hieraus vor eine dritte Regul, daß $Fmv = fMV$. Diese drey Reguln begreiffen alles dasjenige, was die uniformen oder stets-gleichbleibenden Bewegungen anbelangt, so vollkommlich in sich, daß man sie auf alle nur ersinnliche Hypotheses wird appliciren können.

§. 141. Wir können dannenhero wieder aus der ersten Regul $FTme = ftME$ (§. 138.) eben so viele Analogien vorstellig machen, als sie Radices in sich begreiffet, wann wir nemlich so gleich die Grössen von einerley Art oder Geschlecht hervor suchen, wie hier die folgende Analogie ein Beyspiel giebet; $F : f = MEt : meT$; Welches so viel sagen will, daß die Kräfte oder *Vires motrices* mit denen *Producten* derer *Massen directe* in die *Spatia*, und *Reciproce* in die Zeiten, in *Relatione composita* stehen. Auf gleiche Art werden wir auch die andern Analogien anzugeben im Stande seyn. Anwendung dieser Formuln, oder der ersten Regul auf unterschiedliche Hypotheses.

§. 142. Um nun aus der ersten Regul, noch simplere oder einfachere Analogien herzuleiten, dürffen wir nur so viele Suppositiones annehmen, als in der Æquation von einander unterschiedene Radices angetroffen werden. Zum Exempel: So wir annehmen $F = f$, so folgt hieraus, daß $Tme = tmE$; Folglich können wir argumentiren, daß 1.) $T : t = ME : me$; 2.) $M : m = Te : tE$; 3.) $E : e = Tm : tM$. Welches so viel heißt, daß, wann die Kräfte oder Vires motrices einander gleich sind, 1.) die Zeiten sich verhalten, wie die Producta derer Massen in die Spatia; 2.) Die Massæ sich verhalten, wie die Producta derer directe genommenen Zeiten, in die Reciproce genommenen Spatia. 3.) Die Spatia sich verhalten, wie die Producta derer directe genommenen Zeiten in die Reciproce genommenen Massen.

§. 143. Supponiren wir ferner, daß $M = m$, so folgt 1.) daß $F : f = Et : eT$; 2.) $T : t = Ef : eF$, und 3.) daß $E : e = TF : tf$; das ist: Wann die Massen einander gleich sind, so stehen 1.) die Kräfte (Vires motrices) mit denen Spatiis directe, und mit denen Zeiten reciproce, in Relatione composita; 2.) Die Zeiten mit denen directe genommenen Spatiis, und reciproce genommenen Kräften, auch in Relatione composita; 3.) Die Spatia ebenfalls mit beyderseits directe genommenen Zeiten und Kräften, in Relatione composita.

§. 144. Supponiren wir noch weiter, daß $T = t$, so folgern wir hieraus aufs neue, daß 1.) $F : f = ME ; me$; 2.) $M : m = Fe : fE$; 3.) $E : e = Fm : fm$; das ist: Wann die Zeiten einander gleich sind, stehen 1.) die Kräfte mit denen beyderseits directe genommenen Massis und Spatiis, in Relatione composita; 2) Die Massæ, mit denen directe genommenen Kräften, und reciproce genommenen Spatiis, in Relatione composita; 3.) Die Spatia desgleichen, directe mit denen Kräften, und reciproce mit denen Massis, in Relatione composita.

§ 145. Supponiren wir dann endlich auch, daß $E = e$, so kommen folgende Analogien, 1.) $F : f = mT : tM$; 2.) $M : m = FT : ft$; 3.) $T : t = Mf : mF$; das ist: Wann die Spatia einander gleich sind, stehen 1) die Kräfte mit denen directe genommenen Massis, und reciproce genommenen Zeiten, in Relatione composita; 2.) Die Massæ mit denen beyderseits directe genommenen Kräften und Zeiten in Relatione composita; 3.) Die Zeiten mit denen directe genommenen Massis, und reciproce genommenen Kräften, ebenfalls in Relatione composita.

§. 146. Die andere Regul $VTe = vtE$, wird nun eben so viele Analogien und Proportions-Sätze an die Hand geben, als so viele Radices sie besitzet, nemlich 1.) $E : e = VT : ut$; $V : v = Et : eT$; 3.) $T : t = Ev : eV$. Die erste Analogie zeiget, daß die durchgeloffenen Spatia, mit denen Geschwindigkeiten und Zeiten, in Relatione composita stehen, die zweyte, daß die Geschwindigkeiten mit denen directe genommenen Spatiis, und reciproce genommenen Zeiten, in Relatione composita, und die dritte Analogie endlich, daß die Zeiten mit denen directe genommenen Spatiis, und reciproce genommenen Geschwindigkeiten ebenfalls in Relatione composita stehen. Anwendung der andern Regel.

§. 147. Wir können aus dieser nemlichen Regul, nicht weniger auch so viele Analogien herleiten, als so viel von einander unterschiedene Suppositiones angestellt werden kön-

können. Ist also $T = t$, so folgt, daß $T : v = E : e$; Woraus zu ersehen, daß, wann die Zeiten einander gleich sind, die Geschwindigkeiten sich gegen einander verhalten, wie die durchwanderten Spatia.

§. 148. Desgleichen ist $V = v$, so folgt, daß $E : e = T : t$; das ist, wann die Geschwindigkeiten einander gleich sind, verhalten sich die durchwanderten Spatia, wie die Zeiten.

Ist nun $E = e$, so haben wir diese Folgerung, daß $V : v = t : T$; das ist, wann die Spatia einander gleich sind, die Geschwindigkeiten alsdann mit denen Zeiten in Relatione reciproca stehen.

Anwendung der dritten Regul.

§. 149. Es lassen sich endlich nicht weniger auch aus der dritten Regul $Fmv = fMV$, verschiedene Folgerungen deduciren, wie solches in Ansehung derer beyden ersten geschehen; Dann wir werden alsobald argumentiren können, daß $F : f = MV : mv$; daß $M : m = Fv : fV$; und dann auch, daß $V : v = mF : Mf$. Die erste Folgerung zeiget, wie wir schon beygebracht haben, daß die Kräfte oder Vires motrices, mit denen Massis und Geschwindigkeiten derer Cörper, in Relatione composita, stehen; Die andere zeiget ebenfalls, daß die Massæ derer Cörper, mit ihren directe genommenen Kräften, und reciproce genommenen Geschwindigkeiten, in Relatione composita stehen, und dann endlich die dritte, daß die Geschwindigkeiten, directe mit denen Kräften, und reciproce mit denen Massis, gleichermassen in Relatione composita befunden werden.

§. 150. Nehmen wir nun $V = v$ an, so folgt, daß $F : f = M : m$; das ist: Wann die Geschwindigkeiten einander gleich sind, verhalten sich die Kräfte wie die Massæ.

§. 151. Desgleichen, setzen wir, daß $M = m$, so folgt, daß $F : f = V : v$; das ist: Wann die Massæ einander gleich sind, die Kräfte sich alsdann verhalten, wie die Geschwindigkeiten.

§. 152. Endlich, so wir $F = f$ gelten lassen, bekommen wir die Analogie: $M : m = v : V$; Woraus abermahlen zu ersehen, daß, wann die Kräfte einander gleich sind, sich alsdann die Geschwindigkeiten mit denen Massis in Relatione reciproca befinden.

## Von dem Motu accelerato, oder der stets-zunehmenden Bewegung.

§. 153. Die Erfahrung zeigts, daß die Geschwindigkeiten eines fallenden wichtbahren Cörpers beständig zunimmt, oder daß er im andern Augenblick oder Momento seines Falls, einen grössern Raum durchwandert, als im ersten, und im dritten, wieder einen weit grössern als im andern, und so fort.

Galilei Principium von dem Fall der Cörper.

§. 154. Galileus, der die Schwehre als eine *Vim acceleratricem* oder stets-zunehmende Kraft ansiehet, (§. 127.) und von der Resistenz der Lufft abstrahiret, hat als der erste versichert, daß ein Cörper in jedem *Momento*, während seines Falles, einen gleichen *Grad* der Geschwindigkeit empfängt, und daß sich dieser *Grad* der Geschwindigkeit auch in allen drauf folgenden *Momentis* gänzlich *conserviret*, während diesen letztern, von der Schwehre beständig wieder neue *Grade* der Geschwindigkeit erhält; Oder welches auf eins hinaus kommt, die *Action* der Schwehre *agiret* gegen den Cörper in allen *Momentis* seines Falls beständig gleich. Das ist: Wann man die Dauer oder Länge des Falls in eine Anzahl unendlich kleiner und gleicher Theile oder Momentorum abtheilet, wird von dem Augenblick an, da der Cörper aufhört zu ruhen, und biß zu Ende des ersten Momenti sich fort beweget, alsobald der erste Grad der Geschwindigkeit entstehen, und vollkommen, so in allen drauf folgenden Momentis verbleiben. Während dem zweyten Momento der Cörper einen andern Grad der Geschwindigkeit erhält, der dem ersten gleich ist, und zu Ende dieses zweyten Momenti seine Vollkommenheit erreichet; Dahero dann alsdann der Cörper zwey Grade der Geschwindigkeit erhalten haben wird. Auf gleiche Art dann auch während dem dritten Momento, der dritte Grad entstehet, und zu Ende dieses Momenti seine Vollkommenheit erlangt. Folglich also der Cörper drey Grad der Geschwindigkeit besitzen wird, und so fort. Worinnen auch alle Gelehrte überein kommen.

Die erlangten Geschwindigkeiten verhalten sich, wie die verflossenen Zeiten.

§. 155. Weilen nun die Grade der Geschwindigkeit eines fallenden Cörpers anwachsen, so, wie die Momenta, die von dem Augenblick an, da der Cörper zu ruhen aufgehöret, verflossen sind, so folgt, daß die zu Ende zweyer verschiedentlichen Zeiten erfolgten Geschwindigkeiten sich unter sich selbst verhalten, wie diese Zeiten. Das heißt zum Exempel so viel: Wann ein Cörper in der Zeit T, die Geschwindigkeit V erlangt, und wieder in einer andern Zeit t, die Geschwindigkeit v, erreicht hat, wir hieraus so viel schliessen können, daß $V : v = T : t$, folglich $V \times t = v \times T$, oder deutlicher $Vt = vT$.

§. 156.

§. 156. Wann wir in Erwegung ziehen, daß die von dem ersten Momento an, verflossene Momenta oder Augenblicke, so wie sie auf einander folgen, eine Progressionem Arithmeticam zusammen setzen, werden wir ebenfalls gewahr werden, daß der Zusammenhang derer mit diesen verflossenen Momentis correspondirenden Geschwindigkeiten, nicht weniger auch, eine Progressionem Arithmeticam ausmacht, der ihr kleinester Terminus als o anzusehen, hergegen der grösseste, durch die zu Ende der völligen Zeit erlangte Geschwindigkeit, zu exprimiren stehet. Wie nun aber zwischen der kleinesten und grössesten Geschwindigkeit, eine mittlere *Proportional*-Geschwindigkeit gefunden werden kan, mit welcher der Cörper, wann er in Bewegung gebracht, nach einer uniformen oder stets-gleichbleibenden Bewegung, in eben der Zeit, eben das Spatium durchlaufen würde, welches er mit der stets-zunehmenden Bewegung oder Motu accelerato durchloffen hat, so folgt, daß, wann man diese mittlere *Proportional*-Geschwindigkeit mit der ganzen Zeit *multiplicirer*, das *Product* alsdann das durchloffene *Spatium* exprimiret. (§. 129.)

Wie nun die Elementa eines Trianguls von seiner Spitze an, auch eine unendliche Progressionem Arithmeticam formiren, bey welcher die Helffte der Basis, oder die Helffte des grössesten Termini, dem mittlern Proportional-Termino gleich ist, so folgt hieraus, daß die Geschwindigkeiten eines Cörpers, die er von dem Augenblick an, da er aufhört zu ruhen, im Fallen erlanget, in eben der Ordnung anwachsen, wie die Elementa eines Trianguls, folglich die mittlere *Proportional*-Geschwindigkeit, der Helffte der zu Ende der völligen Zeit erlangten Geschwindigkeit, gleich seyn muß. Eprimirt nun der Character V. die zu Ende der Zeit T, erlangte Geschwingkeit, so exprimirt dannenhero $\frac{V.}{2}$ die mittlere Porportional-Geschwindigkeit aufs genaueste, folglich $\frac{TV,}{2}$ den mit einer stets-zunehmenden Bewegung durchloffenen Raum.

§. 157. Es folgt dannenhero noch weiter, daß der Raum oder das *Spatium*, das ein Cörper mit einer stets-zunehmenden Bewegung von dem Augenblick an, da er aufhört zu ruhen, in einer *determinirten* Zeit *T.* durchlaufft, die Helffte desjenigen *Spatii* ist, welches eben dieser Cörper, in eben der Zeit, mit derjenigen Geschwindigkeit *V.* die er zu Ende des letztern *Momenti* seines Falls erlangt hat, nach einer stets-gleichbleibenden Bewegung durchlauffen würde. Dann, wann die Bewegung uniform oder stets-gleichbleibend ist, wird das Spatium durch T. V. exprimirt, (per §. 129.) statt dessen, wann die Bewegung stets-zunehmend, selbiges nur mit $\frac{TV.}{2}$ ausgedrukt wird; (§. 156.) Folglich, wann ein wichtbahrer Cörper herunter gefallen ist, und von dem Augenblick an, da er aufgehört zu ruhen, während der Zeit T, das Spatium E. durchloffen, und zu Ende seines Falls die Geschwindigkeit V. erreicht hat, eben dieser Cörper mit eben dieser erlangten Geschwindigkeit, und in eben der Zeit T, ein Spatium 2 E, nach einer stets-gleichbleibenden Bewegung, durchlauffen muß.

Auf was Art die stets-zunehmende Bewegung auf eine uniforme oder stets-gleichbleibende Bewegung zu reduciren.

§. 158. Aus dem vorher gegangenen Paragrapho können wir uns nun ein Mittel theilhaftig machen, die stets-zunehmende Bewegung, auf eine uniforme oder stets-gleichbleibende Bewegung zu reduciren. Da wir dann nur die völlige, nach einer stets-zunehmenden Bewegung, erlangte Geschwindigkeit nehmen, und solche uns also einbilden dürffen, als blieb sie beständig *uniform* oder stets-gleichbleibend, hergegen in Absicht auf eben die angewandte Zeit, wir nur das nach einer stets-zunehmenden Bewegung durchloffene *Spatium dupliren*, und alsdann dieses *duplirte Spatium* abermahlen so ansehen dürffen, als wär es nach einer *uniformen* Bewegung, mit der ganz zuletzt erlangten Geschwindigkeit, durchloffen worden.

§. 159. Es folgt also, daß, wann ein beweglicher Cörper, nach einer, von der verlassenen Ruhe an, stets-zunehmenden Bewegung, in zweyen verschiedentlichen Zeiten T, t, die Spatia E, e, durchloffen, und zu Ende eben dieser Spatiorum, die Geschwindigkeiten V, v, erlangt hat, wir 2 E. vor dasjenige Spatium erhalten, welches der Cörper mit der Geschwindigkeit V, in der Zeit T, nach einer uniformen Bewegung durchlauffen wird; Wie nicht weniger auch 2 e. vor dasjenige Spatium, das eben dieser mit der Geschwindigkeit v, in der Zeit t, nach einer uniformen Bewegung durchlauffen wird. Wir also hieraus schliessen können, daß, wann T = t, alsdann V : v = 2 E : 2 e. (per §. 147.)

§. 160. So wir nun das nach einer stets-zunehmenden Bewegung durchloffene Spatium so ansehen wollen, als wär es mit der zu Ende des Falls erlangten Geschwindigkeit, nach einer stets-gleichbleibenden Bewegung durchloffen worden, müssen wir nur die Helffte der Zeit nehmen, und also $\frac{T}{2}$ vor diejenige Zeit halten, die der Cörper angewandt hat, das Spatium E, mit der uniformen Geschwindigkeit V, zu durchlauffen. Dann es wird das Spatium allezeit einerley bleiben, es mag dasselbige in der Zeit $\frac{T}{2}$, mit der Geschwindigkeit V, nach einer uniformen Bewegung, oder in der ganzen Zeit T, mit der ebenfalls als uniform angesehenen Geschwindigkeit $\frac{V}{2}$ durchloffen worden seyn, wie im 157. §.; Weilen wir so wohl in dem einen als andern Fall finden werden, daß $\frac{TV}{2} = E$, und hieraus schliessen, daß $\frac{V}{2} = \frac{E}{T}$.

Ein Cörper, der mit eben der Geschwindigkeit, die er zu Ende seines Falls erlangt hat, zurück getrieben worden, muß im Steigen eben die Höhe wieder erreichen, von welcher er herab gefallen.

§. 161. Es ist hierbey mit zu bemerken, daß, wann ein von einer gewissen Höhe herunter gefallener Cörper, mit der zu Ende seines Falls erlangten Geschwindigkeit, von unten wieder in die Höhe zurück getrieben würde, selbiger in eben der Zeit, in welcher er herunter gefallen, wieder dahin gelangen müßte, wo er hergekommen, und nicht weniger auch die im Herunterfallen erlangten gleiche *Grade* der Geschwindigkeit, in gleichen *Momentis* seines Steigens wiederum verliehren würde; Weilen die Action seiner Schwehre, die Geschwindigkeit im Steigen nach eben derjenigen Proportion verringert, nach welcher sie selbige im Herunterfallen vermehret hat, und also in dem Augenblick, da der Cörper in demjenigen Punct, aus welchem er gegangen, wieder angelangt, die Geschwindigkeit völlig aufgehoben seyn wird. Welches eben diejenige Bewegung ist, die die abnehmende Bewegung, oder der *Motus retardatus* genennet wird.

Die durchloffene Spatia verhalten sich unter sich selbst, wie die Quadrata derer Zeiten.

§. 162. Weilen in der uniform-zunehmenden Bewegung, die zu Ende zweyer verschiedentlichen Zeiten erfolgten Geschwindigkeiten sich unter sich verhalten, wie eben diese Zeiten, (§. 155.) oder, weilen $V : v = T : t$, oder auch: $\frac{V}{2} : \frac{v}{2} = T : t$, und $\frac{V}{2} = \frac{E}{T}$, desgleichen $\frac{v}{2} = \frac{e}{t}$ (§. 129.) alsdann hieraus schliessen, daß $\frac{E}{T} : \frac{e}{t} = T : t$, vermöge dessen die Æquation $\frac{Et}{T} = \frac{eT}{t}$ formiren, und solche durch Aufhebung ihrer Brüche deutlicher machen, nemlich also: $Ett = eTT$, und abermahlen aus dieser wieder folgern, daß $E : e = TT : tt$; So ersehen wir überhaupt hieraus, daß bey der *uniform*-zunehmenden Bewegung, die von einem Cörper, von verlassener Ruhe an, in zweyen verschiedentlichen Zeiten durchloffene *Spatia* sich unter sich verhalten, wie die *Quadrata* eben dieser Zeiten.

Fig. 61.

§. 163. Wann dannenhero ein bewegter Cörper von dem Augenblick an, da er den Ort der Ruhe A. verlassen, im Fall begriffen, und während einer Secunde das Spatium AB, während 2. Secunden, das Spatium AC, während 3. Secunden, das Spatium AD, während 4. Secunden, das Spatium AE. durchlaufft, so ersehen wir, daß $AB : AC = 1 : 4$, desgleichen, daß $AC : AD = 4 : 9$, wie nicht weniger, daß $AD : AE = 9 : 16$, und dann auch, daß $AC : AE = 4 : 16$, und so auch mit andern.

§. 164. Nehmen wir nun das in jeder Secunde durchloffene Spatium auch jedes insbesondere, werden wir finden, daß das erste = 1, das andere = 3, das dritte = 5, das vierdte = 7, das fünffte = 9, und beständig so fort nach der Ordnung derer unpaarweiß steigenden Zahlen, nemlich: 1, 3, 5, 7, 9.

Fig. 62.

§. 165 Hat nun ein bewegter Cörper in denen Zeiten t, T, die Spatia FG. und FI. durchloffen, und wir wollten gern die Verhältniß derer angewandten Zeiten, oder die Verhältniß derer in denen Puncten G. und I. erlangten Geschwindigkeiten, in Erfahrung bringen, müssen wir den Semi-Circulum FHI. beschreiben, und die Perpendicular-Linie GH. aufrichten, damit wir die zwischen denen beyden Linien FG. und FI. gesuchte mittlere Proportional-Linie FH. bekommen, so gibt die Verhältniß, die zwischen FG. und FH. angetroffen wird, eben diejenige Verhältniß an, die zwischen t. und T. oder zwischen v. und V. enthalten; Weilen die drey Linien FG, FH, FI. in Proportione continua stehen, und also die Analogie $FG : FI = \overline{FG}^2 : \overline{FH}^2$, entspringt; Da wir nun auch wissen, daß $FG : FI = tt : TT$, so ersehen wir ebenfalls, daß $\overline{FG}^2 : \overline{FH}^2 = tt : TT$, oder daß $FG : FH = t : T$; Folglich auch, daß $FG : FH = v : V$.

General Regul, oder allgemeine Formul vor die stets-zunehmende Bewegung.

§. 166. Da nun die Action der Schwehre oder die stets-zunehmende Kräfte, die den Cörper gegen das Centrum der Erde fortstossen, beständig, so wie die Geschwindigkeiten anwachsen, die jene eben causiren, so folgern wir hieraus, daß $F : f = V : v$; Folglich also auch $Fv = fV$, welches, wann es wieder mit der Æquation: $Ett = eTT$ multiplicirt wird, angibt, daß $FvEtt = fVeTT$. Dannenhero gar füglich als die erste General-Regul der beständig-zunehmenden Bewegung, die die Kräfte, die Geschwindigkeiten, die Spatia und die Quadrata derer Zeiten in sich faßt, angesehen werden kan.

§. 167.

§. 167. Weilen wir nun einmahl die Gewißheit besitzen, daß $F : f = V : v$, (§. 166.) also nicht weniger auch davon, daß $F : f = T : t$, folglich $Ft = fT$, welches, wann es wieder mit $Vt = vT$ multiplicirt wird, die Æquation $FVtt = fvTT$ vorstellig macht; So haben wir an dieser wieder eine andere allgemeine Regul, deren wir uns so wohl als der ersten im folgenden bedienen werden, alles dasjenige zu entdecken, was denen Cörpern, die von Planis inclinatis oder abhangenden Flächen herunter rollen, zugeeignet werden kan.

§. 168. Da wir nun auch noch (aus dem vorher gegangenen Paragrapho) wissen, daß $V : v = T : t$, so muß nothwendig auch gewiß seyn, daß $VV : vv = TT : tt$; Setzen wir aber in der (§. 162.) beygebrachten Proportion: $E : e = TT : tt$, an die Stelle derer Quadrate derer Zeiten, die Quadrata derer Geschwindigkeiten, werden wir finden, daß $E : e = VV : vv$. Woraus dann zu ersehen, daß die durchloffenen *Spatia* sich unter sich verhalten, wie die *Quadrata*, derer zu Ende eben dieser *Spatiorum* erlangten Geschwindigkeiten.

§. 169. Extrahiren wir nun aus der Proportion: $E : e = VV : vv$, Radicem quadratam, so erhalten wir solche also: $\sqrt{E} : \sqrt{e} = V : v$. Woraus dann abermahlen zu ersehen, daß wir bey der *uniform* zunehmenden Bewegung, die zu Ende zweyer durchloffenen verschiedentlichen Höhen erlangten Geschwindigkeiten, durch die *Quadrat*-Wurzel eben dieser durchloffenen *Spatiorum exprimi*ren können.

Die erlangten Geschwindigkeiten verhalten sich, wie die Quadrat-Wurzeln derer durchloffenen Spatiorum.

§. 170. Weilen nun auch bekannt, so wir nemlich die stets-zunehmende Bewegung auf eine uniforme Bewegung reduciren, und anbey die Zeiten einander gleich sind, daß $V : v = 2E : 2e$, (§. 159.) so folgt dannenhero, daß $\sqrt{E} : \sqrt{e} = 2E : 2e$.

§. 171. Da nun die Quantitas motus, oder die Krafft zweyer unterschiedlichen Cörper, durch das Product ihrer Massen $M$, $m$, in ihre Geschwindigkeiten $V$, $v$, exprimirt werden soll, (§. 85.) so folgt, daß, wann diese Geschwindigkeiten nach einer stets-zunehmenden Bewegung entsprungen, indem nemlich die Cörper, nach verlassener Ruhe, die Spatia $E$, $e$ durchloffen haben, und überdem $\sqrt{E} : \sqrt{e} = V : v$, nothwendig auch $M\sqrt{E} : m\sqrt{e} = MV : mv$. Woraus zu ersehen, daß, wann zwey Cörper von zweyen verschiedentlichen Höhen herab gefallen sind, man die Verhältniß derer Kräffte dieser Cörper, oder ihre *Quantitates motus*, alsobald ausfindig machen kan, wann man nur eines jeden seine *Massam* mit der Wurzel derjenigen Höhen, mit welchen sie herunter gefallen, *multiplici*ret.

§. 172. Verschiedene berühmte Mathematici haben eine ziemliche Anzahl Experimenten angestellt, um in Erfahrung zu bringen, was vor eine Höhe, ein Cörper in einer determinirten Zeit, von der verlassenen Ruhe an, durchlaufft, wann er frey in der Lufft fällt. Galileus hat gefunden, daß eine bleyerne Kugel in der ersten Secunde 12. Schuh durchlaufft, Pater Sebastian, und *Monf. Mariotte* hergegen, daß eben dergleichen Kugel deren 13. durchwandert. Monsieur *de la Hire* will, vermöge seiner Experimenten, die er auf dem Observatorio gemacht, daß selbige deren 14. absolviret, und endlich verlangt Monsieur *Hugenius*, vermöge seiner angestellten Experimenten, daß eine Kugel in der ersten *Secunde* 15. Schuh durchlaufft. Welches auch des Herrn *Neutons* Meynung ist, von welcher es scheinet, daß ihr überhaupt am meisten gefolget worden, und in der That auch diejenige ist, die sich zur Theorie am besten schicket, wie ich solches zu Ende dieses Capitels darthun werde. Derohalben wir dann solche auch, bey allen denenjenigen Calculis, die sich auf das Fallen derer Cörper beziehen, als ein gewisses Principium ansehen wollen, und also gar füglich eine *uniforme* Geschwindigkeit von 30. Schuhen auf eine *Secunde*, also ansehen können, als sey sie von einem Cörper zu Ende seines Falls entsprungen, der eine Höhe von 15. Schuhen herunter gefallen.

Angestellte Experimenta, dasjenige Spatium zu erforschen, welches ein Cörper nach verlassener Ruhe in einer Secunde durchlaufft.

§. 173. Die meisten von denenjenigen, die nur bloß mit ihren Sinnen von Sachen Urtheile fällen wollen, stehen in der Einbildung, daß unter zweyen Cörpern, die an Schwehre einander ungleich sind, und die man aus einerley Ort, wo sie beyde ruhen, zugleich frey in der Lufft herunter fallen läßt, der schwehreste von ihnen seinen Fall mit einer grössern Geschwindigkeit verrichten müßte, als der andere, aus der einigen Ursach, weilen er mehr Schwehre besitzet. Ob es mir nun schon leicht fallen sollte, durch eine vernünfftige Erklärung die Unrichtigkeit dieser Meynung darzuthun, so will ich doch nur so viel gedenken, daß die Erfahrung das Gegentheil weiset, indem zu vielen mahlen die Probe angestellt, und gefunden, daß, wann man von einer Höhe von 10. biß 12. Toisen auf einem Augenblick zugleich eine Büchsen-Kugel und eine Canonen-Kugel von 24. Pfund habe herunter fallen lassen, selbige um ein geringes fast zu gleicher Zeit, die Erde erreicht haben, worinnen auch alle Gelehrte mit einander übereinstimmen; Es ist wohl an dem, daß, wann man eine hölzerne Kugel, und eine eben dergleichen bleyerne von gleichem Diametro, aus einerley Ort, herunter fallen lässet, die erstere nicht so geschwind herab fället, als

In dem Vacuo bewegen sich alle Cörper mit gleicher Geschwindigkeit gegen das Centrum der Erden.

als die andere, weilen, da diese, in Absicht auf ihre Masse, mehreren Innhalt besitzet, als die andere in Absicht auf die Ihrige, die hölzerne Kugel von Seiten der Lufft, eine grössere Resistenz antrifft, als die bleyerne; Hergegen sie aber im Vacuo, mit einerley Geschwindigkeit herab fallen müssen. Massen die von dem Mr. Newton mit der grösten Vorsorge unternommene Experimenta, gewiesen haben, daß sich der geringste Pflock von einer Pflaumen-Feder, von der Höhe eines langen Recipientens, mit eben solcher Geschwindigkeit herunter stürzet, als eine bleyerne Kugel. Abstrahiren wir nun von der Resistenz der Lufft, so können wir auch behaupten, daß in allen Cörpern einerley Vis acceleratrix, oder einerley zunehmende Kraft befindlich sey.

Anwendung derer Reguln von der zunehmenden Bewegung auf verschiedentliche Exempel.

§. 174. Da wir nun voraus gesetzt, daß ein Cörper in der ersten Secunde 15. Schuh durchlaufft, nicht weniger auch, daß sich die Spatia unter sich verhalten, wie die Quadrata derer Zeiten, (§. 162.) und wir wollten gern wissen, was vor ein Spatium eben dieser Cörper in 5. Secunden durchlauffen würde, müssen wir folgenden Schluß machen: Wann das Quadrat von einer Secunde vor das durchloffene Spatium 15. Secunden angibt, was wird das Quadrat von 5. Secunden vor das gesuchte Spatium geben? Werden wir finden, daß es 375. Schuhe beträgt.

§. 175. Desgleichen, wann wir diejenige Zeit wissen wollten, die ein Cörper braucht, eine Höhe von 240. Schuhen, nach verlassener Ruhe, fallend zu durchlauffen, müssen wir schliessen: Wie sich das Quadrat von 15. Schuhen zum Raum von 240. Schuhen verhält, also verhält sich auch das Quadrat von einer Secunde, zum Quadrat der gesuchten Zeit. Da wir dann vor diese letztere die Zahl 16. erhalten, und aus ihrer extrahirten Wurzel ersehen werden, daß der Cörper 4. Secunden Zeit zubringt, das gegebene Spatium zu durchlauffen.

§. 176. Wollten wir nun auch allenfalls die uniforme oder stets-gleichbleibende Geschwindigkeit eines Cörpers, nach Secunden, in Erfahrung bringen, und zwar nach derjenigen Geschwindigkeit, die er während seines Fall von einer Höhe von 6. Schuhen erreichet hat, dürffen wir nur in Erwegung ziehen, daß ein Cörper nach einer stets-gleichbleibenden Bewegung, und mit derjenigen Geschwindigkeit, die er im Fall von einer gewissen Höhe erlangt hat, vermögend ist, ein doppelt so grosses Spatium zu durchlauffen, als dasjenige gewesen, das er in eben der Zeit durchwandert hat, um nur den Grad dieser Geschwindigkeit zu erreichen. (§. 158.) Folglich also, wann ein Cörper, in einer Secunde, mit einer zunehmenden Bewegung, ein Spatium von 15. Schuhen durchlaufft, selbiger nothwendig, in eben der Zeit, mit einer uniformen Bewegung, ein Spatium von 30. Schuhen durchlauffen muß. (§. 169.) Nennen wir also das gesuchte Spatium $X$, so haben wir folgenden Proportions-Satz: $\sqrt{15} : 30 = \sqrt{6} : X$; Der alsdann, wann wir nemlich die Wurzel-Zeichen, durch die Quadrirung derer andern Terminorum wegbringen, folgende Gestalt bekommt: $15 : 900 = 6 : XX$, und also vor den vierdten Terminum oder vor das Æquale von $XX$. die Zahl 360. angibt, deren ihre extrahirte Quadrat-Wurzel anzeigt, daß derjenige Raum, den der Cörper in jeder Secunde, nach einer uniformen Bewegung, und mit derjenigen Geschwindigkeit, die er von einer Höhe von sechs Schuhen fallend erlangt hat, durchlauffen wird, 18. Schuh, 11. Zoll, 8. Linien beträget.

§. 177. Gesetzt nun, daß ein Cörper mit einer uniformen Geschwindigkeit 10. Schuh in einer Secunde durchlaufft, so fragt sichs, von was vor einer Höhe der Cörper herunter fallen muß, damit er zu Ende seines Falls diesen Grad der Geschwindigkeit erreichet oder besitzet?

Da nun eine uniforme Geschwindigkeit von 30. Schuhen auf eine Secunde, durch den Fall von einer Höhe von 15. Schuhen zu erhalten stehet, (per §. 172.) und uns überdem auch schon bekannt ist, daß die uniformen Geschwindigkeiten sich unter sich verhalten, (wann nemlich die Zeiten einander gleich sind) wie die Quadrat-Wurzeln derjenigen Höhen, die ein Cörper durchwandern müsse, um eben diese Geschwindigkeiten zu erlangen, (§. 169. und 170.) und wir nennen dannenhero die gesuchte Höhe $X$, formiren folgenden Schluß: $30 : \sqrt{15} = 10 : \sqrt{X}$, quadriren diese 4. Terminos, damit wir solche auf diese Art; $900 : 15 = 100 : X$ erlangen, so bekommen wir, vermöge derselben, 1. Schuh, 8. Zoll, vor die obige gesuchte Höhe.

## Von denen auf abhängigen Flächen herab-rollenden wichtbahren Cörpern.

§. 178. Wann schwehre Cörper von abhängigen Flächen herunter rollen, damit sie dahin zu liegen kommen, wo es am niedrigsten ist, so verrichten sie solches zwar mit einer stets gleichzunehmenden Bewegung, aber keinesweges mit solcher Geschwindigkeit,

als

als sie frey in der Lufft fallen, weilen die Action ihrer Schwehre, oder die Action derjenigen Kräfte, die sie fortstossen, und in Bewegung bringen, um so viel geringer ist, als diejenige, vermöge welcher sie perpendiculair fallen, und zwar nach der Verhältniß der absoluten oder würklichen Schwehre des Cörpers, zu der dermahligen gebundenen oder relativen Schwehre.

Zum Exempel: Wann wir den auf die abhängige Fläche A C. gestellten Cörper P. nehmen, und stellen uns dabey vor, als exprimirte die Diagonal-Linie I K, die absolute oder würkliche Schwehre dieses Cörpers, oder diejenige Kraft, die den Cörper nach der natürlichen Direction fortstößt, und die Seiten I L. und I M. exprimirten diejenigen Kräfte, die mit ihrer gesamten Action, eben den Effect thun, als I K. ganz allein; Erwegen zugleich, daß, weilen diese letztere I K, eine *Vis acceleratrix*, oder zunehmende Kraft ist, die andern beyde I L. und I M. nothwendig auch Vires acceleratrices seyn müssen. Wie nun aber hier die Kraft I L, von solcher Beschaffenheit gefunden wird, daß sie nach ihrer Direction, weilen sie auf die abhangende Fläche perpendiculair fällt, die Resistenz nicht zu überwältigen vermag, so ersehen wir hieraus, daß bloß allein die Kraft I M, nach ihrer mit dem Plano parallel-lauffenden Direction, das Niedersteigen des Cörpers in einer zunehmenden Bewegung würket, jedoch aber mit einer bey jedem *Momento* des Niedersteigens geringern Geschwindigkeit, als nach einer *verticalen Direction*, nemlich in eben der Verhältniß, wie sich *I M.* zu *I K.* oder wie sich *A B.* zu *A C.* (§. 94.) verhält. Bey welcher Verhältniß es dann in jedem *Punct*, wo sich der Cörper im Heruntersteigen befindet, beständig verbleibet. Fig. 63.

Wir wollen dannenhero die Höhe unserer vor uns habenden abhängenden Fläche A B C, H nennen, ihre Länge, oder das vom Cörper durchwanderte Spatium, E, die hierzu angewandte Zeit, T, und diejenige Geschwindigkeit, die der Cörper zu Ende dieses Spatii besitzet, V, endlich seine absolute oder würkliche Kraft F. benahmen, so bekommen wir folglich vor seine relative oder gebundene Kraft $\frac{F\,H.}{E}$ Fig. 63. 64. und 65.

Wir wollen nicht weniger auch die Höhe und Länge einer andern abhangenden Fläche D G I, die mit dem Cörper Q. correspondirende Zeit, Geschwindigkeit und absolute Kraft, mit diesen denen erstern ähnlichen Buchstaben h, e, t, v, f benennen, so ist folglich dieses Cörpers Q. seine relative oder gebundene Kraft $= \frac{f\,h.}{e}$

§. 179. Da nun diese erste General-Formul: $FvEtt = fVeTT$ angiebet, aus welcher wir wissen, daß $Fv = fV$. (per §. 166.) so müssen wir dannenhero diese beyden Producta aus einem Membro Æquationis in das andere hinüber setzen, (nemlich also: $fVEtt = FveTT$. damit, wenn wir in dieser General-Formul die gemäßigten Valores von F und f substituiren, die beyden Grössen E und e sich nicht aufheben; Substituiren wir alsdann würklich, und streichen $Fv$ und $fV$ aus, so kommt: $hEEtt = HeeTT$. Substituiren wir hierauf in der andern General-Formul: $FVtt = fvTT$ wiederum das nemliche, und streichen $Ft = fT$ aus, (per §. 167.) translociren abermalen $Vt = vT$, so kommt: $hVEt = HveT$.

Sie können mithin auf gleiche Weise gebraucht werden, wie wir uns die Reguln von der uniformen Bewegung zu nutz gemacht haben, ich will sagen, wir können anfänglich aus ihnen eben so viele General-Analogien heraus ziehen, als so viele Radices sie in sich begreiffen, hernachmahls wird er eben so viele besondere Analogien daraus herleiten, als so viele verschiedentliche Suppositiones sich anstellen lassen.

§. 180. Die erste Regul heißt dann also: $hEEtt = HeeTT$; die andere: $hVEt = HveT$.

Die General-Analogien der ersten Regul sind folgende: 1.) $H : h = EEtt : eeTT$. 2.) $\sqrt{H} : \sqrt{h} = Et : eT$. 3.) $E : e = T\sqrt{H} : t\sqrt{h}$. 4.) $T : t = E\sqrt{h} : e\sqrt{H}$.

Nemlich, es ist so zu verstehen, daß beym Fallen derjenigen Cörper, die von gefälligen abhangenden Flächen nach derselben Länge herunter rollen, die erste Analogie so viel anzeigt, wie die Höhen dieser abhängigen Flächen, oder die Höhen des Falls, allzeit mit denen Quadraten derer directe genommenen Spatiorum oder Längen dieser Flächen, und mit denen Quadraten derer reciproce genommenen Zeiten, in Relatione composita stehen. Auf gleiche Art können nun auch die andern Analogien in Worten exprimirt werden.

§. 181. Die General-Analogien der andern Regul sind folgende: 1.) $H : h =$

V E t : v e T. 2.) E : e = H T v : h t V. 3.) T : t = E V h : e v H. 4.) V : v = H T e : h t E.

Die erste zeigt abermahlen so viel an, daß die Höhen derer abhangenden Flächen, directe mit denen Spatiis und Geschwindigkeiten, und reciproce mit denen Zeiten in Relatione composita stehen. Die wörtliche Erklärung derer übrigen Analogien gehe ich annoch vorüber.

Fig. 65. §. 182. So wir nun, was die Special-Analogien anbelangt, in der ersten Regul supponiren, daß H = h, so folgt, daß E E t t = e e T T, oder so wir auf einer Seiten, wie auf der andern Radices extrahiren, daß E t = e T. Woraus wir von neuen die Folgerung schliessen, daß T : t = E : e, und dabey gewahr werden, daß, wann zwey abhangende Flächen *A C.* und *A I* einerley Höhe haben, die Zeiten sich verhalten, wie die in eben diesen Zeiten durchwanderte Längen derer abhangenden Flächen, sich unter sich verhalten.

Fig. 65. und 66. Wie nun diese Folgerung allgemein ist, es mögen die Längen derer abhangenden Flächen beschaffen seyn, wie sie wollen, so ersehen wir hieraus, daß, wann die erste abhangende Fläche A C. weit steiler, wie wir hier A K. oder A B. haben, diese Analogie annoch völlig statt findet, nemlich, daß die Zeiten des Herniedersteigens von A. in B. und von A. in I, sich unter sich verhalten, wie A B. zu A I.

Fig. 66. §. 183. Es folgt also, daß, wann wir nur eine einige abhangende Fläche haben, die Zeit des Herniedersteigens nach der Höhe, sich zur Zeit des Herniedersteigens nach der Länge verhalten muß, wie sich die Höhe *F H.* zur Länge *F G.* verhält.

§. 184. Ist nun in der ersten Regul T = t, so folgt, daß H : h = E E : e e, oder daß $\sqrt{}$ H : $\sqrt{}$ h = E : e. Woraus zu ersehen, daß, wann die Zeiten des Herniedersteigens einander gleich sind, die Höhen derer abhangenden Flächen sich unter sich verhalten, wie die Quadrata ihrer Längen, oder daß die Quadrat-Wurzeln derer Höhen sich unter sich verhalten, wie die Längen derer abhangenden Flächen; Dannenhero, wann eine oder die andere von diesen beyden Analogien vorfällt, die Zeiten also einander gleich seyn müssen.

§. 185. Wär nun in eben dieser Regul E = e, so folgt, daß H : h = t t : T T, oder daß T : t = $\sqrt{}$ h : $\sqrt{}$ H, das ist: Wann die durchwanderten Längen derer abhangenden Flächen einander gleich sind, ihre Höhen mit denen Quadraten derer Zeiten in Relatione reciproca, und die Zeiten mit denen Quadrat-Wurzeln derer Höhen ebenfalls in Relatione reciproca stehen.

§. 186. Desgleichen, wann in der andern Regul: T = t, so folgt, daß H : h = V E : v e, und da wir aus dem vorhergegangenen (§. 184.) gewahr worden, daß H : h = E E : e e, so folgt auch, daß V E : v e = E E : e e, oder daß V : e = E : e. Das ist: Wann die Zeiten einander gleich sind, die Geschwindigkeiten sich unter sich verhalten, wie die durchwanderten Längen derer abhangenden Flächen, ihre Höhen mögen beschaffen seyn, wie sie wollen.

§. 187. Supponiren wir nun auch in der andern Regul, daß, H = h, so folgt, daß V E t = v e T; Wie wir nun aber auch in dem 182. §., da wir ebenfalls supponirt, daß H = h, gefunden, daß E t = e T, und wir löschen in der Æquation V E t = v e T, die gleichen Grössen E t und e T. aus, bleibt V = v übrig, woraus dann zu ersehen, daß, wann zwey abhangende Flächen *A C* und *A I* einerley Höhe *A B* haben, die nach der Länge dieser abhangenden Flächen zu Ende derselben erlangten Geschwindigkeiten einander gleich seyn müssen.

Fig. 65. §. 188. Wie nun auch diese Folgerung vor alle diejenigen Flächen, die von einerley Höhe, und nach gefälligen Längen anzunehmen stehen, allgemein ist, und wir supponiren hier ebenfalls, wie im 182. §., als verkürzte sich die abhangende Fläche A C. immer mehr und mehr, biß sie endlich gar der verticalen Fläche A B. gleich würde, werden wir ebenermassen finden, daß eines beweglichen Cörpers zuletzt erlangte Geschwindigkeit, indem er von A. nach B. fält, derjenigen völlig gleich ist, die er erlangt, wann er aus A. nach

Fig. 66. I. herabrollt. Dahero dann folgt, daß die letzte Geschwindigkeit, die ein Cörper erreicht, wann er nach der Länge einer abhangenden Fläche *F. G.* herabrollt, derjenigen Geschwindigkeit gleich seyn muß, die er erlangen würde, wann er von der Höhe *F H.* oder *K G.* eben dieser abhangenden Fläche frey herab fiel. Da wir nun aber (§. 169.) ersehen, daß die letztere Geschwindigkeit eines freyfallenden Cörpers, durch die Quadrat-Wurzel des durchwanderten Raums, exprimirt werden kan, so muß also diejenige Geschwindigkeit eines Cörpers, die er, wann er nach der Länge einer abhangenden Fläche von F. nach G. herunter rollet, erlangt, $\sqrt{FH}$ oder $\sqrt{KG}$ gleich seyn.

§. 189. Ist nun in der andern Regul E = e, so folgt, daß H : h = V t : v T.

Da

Da wir aber auch §. 185. gehabt haben, daß H : h = tt : TT, so folgt nicht weniger auch, daß Vt : uT = tt : TT, oder daß V : v = t : T. Das ist: Wann die Längen der abhangenden Flächen einander gleich sind, stehen die zuletzt erreichten Geschwindigkeiten mit denen Zeiten, in Relatione reciproca, die Höhen dieser Flächen mögen seyn wie sie wollen.

§. 190. Wann die beyden abhangenden Flächen AC und DI, mit ähnlichen Trianguln correspondiren, so haben wir diesen Satz: H : h = E : e, folglich ist He = hE. Thun wir nun aus der ersten Regul diese beyden gleichen Grössen weg, so bleibt noch übrig: Ett : = eTT, woraus wir wiederum folgern, daß E : e = TT : tt. Welches so viel anzeigt, daß, wann sich die Höhen derer abhangenden Flächen unter sich verhalten, wie ihre Längen, so verhalten sich auch die durchwanderten Spatia, wie die Quadrata derer Zeiten. Fig. 63. und 64.

§. 191. Machen wir nun eben diese Supposition wieder bey der andern Regul, so verändert sie sich in folgende: Vt = vT, und gibt an, daß T : t = V : v, oder daß TT : tt = VV : vv, oder, daß E : e = VV : vv. Woraus dann zu ersehen, daß, wann die Höhen derer abhangenden Flächen sich unter sich verhalten, wie ihre Längen, die durchwanderten Spatia sich auch verhalten, wie die Quadrata derer letztern Geschwindigkeiten.

§. 192. **Es folgt hieraus also, daß ein auf einer abhangenden Fläche herabrollender Cörper, solche *Spatia* F G. und *F I* durchlaufft, die sich unter sich verhalten, wie die *Quadrata* derer Zeiten, die zum Durchlauffen sind angewandt worden, oder wie die *Quadrata* derer bey denen Puncten G und *I.* erlangten Geschwindigkeiten;** Weilen eben diese Spatia nichts anders sind, als die Längen derer abhangenden Flächen F G, und F I, deren Höhen F M. und F N. mit ihnen in Proportion stehen. Woraus zu ersehen, daß die Bewegung eines auf einer abhangenden Fläche herabrollenden Cörpers, eben die Analogie oder eben diesen Proportions-Satz angibt, als wann er frey in der Lufft herab fiel. (§. 162.) Fig. 67.

§. 193. **Folglich, wann wir den Semi-Circulum F H I. beschreiben,** die Perpendicular-Linie G H. aufrichten, und die Linien F H. und H I. ziehen, mithin vermöge der Eigenschafft des rechtwinklichten Trianguls, die erste Linie F H, die mittlere Proportional-Linie zwischen denen beyden Linien F G. und F I. ist, so müssen die beyden Linien F G. und F H, in eben der Verhältniß stehen, wie die zum Durchlauff derer Spatiorum F G, und F I. angewandten Zeiten, oder wie die bey denen Puncten G. und I. erlangten Geschwindigkeiten. (§. 165.)

§. 194. Da nun H I ebenfalls die mittlere Proportional-Linie ist, zwischen denen beyden Linien G I. und F I., und der Cörper hätte etwan in der ersten Zeit, das Spatium F I, und in der andern Zeit, das Spatium G I. durchwandert, so müssen die zu Ende dieser beyden Spatiorum beym Punct I. erlangten letzten Geschwindigkeiten sich verhalten, wie sich I H zu I G verhält.

§. 195. **Wann ein Cörper, indem er aus dem Ruhe-*Punct F.* frey herab fällt, während seines Heruntersteigens, ein solches *Spatium F I* durchwandert, welches zu der Höhe *F G.* und zu der Länge *F H* einer abhangenden Fläche, die dritte *Proportional* Länge ausmacht, so sag ich, daß die Zeit des Herniedersteigens nach der *Vertical*-Linie *F I*, der Zeit des Herniedersteigens längst der abhangenden Fläche *F H*, gleich seyn muß.** Fig. 62.

Man ziehe nur in Erwegung, daß, wann die Linie F H, die mittlere Proportional-Linie zwischen F G. und F I. ist, die Linien F G. und F H. diejenigen Zeiten exprimiren können, die der bewegte Cörper im Durchlauff derer Spatiorum F G und F I. zugebracht hat. (per §. 193.) Da nun aber die Zeit des Herniedersteigens eines Cörpers nach der Höhe einer abhangenden Fläche, sich zur Zeit des Herniedersteigens nach ihrer Länge verhält, wie sich die Höhe dieser Fläche zu ihrer Länge verhält, (per §. 183.) so ersehen wir, daß, da die Linie F G, die Zeit des Herniedersteigens nach der Höhe der abhangenden Fläche nicht so wohl exprimiren kan, daß nicht alsobald auch die Linie F H, die Zeit des Herniedersteigens nach der Länge dieser Fläche exprimiren muß, folglich auch die Zeiten des Herniedersteigens nach der Länge der abhangenden Fläche, und nach der Länge der Vertical-Linie F I, völlig einander gleich seyn müssen.

§. 196. Da nun die Linie F H, anders nicht die mittlere Proportional-Linie zwischen F G. und F I. seyn kan, sie muß dann im Punct H, die Circumferenz eines Semi-Circuli berühren, der die Länge F I, zum Diametro hat, so ersehen wir eben hieraus, daß, **wann eine von der einen *Extremität* dieses *Diametri* gezogene *Chorda F H*, eine abhängige Fläche vorstellet, und anbey uns unter dem *Diametro*, eine *verticale* Fläche einbilden, die Zeit des Herniedersteigens eines Cörpers nach der Länge der *Chorda F H*, der Zeit des Herniedersteigens nach der Länge des *Diametri F I*, völlig gleich seyn muß.** Besondere Eigenschaft des Circuls.

Fig. 68.

§. 197. Wie nun die Eigenschaft des Circuls vor alle diejenigen Chorden F A, F B, F C, F D, F H allgemein ist, die, indem sie die Extremität des verticalen Diametri, F, berühren, lauter abhangende Flächen vorstellen, so folgt, daß die Zeit des Herniedersteigens eines Cörpers nach der Länge einer jeden von diesen abhangenden Flächen, mit der Zeit des Herniedersteigens nach der Länge des *Diametri*, einerley seyn muß, nothwendig also auch, die Zeiten des Herunterfallens nach der Länge aller dieser abhängigen Flächen insbesondere einander gleich seyn müssen.

Es folgt noch ferner, daß, wann man aus der andern Extremität des Diametri, I, so viele Linien ziehet, als gefällig seyn mag, nemlich: I A, I B, I C, I H, I D, diejenigen Cörper, die aus denen *Puncten D, H, F, A, B, C,* in einem Augenblick ausgeben, indem sie nach der Länge der vorhergegangenen als abhangende Flächen angesehenen *Chorden* herunter rollen, insgesamt auf einem Augenblick im *Punct I.* eintreffen müssen.

Es ist also noch zu untersuchen übrig, was bey denenjenigen Cörpern vorfällt, die nach der Länge verschiedener einander berührenden abhangenden Flächen herunter fallen, damit wir uns hieraus dienliche Erkänntnisse zuwege bringen, gewisse zur Bewegung des Gewässers gehörige Fälle, mit mehrerer Vollkommenheit abzuhandeln, als bißher noch geschehen.

Fig. 69. und 70.

§. 198. Wir stellen uns also hier unter denen Linien AB und BC, dergleichen Plana inclinata contigua oder einander berührende abhangende Flächen vor, da nach der Länge derselben ein Cörper, indem er von dem Punct A. ausgehet, herunter fällt; Worbey es dann darauf ankommt, diejenige Geschwindigkeit zu *determiniren*, die der Cörper beym *Punct* C. besitzen wird, und zwar in Vergleichung derjenigen Geschwindigkeit, die er haben würde, wann er nach der *Vertical*-Linie *A* G. herunter fiel.

Untersuchte Bewegung derjenigen Cörper, die längst verschiedenen einander berührenden Flächen herunter fallen.

Wir führen also aus dem Punct A. die Horizontal-Linie A F, welche die verlängerte abhangende Fläche C B. in F. durchschneidet, beschreiben auf B F, als dem Diametro, den Semi-Circulum F N B, verlängern alsdann auch die Fläche B A, biß sie die Circumferenz im Punct N berühret, lassen aus diesem Punct die Perpendicular-Linie N E. herunter fallen, und beschreiben hierauf die rechtwinklichten, und einander ähnlichen Parallelogramma E M. und L D.

Nehmen wir nun die Diagonal-Linie B K, und exprimiren durch selbige diejenige Geschwindigkeit, die der von A. nach B. fallende Cörper beym Punct B. erlangt, so ist gewiß, daß diese Geschwindigkeit von eben solcher Beschaffenheit, als wann sie aus dem Concursu zweyer beym Punct B. gesamt gegen den Cörper agirenden Kräfte entstanden, von denen die eine vermögend wäre, dem Cörper die Geschwindigkeit B D, nach der Direction E B, und die andere, die Geschwindigkeit B L, nach der Direction M B, beyzubringen; Da nun aber diese letztere nach einer mit der Fläche perpendiculairen Direction agirende Kraft, die Resistenz hier nicht zu überwältigen vermag, so bleibt diesem Cörper nichts übrig, als die Impression oder der Nachdruck derjenigen die Geschwindigkeit B D nach der Direction E B zu würken vermögenden Kraft. Folglich verhält sich die Geschwindigkeit, die der Cörper beym Punct B erlangen wird, wann er nemlich von A. nach B herunter fällt, und der Direction B K folgen soll, zu derjenigen Geschwindigkeit, die ihm das Begegnen der Fläche B C, zufolg der Direction E C, hierzu annoch übrig läßt, wie sich B K zu B D, oder wie sich B N zu B E verhält. (per §. 178.)

Da nun die Linie F A horizontal ist, so muß die Geschwindigkeit, die der Cörper erlangen wird, wann er zufolg der Direction der abhangenden Fläche F B, von F in B herabrollt, derjenigen Geschwindigkeit gleich seyn, die er erlangen wird, wann er von A in B herab fällt, weilen diese beyden Flächen einerley Höhe haben; (§. 187.) Folglich diese beyden Geschwindigkeiten zugleich durch die Linie B K exprimiret werden können.

Wir wissen, daß die Linie N B zwischen F B und E B, die mittlere Proportional-Linie ist; Wann nun der aus denen Ruhe-Puncten F und E ausgehende Cörper, die Spatia F B und E B in verschiedentlichen Zeiten durchlaufft, verhalten sich die Linien B N und B E unter sich, wie eben diese Zeiten, (per §. 193. und 194.) und weilen auch bekannt ist, daß B N : B E = B K : B D, so folgt, daß, wann der Cörper das Spatium F B durchwandern soll, um die Geschwindigkeit B K zu erlangen, selbiger das Spatium E B durchwandern muß, um die Geschwindigkeit B D zu erlangen. Ersehen also hieraus, daß die Geschwindigkeit, die ihm beym Punct B, um nun der Direction B C zu folgen, annoch übrig bleibt, nachdem er nemlich von A in B herunter gefallen, derjenigen gleich ist, die er erlangt haben würde, wann er aus E in B herab gerollt wäre: Und also die Geschwindigkeit, die der Cörper beym Punct C besitzt, nachdem er nemlich aus dem Punct A, längst denen einander-berührenden Flächen A B und B C herunter gefallen, mit derjenigen einerley seyn muß, die er in gedachtem Punct besitzen würde, wann er aus dem Punct E ausgegangen, und nur allein der Direction E C gefolgt hätte; Folglich also auch, wann er von der Höhe E. der abhangenden

genden Fläche E C. herunter gefallen wäre, eben diese Geschwindigkeit wieder statt haben muß.

§. 199. Nehmen wir nun die Linie B K vor den Sinum Totum an, so ist die Linie B D. der Sinus des Winkels B K D, oder des Sinus des ihme gleichen Winkels A B M, als dem Complemento des Winkels A B C. Dannenhero also folget, daß sich diejenige Geschwindigkeit, die der Cörper erlangt, während er aus *A* in *B* herunter fällt, zu derjenigen verhält, die er beym *Punct B* annoch übrig haben wird, um alsdann der *Direction B C* zu folgen, wie sich der *Sinus Totus* zum *Sinu* des *Complementi* desjenigen Winkels verhält, welchen die beyden einander berührenden Flächen untereinander *formi*ren.

§. 200. Wann wir nun gern in Erfahrung bringen wollten, von was vor einer Höhe ein Cörper frey in der Lufft herunter fallen müßte, daß er eine mit derjenigen gleiche Geschwindigkeit bekäm, die er in dem Fall erlangen würde, wann er längst verschiedenen abhängigen und einander berührenden Flächen A B, B C, C D herab fiel; So müssen wir, wie im vorhergegangenen, aus dem Punct A, die Horizontal-Linie A F ziehen, welche die verlängerten Flächen D C und C B, in F. und in G. durchschneidet; Alsdann auf G B, den Semi-Circulum G N B. beschreiben, die Fläche A B. biß in N. verlängern, und aus N. die Perpendicular-Linie N E herab fallen lassen, so werden wir den Punct E vor uns haben, aus welchem der Cörper herab fallen müßte, um beym Punct B, zufolg der Direction E B, eben diejenige Geschwindigkeit zu erlangen, die er, wann er von A in B. herab fiel, besitzen würde, oder um beym Punct C, zufolg der Direction der abhangenden Fläche E C, eben die Geschwindigkeit zu erlangen, die er besitzen würde, wann er längst denen beyden einander berührenden Flächen A B, B C, herunter gefallen wäre. (§. 198.) Fig. 71.

Aus dem Punct E. müssen wir nun auch wieder die Horizontal-Linie E I. ziehen, biß sie die Linie F D durchschneidet, alsdann den Semi-Circulum I H C: beschreiben, die Seite C E biß in H verlängern, und aus H. die Perpendicular-Linie H K herunter fallen lassen, so erhalten wir abermahlen den Punct K, aus welchen der Cörper herab fallen müßte, wann er während seines Herniedersteigens, zufolg der Direction K C, beym Punct C. diejenige Geschwindigkeit bekommen sollte, die er daselbst besitzen würde, so er von A. biß in C. herab gefallen wär, oder, wann eben dieser Cörper, während seines Herniedersteigens, zufolg der Direction K D oder K M, beym Punct D. eben diejenige Geschwindigkeit besitzen sollte, die er würcklich besitzen würde, wann er längst denen einander berührenden Flächen E C, C D, oder A B, B C, C D. herab gefallen wär.

Mons. Varignon ist der erste, der diese Materie in einer der Königlichen Academie derer Wissenschafften An. 1693. übergebenen Memoire gründlich abgehandelt, allwo er des Galilæi gehegten Irrthum entdeckt, der nebst verschiedenen andern, die nach ihm geschrieben, in denen Gedanken gestanden, als wär diejenige Geschwindigkeit, die ein Cörper erlangt, wann er längst verschiedenen abhängigen Flächen A B, B C, C D herab fällt, mit derjenigen einerley, die er alsdann erlangt, wann er frey von der Höhe A L herunter fällt, welches eben die Höhe des Ruhe-Puncts A übern Horizont M D ist, und insgesamt nichts weniger als darauf attentiret haben, daß die Geschwindigkeit, die der Cörper, während er die erste Fläche durchwandert, erlangt, durch das Begegnen der andern Fläche verringert oder geschwächt wird, und nicht weniger auch diejenige Geschwindigkeit, die er zu Ende der andern Fläche besitzet, dadurch wieder geschwächt wird, daß er die dritte Fläche antrifft, und also auch mit denen andern.

Da nun eine Superficies curva, oder eine krumme Fläche A M, gar füglich solchergestalt kan angesehen werden, als bestünd sie aus unendlich vielen Planis inclinatis contiguis, oder einander berührenden abhangenden Flächen, so können wir nicht sagen, daß sich die Geschwindigkeit eines nach der Länge einer solchen Fläche herniedersteigenden Cörpers, bey jedem Momento um einen gleichen Grad vermehret, sondern vielmehr nach einem Gesetz, welches der Krümme, worauf der Cörper hernieder steiget, eigenthümlich zukommt; Können also auch aus allem demjenigen, was wir von denen abhangenden Flächen beygebracht haben, keine Folgerung auf die Materie derer krummen Flächen herleiten, sondern, so wir ja etwas unter ihnen gemeinschafftliches entdecken, wird solches dannoch vermittelst eines Principii geschehen, das von dem vor das Planum inclinatum angegebenen Principio völlig abweichet. Fig. 74.

§. 201. **Wann ein von seiner eigenen Schwehre in Bewegung gebrachter Cörper, von einem *Plano inclinato*, oder von einer *convex*en oder auch *concav*en Krümme herunter rollt, so kan dieses Cörpers seine Geschwindigkeit allzeit durch die *Quadrat*-Wurzel derjenigen *vertical*en Höhe, aus welcher er von dem Anfang seines Falls herunter gestiegen, *exprimi*ret werden; Oder die jezt berührte Geschwindigkeit, ist derjenigen völlig gleich, die der bewegliche Cörper erhalten würde, wann er *vertical* von der nemlichen Höhe herunter fiel.** Fig. 72. 73. 74. und 75. Untersuchte Bewegung derer auf krummlinichten Flächen herunter rollenden Cörper.

Gesetzt, daß die Zeiten, die der bewegliche Cörper angewandt, die Spatia A M und Am von dem Ruhe Punct an, zu durchlauffen, durch die Absciſſen B N und B n von einer krummen Linie (Fig. 75.) exprimirt würden, deren Ordinaten N S und n f, die zu Ende dieser Zeiten erlangten Geschwindigkeiten ausdrucken; Es sey das gerade oder krumme Spatium A M $= z$, $Mm = dz$, die verticale Höhe $AP = x$, $MR = dx$, $BN = t$, $Nn = dt$ = die *Celeritas acceleratrix* oder zunehmende Geschwindigkeit, $NS = uSq = du$; Also ist das Spatium A M (z.) während der Zeit t (B N.) durchloffen worden, in welcher Zeit der Cörper die Geschwindigkeit u (NS.) erlangt hat, welche eben gesucht werden muß. Derowegen müssen wir bemerken, daß, weilen N S (u) diejenige Geschwindigkeit ist, die der Cörper im Momento N n (d t) besitzet, N S. dasjenige Spatium exprimiren kan, das er während diesem Momento durchlaufft, folglich die krumm-linichte Fläche B N S auch das während der Zeit B N (t) durchloffene Spatium exprimiren wird; Während dieser Zeit aber hat der Cörper das Spatium A M durchwandert, folglich ersehen wir, daß A M (z.) $= BNS = S.udt$, folglich hieraus, daß $dz = udt$: welches als eine Æqualitas relationis verstanden werden muß, und folglich hieraus weiter zu schliessen, daß $dt = \frac{dz}{u}$; Wie nun aber noch überdem u (N S.) diejenige Geschwindigkeit ist, die der Cörper beym Punct M. besitzet, so muß q f (d u) derjenige Grad oder diejenige Grösse der Geschwindigkeit seyn, um welche selbige sich auf der abhangenden Fläche M R m, während des Momenti d t. (Nn) vermehret; Ohne dieser abhangenden Fläche aber, würde sie sich um d t vermehret haben; Folglich verhält sich die Vermehrung der Geschwindigkeit auf der abhangenden Fläche M R m zu d t, wie sich verhält M R zu M m, welches die Analogie giebet: $du : dt = dx : dz$, folglich $dudz = dtdx$; Setzen wir nun in dieser Aquation vor d t, dessen gefundenen Werth $\frac{dz}{u}$, so kommt sie also: $dudz = \frac{dzdx}{u}$, oder $du = \frac{dx}{u}$, oder $udu = dx$; Nehmen wir nun die Integrale $\frac{1}{2}uu = x$, so gibt es die Æquation $u = \sqrt{2x}$; Folglich ist die Geschwindigkeit, die der Cörper beym Punct M besitzt, derjenigen gleich, die er erlangt haben würde, wann er von der Höhe A P herunter gefallen wär; Dann leichtlich einzusehen stehet, daß diese letztere Höhe dem $\sqrt{2x}$ gleich ist.

Vor jetzo haben wir nun ersehen, daß die Geschwindigkeit eines längst einer abhangenden Fläche herab gefallenen Cörpers, sie mag gerad-linicht oder krumm-linicht seyn, derjenigen gleich ist, die er erlangt, wann er perpendiculair von eben derselben Höhe herunter fällt. Da nun aber die Zeit, die der Cörper anwendet, diese Flächen zu durchlauffen, nicht einerley ist, so wollen wir in dem folgenden Problemate eine General-Formul dieselbe zu finden, beyfügen, welche alsdann, wann diese General-Formul nemlich vorher durch die aus einer krummen Linie ihrer Æquation hergenommene wesentliche Beschaffenheit, Special-gemacht wird, diejenige Zeit angeben muß, die der Cörper angewandt, solche krumme Linie zu durchlauffen.

Formul vor die Bewegung derer Cörper, die auf gekrümmten Flächen nach deren Länge herunter rollen.

§. 202. Im vorhergegangenen haben wir gefunden, daß $dudz = dtdx$, so folgern wir hieraus, daß $dt = \frac{dudz}{dx}$; Da alsdann, so wir vor d u, dessen Valorem $\frac{dx}{u}$; setzen, $dt = \frac{dx}{u}$ kommt; Folglich $\frac{dz}{u}$ die Differentiale oder das Elementum der Zeit seyn muß, so an und vor sich ganz klar; Massen diese Differentiale nichts anders, als diejenige Zeit ist, die erfordert wird, die Seite M m (d u) zu durchlauffen, welche, da sie mit der Geschwindigkeit u durchloffen worden, nothwendig $\frac{dz}{u}$ seyn muß, folglich wir hieraus in Erfahrung bringen, daß $t = \frac{S.dz}{u} = \frac{S.dz.}{\sqrt{2x}}$ So wir nun vor jetzo vor d z denjenigen Valorem substituiren, den ihr die Æquation der krummen Linie giebet, so haben wir so wohl, die durch eine einige variable oder veränderliche Grösse exprimirte Differentiale der Zeit, als auch ihre Differenz, deren Integrale die gesuchte Zeit ist. Wir werden hinfüro supponiren, daß $u = \sqrt{x}$, weilen es viel deutlicher, und dabey beständig einerley Verhältniß unter denen Sachen, folglich alles insgesamt bey seiner Richtigkeit bleibet.

Wir könnten die Formul $S.\frac{dz}{\sqrt{x}}$ auf viele andere Krümmen appliciren, der meiste Theil derselben aber verändert diese Formul in eine Differentiale, die keine endliche Integrale hat, dahero nichts deutliches und curieuses von selben zu erhalten stehet; Dahero wir solche nur an der einfachen Cycloide appliciren wollen, weilen diese hier verschiedene neue und curieuse Dinge angibt.

§. 203. Wann wir eine Cycloide B M E nehmen, die zum Ursprung den Punct E hat, und deren Circulus genitor oder Zeug-Circul, der Circulus A D E ist, so ersehen wir, daß, wann ein Cörper beym *Punct B* anfängt, längst dieser krummen Linie *B M E* herunter zufallen, die Zeiten, die er anwendet, die Bögen dieser *Cycloide B M, M m. B E, M E, &c.* zu durchlauffen, sich unter sich verhalten, wie die mit diesen *correspondi*rende Circul-Bögen *AD, D d, A E, D E*; massen die Linie CP samt ihren ähnlichen auf A E perpendiculair stehen. Fig. 76. Die auf die Cycloide vorhergegangene applicirte Formul.

Es sey $AE = a$; $EC = x$; $Cc = MR = dx$; $Mm = dz$; So ist also $AC$ oder $BP = a - x$; Die Zeit $t = S.\frac{dz}{\sqrt{a-x}}$: Die Differential-Æquation der Cycloide ist: $dz = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$; Setzen wir nun den Valorem von $dz$, in die Zeit-Formul, so bekommen wir $dt = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax-xx}}$ vor die zur Durchwanderung des Bogens Mm. angewandte Zeit; Und nunmehro geben die ähnlichen Trianguli CDL und SdD, folgende Analogie: $CD.\ [\sqrt{ax-xx}] : LD.\ \left[\frac{a}{2}\right] = dS\ [dx] : Dd = \frac{a\,dx}{2\sqrt{ax-xx}}$. Dieser Valor von Dd gibt nun aber, daß Dd und dt, in unveränderlicher Relation stehen, folglich ist die zur Durchwanderung des Bogens M m angewandte Zeit, durch den Bogen D d exprimirt; Wie nun solches aller Orten, wo wir die Bögen M m, D d nehmen mögen, allzeit auf solche Art geschicht, so folgt, daß diejenige Zeit, die zur Durchwanderung eines dergleichen ähnlichen Bogens, wie BM vorstellet, angewandt worden, durch desselben correspondirenden Bogen A D exprimiret werden kan; Und gleichermassen verhält es sich mit allen andern.

§. 204. Ist nun der Cörper, vermöge seines Herniedersteigens, längst der Cycloide BME, beym Punct M. angelangt, so wird sein durchloffener Raum durch den Cycloiden-Bogen B M exprimirt, die hierzu angewandte Zeit, durch den Circul-Bogen A D, und die zu Ende dieser Zeit erlangte Geschwindigkeit, durch die Quadrat-Wurzel von A C; Folgt also, so wir nemlich annehmen, als exprimirten der krummen Linie B N S. (Fig. 75.) ihre Abscissen B N, die Zeiten des Herniedersteigens eines Cörpers auf einer Cycloide, und ihre Ordinaten N S, die zu Ende dieser Zeiten erlangten Geschwindigkeiten, daß, wann die Abscissen dieser krummen Linie, Circul-Bögen gleich sind, die diesen Abscissen correspondirende Ordinaten, denen aus gedachten Circul-Bögen ihren Sinibus versis extrahirten Quadrat-Wurzeln gleich seyn müssen. Fig. 76. Fig. 75.

§. 205. Diejenige Zeit, die der Cörper vermöge seiner Schwehre, anwendet, die *Cycloide B M E* zu durchlauffen, verhält sich zu derjenigen Zeit, die der Cörper anwenden würde, wann er von der Höhe des *Diametri* des Zeug-Circuls, nemlich von *A E.* herunter fiel, wie sich die *Semi-Circumferenz* eines Circuls, zu dessen *Diametro* verhält.

Wir haben (§. 203.) gefunden, daß das Elementum der Zeit, $\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax-xx}}$ ist, welches, wann es durch $\frac{\sqrt{a}}{2}$, multiplicirt wird, das Elementum D d von der Semi-Circumferenz seyn muß; Folglich ist dieses Elementi seine Integrale, wann sie durch $\frac{\sqrt{a}}{2}$ multiplicirt wird, die Integrale vom Elemento D d, und also die Semi-Circumferenz A D E; Folglich wird diese durch $\frac{2}{\sqrt{a}}$ multiplicirte Semi-Circumferenz, die Integrale von $\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{aa-xx}}$ seyn; Folglich ist $t = S.\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{aa-xx}} =$ der Semi-Circumferenz $ADE + \frac{2}{\sqrt{a}}$; Wie nun aber diejenige Zeit, die der Cörper zubringt, die Höhe A E fallend zu durchlauffen $\frac{2a}{\sqrt{a}}$ ist, so folgt, daß diese Zeit sich zur Zeit t verhält, wie sich $\frac{2a}{\sqrt{a}}$ zu $\frac{2\,ADE}{\sqrt{a}}$, oder wie sich A E [a] zu A D E verhält.

§. 206. Die die Cycloide zu durchlauffen angewandte Zeit ist $= ADE \div \frac{2}{\sqrt{a}}$; Die die Linie B E zu durchlauffen angewandte Zeit ist $= \frac{2\,BE}{\sqrt{a}}$; Folglich verhält sich diese Zeit zur erstern, wie sich $\frac{2\,BE}{\sqrt{a}}$ zu $\frac{ADE}{\sqrt{a}}$, oder, wie sich BE zu ADE, oder, wie sich BE zu AB verhält: Oder deutlicher, wie sich die Quadrat-Wurzel aus der Summa derer beyden Quadraten von der Semi-Circumferenz und dem Diametro eines Circuls, zu eben dieser Semi-Circumferenz verhält. Wollten wir diese Verhältniß gern in Zahlen wissen, müssen wir bemerken, daß, wann $AE = 7$, $ADE$ oder $AB = 11$, und $BE = \sqrt{170}$, bey nahe $= 13$. ausmachen muß. Folglich verhält sich die Zeit, die der Cörper bey der Durchwanderung der Cycloide zubringt, zu derjenigen Zeit, die er die Linie B E zu durchfallen anwendet, wie sich 11. zu 13. verhält.

Fig. 77. §. 207. Wann ein Cörper einen gefälligen *Cycloiden*-Bogen *KP* durchlaufft, so ist die hierzu angewandte Zeit, derjenigen gleich, die er würde zugebracht haben, wann er die ganze *Cycloide* oder einen ganz andern Bogen durchloffen hätte.

Wir wollen hier den Circul K T I beschreiben, der zum Diametro die zu A E parallel-gezogene Linie $KI = c$ besitzet; Es sey auch wie im obigen $AE = a$, $EC = x$ &c. So ist $Mm = dz = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$, vermöge der Eigenschaft der Cycloide; Setzen wir nun diesen Valorem von d z, in das Elementum der Zeit $dt = \frac{dz}{\sqrt{KP = ac - x}}$, so bekommen wir $dt = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{cx - xx}}$; Die ähnlichen Trianguli O P N und n q N geben andy hier folgende Analogie: $PN\,[\sqrt{cx - xx}] : ON\,\left(\frac{c}{2}\right) = Nq\,[dx] : Nn = \frac{c\,dx}{2\sqrt{cx - xx}}$; Folglich ist $dt = Nn \div \frac{2\sqrt{a}}{c}$; Folglich $S\,dt = t = S.\,Nn \div \frac{2\sqrt{a}}{c} =$ der Semi-Circumferenz $KTI \div \frac{2\sqrt{a}}{c}$; Folglich ist die zur Durchwanderung des Cycloiden-Bogens KME angewandte Zeit, dem $KTI \div \frac{2\sqrt{a}}{c}$ gleich; Und die zur Durchwanderung der ganzen Cycloide angewandte Zeit ist $\frac{2\,ADE}{\sqrt{a}}$. Nun ist aber $\frac{2\,KTI\sqrt{a}}{c} = \frac{2\,ADE}{\sqrt{a}}$, weilen die Æquation sich auf $KTI \div a = ADE \div c$ reduciret, und es auch seine Richtigkeit hat, vermöge der Proportion, die sich daraus folgern läßt. Folglich, wann ein Cörper aus einem nur immer gefälligen Punct auf der Cycloide anfängt herunter zu fallen, wird derselbe beständig einerley Zeit damit zubringen, welches schon vorlängst entdeckt worden, und ich hier bloß aus der Ursach demonstrire, weilen es sich aus meinen zum Grund gelegten Principiis, vollkommen schliessen lässet.

§. 208. Da wir nun wissen, daß $dt = Nn \div \frac{2\sqrt{a}}{c}$, so folgt hieraus, daß Nn durchgängig die zur Durchwanderung des Bogens M m angewandte Zeit exprimiret; Richtet sich also die Acceleratio der Geschwindigkeit auf dem Cycloiden-Bogen K M E, nach der Semi-Circumferenz K T I, eben wie sich die Acceleratio der Geschwindigkeit auf der ganzen Cycloide, auf die Semi-Circumferenz des Zeug-Circuls A D E beziehet; Was wir dannenhero von dieser beygebracht haben, verstehet sich auch von jener.

Fig. 79. Wie zur vollkommenen Einrichtung derer Penduln, diese Cyclode zu appliciren.

§. 209. Wann wir eine Cycloide B I C haben, die zum Ursprung den Punct B, und zum Zeug-Circul, den Circul B H F. besitzet, so ist allbereit schon erwiesen, daß, wann wir an ihre *Extremität* C ein *Pendulum* C G aufhenken, dessen Länge dem 2 *B F* gleich ist, dieses *Pendulum*, indem es die *Cycloide* C I B berührend umfaßt, und hernach seine *Vibrationes* verrichtet, vermittelst der *Extremität* G, eine andere *Cycloide* beschreibet, die der ersten vollkommen gleich, zu ihrem Ursprung den Punct E, und zum Zeug-Circul, den dem Circulo B H F. gleichen Circul A D E besitzet. Wann nun bey der

Rich-

Richtigkeit des vorhergegangenen, solches Pendulum diese Vibrationes macht, so hat desselben Gewicht G, vollkömmlich die Beschaffenheit, nicht anders, als rollte dasselbe längst der Cycloide BKE, ganz frey hernieder; Folglich ist die Dauer von einer *Vibration* eines *Penduli*, derjenigen doppelten Zeit gleich, die ein Cörper zubringen würde, wann er von einer *Cycloide* herunter rollte; Folglich verhält sich die Dauer dieser *Vibration*, zu der Zeit, die ein Cörper zubringen würde, von *A* nach *E* zu fallen, wie sich die *Circumferenz* eines Circuls zu seinem *Diametro*, oder, wie sich 22. zu 7. verhält. (§. 205.)

§. 210. Haben wir nun ein anderes *Pendulum* CG, welches nicht zwischen zweyen Cycloiden befindlich ist, so beschreibt es, während dasselbe seine Vibrationes verrichtet, Circul-Bögen: Die Erfahrung lehret aber, daß, wann dieses Pendulum eben so lang, als das vorige, die Vibrationes von eben der Dauer befunden werden, zumahlen, wann sie sehr kurz sind; Man bedienet sich dannenhero dieses Penduli zur Ermessung der Zeit, mit eben dem Vortheil, als dasjenige zwischen zweyen Cycloiden. Was also dem einen zukommt, kan ebenermassen dem andern beygelegt werden. Fig. 78.

Die Länge eines auf Secunden eingerichteten Penduli.

§. 211. **Die Länge desjenigen *Penduli*, welches in Frankreich und grösten Theils in Europa, die *Secunden* schlägt, beträgt 3. Schuh, $8\frac{1}{2}$. Linien.** Oder deutlicher: Wann wir eine Musqueten-Kugel nehmen, selbige in einem fixen oder festen Punct aufhenken, und der Weite dieses Puncts biß an das Centrum der Kugel, die Länge von 3. Schuhen, $8\frac{1}{2}$. Linien geben, alsdann mit dieser Kugel, kleine Vibrationes beschreiben, eine jede Vibration in Zeit von einer Secunde geschehen wird.

Es wäre zu wünschen, daß unser Französischer Schuh, um $2\frac{1}{8}$. Linien länger wär, als er nicht ist, weilen alsdann drey solche Schuh, vollkommen die Länge eines Secunden-Penduli ausmachen würde; Dieses Maaß wär solchergestalt selbst von der Natur genommen, und besäß den Vortheil, daß es aus denen täglichen Revolutionen des Gestirns, in allen folgenden Seculis, könnte conservirt und bekandt erhalten werden.

Regul, dasjenige Spatium zu finden, welches ein Cörper in Zeit von einer Secunde, nach verlassener Ruhe, fallend durchlaufft.

§. 212. Wann wir uns desjenigen wieder entsinnen, was im 209. und 210. §. beygebracht worden, werden wir ersehen, **daß sich die Dauer der *Vibrationen* eines *Penduli* zwischen zweyen *Cycloiden*, oder auch eines *Penduli*, welches nur sehr kleine Circul-Bögen beschreibet, zu derjenigen Zeit verhält, die ein Cörper zubringt, wann er von einer Höhe herunter fällt, die der halben Länge des *Penduli* gleich ist, wie sich 22. zu 7., oder wie sich eine *Secunde*, zu $\frac{7}{22}$. von einer *Secunde*, verhält;** Welches eben die Zeit ist, deren ein Cörper benöthiget, um von einer Höhe von 1. Schuh, 6. Zoll, 4. und $\frac{1}{4}$. Linien herunter zu fallen.

§. 213. Um nun dasjenige Spatium in Erkänntniß zu bringen, welches ein Cörper, während der Dauer einer Secunde fallend durchlauffen muß, dürffen wir nur nach der gemeinen Proportion (§. 174.) folgenden Schluß machen: Wie sich $\frac{49}{484}$., als das Quadrat derjenigen die Länge von 18. Zollen, $4\frac{1}{4}$. Linien zu durchlauffen angewandten Zeit, zu dieser nemlichen Länge verhält, eben so verhält sich das Quadrat von einer Secunde, **zu demjenigen gesuchten *Spatio*, welches der Cörper während dieser *Secunde* fallend durchlauffen, und hier alsdann 15. Schuh, 1. Zoll und 3. Linien befunden werden wird.** Können also hierauf als einer aufs genaueste determinirten Sache, unsere Rechnung machen, massen es mit der gemeinen Meynung sattsam überein kommt, vorher aber nur auf sehr zweifelhafte Erfahrungen gegründet war. In der fernern Folge dieses Werks aber, werden wir nur bloß **die Länge von 15. Schuhen vor dasjenige *Spatium* annehmen, das ein Cörper in Zeit von einer *Secunde* fallend durchwandern muß**, und weiter nicht auf die 15. Linien sehen, die wir annoch drüber gefunden, damit hierdurch die Calculi desto leichter werden.

Die in Africa und America wegen der Länge eines Penduli geschehenen Experimenta.

§. 214. Diejenigen Observationes, die auf der nächst Orientälischer Seiten von America 5. Grad Nordischer oder Mitternächtlicher Breite liegenden Insul *Cayenna*, sind angestellt worden, haben gewiesen, daß das Pendulum, welches daselbst die Secunden schlägt, um $1\frac{1}{4}$. Linie kürzer ist, als dasjenige in Frankreich; Nemlich, die Länge desselben beträgt nur 3. Schuh, $7\frac{1}{4}$. Linien. Eben dergleichen Observationes haben auch gewiesen, daß auf der 15. Grad Nordischer Breite nächst Orientalischer Seiten von Africa liegenden Insul *de Corée*, das dasige Secunden-schlagende Pendulum, nur 3. Schuh, $6\frac{1}{2}$. Linien lang ist. Appliciren wir nun an diesen Observationibus das vorhergegangene Principium, werden wir finden, daß zu Cayenna die Cörper während einer Secunde, 15. Schuh, 9. Linien, und zu Gorée, während eben dieser Zeit, 14. Schuh, 4. Zoll, 3. Linien fallend durchwandern, welches ein wichtiger Unterschied von demjenigen, was hierinnen in Frankreich geschicht. Nach denen Muthmassungen verschiedener grossen Mathematicorum, die in der höhern Physic die Ursach, woher es kommt, daß die Länge von diesen Pendulis nicht einerley ist, untersucht haben, muß dieser Umstand in allen denen dem Æquatori nächst-liegenden Ländern angetroffen werden.

Fig. 78. und 80.

Regul, wie lang ein Pendulum gemacht werden muß, daß jede Vibration in einer determinirten Zeit geschehe; oder, so die Länge des Penduli determinirt, die Zeit von diesen Vibrationibus zu finden.

§. 215. Vermöge eines Secunden-Penduli können wir nun auch ausfindig machen, wie lang ein anderes Pendulum seyn muß, das jede Vibration in einer gefälligen Zeit verrichtet; Oder auch also, daß es in einer gegebenen Zeit eine determinirte Anzahl Vibrationum absolviret. Hierbey müssen wir nun bemerken, 1.) daß unter zweyen von verschiedener Länge angenommenen *Pendulis*, das *Quadrat* der Zeit von einer *Vibration* des ersten *Penduli* CG, sich zum *Quadrat* der Zeit von einer *Vibration* des andern *Penduli A D.* verhält, wie sich die Länge des ersten *Penduli* zur Länge des andern verhält. 2.) Daß sich die Länge des ersten *Penduli* zur Länge des andern *reciproce* verhält, wie sich die *quadrirte* Anzahl derer während einer gefällig angenommenen Zeit verrichteten *Vibrationum* des andern *Penduli*, zu der *quadrirten* Anzahl derer in eben dieser Zeit verrichteten *Vibrationum* des ersten *Penduli* verhält. Massen diese beyden Analogien Folgerungen der vorhergegangenen Theorie sind.

§. 216. Wollten wir zum Exempel diejenige Länge in Erfahrung bringen, die wir einem Pendulo geben müßten, damit eine jede Vibration, die wir von selbigen geschehen lassen, eine halbe Secunde betrüg; So müssen wir folgenden Schluß machen: Wie sich das *Quadrat* von einer *Secunde*, welches die 1. Zahl ist, zum *Quadrat* von einer halben *Secunde*, welches ein Vierthel ausmacht, verhält: Also verhalten sich drey Schuh, 8½. Linien, als die Länge eines *Secunden-Penduli*, zum obigen gesuchten vierdten *Termino*, vor welchen wir alsdann 9. Zoll, 2⅛. Linien erhalten werden. Oder deutlicher: Wann wir eine Bley-Kugel ohngefehr 4. biß 5. Linien im Diametro nehmen, solche an einen seidenen Faden binden, und das Intervallum zwischen dem Centro dieser Kugel und dem Aufhangungs-Punct, accurat 9. Zoll, 2⅛. Linien groß machen, wird dieses Pendulum, nachdem es in Schwung gebracht, und zwar solchergestalt, daß die Kugel bey jeder Vibration anfänglich ohngefehr nur 3. Zoll Raum absolviret, 120. Vibrationes in einer Minute verrichten, und zur Ermessung der Zeit, die man etwan anwenden müßte, um in gefälligen Sachen eine Untersuchung anzustellen, weit commoder seyn, als das Secunden-Pendulum. Wollte man sich inzwischen dannoch dieses letztern bedienen, müssen wir auch darbey in Obacht nehmen, daß die Kugel anfänglich nicht mehr dann 10. oder 12. Zoll Raum bey jeder Vibration B D absolvire. (Fig. 78.)

§. 217. Desgleichen, wann wir uns ein Pendulum zurichten wollten, welches in jeder Minute 140. Vibrationes verrichtet, müssen wir schliessen: Wie sich das *Quadrat* von 140. zum *Quadrat* von 60. verhält: Also verhält sich 3. Schuh, 8½. Linien, als die Länge des *Secunden-Penduli*, zum gesuchten vierdten *Termino*; Vor welchen wir alsdann die Länge von 6. Zollen und ohngefehr 9. Linien bekommen, und so lang muß dann das begehrte Pendulum gemacht werden.

## Ende des ersten Capitels vom ersten Buch.

Zwey-

# Zweytes Capitel.

Worinnen

## Von der Friction, und auf was Art ihr Effect, oder ihre Würkung in denen Machinen, zu berechnen gewiesen wird.

Diejenigen Autores, die von der Mechanic geschrieben, haben Suppositiones angenommen, die in Praxi nicht wohl statt haben können.

Alle diejenigen Autores, welche in ihren Schrifften die Mechanic abgehandelt, und uns bekannt sind, haben supponirt oder zum voraus gesetzt, wie wir ebenermassen im ersten Capite gethan, daß diejenigen Theile einer Machine, die in der Bewegung einander berühren, und solchergestalt immer ein Theil sich an dem andern reibet, aufs vollkommenste polirt oder glatt gemacht seyn müssen; Uebrigens aber denenjenigen, die bey vorfallenden Gelegenheiten Machinen verfertigen zu lassen, genöthiget seyn, so viel als nemlich zur Ueberwältigung des von der Friction causirten Widerstands, an Verminderung der Last, oder an Vermehrung der Krafft erforderlich seyn möchte, dafür gehörige Sorge zu tragen, ihrer Willkühr anheim gestellet, und weiter keine Regul beygefüget, die nur einigermassen von der Friction einen Ueberschlag zu machen, dienlich seyn könnte. Wie nun aber die Würkung oder der Effect der Friction, gewißlich grösser, als man sich wohl einbildet, und man auch überdem von keiner einigen Machine, ein vollkommen gründlich Urtheil zu fällen vermögend, wann man nur so schlechterdings auf die Verhältniß derer verschiedentlichen Hebels-Armen sehen will, die einander die Bewegung communiciren, zumahlen wann sie darzu gewidmet sind, daß sie das Wasser zum Steigen bringen sollen: So habe aus Ursach dessen, dieses in klare Erkänntniß zu bringen nöthigste Capitel, als eines von denen wesentlichen Stücken dieses Werks, mitzutheilen, nicht umhin zu können geglaubet.

Monsieur *Amontons* ist der erste, der von der Berechnung der Friction, Reguln zu geben, sich bemühet hat, bey denen er eine grosse Anzahl Erfahrungen zum Grund leget. Da inzwischen aber seine herausgezogene Folgerungen, bloß allein auf diesen nemlichen Experimenten beruhen, so hat Monsieur *Parent*, diese Materie in verschiedenen Memoiren geometrice zu tractiren, einen Versuch gethan. Scheinet aber keinesweges, wie gemeiniglich die allernützlichsten Entdeckungen das Schicksal haben, daß sie selten zu der nutzbahren Erkänntniß dererjenigen gelangen, die solcher dannoch am allernöthigsten bedürfftig wären, als hätten sich die Mechanici dergleichen bißhero annoch bedienet. Es ist zwar an dem, daß sie dasjenige, was Monsieur *Parent* hiervon gedenket, nicht verstehen, massen es sehr weitläufftige Algebraische Berechnungen, die sie gleichsam zu erschrecken vermögend sind. Hätte Monsieur *Parent* aber in Worten und in Form derer Maximen, aus selbigen Algebraischen Berechnungen, allerhand Folgerungen hergeleitet, würde man selbigen mit eben dem Vertrauen in der Application oder Anwendung gefolgt seyn, dergleichen man gemeiniglich auf alle diejenigen Dinge setzet, von denen man versichert ist, daß sie mathematische Principia zum Grunde haben, ob man gleich nicht weiß, auf was Art und durch was vor Mittel selbige erlangt worden sind. Um nun nicht in eben dergleichen Ungemächlichkeit zu gerathen, so füge vorjetzo dasjenige bey, was von der Friction zu wissen am nöthigsten erfordert wird, doch also, daß es auch diejenigen verstehen müssen, die nur bloß die ersten Anfangs-Gründe der Mathematic in Erfahrung gebracht; Gestalten diese Materie eben nicht so streng abgehandelt werden muß, als wohl bey reinen geometrischen Abhandlungen erforderlich seyn will.

Was die Grund-Ursach der Friction.

§. 218. In so fern wir hiernächst nur einigermassen auf die Grund-Ursache der Friction, oder deutlicher, auf denjenigen einstimmlichen Widerstand acht haben, den zwey Cörper in der Bewegung einander leisten, und den auch einer so wohl als der andere empfindet, wann man einen auf dem andern will wegglitschen oder rutschen lassen; So werden wir gewahr werden, daß die Friction bloß von denenjenigen Theilgen ihren Ursprung hat, die auf denen Ober-Flächen derer bewegten Cörper einigermassen hervor ragen, ob sie schon öffters kaum verspühret werden. Sind nun diese erhabenen Theilgen von solcher Härte, so daß sie erst nach geraumer Zeit abgenutzt oder abgebrochen werden können, dergleichen am Holz, Kupfer und Eisen, dessen man sich gemeiniglich bey denen Machinen bedienet, gefunden werden; So kan es nicht anders geschehen, wann man zwey aufeinander gelegte Flächen voneinander sondern will, und deshalben die eine auf der andern fortrutschen läßt, es muß sich diese obere eleviren oder in die Höhe heben, es mag auch noch um so ein geringes seyn. Dependiret dannenhero die Schwürigkeit, die in derselben Bewegung angetroffen wird, hauptsächlich von derjenigen Last, mit welcher die bewegliche Fläche beschwehret ist.

Fig. 1. 2. 3. und 4. Man kan supponiren, als wären an denen Flächen, die miteinander eine Friction würken, lauter erhabene Halb-Kugeln befindlich.

Um nun noch deutlicher beyzubringen, welchergestalt diese in der Practischen Mechanic am meisten vorfallende Arten der Friction entstehen, müssen wir supponiren, oder uns die Einbildung machen, als wären an denen beyden übereinander gelegten Cörpern ABCDE und FIKGH ihren einander berührenden und horizontalen Ober-Flächen, lauter kleine unter sich gleiche, anbey gerad einander entgegen gesetzte Halb-Kugeln oder Semi-Sphæren befindlich, jedoch aber solchergestalt, daß die obern Halb-Kugeln gerade in denen Interstitiis oder Zwischen-Weiten derer untern, eintreffen, nemlich, daß allezeit drey von denen untern Halb-Kugeln, wie es mit denen Buchstaben A, B, C, (Fig. 4.) bezeichneten hier deutlich vorstellen, welche unter sich den Raum D, leer lassen, eine von denen obersten zur Berührung erlangen. Diese Supposition wird uns das Mittel sehr erleichtern, denjenigen Nachdruck zu berechnen, den eine Potenz P. (Fig. I.) würde anwenden müssen, wann sie mit der Bewegung des Cörpers Q, und zwar nach der mit denen beyden Flächen parallel-lauffenden Direction LP, nur um ein weniges, den Anfang machen wollte; Worbey dann die untere Fläche AC, als unbeweglich supponirt wird.

Die von der Friction caúsirte Resistenz ist nach derjenigen Last proportionirt, mit welcher die Flächen beschwehret sind, und nicht nach der Erstreckung oder Ausbreitung dieser nemlichen Flächen.

§. 219. Es mag nun die Schwürigkeit, die die Potenz P, bey der Bewegung des Cörpers Q. antreffen wird, beschaffen seyn, wie sie will, so ist gewiß, daß an der Grösse der Basis, oder an der Erstreckung der Grund-Fläche des Cörpers FH, hierbey nichts gelegen. Dann supponiren wir, es sey dieser Cörper in zwey gleiche Theile getheilet, und wir legen die eine Helffte FR, auf die andere Helffte NK, bleibt ja dennoch die Potenz P. beständig einerley, obschon die Basis oder die Grund-Fläche vorjetzo nur halb so groß, als sie anfänglich war; Weilen ein jeder von denen erhabenen-gleichen Theilgen dieser getheilten Fläche, nunmehro mit einer doppelten Last beschwehret ist, als diejenige gewesen, die im Anfang auf jedem besonders geruhet. Woraus dann also der allgemeine Schluß gemacht werden kan, daß unter verschiedentlichen Flächen, die zwar wohl mit gleicher Schwehre belästiget sind, jedoch aber nicht einerley Erstreckung, oder gleichen Ausbreitungs-Platz haben, ein jeder Theil von denenjenigen, die zusammen genommen, die grossen Flächen ausmachen, weniger beschwehret ist, als ein jeder Theil von der geringern Erstreckung oder Ausbreitung, die zusammen genommen, die kleinen Flächen betragen, und zwar sich alles, was eben die Beschwehrung dieser erhabenen Theilgen anbelangt, nach der Relatione reciproca dieser nemlichen Flächen richten muß. Und gleichwie es einer Potenz einerley ist, sie mag vermittelst eines Plani inclinati, oder einer abhängigen Fläche, eine Anzahl kleiner Kugeln auf einmahl in die Höhe heben, oder bloß nur eine einige allein, deren Schwehre aber, der Schwehre aller auf einmahl genommenen kleinen Kugeln, gleich ist: Eben so wird es der Potenz P. indifferent seyn, ob, zum Exempel, an der Grund-Fläche des Cörpers Q, tausend Halb-Kugeln befindlich sind, die in die Interstitia oder Zwischen-Räume derer auf der Ober-Fläche ABCD, befindlichen Halb-Kugeln eintreffen, oder ob an der erstgedachten Grund-Fläche, nur eine einige Halb-Kugel befindlich ist, die mit der ganzen Last allein beschwehret ist, weilen diese alsdann auch einer tausendmahl stärkern Druckung vermögend seyn wird, als vorhero eine jede von denen tausenden zu thun vermochte. Da nun nicht weniger auch diese Halb-Kugel, wann sie von denen untersten Halb-Kugeln abgesondert werden soll, von der Potenz eben so hoch eleviret werden muß, als eine jede von denen tausenden aus eben der Ursach, würde eleviret werden müssen; So verändert sich eben dannenhero die Action der Potenz auf keine Weise, es mögen viele Halb-Kugeln, oder wohl gar nur eine einige da seyn: Weilen nach dem Statu Æquilibrii die Quantitas motus, oder die Stärke und Kraft der Potenz, allzeit durch dasjenige Product exprimirt wird, welches die Last, die entweder verschiedenen Halb-Kugeln, oder nur einer einigen allein zugeeignet worden, und die Höhe, um welche man sie in einerley Zeit eleviren muß, angiebet.

Fig. 5. Auf was Art durch Vernunft-Schlüsse in Erkänntniß zu bringen, wie sich die Last zu der Resistenz der Friction

§. 220. Wir wollen also supponiren, so wir nemlich einen Cörper auf den andern fortrutschen lassen wollen, als wären die erhabenen Theilgen der Grund-Fläche des obern Cörpers, welche eben diejenige Resistenz verursachen, die überwältiget werden muß, insgesamt auf eine einige Halb-Kugel DFE. reduciret, welche wiederum von dreyen andern M, P, und Q, die der Ober-Fläche des untern Cörpers zugehören, gleichsam unterstützt und gehalten würde: So muß folglich diese Halb-Kugel in denjenigen Raum, welchen die drey untern leer lassen, accurat eintreffen, und eine jede von ihnen, in denen Puncten D, F,

und

und E. berühren. Ist nun die obere Halb-Kugel mit derjenigen gesamten Last, die wir ihr etwan zueignen, beschwehret, wird sie die untern drey M. P. und Q, auseinander zu treiben suchen; Die erstere M. empfängt ihren Stoß oder Druck, nach der Direction O A, welche die Centra O. und A miteinander verknüpft, und durch den Berührungs-Punct D. hindurch gehet; Die andere P, wird nach der Direction O C. angetrieben, die die Centra O. und C. mit einander verbindet, und durch den Berührungs-Punct F. hindurch gehet; Und endlich die dritte Q, nach der Direction O B, die durch den Berührungs-Punct E. hindurch gehet. verhält, wie die Last zu verursachen vermögend.

Wann alsdann die obere Halb-Kugel von einer Potenz R, nach einer horizontalen und durch das Centrum O. hindurch gehenden Direction O R, angezogen wird, fragt sichs: Wie diese Potenz sich zu der dieser obern Halb-Kugel zugeeigneten Last verhalten müsse, damit sie diese zu bewegen im Stande seyn möge?

In dem Augenblick also, da die Halb-Kugel O. sich einrichtet, der Potenz R, nachzugeben, hat es alsobald seine Richtigkeit, daß sie aufhört, die Halb-Kugel M, im Punct D. zu drucken, sondern sich nur bloß gegen die andern beyden P. und Q. auflehnet, die sie aber wiederum nach denen Directionibus B O. und C O. zuruck stossen, oder gefälliger massen, nur nach der aus denen beyden vorigen Directionibus zusammen gesetzten Direction T O. allein, und mit einer Kraft, die wir ebenermassen durch diese nemliche Linie T O. exprimiren können.

Ziehen wir nun die Linien A B, A C, und B C, um die Centra dieser drey untern Halb-Kugeln aneinander zu hängen, so gehen sie durch diejenigen Puncta hindurch, in welchen sich diese Halb-Kugeln unter einander berühren, und formiren einen gleichseitigen Triangul A B C. Ziehen wir nun auch die Perpendicular-Linie A T, so durchschneidet sie die Vertical-Linie O G, nach rechten Winkeln, und wir bekommen den rechtwinklichten Triangul O G T, dessen drey Seiten diejenigen drey Potenzen oder Kräfte exprimiren können, die sich unter einander im Æquilibrio befinden, um die obere Halb-Kugel zu ertragen. Dann, nehmen wir die Linie O T, vor die Action der obern Halb-Kugel an, mit welcher sie gegen die beyden untern P. und Q. agiret, so können wir die Linie O G, vor die Schwehre oder Last dieser nemlichen obern Halb-Kugel annehmen, und die Linie G T, vor die gesuchte Action der Potenz R. Ist also nur noch ausfindig zu machen übrig, wie sich G T, zu G O. verhält.

Um nun dahin zu gelangen, müssen wir in Erwegung ziehen, daß die Linien O A, O B, O C, A B, A C, B C alle unter sich gleich sind, und vollkommen die Seiten und Ecken eines Tetraedri formiren, dessen Axin die Perpendicular-Linie O G. vorstellig macht, massen eine jede von ihnen doppelt so groß ist, als der Radius von einer jeden Halb-Kugel ins besonders; Folglich die Linie B C. im Punct T. in zwey gleiche Theile getheilt seyn muß. Supponiren wir nun, die Linie B O, sey aus 6. gleichen Theilen zusammen gesetzt, so muß, vermöge des rechtwinklichten Trianguls O B T, das Quadrat von B O, 36. gelten, das Quadrat von B T. 9, und das Quadrat von O T, 27. betragen. Anderwärts her, wissen wir nun nicht weniger, daß das Centrum gravitatis eines gleichseitigen Trianguls, das nemliche Centrum seiner Grösse zugleich mit ist, so muß also nothwendig, da die Figur A C B O, eine vollkommene regulaire Pyramide vorstellet, der Punct G, das Centrum gravitatis dieser Grund-Fläche angeben, und im Drittheil derjenigen Linie A T, die aus dem Winkel A, auf das Mittel der gegen über stehenden Seite gezogen worden, befindlich seyn. (§. 100.) Ist also die Linie G T, das Drittheil der Perpendicular-Linie O T, und da das Quadrat von O T, 27. betragen, so muß das Quadrat der Linie G T, welches das Neuntheil des Quadrats O T. ist, 3. ausmachen, und das Quadrat von O G, 24, vermöge des rechtwinklichten Trianguls O G T.

§. 221. Multipliciren wir hiernächst diese zwey Zahlen durch 10000., um ihre Quadrat-Wurzel desto genauer zu erlangen, so werden wir finden, daß sie, nemlich die Radices, durch die Zahlen 173. und 489. exprimiret werden können. Wie nun diese beyden Zahlen bey nahe in der Verhältniß, wie 1. zu 3. stehen, so folgt, daß die Potenz R. in Praxi, gar füglich angesehen werden kan, als wär sie dem Drittheil der obern Halb-Kugel gleich; Indessen aber um so viel besser ist, daß es sich sehr selten zuträgt, die in denen Machinen fürfallende Friction so groß, oder von solcher Wichtigkeit anzutreffen, wie wir sie hier supponiren, massen man jederzeit Sorge dafür zu tragen pfleget, daß die Ober-Flächen derjenigen Theile, die einander berühren müssen, sehr wohl polirt, und mit Wagen-Schmier überstrichen werden, damit ihre Bewegung um so viel leichter geschehen könne. Und in der That, wann sich das Fett oder die Schmiere einmahl in die unvermerkten Hohlungen, die die hervorragenden Theilgen unter sich machen, insinuiret oder fest gesetzt hat, so greiffen sie einander nicht mehr so sehr an. Können also hieraus den Schluß machen, daß, wann zum Exempel die obere Halb-Kugel 60. Pfund an Schwehre besäß, Wann eine Potenz das Vermögen haben soll, die Resistenz der Friction zu überwältigen, muß sie dem dritten Theile derjenigen Last gleich seyn, die die Friction eben causiret.

besäß, die Potenz ohngefehr 20. Pfund Kraft haben müßte, um nur hiermit den Anfang zu machen, wann sie die Halb-Kugel an sich ziehen wollte; Nicht weniger auch, daß, wann diese Last von 60. Pfund, statt daß sie hier nur einer einigen Halb-Kugel zukommt, unter einer grossen Anzahl anderer Halb-Kugeln, überall gleich und gleich ausgebreitet wär, die nemlich mit einer einigen Ober-Fläche verknüpft sind, wie in der ersten Figur, die Potenz P. ebenermassen noch 20. Pfund Kraft benöthiget seyn würde, vermittelst solcher mit der Bewegung des Cörpers Q, den Anfang zu machen, ohne sich weiter um die Grösse der Grund-Fläche dieses Cörpers zu bekümmern, gestalten diese, mit der Action der Schwehre des Cörpers, nichts gemeinschaftliches besitzet: Wie ich schon allbereit beygebracht habe.

Durch die wegen der Friction mit verschiedentlichen Materien angestellten Experimenta, hat man in Erfahrung bracht, daß die Friction allezeit dem dritten Theile der Last gleich ist.

§. 222. Ich habe schon gesagt, daß Monsieur Amontons, eine grosse Anzahl Experimenta wegen der Friction angestellt, will also hier nur noch so viel beyfügen, wie er gefunden, daß wann er Eisen, Kupfer, Bley und Holz auf einander hat wegrutschen lassen, es mögen diese Materien von einerley Art gewesen seyn, oder er mag sie unter einander verwechselt haben, die von der Friction causirte Resistenz, doch allzeit fast bey nahe ein Drittheil der Schwehre desjenigen Cörpers betragen, den er eben hat bewegen wollen, so nemlich die einander berührenden Ober-Flächen mit Wagen-Schmier bestrichen gewesen sind. Desgleichen auch, daß diese Resistenz beständig nach Proportion der Last zu- und abnimmt, und die Grösse derer Ober-Flächen keine weitere Veränderung verursachet. Bey gleichmäßiger Unternehmung eben solcher Experimenten, sind mir auch die nemlichen Umstände in Erfahrung kommen; Und nur einiger massen zu zeigen, auf was vor eine exacte Art, solches habe anstellen müssen, will ich mich noch etwas hierbey aufhalten.

Fig. 6. Die beste Art durch Experimenta die Friction zu untersuchen ist, wann man sich eines Plani inclinati bedienet.

§. 223. Wann wir also einen Cörper D. haben, der solchergestalt auf ein Planum inclinatum oder auf eine abhangende Fläche A B, gestellet worden, daß die aus seinem Centro gravitatis G, gezogene Directions-Linie G H, durch des Cörpers seine Grund-Fläche E F. hindurch gehet, wird dieser Cörper in dieser Stellung in Ruhe verbleiben, wann sich nemlich die erhabenen Theilgen seiner Grund-Fläche, an die hervorragenden Theilgen des Plani inclinati auf solche Art anhängen, oder mit einander vermengen, daß sie mit demjenigen Theil der Last contrabalanciren, der eben den Cörper zum herunter rutschen zwingen will. Wie es nun aber ganz sichtbarlich ist, daß sich dieser Cörper in dergleichen Stellung, auf allen Arten von Planis, nicht selbst erhalten wird, massen andere gefunden werden, die weit mehr incliniren, oder deutlicher, weit gäher sind, auf welchen derjenige Theil der Last, der den Cörper zum Herabrutschen zu bringen trachten wird, der von der Friction causirten Widerstand alsdann übertreffen, und ihm überlegen seyn muß; So folgt also hieraus, daß ein Planum oder eine Fläche solchergestalt abhängig seyn kan, daß der kaum berührte Theil der Last, mit der Friction, das Æquilibrium oder Gleichgewicht hält. Supponiren wir nun hier, als wär uns allbereit aus der Erfahrung derjenige Winkel bekannt, nach welchem das Planum incliniren müßte, so können wir alsdann auch in Erfahrung bringen, wie sich die Potenz, die mit der Friction in Æquilibrio stehen soll, zu demjenigen Theil der Last verhält, mit welchem das Planum inclinatum beschwehret ist.

Lassen wir nun weiter aus dem Centro gravitatis G, die Perpendicular-Linie G I, auf die abhangende Fläche A B herunter fallen, ziehen mit A B die Linie G P parallel, und beschreiben das Parallelogrammum H G I L; Nehmen alsdann das Latus dieses Parallelogrammi G H, und exprimiren damit die Last oder die Schwehre des Cörpers D; So exprimirt desselben Diagonal-Linie G I, die agirende Druckung oder Pressionem dieser nemlichen Last gegen das Planum inclinatum, und das Latus G L. exprimiret denjenigen Theil der Last, der den Cörper zum Herabrutschen zu bringen suchet, oder eigentlich die Potenz P, die sich der Druckung widersetzet. Ist nun das Planum A B solchergestalt inclinirt oder abhangend, daß der Cörper fast augenblicklich fortrutschen will, so verhält sich alsdann die Friction zur Druckung der Last, wie sich verhält G L zu G I, oder wie sich verhält B C zu C A, oder noch deutlicher, wie sich die Höhe des Plani inclinati zur Länge seiner Grund-Fläche verhält, vermöge derer ähnlichen Triangul G L I und B C A.

Ein Cörper fängt auf einem Plano inclinato an herabzurutschen, wann es mit dem Horizont einen Winkel von 18. Graden, 20. Minuten formiret.

§. 224. Hieraus folget also, daß, wann wir die Friction zweyer Cörper, deren sie etwan vermögend seyn möchten, in Erfahrung bringen wollen, wir den untersten solchergestalt inclinirend machen müssen, oder deutlicher, selbigen auf einer Seiten so lang elviren, biß der oberste unvermerkt zu rutschen anfängt, und alsdann acht haben, unter was vor einem Winkel solches geschehen. Diejenige Verhältniß nun, die zwischen dem Tangente dieses angemerkten Winkels und dem Sinu Toto gefunden wird, gibt die nemliche Verhältniß an, die zwischen der Friction und demjenigen Theil der Last befindlich ist, der eben die Friction causiret. Bey meinen solchergestalt angestellten Experimenten habe angemerkt, daß der Neigungs-Winkel oder Angulus inclinationis ohngefehr 18. Grad

und

und 20. Minuten betragen, und also die Analogie angibt: BC : AC = 33136 : 100000; oder: BC : AC = 1 : 3.

Wann wir nun einmahl gefunden haben, wie sich die Friction eines Cörpers zu demjenigen Theil der Last verhält, der das Planum inclinatum druckt; So können wir auch alsobald erfahren, wie sich die Friction dieses nemlichen Cörpers zu seiner Schwehre, auf einem horizontalen Plano verhält, und zwar daher, weilen die Friction in eben der Verhältniß, wie die Druckungen steigen und sich vermehren, nothwendig also alles auch beständig bey dieser Verhältniß verbleiben muß, oder deutlicher: Wann auf einem Plano inclinato die Friction, ein Drittheil von der relativen oder gebundenen Schwehre des Cörpers beträgt, nothwendig also auch auf einem horizontalen Plano, die Friction, ein Drittheil von der absoluten oder gesamten Schwehre des Cörpers ausmachen muß. Indessen ist dieses Principium nunmehro mit gründlicher Erklärung sattsam genug erwiesen und dargethan worden.

§. 225. Es gibt aber Fälle, wo man bey Schätzung der Friction, von der Grösse derer Ober-Flächen, ohne Fehler nicht abstrahiren kan. Zum Exempel: Wann wir zwey auf einander applicirte und aufs äusserste polirte Ober-Flächen hätten, zwischen denen sich keine Lufft befänd, die vermöge ihrer Stemmung, mit der Schwehre der Atmosphæræ contrabalanciren, oder ihr die Waage halten könnte, würde die Pressio oder Druckung um so viel grösser seyn, je eine grössere Grund-Fläche, die obere Fläche der Lufft-Säule entgegen stellet, und zwar in eben der Verhältniß, wie sich die Grösse dieser gedruckten Ober-Flächen gegen einander verhalten. Weilen nun aber in denen Machinen, diejenigen Theile, die eine Friction verursachen, oder sich aneinander reiben, meistens nach krummen Linien formiret sind, wie an denen Lager-Zapfen, an denen Trieb-Stecken in einem Getriebe, an denen Kämmen oder Zähnen in denen Rädern, desgleichen an denen Zähnen an einem Kumpf zu ersehen; So ist es doch nicht undienlich, in der Berechnung ihrer Friction zugleich mit auf diejenige Druckung zu regardiren, die von der Schwehre der Lufft causiret wird.

Wann die Schwehre der Lufft auf eine Fläche agiret oder druckt, muß man auf die Erstreckung oder Ausbreitungs-Platz dieser nemlichen Fläche mit acht haben, wann man ihre Friction überschlagen will.

§. 226. Es geschicht zuweilen, daß die Schwehre eines einigen Cörpers, eine Vermehrung der Friction hervor bringt, wovon die eigentliche Ursach in Erkänntniß zu bringen, hier wohl nöthig seyn wird. Gesetzt also, wir hätten das Planum oder die Fläche E F, welche zwischen zweyen andern A B und C D. gepreßt oder gedruckt würde, weilen die erste A B, mit der Last G. beschwehret ist. Bleibt nun die Fläche C D unbeweglich, und die andere A B, wird am festen Punct H. zuruck gehalten, so wird die Potenz P, indem sie die Fläche E F. zu sich ziehen will, von Seiten der Friction, einen doppelten Widerstand, oder eine zweyfach grössere Resistenz empfinden, als die Last G, natürlicher Weise an Friction zu causiren vermögend.

Besonderer Fall, wo einerley Cörper, eine Vervielfältigung der Friction causiren kan.

Fig: 7.

Es ist gewiß, daß die Potenz P, das Planum E F, nicht zu sich ziehen kan, sie muß nothwendig diejenige Friction überwältigen, die die Ober-Fläche des Plani EF, gegen die Unter-Fläche des Plani A B. ausübet. Der Potenz P, wird es aber einerley seyn, die untersten erhabenen Theilgen von denen oberen, oder diese von denen ersteren abzusondern, oder loß zu machen, weilen die verticale Bewegung der Last G, bey einer wie der andern Art, dannoch immer einerley verbleibet; Das Planum A B. muß sich also auf dem Plano E F, eben so hoch eleviren, als sich letzteres auf dem Plano C D. eleviret oder erhöhet. Folglich kan die Potenz P, das Planum E F. nicht zu sich ziehen, ohne daß die Last G, nicht eine doppelte Quantitas motus oder zweymahl so viel Kraft besitzen sollte, als sie würklich besitzen würde, wann sie nicht zurück gehalten worden wär. Wie es nun ebenermassen wiederum einerley ist, eine gewisse Last, zweymahl so hoch zu eleviren, oder die doppelte Last, in eben der Zeit, nur halb so hoch zu eleviren. (§. 98.) So muß folglich die Potenz P, in so fern sie der Friction derer beyden Ober-Flächen des Plani E F, das Æquilibrium oder Gleichgewicht halten soll, zweymahl so viel Stärke oder Kraft haben, als sie deren benöthiget seyn würde, wann es nur die Friction einer einigen Ober-Fläche vom Plano E F, anbeträf.

Hätten wir nun an statt zweyer Flächen, eine grössere Anzahl dergleichen, wie bey A, A, A, &c. zu ersehen, und stellen sie uns also vor, als hätten sie ganz keine Schwehre, und würden in denen Puncten B, B, B, &c. fest gehalten, über dem noch, als befänden sich zwischen zweyen und zweyen, allzeit noch andere hier mit C bezeichnete Flächen, die des einigen Gewichts G Druckung empfinden, würde diejenige Potenz, die alle diese letztere Flächen an sich ziehen wollte, eine der Anzahl dieser Flächen proportionirte Stärke und Kraft anwenden müssen. Oder deutlicher, wann zwölf solcher Flächen wären, die zusammen 24. Ober-Flächen betragen, und das Gewicht G wär 30. Pfund, würde diese Potenz, da die Friction dieses Gewichts gegen jede Ober-Fläche insbesondere, 10. Pfund ausmacht, 240 ℔. Kraft benöthiget seyn, um die gesamte Friction zu überwältigen; Dann die Last G, würde sich 24. mahl höher eleviren oder erhöhen müssen, um allen diesen Ober-

Fig. 8.

 Flächen

Flächen die Freyheit zu lassen, sich voneinander abzusondern, als es nöthig seyn würde, wann die Friction einer einigen Ober-Fläche nur allein überwunden werden sollte, weilen aus eben beygebrachter Ursach, eine Last von 720. Pfund hier statt hat. Woraus dann eben zu ersehen, daß es Fälle gibt, wo eine mittelmässige Last, sehr vielen Widerstand thun kan.

Fig. 9. Diejenige Friction, die ein Cörper causiret, wann er sich gegen eine vertical-stehende Ober-Fläche anreibet, wird fast nicht verspühret, so er nemlich an seinem Centro gravitatis in der Luft gehalten wird.

§. 227. Hätten wir nun eine verticale Ober-Fläche A B, gegen welche, eine von denen Seiten des Cörpers E G appliciret wäre, und eine Potenz P ließ diesen Cörper längst dieser Ober-Fläche A B, herauf- und herniedersteigen, und zwar nach einer Direction F P, die vom Centro gravitatis dieses Cörpers ausgehet, und mit der Ober-Fläche parallel lauft: So ist gewiß, daß, da diese Potenz die ganze Last erhält, sie mag auch so groß seyn, wie sie will, die Friction der einen Seite dieses Cörpers, sehr wenig ausmachen wird, weilen zu behaupten stehet, daß, wo keine Pressio oder Druckung angetroffen wird, auch keine Friction statt haben kan. Inzwischen, wann diese beyden einander berührenden Ober-Flächen in solchen Umständen befindlich sind, daß sie solche hervorragende oder erhabene Theilgen an sich haben, die beständig ineinander eingreiffen, wie wir uns solche biß anhero vorgestellet, wird der Cörper dannoch nicht in die Höhe steigen, ohne daß er nicht, es sey auch noch so um ein weniges, von seinem verticalen Stand abweichen sollte, um sich von der Ober-Fläche A B, abzusondern, und ohne daß die Potenz P, nicht mit ein wenig mehrerem Nachdruck agiren müßte, als hier der Nachdruck des Cörpers beträgt, und auf welchen sich eben die hier vorfallende Friction beziehet, die man nicht mit derjenigen confundiren muß, die von der absoluten oder gesamten Schwehre des Cörpers entspringt. Z. E. Es ist wohl wahr, daß sich die Pompen-Stöcke oder Plompen-Stempel mit ihren Kolben an der innern Wand der Pompen-Röhren, oder an der innern Ründe des Stiefels reiben, und eine Friction verursachen. Da inzwischen aber bloß allein der obere Circul an dem Stempel-Kolben, die ganze Last der Wasser-Säule träget, und nicht desselben Seiten-Fläche, und über dem auch noch das Leder, womit selbige umgeben, ganz biegsam ist und beständig nachgibt, sich also um so viel besser mit dem Pompen-Stiefel vereinigen kan; So mag auch die Friction beschaffen seyn, wie sie will, so hat sie mit der Schwehre der Wasser-Säule nichts gemeinschaftliches. Und wann man sich von denen Vortheilen eines Pompen-Kolbens ohne aller Friction hat verblenden lassen, kommt es daher, daß man auf die Natur oder Eigenschaft des sich in dergleichen gedachten Umstand befindlichen Kolbens, nicht genugsam attentiret hat.

Fig. 9. Wann eine vertical-stehende Ober-Fläche von einer andern Ober-Fläche wiederum perpendiculair gestossen oder gedruckt wird, so beträgt die Friction noch immer den dritten Theil der Druckung.

§. 228. Befänd sich hier aber noch eine andere Potenz Q, die den Cörper D, nach einer mit der Seite E G perpendiculair-lauffenden Direction Q D, gegen die Ober-Fläche A B anstöß oder antrieb, müßte die erste Potenz P, so sie anders den Cörper D zum Steigen bringen soll, stärker seyn und mehr Kraft besitzen, als wir selbige vorhero angenommen haben, weilen sie nunmehro noch die von der Potenz Q ihrer Druckung causirte Friction überwältigen muß. Setzen wir also, diese Druckung betrüg 30. Pfund, und die Last 40. Pfund, so muß die Potenz P, 50. Pfund Kraft besitzen, weilen sie nach einer mit der Fläche A B parallel-lauffenden Direction agiret, nothwendig also die von der Friction causirte Resistenz, den dritten Theil der Potenz betragen muß.

Abstrahiren wir nun aber von der Potenz P, und machen uns die Vorstellung, als ruhete der Cörper E G, auf einem horizontalen Plano H C I K, während er von der Potenz Q, gegen die verticale Ober-Fläche A B, wie vorhero, hier aber wieder von einer andern Potenz M. nach einer horizontalen mit der Ober-Fläche A B parallel-lauffenden Direction M L, angetrieben oder fortgestossen würde; So ereignet sich hier, daß die Potenz M zwey Hindernisse überwältigen muß, nemlich, die Friction des Cörpers D, die er mit der verticalen Ober-Fläche A B. causiret, und dann die Friction dieses nemlichen Cörpers, die er auf dem horizontalen Plano H I würket. Dann, die gegen die verticale Ober-Fläche A B geschehende Druckung, man mag auch der Potenz Q. eine Kraft zueignen, wie man nur will, vermindert die Action der Schwehre des Cörpers keinesweges, sondern sie druckt das horizontale Planum C H K I eben so wohl, als wann die Potenz Q. gar nicht darbey wäre. (§. 68.) Der dritte Theil der Potenz Q, und der noch hinzu gefügte dritte Theil der Schwehre des Cörpers, exprimirt also die Potenz Q.

Fig. 10.

§. 229. Hieraus folgt also, wann wir eine verticale und unbeugsame Fläche E I G H haben, die zwischen denen beyden Stand-Säulen oder Ständern A B und C D einpasset, und von einer Potenz Q, nach einer perpendiculairen Direction Q I gestossen oder angetrieben wird, daß diejenige Potenz P, die etwan diese Fläche eleviren wollte, eine solche Kraft oder Stärke besitzen muß, die nicht allein ihrer Schwehre, sondern noch überdem dem dritten Theile der Potenz Q, oder ihrer würkenden Druckung, gleich seyn muß. Woraus dann eben zu ersehen, daß diejenige Schwürigkeit, die man bey denen Schleussen antrift, allwo es nemlich so hart hält, wann man ein Schutz-Brett, welches den Lauf des Wassers hemmet, eleviren will, von zweyen Ursachen herkommt, nemlich erstlich,

von

von der Schwehre des Schutz-Bretts, vors andere, von dem Stoß oder von der Stemmung des Wassers gegen das nemliche Schutz-Brett, welches wiederum auf denen Stand-Säulen ruhet, solche nach einer perpendiculairen Direction druckt, und darbey eine Friction verursachet, welche leichtlich zu überschlagen seyn wird.

§. 230. Um nun von denen verschiedentlichen Fällen Meldung zu thun, wo die Friction statt zu haben, und gemeiniglich in denen Machinen vorzukommen pfleget, wie aus denen Beyspielen, die ich im folgenden hiervon beybringen will, abzunehmen seyn wird; So wollen wir uns die Einbildung machen, als stellte das Rectangulum A B, ein ins gevierdt-gehauenes Stück Holz vor, wie gemeiniglich in gewissen Mühlen an denen Stämpfern dergleichen zu ersehen, die sich zwischen zweyen Zwerch-Latten E. F, und M. N, so eigentlich Scheiden oder Scheide-Latten genennet werden, eingeschlossen befinden. Diese letztere, nemlich die Scheide-Latten, dienen nun darzu, daß sie, wann die Stämpfer in die Höhe und wieder herniedersteigen, und zwar vermöge einer gewissen Potenz P, die wir also angebracht zu seyn supponiren, daß sie den an der Hebe-Latten S V. befindlichen Punct V, nach einer mit der Seiten-Fläche S T perpendiculair-lauffenden Direction P V, berühret, und die Hebe-Latte von V nach O zum Steigen bringet, diese nemlichen Stämpfer dirigiren, oder in ihrer verticalen Stellung erhalten, damit sie zugleich mit der Hebe-Latte von der Potenz P in die Höhe gehoben werden können. Wie es nun aber unumgänglich nöthig, zwischen denen obern und untern beyden Scheide-Latten, ein wenig Spiel-Raum zu lassen, so geschicht es auch hergegen, da die Potenz P, nicht nach der durch das Centrum gravitatis des Stämpfers hindurchgehenden Direction K Y. agiret, sondern ausserhalb derselben, daß sich der Stämpfer gegen den Rand der innern Seiten-Flächen an denen Scheide-Latten C. und D. auflehnet oder anreibet, und dadurch Friction verursachet. Sollten nun diese beyden Frictiones so wohl die obere als die untere, berechnet werden, so supponire ich, als wär noch eine andere Potenz Q vorhanden, die den Stämpfer nach einer zu V G. perpendiculairen Direction Q C. wiederum zuruck stöß, und zwar mit einer solchen Kraft, die der im Punct C. geschehenden Druckung gleich ist, und sehe über dem noch den Punct V, als ein Hypomochlium oder Ruhe-Punct an, ingleichen das Gewicht L, als die Last, die eleviret werden soll: So wird sich alsdann dieses Gewicht oder diese Last L. zur Potenz Q. verhalten, wie sich die Perpendicular-Linie V G. zur Perpendicular-Linie V I. verhält, oder $L : Q = VG : VI$; Woraus folgende Æquationes entspringen: $VI \times L = VG \times Q$ und $\frac{VI \times L}{VG} = Q$. [oder die letztere *Æquation* in Worten: Wann die Last *L*, oder eigentlich die Schwehre des Stämpfers mit der Länge *V I* multipliciret, und das kommende *Product*, mit der Länge *V G* dividiret wird, gibt der kommende *Quotiens* die *Potenz Q.* an.] Um nun ebenermassen die im Punct D. geschehende Druckung zu erfahren, müssen wir wiederum supponiren, als wär die Potenz R. vorhanden, die nach der perpendiculairen Direction R D agirend dieser Druckung das Gleichgewicht hält. Vermöge dessen haben wir wiederum von neuen folgende Proportion: Wie sich die Last L, zur Potenz R. verhält, eben so verhält sich die Perpendicular-Linie V H, zur Perpendicular-Linie VI, oder: $L : R = VH : VI$; Folglich $VI \times L = VH \times R$, und $\frac{VI \times L}{VH} = R$. [oder die letztere *Æquation* denen Worten nach: Wann die Last *L.* mit *V I.* multiplicirer, und das kommende *Product* durch *V H.* dividirt wird, gibt der *Quotiens* die *Potenz R.* an.]

Da nun in beyden letztern Æquationibus die Dividendi einerley sind, so stehen also die Quotientes, mit denen Divisoribus in Relatione reciproca. Folglich verhält sich die *Friction* beym *Punct C.* zur *Friction* beym *Punct D.* wie sich *H V.* zu *V G*, verhält. Diese Proportion gibt zu verschiedenen Anmerkungen Anlaß, die wir nunmehro durch Hülffe der zwölften Figur deutlicher machen wollen: Folget also hier derselben Construction.

§. 231. Erstlich müssen wir die Linie g h. ziehen, und zwar eben so groß, als die Vertical-Linie G H, in der vorhergegangenen Figur; Alsdann an denen Extremitäten g. und h, die Parallel-Linien g i. und h l. verzeichnen, damit hierdurch die Anguli alterni i g h, und g h l, nach einer gefälligen Oefnung entstehen. Hiernächst müssen wir auf der Linie g h, von ihren beyden Extremitäten an, die beyden Theile g a und h a, derjenigen Distanz I V. gleich machen, in welcher die Potenz P, von der Directions-Linie der Last L. entfernet ist, und die Linie a b, zu gi oder h l. nach einer gefälligen Länge parallel ziehen. Nehmen wir nun die Linien derer Winkel i g h und g h l. vor Assymptoten an, so können wir durch jeden Punct b, eine *Hyperbel* hindurch gehen lassen.

Fig. 11. 12. Die Application derer Eigenschaften der Hyperbel, auf die bey denen Stämpfern insgemein vorfallende Abwechselung der Friction.

Vor jetzo kommt es nun drauf an, diejenige Druckung anzugeben, die der Stämpfer in denen verschiedenen Elevationibus oder Erhöhungen der Hebe-Latte ausübet. Derohalben müssen wir durch den Punct v, die Linie q f mit der Assymptote g i parallel ziehen, deren Länge von denen beyden Hyperbeln determiniret wird. Supponiren wir nun, die Heb-Latte befände sich im Punct V, als in der unter dem Punct n angenommenen Höhe, welcher Punct n. das Mittel von g h. ausmacht, so sag ich, daß die Linie v f. diejenige Druckung exprimiret, die beym Punct C. geschicht, und die Linie v q. diejenige, die beym Punct D. erfolgt; Ja, noch über dem, daß sich eine jede von diesen Linien zu der beständigen oder unveränderlichen Linie a b. eben so verhält, wie sich eine jede Druckung zur Last L. verhält. Dann, vermöge der Eigenschafft der Hyperbel wissen wir, daß g v + v f = g a + a b, und daß h v + v q = g a + a b, oder, welches einerley ist, daß G V + Q = I V + L, und V H + R = I V + L.

**Erster Fall, in welchem die Friction derer Stämpfer am schwächsten unter allen ist.**

§. 232. Es folget vors erste also hieraus, daß, wann sich die Hebe-Latte in der Höhe des Puncts n befindet, welcher das Mittel der Vertical-Linie g h, ist, und also die der Assymptote g i parallel gezogene Linie m o., alsdann nothwendig in zwey gleiche Theile getheilt seyn muß, die Pressiones oder Druckungen gegen die Puncta C. und D. einander gleich seyn müssen, und daß nicht weniger auch bey diesem Fall, die Summa dieser beyden Druckungen, die kleineste oder geringste unter allen denenjenigen ist, die nur aus denen verschiedentlichen Elevationibus oder Erhöhungen der Hebe-Latte erfolgen können, weilen die Parallel-Linie m o. die kleineste unter allen denenjenigen ist, die nur auf solche Art von einer Hyperbel zur andern gezogen werden können.

**Anderer Fall, wo die Stämpfer die grösseste Friction haben.**

§. 233. Vors andere folget, daß, wann die Hebe-Latte die Scheide-Latten E. oder N. berühret, und die einander gleichen Linien g d. und h d. bemerken der Hebe-Latte ihre Dicke, die dasige Druckung oder Pressio unter allen die grösseste und wichtigste ist, weilen die Parallel-Linien c e, unter allen denenjenigen die grössesten sind, die in dem Intervallo d d. gezogen werden können.

**Dritter Fall, wo die Friction eines Stämpfers unendlich werden kan.**

§. 234. Drittens, wann der Punct V. an der Hebe-Latte gar keine Hinderniß antraf, und könnte so weit kommen, daß er mit denen Puncten C. und D. in gerader Linie stündt, würde es geschehen, daß, da sich die Puncta d, mit denen Puncten g. und h. confundiren, und also die Linie d c. sich auch mit der Assymtote g i. oder h l. vermischen muß, die eine von denen Druckungen von unendlicher Erstreckung, hergegen die andere g f, die allergeringste unter allen denenjenigen seyn müßte, die nur die entgegen gesetzte Scheide-Latte bekommen könnte.

**Vierdter Fall, wo die Friction derer Stämpfer allzeit abnehmend befunden wird.**

§. 235. Vierdtens, wann die Hebe-Latte unterhalb den Punct n. spielet, als nemlich zwischen v. und t., so ersehen wir, daß, so wie sie steiget, eben so die Friction abnimmt, massen sich die grössere zu der kleineren verhält, wie q f. zu r x.

**Wie die Hebe-Latten an denen Stämpfern angebracht werden müssen, damit sie die möglichst wenigste Friction haben.**

§. 236. Fünftens, wann sich die Hebe-Latten vom Punct n, oberhalb oder unterhalb desselbigen, in einer gleichen Weite entfernt befindet, werden wir nicht weniger gewahr werden, daß die Druckungen einander gleich seynd, und zwar um so viel geringer oder schwächer, je naher die Hebe-Latte beym Punct v. angetroffen wird. Woraus dann eben zu ersehen, wie bey der Constructión oder Einrichtung derer Stämpfer in Obacht zu nehmen, daß, wann sie die möglichst wenigste Friction haben sollen, die Hebe-Latten solchergestalt an ihnen angebracht seyn müssen, daß derjenige Raum oder dasjenige Spatium, in welchem sie in ihrer Bewegung auf- und niedersteigen sollen, von dem Mittel-Punct derjenigen Weite, in welcher die Scheide-Latten von einander abstehen, in zwey gleiche Theile getheilet wird.

**Fig. 11. 12. Die Friction derer Stämpfer dependiret auch mit von der Länge derer Hebe-Latten.**

§. 237. Da nun die Linie g a. den Hebels-Arm I V. exprimirt, und es geschähe, daß sich diese Linie verlängerte, während die Linie a b. oder die Last L. aber, indessen doch beständig einerley verbliebe, so muß die Druckung oder Friction in eben der Verhältniß anwachsen, so wie diese gedachte Linie g a. zunimmt; Weilen die Spitze einer jeden Hyperbel von denen Puncten g. und h. entfernter oder weiter weg zu stehen kommen würde. Supponiren wir also, wann nemlich die Hebe-Latte in die Höhe zu steigen anfängt, als wär die Potenz P. beym Punct S. applicirt, und gienge während der Zeit, in welcher sie den Stämpfer von V. nach O. zum Steigen bringt, aus S. nach V, in einer uniformen Bewegung fort; So muß im ersten Momento oder Augenblick die Linie g a, der Linie I S. gleich seyn, und die Parallel-Linie q f. also um so viel unter ihrer jetzigen Stelle stehen, als nemlich I S. unter I V. befindlich ist. Woraus dann zu ersehen, daß die Potenz, indem sie steiget, in dem einen Verstand abnimmt, in dem andern aber zunimmt; Sie nimmt aber vielmehr zu, als sie nach Proportion des Hebels-Arm abnimmt, der doch stets anwächst oder grösser wird, welches wir auf eine allgemeine Art exprimiren können. Wollen also diejenige Distanz oder Weite, in welcher sich die Potenz P, vom Punct I. entfernt befinden kan, z nennen, die Höhe D S. oder die Höhe der Hebe-Latte H V. über der Horizontal-Linie D R, y, und die Vertical-Linie G H, d. heissen; So ist also G V = d − y. Also bekommen wir $\frac{L\,z}{y}$ vor die Druckung, die beym Punct D. geschicht, und

$\frac{L\,z}{d-y}$ vor die Druckung beym Punct C. (§. 230.) Verhält sich nun die Druckung zur Friction wie m zu n, so bekommen wir $\frac{n\,L\,z}{m\,y} + \frac{n\,L\,z}{md - my}$ vor die Friction, und endlich, wann hierzu annoch die Last L. hinzu gethan wird, kommt: $L + \frac{n\,L\,z}{m\,y} + \frac{n\,L\,z}{md-my} = P.$

Dieses von dem Herrn *Autore* beygebrachte nur einigermassen in Zahlen „
deutlicher zu machen, folget hier eine *Reduction* auf zwey angenommene „
Fälle: „

Wann also

Im ersten Fall $z = IS = 3$ Zoll; Im andern Fall $z = IV = 5$ Zoll; „

In beyden Fällen aber:

Die Höhe $DS$ oder $HV = y = 20$ Zoll. „
Das *Intervallum* $GH = d = 50$ Zoll. „
Die Weite $GV = d - y = 30$ Zoll. „
Die Schwehre des Stempels oder $L = 24$ ℔. „

So haben wir folgenden allgemeinen Satz, die Druckung im *Punct D* zu „
finden. (§. 230.)

$$y : L = z : \frac{L\,z.}{y}$$ „

Folglich lautet solcher durch Zahlen *resolviret*:

Im ersten Fall:

20 Zoll : 24 ℔ = 3 Zoll?

20 Zoll | 72 | $3\frac{3}{5}$. ℔. die Druckung im *Punct D.*

Im andern Fall:

20 Zoll : 24 ℔ = 5 Zoll?

20 Zoll | 120 | 6. ℔ die Druckung im *Punct D.*

Der allgemeine Satz, die Druckung im *Punct C.* zu finden ist dieser:

$$d - y : L = z ? \frac{L\,z.}{d-y}$$

Folglich lautet solcher durch Zahlen *resolviret*,

Im ersten Fall:

30 Zoll : 24 ℔. = 3 Zoll?

30 Zoll | 72 | $2\frac{2}{5}$. ℔. die Druckung im *Punct C.*

Im andern Fall:

30 Zoll : 24 ℔. = 5 Zoll?

30 Zoll | 120 | 4. ℔. vor die Druckung im *Punct C.*

---

Folglich ist die gesamte Druckung in beyden *Puncten C* und *D* nach dem allgemeinen Satz:

$$\frac{L\,z}{y} + \frac{L\,z.}{d-y}$$

Folglich in unsern Zahlen,

Im ersten Fall:

$3\frac{3}{5}$ ℔. + $2\frac{2}{5}$ ℔. = 6 ℔. die gesamte Druckung.

Im andern Fall:

6 ℔. + 4 ℔. = 10 ℔. die gesamte Druckung.

---

Nach dem allgemeinen Satz verhält sich die gesamte Druckung zur *causirenden Friction*, wie *m* zu *n*. folglich:

$$m : n = \frac{L\,z}{y} + \frac{L\,z}{d-y} ? \frac{n\,L\,z}{m\,y} + \frac{n\,L\,z}{md-my} = \text{die gesuchte } \textit{Friction}.$$

---

Es verhält sich aber $m : n$ wie 3 : 1. Also erhalten wir vor die *Friction:*

**Im ersten Fall:**

$3 : 1 = 6$ ℔. : 2 ℔. die Friction.

**Im andern Fall.**

$3 : 1 = 10$ ℔. : $3\frac{1}{3}$ ℔. die Friction.

Nach dem allgemeinen Satz ist also die *Potenz*

$$P = L + \frac{nLz}{my} + \frac{nLz}{md - my};$$

Folglich,

**Im ersten Fall:**

$P = 24$ ℔. $+ 2$ ℔. $= 26$ ℔.

**Im andern Fall:**

$P = 24$ ℔. $+ 3\frac{1}{3}$ ℔. $= 27\frac{1}{3}$ ℔.

Die Friction derer Stämpfer muß in dem Fall berechnet werden, wo die Potenz gezwungen ist, ihren grösten Nachdruck anzuwenden.

§. 238. Wir haben schon §. 136. beygebracht, daß die beyden Extremitäten desjenigen Raums, welchen die Hebe-Latte im Steigen und Fallen durchwandert, von denen beyden Puncten, wo die Druckung geschicht, gleich weit entfernt seyn müssen. Verbliebe also in diesem Fall die Potenz in einerley Weite von der Directions-Linie der Last entfernt, würde sie allezeit biß an das Mittel des Raumes, den sie durchwandern muß, beständig abnehmen, (§. 235.) hernachmahls so lang anwachsen, biß sie ihr selber wieder gleich wird, nemlich, wie sie zu Anfang des Steigens beschaffen gewesen. Wollten wir nun aber diese Potenz, in Vergleichung der Last und der Friction, die sie überwältigen muß, determiniren und bekannt machen, müssen wir sie in solchem Fall überschlagen, wo sie mit dem grösten Nachdruck agiret, den sie eben zu Anfang und zu Ende desjenigen Raums, welchen sie zu durchwandern vor sich hat, anzuwenden gezwungen ist, und uns darum weiter nicht bekümmern, oder in Sorge setzen, daß sie zwischen diesen beyden Extremitäten variiret oder abwechselt. Alsdann können wir $y$, als eine beständige oder unveränderliche Grösse ansehen, und sie durch diejenige Höhe $HV$ determiniren, in welcher sich die Hebe-Latte $SV$, wann sie zu steigen anfängt, über der Linie $DH$ befindet. Nennen wir nun diese nemliche Höhe $c$, so bekommen wir an die Stelle der vorhergegangenen Expression der Potenz $P = L + \frac{nLz}{my} + \frac{nLz}{md - my}$, nunmehro folgende: $L + \frac{2nLz}{mc} = P$; Und nehmen wir weiter an, daß sich die Druckung zur Friction oder $m : n$ verhält, wie 3 : 1, so kommt solche alsdann also: $L + \frac{2Lz}{3c} = P$. [oder in Worten: „ Wann das doppelte „ *Product* der Schwehre des Stämpfers *L.* in diejenige Weite, in welcher die *Potenz* an der Hebe-Latte vom *Punct I.* abstehet, durch die dreyfache Höhe *HV* dividirt, und der kommende *Quotient*, zur Schwehre des Stämpfers wiederum *addiret* wird, gibt die folgende *Summa* die gesuchte *Potenz P* an, die an ihrem einmahl „ eingenommenen Orte, den Stämpfer zu *eleviren*, und die *Friction* zu überwältigen „ vermögend.] Welcher Expression wir uns dann im folgenden bedienen werden. Zuweilen befindet sich die Hebe-Latte, statt daß sie zwischen denen zweyen Puncten, wo die Friction geschicht, mitten innen stehen sollte, fast unten am Stämpfer unter der untern Scheide-Latte, sie sey nun aber angebracht auf was Art sie will, so mag das Beygebrachte genug seyn, des Stämpfers Friction zu berechnen.

Aus diesem vorhergegangenen ist nun leichtlich zu ersehen, daß, wann man die spielende Theile an einer Machine aufs genaueste examiniren, und um so viel klärere Ideen von ihnen erhalten will, ihre Würkungen desto vollkommener zu berechnen, man daselbst tausend Dinge entdeckt, die nicht eher als nach weitläufftig angestellten Untersuchungen in Erkänntniß gebracht werden. Es ist wahr, man kan bey denen Erforschungen, in so hohem Grad genau zu gehen entübrigt seyn; Allein man läßt alsdann allzeit schon wiederum genugsam nach, wann man zur Execution oder Vollbringung schreitet. Und wann man alles dasjenige, was nur diesen Stämpfern zukommt, geometrice mit dergleichen Schärfe tractiren wollte, würde man sich in solche Berechnungs-Schwürigkeiten einlassen müssen, die nicht leicht zu resolviren seyn würden.

Fig. 13. Diejenigen Frictiones, die der Bewegung nach in der Runde geschehen, müssen eben so berechnet werden, als geschähen sie nach

§. 239. Biß anhero haben wir supponiret, als agirte diejenige Potenz, die die Friction überwältiget, nach einer geraden Linie, und sie und die Last hätten einerley Geschwindigkeit. Da nun aber die Bewegung in denen Machinen fast allezeit krummlinicht, oder nach krummen Linien geschiehet, überdem auch noch die Geschwindigkeit der Last, und die Geschwindigkeit der Potenz, von einander unterschieden sind; So wollen wir nunmehro vorstellig machen, und im folgenden zeigen, daß diejenige Potenz, die die Friction überwältigen soll, eben also anwächst oder abnimmt, so wie ihre Geschwindigkeit in Vergleichung der Geschwindigkeit der Last, zu- und abnimmt, oder welches einerley ist, eben wie die dem einen als dem andern correspondirende Hebels-Arme an der Grösse oder Länge ab- und zunehmen; Folglich, wann die Frictiones berechnet werden sollen, hierinnen bloß allein nach denen gemeinen Gesetzen der Mechanic zu verfahren stehet.

gerader Linien, und muß also auf diejenigen Hebels-Arme zugleich mit regardiret werden, die mit der Last und der Potenz correspondiren.

Haben wir einen auf ein horizontales Planum gestellten Cörper A, der in seinem Centro gravitatis an einem unbeugsamen Stab A C, dessen Ruhe-Punct B. im Mittel befindlich, befestiget ist, und an der Extremität C sich eine Potenz befindet, die beständig nach einer mit dem Hebel perpendiculair-lauffenden Direction C H. anziehet, so gehet das Centrum gravitatis von A nach I fort, und beschreibet eine Circumferenz, eben so wohl wie der Punct C, und zwar beyde nach einerley Geschwindigkeit. Folglich muß diese Potenz dem dritten Theile der Last gleich seyn, und ihrer Action nach, eben die Beschaffenheit haben, nicht anders, als wann sie nach einer geraden Linie A E agirete.

Ist aber die Potenz im Punct D als dem Mittel von B C, angebracht, so beschreibt sie die Circumferenz L M, die nur halb so groß als die Circumferenz I K; Da nun ihre Geschwindigkeit nur die Helffte von der Geschwindigkeit der Last beträgt, so muß sie vor jetzo zweymahl mehr Stärke oder Kraft besitzen, als sie an der Extremität C gehabt, nemlich der Verhältniß nach, muß sich ihre jetzige Kraft zur Last verhalten, wie sich ihr Hebels-Arm zum Hebels-Arm der Last reciproce verhält. Folglich muß sie zwey Drittheile von der Schwehre des Cörpers A betragen. Wär aber im Gegentheil der Hebels-Arm B F zweymahl so groß als B A, würde der Potenz ihre Geschwindigkeit auch zweymahl grösser seyn, als die Geschwindigkeit der Last, ihre Stärke oder Kraft hergegen nur den sechsten Theil von der Schwehre dieser nemlichen Last ausmachen.

§. 240. Wann man einen Cörper auf einem Plano um einen fixen oder festen Punct herum sich bewegen lässet, so haben diejenige Theile der Friction causirenden Ober-Fläche, in ihrer Bewegung mehr oder weniger Geschwindigkeit, nachdem sie sich näher oder weiter vom gedachten Punct entfernt befinden. Um aber nun eine mittlere Proportional-Geschwindigkeit zu erlangen, müssen wir die Länge desjenigen Hebels-Arms, der der Last gehören soll, durch diejenige Weite determiniren, in welcher der feste Punct vom Centro gravitatis der gedachten Fläche abstehet. Zum Exempel: Wann wir einen Cylindrischen Cörper R O Q S, gleichwie einen auf die platte Seite gelegten Mühlstein hätten, und wir wollten ihn um sein eigen Centrum B herum lauffen lassen; So können wir hier vermöge dessen, weilen seine Basis oder Grund-Fläche ein Circulus ist, gar füglich supponiren, als wär die Schwehre dieses Cörpers auf der Circumferenz L M überall gleich und gleich ausgebreitet, und der Radius dieser Circumferenz wär die Linie B D, die zwey Drittheil von B T betragen muß; (per §. 101.) Oder so es gefällig, können wir gar supponiren, als wär die gedachte Schwehre des Cörpers in dem einigen Punct D beysammen vereinbahret, und der Punct D hätte die Linie B D zum Hebels-Arm.. Folglich können wir alsdann sagen, daß, wann sich nemlich ein Mühlstein in einer uniformen oder stets-gleichbleibenden Bewegung beweget, seine Quantitas motus oder seine Kraft nichts anders ist, als dasjenige Product, welches erfolgt, wann die Schwehre des Mühlsteins, durch die Circumferenz L M oder durch die zwey Drittheile der Circumferenz seines grösten Circuls, multipliciret wird.

Fig. 13. Wann ein Cörper sich um einen festen Punct herum beweget, so muß der der Friction zukommende Hebels-Arm, durch diejenige Weite exprimiret werden, in welcher sich dieser feste Punct vom Centro gravitatis der Friction causirenden Ober-Fläche des Cörpers entfernt befindet.

Es folget hieraus, wann der Rund-Baum einer Machine in einer verticalen Stellung befindlich ist, und unten am Fuß auf einen Zapfen, der sich in einer Pfanne herum drehet, anstösset, daß die Friction dieses Zapfens, die Länge von zwey Drittheilen seines Radii zum Hebels-Arm besitzet.

§. 241. Wann wir einen Cylinder haben, der auf zwey nach gewissen Circul-Stücken ausgeschnittenen Pfannen geleget ist, wie solches am Profil bey K H Z zu ersehen, damit eine Potenz Q vermittelst selbigen eine Last P. nach einer mit dem horizontalen Diametro A C. sich perpendiculair befindlichen Direction Q C. eleviren, und zwar durch Beyhülffe eines Seils, von welchem supponiret wird, daß es etliche mahl um den Cylinder umwunden sey, solchen zwingen könne, sich in denen Pfannen K H Z. herum zu drehen: So ist gewiß, daß, wann hier keine Friction statt fänd, nach dem Statu Æquilibrii die Potenz an und vor sich nur bloß der Last gleich seyn dürffte, folglich in solchem Fall, wann die Last P, 60. Pfund betrüg, der Ort der Ruhe mit 120. Pfund Last beschwehret wäre. Da nun aber die Friction, die der Cylinder auf denen Pfannen verursachet, hier keinesweges zu verwerffen, vielmehr den dritten Theil der Druckung beträgt, so müssen wir nothwendig die Potenz Q mit 40. Pfund verstärken, weilen die Geschwindigkeit der Friction causirenden Ober-Fläche des Cylinders, der Geschwindigkeit derjenigen Potenz, die wir beym Punct C. angebracht zu seyn supponiren, völlig gleich ist. Allein vermöge dessen, da beyde Theile, so wohl die Potenz als die Last, sich gleich weit vom Centro B. entfernt befinden, und überdem noch die Potenz mit 40. Pfund verstärket worden, muß nicht weniger auch des Cylinders seine gegen den Ruhe-Ort ausübende Druckung anwachsen, und an Friction noch einen Ueberschuß causiren, der dem dritten Theile der

Fig. 14. und 15. Es gibt Fälle, wo eine eine Last zu eleviren agirende Potenz, zur Vermehrung der Friction vieles beyträgt.

Vermehrung oder Verstärkung der Potenz gleich ist, nemlich dem dritten Theile von 40. Pfund, welches $13\frac{1}{3}$. Pfund beträgt, und wiederum von neuen zur Stärke der Potenz hinzu gethan werden muß. Wie nun aber diese zweyte Verstärkung nothwendig wiederum eine neue Pression oder Druckung, folglich auch eine neue Friction zu verursachen vermögend, so müssen wir also das Drittheil von $13\frac{1}{3}$. Pfund, und abermahlen wieder das Drittheil vom Drittheil nehmen, und hierinnen auf solche Art fortfahren, biß wir endlich auf so ein geringes Gewicht kommen, das keiner weitern Berechnung verdienet, da wir dann solchergestalt finden werden, wie hoch sich hier die Friction beläufft, nemlich; $40 + 13\frac{1}{3} + 4\frac{4}{9} + 1\frac{13}{27} + \frac{40}{81} + \frac{40}{243} = 59\frac{223}{243}$. Pfund. Addiren wir nun unsere kaum gefundene Friction, zur Schwehre der Last, die 60. Pfund beträgt, so kommt $119\frac{223}{243}$. Pfund; Und so viel Kraft muß also die Potenz Q besitzen, wann sie anders mit der Last P und der gedachten Friction das Æquilibrium haben soll; Mithin solche aber alsdann auch, wann sie nur um ein weniges verstärkt würde, das Vermögen hätte, die Last auf gemeldete Art zu erheben.

**Eine Art, die Summam derer Terminorum einer Geometrischen Progression zu finden.**

§. 242. Da nun hierbey leichtlich wahrzunehmen, wie diejenigen Quanta oder Grössen, nach welchen wir die Potenz P. verstärket haben, in ihrer Erstreckung vollkommen eine solche Progressionem Geometricam zusammen setzen, deren Termini beständig abnehmen biß auf Zero fortgehen, und hier vornehmlich ihre Summa zu wissen begehret wird, so können wir solche nach einer in denen Elementis der Algebre allbereit erwiesenen General-Regul auf einmahl ausfindig machen, wie aus dem folgenden zu ersehen.

Wann wir eine *Progressionem Geometricam* haben, die im beständigen Abnehmen biß auf *Zero* forgehet, so können wir alsobald die *Summe* aller derjenigen *Terminorum*, die nach dem ersten in ihrer fernern Erstreckung folgen, bekannt machen, so wir nur den ersten *Terminum* durch den andern *multiplicir*en, und das kommende *Product* mit der *Differenz dividir*en. Gesetzt, a und b wären die beyden erstern Termini, so muß also $\frac{ab}{a-b}$ die Summa aller derer andern Terminorum seyn, die nach dem erstern folgen.

Supponiren wir nun vor jetzo, als exprimirte der Character a, die Summam der Last und der Potenz nach dem Statu æquilibrii, so ist der erste Terminus der Progression $= \frac{a}{3}$, und der andere $= \frac{a}{9}$, folglich $\dfrac{\frac{a}{3} \times \frac{a}{9}}{\frac{a}{3} - \frac{a}{9}}$ oder $\dfrac{\frac{aa}{27}}{\frac{2a}{9}} = \frac{a}{6}$. Woraus alsdann so viel zu ersehen, daß, wann die in der *Progression* regierende *Relatio* oder Verhältniß, wie 3. zu 1. befunden wird, die *Summe* aller derer andern *Terminorum*, die nach dem ersten folgen, der Helffte des ersten *Termini* gleich ist. Folglich sind alle Termini zusammen genommen $= \frac{a}{3} + \frac{a}{6} = \frac{a}{2}$, mithin können wir die Friction durch $\frac{a}{2}$ exprimiren, und anbey folgende General-Regul angeben.

**General-Regul um in solchem Fall, die Frictiones zu berechnen, wo sich die Action der Potenz mit der Action der Last verknüpfet.**

§. 243. Wann sich die *Action* einer *Potenz* mit der *Action* der Last verknüpft, folglich beyde Theile die gegen den Ort der Ruhe geschehende Druckung um so mehr vermehren, und ihre *Directiones* lauffen mit einander *parallel*, so muß diese *Potenz*, in so fern sie nur bloß allein der *Friction* das *Æquilibrium* halten soll, der Helfte derjenigen Druckung gleich seyn, die der Ruhe-Ort auszuhalten hat, wann nemlich die *Friction causir*ende Ober-Fläche mit der *Potenz* einerley Geschwindigkeit besitzen.

Wollten wir also gern in Erfahrung bringen, wie viel die Potenz Q. an Kraft benöthiget, um nur die Friction des Cylinders zu überwältigen, dürffen wir nur alsobald die Helfte von der Druckung (120. Pfund) nehmen, so bekommen wir hier 60. Pfund, an statt der $59\frac{223}{243}$. Pfund, welches letztere etwas weniger ist, weilen wir die Terminos der Progression nicht weit genug erstrecket haben.

**Man muß allzeit darauf attendiren, ob die Direction der Potenz, mit der Direction der Last parallel ist oder nicht.**

§. 244. Wann aber der Last und der Potenz ihre Directiones einander nicht parallel sind, so wird der Ort der Ruhe weder von der absoluten Kraft der Last, noch von der absoluten Kraft der Potenz gedruckt, und die Friction ist auch geringer als die Helfte der Summe dieser beyden Theile. Z. E. Wann die Potenz bey R applicirt wäre, und sie zög nach einer horizontalen und mit dem Diametro A C. parallel lauffenden Direction D R, so können wir uns hier die Vorstellung machen, als wär das Seil am Centro B. befestiget, und die Potenz zög nach der Direction B Y, die Last aber wär an eben diesem Centro aufgehenkt. Da nun nach dem Statu Æquilibrii die Potenz allzeit der Last gleich ist, so können wir den Radium B C vor die Potenz, und den Radium B H. vor die Schwehre der Last annehmen; Alsdann wird sich, wann nemlich H O. mit B C. parallel gezogen worden, das Parallelogrammum

derer

derer Kräfte H B C O. angeben, dessen Diagonal-Linie B O, diejenige Action exprimiret, mit welcher die Last beym Punct z. agiret. Da nun nach dem vorhergegangenen Paragrapho die Friction, der Helfte dieser Druckung gleich ist, so zeiget die Linie B V. dasjenige an, womit die Potenz verstärket werden muß, wann sie nemlich an und vor sich durch den Radium B D exprimiret wird. Und also, wann wir das Parallelogrammum derer Kräfte nicht beschreiben wollen, dürffen wir nur die Chordam oder Sehne H C. ziehen, welche so wohl der Last als der Potenz ihre Directiones miteinander verknüpft oder zusammen henket, und die aus dem Centro B. auf diese Chordam gezogene Perpendicular-Linie B V, vor die Expression der Friction annehmen, da wir dann folgende Æquation erhalten werden, nemlich: $R = BC + BV$.

§. 245. Zög etwan die Potenz nach einer andern Direction E S, und wir supponiren abermahlen, als wär ihr Seil und der Last ihr Seil am Centro B. angebracht, so hat es eben die Bewandtniß, als agirete sie nach der mit E S. parallel-lauffenden Direction BX; und geschähe also die Friction beym Punct M. Folglich ist die Potenz $S = BN + BL$. Vermischet sich der Punct E. folgends mit der Perpendicular-Linie B C, so wird die Linie B L. dem Radio gleich, und die Direction E S. laufft mit der Direction der Last parallel: Kommen also wieder auf den erst gegebenen Casum zuruck, weilen die Potenz P. hiernächst ebenermassen dem doppelten Radio gleich wird.

§. 246. Ziehet die Potenz nach der Direction N T, so hats hier eben wiederum die Beschaffenheit, als agirte sie nach der mit der erstern parallel-lauffenden Direction B G, und geschähe also die Druckung beym Punct K; Folglich bekommen wir allezeit $T = BH + BI$.

§. 247. Setzen wir endlich noch den Fall, als agirete die Potenz nach der Direction A 4, die also mit der Last ihrer Direction einerley ist, so erhält sie die Last, und zwar solchergestalt, daß keines von beyden den Ort der Ruhe drucket, und also hier weiter keine Friction statt hat, als diejenige, die bloß allein von der Schwehre des Cylinders causiret wird.

§. 248. Dieses vorjetzo beygebrachte applicirt sich so zu sagen von selbst auf dasjenige, was sich mit einer Potenz zuträgt, die vermittelst einer Welle und einer Kurbel eine Last eleviret. Dann ist die Kurbel-Stange dem Radio der Welle gleich, und die Potenz agiret allezeit nach einer solchen Direction, die als ein Tangens zu demjenigen Circul, den sie im Umlauf beschreibet, angesehen werden kan, folglich also sie und der Welle ihre Friction causirende Ober-Fläche, einerley Geschwindigkeit besitzen, so ist auch an und vor sich schon klar, daß nach dem Statu æquilibrii diese Potenz der Last gleich ist. So bald es aber dahin kommt, daß sie die Friction mit zu überwältigen hat, so wechselt sie beständig ab, weilen sie und die Last alsdann nicht einerley Directiones besitzen, sondern nur in demjenigen Momento, da der Potenz ihre Direction auf den Horizont perpendiculair fällt, mithin, da diese beyden Directiones in solchem Fall mit einander parallel lauffen, der Ort der Ruhe so wohl mit der absoluten Kraft der Potenz, als mit der absoluten Kraft der Last beschwehret, und also die Helfte von der totalen Last, welche nemlich der Ruhe-Ort von beyden Theilen empfindet, der Friction gleich ist; Statt dessen, wann der Potenz ihre Direction, der Last ihrer Direction gerade entgegen stehet, welches geschicht, wann sie von unten hinauf agiret, und also den Ort der Ruhe nicht drucken kan, diese Potenz bloß allein die Last nur erhält, und keinesweges etwas noch über dem zu überwältigen hat, massen sie diejenige Friction, die die Schwehre der Welle causiret, ganz vor nichts hält oder weiter achtet. Vermöge dessen wir solchergestalt sagen können, daß die Potenz bey jeder Revolution, oder bey jedem Umlauf der Kurbel so lang beständig zunimmt, biß sie an Kraft der doppelten Last gleich, und hernach aber so lang beständig wieder abnimmt, biß sie an Kraft der Last selbst gleich wird.

Unterſuchung derer verschiedenen Grade der Stärke einer Potenz, welche durch Hülffe einer Kurbel eine Last eleviret.

Es verbleibet bey diesen nemlichen Anmerkungen, wann auch schon die Kurbel-Stange länger oder grösser ist, als der Radius der Welle; Massen wir nur darauf sehen dürffen, wie sich die Geschwindigkeit der Last, zur Geschwindigkeit der Friction causirenden Ober-Fläche verhält, wie wir solches im folgenden zeigen wollen, wann wir erstlich von der Waage werden gehandelt haben.

§. 249. Wann wir einen Waage-Balken A C. haben, dessen Welle oder Zapffen im Mittel befindlich, hier aber durch den Circul D G H. auf dem Hypomochlio E F. ruhend verzeichnet ist, und wir stellen uns noch über dem vor, als befänd sich an denen beyden Extremitäten A. und C. eine Last von 150. Pfund, der Waage-Balken aber wär 20. ℔. schwehr, so hat nothwendig das Hypomochlium E F. 320. ℔. Last auf sich. Soll aber eines von diesen beyden Gewichten das andere überwältigen, so müssen wir den einen Arm des Waage-Balkens mit einem neuen Gewicht beschwehren, damit solches diejenige Friction zernichte, welche die Welle oder der Zapffen auf dem Hypomochlio E F. verursachet. Wollten wir nun selbiges an des Radii B I. seiner Extremität I. aufhenken, wie hier

Fig. 16. Auf was Art die Friction derer Zapfen oder Wellen an einer Waage zu berechnen.

an dem Gewicht K zu ersehen, so müßte dieses Gewicht K. der Helffte derjenigen Druckung gleich seyn, die die beyden Gewichte P. und Q, und die Schwehre des Waage-Balkens zusammen causiren, nemlich 160. Pfund, (per (. 243.) weilen der Punct I, als in welchem die Potenz appliciret ist, mit dem an der Friction causirenden Ober-Fläche befindlichen Punct D, einerley Geschwindigkeit besitzet. Trügen wir aber Gefallen, dieses Gewicht an der Extremität des Waage-Balkens C. zu appliciren, wie hier an der Figur das Gewicht L. vorstellig macht, so hätten wir solches nach folgender Verhältniß anzustellen, nemlich, L. müßte sich zu K. verhalten, wie sich die Geschwindigkeit des Puncts D, zur Geschwindigkeit des Puncts C. verhält: Dann D B C. kan als ein gebrochener Hebel angesehen werden, dessen Hypomochlium im Punct B. befindlich. Supponiren wir endlich noch, als betrüg die Länge B D. einen halben Zoll, und die Länge B C. 20. Zoll, so bekommen wir folgende Proportions-Sätze: $40 : 1 = K : L$, oder $40 : 1 = 160 : L = 4$ ℔.

Sind die Arme des Waage-Balkens ungleich, so sind auch die an ihren Extremitäten aufgehenkten Gewichte voneinander unterschieden. Diejenige Potenz aber, welche die Friction überwältigen soll, verhält sich allezeit zu der Helffte der Last, womit der Ort der Ruhe beschwehret ist, wie sich der Radius der Welle, oder der Radius des Zapfens zu derjenigen Weite verhält, in welcher sich die gedachte Potenz vom Centro der Welle, oder vom Mittel-Punct des Zapfens entfernet befindet.

Fig. 17. und 18. Application des vorhergegangenen Paragraphi auf die Friction des Zapfens an einer Welle.

§. 250. Um aber dasjenige wiederum zu berühren, was von der Kurbel zu gedenken annoch übrig ist, so wollen wir den Fall setzen, als sollte eine Last P. von 100. Pfund vermittelst einer Welle, und einer an dieser befestigten Kurbel, eleviret werden, worbey uns sechs Zoll, vor den Radium der Welle, und 15. Zoll vor die Länge der Kurbel-Stange B A. gegeben worden. Wird nun diejenige Potenz zu wissen begehret, die an den Kurbel-Grif B C. angebracht werden soll, müssen wir die Kurbel alsobald in diejenige Stellung oder Lage versetzen, in welcher die Potenz den wenigsten Vortheil geniesset, als in welche unvortheilhafftige Lage sie bey jeder Revolution an und vor sich selbst mit verfällt, und in selbiger würklich befindlich ist, wann ihre Direction, indem sie von der Höhe nach der Tiefe agiret, mit der Direction der Last parallel laufft, nach dem 248. §. Alsdann formirt die Kurbel-Stange A B, weilen sie horizontal liegt, mit dem Radio der Welle A D. gleichsam einen Waage-Balken D B, der mit der Welle einerley Zapfen besitzet, und verhält sich im Statu Æquilibrii der Arm A B. von 15. Zoll Länge, zum Arm A D. von 6. Zoll Länge, wie sich reciproce die Last P. von 100. Pfund zur gesuchten Potenz Q. verhält, die also 40. Pfund beträget, (§. 43.) mithin die Last und die Potenz zusammen genommen, 140. Pfund ausmachen müssen; Folglich, wann zu diesen 140. Pfund die Schwehre der Welle, und die Schwehre derer Kurbeln, welche insgesamt auf 60. Pfund supponire, annoch hinzu gefüget werden, nothwendig der Ort der Ruhe mit 200. Pfund Last beschwehret seyn muß. Wär nun der Potenz ihre Geschwindigkeit, der Geschwindigkeit derer Ober-Flächen von denen Zapfen gleich, dürfften wir nur die Helfte von denen 200. Pfunden nehmen; Da aber der Radius eines Zapfens nur einen halben Zoll groß, und also nur den 30sten Theil der Kurbel-Stange A B beträget, so darf auch die Potenz Q. mehr nicht als um den 30sten Theil von denen 100. Pfunden, nemlich mit $3\frac{1}{3}$. Pfund verstärkt werden. Folglich muß sie also $43\frac{1}{3}$. Pfund Kraft besitzen.

Fig. 19. Auf was Art die Friction derer Zapfen an einem Rade zu berechnen.

§. 251. Haben wir ein Rad samt seiner Welle, und wir nehmen ihre beyden Radii auf einer Erstreckungs-Linie, so machen sie zusammen einen Hebel aus, dessen Hypomochlium oder Ruhe-Punct in dem gemeinschaftlichen Centro des Rades und derer Zapfen befindlich ist; Dann ich supponire hier zwey Zapfen, die auf denen Lagern ruhen, wie es gemeiniglich bey denen Rädern so beschaffen ist. Wollten wir also gern haben, daß unter denen beyden Gewichten P. und Q., die an denen beyden Extremitäten A. und D. mit einander im Æquilibrio stehen, das Gewicht Q, die Last P. überwältigte, so müssen wir noch zum ersten Gewicht Q. ein anderes R. hinzufügen, welches die Friction derer Zapfen auf denen Lagern zu zernichten vermögend, und also nach dem vorhergegangenen Paragrapho zur Summe von denen beyden Gewichten P. und Q, die Schwehre des Rades und der Welle hinzu thun, alsdann die ganze Summam halbiren, die Helffte durch den Radium des Zapfens multipliciren, und das kommende Product, durch den Radium des Rades dividiren, so wird der Quotent das gesuchte Gewicht R. angeben.

Observationes wegen derer verschiedentlichen Directionum einer Potenz, welche durch Hülffe eines Rades eine Last eleviret.

§. 252. Es ist hier annoch zu bemerken, daß, wann die Last P. mit einer gewissen Potenz im Æquilibrio stehet, die gleichsam als ein Tangens mit dem Rade nach der Direction E F. agiret, und an des Radii C E. seiner Extremität E. appliciret ist, der mit dem Radio des Zapfens einen beständigen oder unveränderlichen Winkel A C E. formiret, wie solches zuweilen bey denen Wasser-Mühl-Rädern vorfället, und hiernächst nur bloß die von der Friction geschehende Resistenz in Consideration gezogen werden soll, wir abermahlen wie im 244. §. supponiren können, als wär die Last P. am Centro C. aufgehenkt, und die Potenz F. agirete an dem nemlichen Centro in eben dem Verstande, nach

der

der mit E F. parallel-lauffenden Direction C G; Da nun die Direction der Last, mit der Direction der Potenz, den Winkel G C I. formiret, so agiren sie auch beyde nicht gegen den Ort der Ruhe mit ihren absoluten oder gesamten Kräften, weilen sie sich theils mit einander aufheben. Nehmen wir also die Linie C I. vor die Last, und die Linie C G. vor die Potenz an, beschreiben alsdann das Parallelogrammum G I, so können wir diejenige Friction, die gesamt von der Action der Last und der Potenz gegen dem Orte der Ruhe causiret wird, durch nichts anders, als durch die Helffte der Diagonal-Linie C H. exprimiren; Folglich, müssen wir weiter schliessen: Wie sich verhält C I. zur Helffte von C H, also verhält sich P. zu einem vierdten Termino, welcher, wann er wiederum durch den Radium des Zapfens multipliciret, und das kommende Product mit dem Radio des Rades dividiret wird, durch diesen Quotientem angibt, mit wie vieler Kraft die Potenz F. annoch verstärket werden muß.

§. 253. Dasjenige, was wir von dem Waage-Balken beygebracht, das können wir auch wiederum an denen Rollen appliciren, nemlich, was diejenige Friction anbelangt, welche die Pfanne in der Rollen mit der Welle oder mit dem Nagel durch das Aneinanderreiben hervor bringt. Zum Exempel: Wir wollen setzen, es wäre uns die Rolle B D. gegeben, die vermittelst einer Flaschen an einem festen Punct aufgehenket worden, von welcher Flaschen wir nur den innern Theil vorstellig gemacht, um nicht etwan durch ihre ganze Verzeichnung die hier nothwendigsten Theile der Rolle zu bedecken. Den Circul K F L. wollen wir vor die Welle oder vor den Nagel annehmen, und den andern Circul I E F G. vor die Pfanne, welche wir jedoch aber mit dem Nagel bey nahe in einer Grösse supponiren, massen wir diese beyden Stücke nur deshalben ungleich gemacht haben, damit solche desto besser voneinander zu unterscheiden seyn möchten, und im Gebrauch auch hinlänglich genug ist, wann nur die Pfanne oder das Loch in der Rolle so groß, daß die kleine Welle oder der Nagel in etwas Spiel-Raum findet. Nehmen wir nun weiter an, als liessen wir über diese Rolle ein Seil hinweg gehen, von dessen Dicke und Starrigkeit wir abstrahiren, und an denen beyden Enden des Seils befänden sich zwey gleiche Gewichte P. und Q. mit einander im Æquilibrio, so ist gewiß, daß das Gewicht Q nicht eher vermögend, das Gewicht P zu überwältigen, oder nur um ein weniges zu erheben, bevor wir nicht zu selbigen noch ein anderes S. hinzu fügen, welches hinlängliche Stärke hat, die Resistenz derjenigen Friction zu zernichten, welche die beyden Gewichte, womit die Rolle beschwehret ist, auf der Welle im Punct F. causiren. Da nun aber die Welle oder der Nagel, in diesen Punct F, von der Summa derer beyden Gewichte P und Q, samt der Schwehre der Rolle, gedruckt wird, und wir lassen diese gesamte Druckung 200. Pfund gelten, so würde alsdayn diejenige nach einer perpendiculairen Direction G M, agirende Potenz M, die wir im Punct G, als der Extremität des Radii H G, welchen wir dem Radio der Welle gleich zu seyn supponiren, gern anbringen möchten, der halben Druckung oder der Hefte von 200. ℔ gleich seyn; (§. 243.) Weilen die Geschwindigkeit des an dem obern Theil der Pfanne befindlichen Puncts F, der Geschwindigkeit des Puncts G. gleich ist. Herentgegen wir aber, wann die gedachte Potenz an der Extremität C. applicirt werden sollte, auf folgenden Proportions-Satz zu sehen haben, nemlich: Es verhält sich alsdann die Geschwindigkeit des Puncts C, zur Geschwindigkeit des Puncts F, oder, es verhält sich der Radius der Rolle H C, zum Radio der Welle H F, wie sich die Potenz M, als nemlich 100. Pfund zur Potenz S. verhält. Folglich, wann der Radius der Welle, den zehenden Theil des Radii der Rolle beträgt, die Potenz S. auch nicht mehr dann den zehenden Theil der Potenz M, als nemlich 10. Pfund betragen darf; Mithin eben dasjenige Gewicht ausmacht, welches noch an das Ende des Seils zur Verstärkung des Gewichts Q, hinzu gethan werden müßte, wann dieses letztere beynahe das Gewicht P, am andern Ende des Seils, bemeistern, oder die gedachte Friction zernichten sollte.

Fig. 20. Auf was Art die Friction derer an ihren Flaschen fest hangenden Rollen gegen ihre Wellen oder Nagel zu berechnen.

§. 254. Hätten wir aber eine hangende Rolle A B, an welcher nemlich das Seil unten weggehet, und das eine Ende des Seils wär an einem festen Punct C. befestiget, an dem andern aber, welches wir dem erstern parallel supponiren, befänd sich eine Potenz Q, die aufwärts ziehend das an der Welle oder Flasche aufgehenkte Gewichte P. eleviren wollte, so werden wir alsobald gewahr werden, daß die Pfanne, da sie im vorigen Fall die Welle an ihrem obern Theil berühret, solches hier am untern thut, und mithin die Friction im Punct G. geschehen muß. Wär nun die zur Ueberwältigung dieser Friction destinirte Potenz, an des Radii F I. seiner Extremität I. angebracht, und zwar solchergestalt, daß sie nach der mit dem Radio F I. perpendiculair-lauffenden Direction I L. aufwärts agirete, so müßte sie der Helfte dieser Last gleich seyn; Agirete sie aber an der Extremität E, und der Radius der Welle betrüg abermahl den zehenden Theil des Radii der Rolle, durffte diese Potenz nur dem zwanzigsten Theil der Last gleich seyn. Woraus dann also zu ersehen, daß die Potenz Q, so sie anders das Vermögen haben soll, die Last P. nur um ein weni-

Tab. 2. Fig. 21. Weitere Anwendung des vorhergegangenen Paragraphi, auf die Friction derer mit ihren Flaschen beweglichen Rollen.

*Auf was Art die Friction des ganzen Flaschen-Zuges zu berechnen.*

weniges zu eleviren, an Kraft der Helffte dieser Last, und noch ihrem zwanzigsten Theil darüber gleich seyn muß.

§. 255. Wir ersehen dannenhero, wie in solchem Fall ganz keine Schwürigkeit anzutreffen, wann wir verschiedene mit ihren Flaschen versehene Rollen oder sogenannte Flaschen-Züge haben, welche theils fest hangen oder unbeweglich sind, und theils beweglich, oder mit der Last zugleich in die Höhe gehoben werden, diejenige Friction zu berechnen, welche derjenige Theil der Last, womit eine jede insbesondere beschwehret ist, nach der Grösse ihres Diametri und des Diametri der Welle oder Nagels, zu verursachen vermögend. Massen wir nur die Summam dieser gesamten Friction, zu der mit der Last im Æquilibrio stehenden Potenz hinzu thun dürffen, damit diese letztere, die Last bey nahe zu erheben, im Stand gesetzt werde. Worbey wir dann noch im Vorbeygehen zu bemerken haben, daß diejenige Potenz, die eigentlich diese Frictiones überwältigen soll, um so geringer seyn wird, je grösser die Diametri derer Rollen, und je kleiner die Diametri ihrer Wellen gefunden werden.

*Auf einer horizontalen Ebene haben die vor ein Fuhrwerk angespannten Thiere keine weitere Resistenz zu überwältigen, als diejenige Friction, die die Räder mit denen Wellen oder Achsen verursachen.*

§. 256. Aus allem demjenigen, was wir bißhero von denen Rollen beygebracht haben, ersehen wir noch weiter denjenigen Vortheil, der uns von denen Rädern an denen Fuhrwerken zuwächst. Dann hierinnen gar füglich wahrzunehmen stehet, wie diejenigen Thiere, die einen Wagen auf einem horizontalen und sehr ebenen Wege fortziehen, weiter nichts, als diejenige Friction, welche die Rad-Nabe mit der Welle oder der Achse causiret, zu überwältigen haben, und wie diese Friction nothwendig um so mehr zunehmen muß, je mit einer grössern Last der Wagen beschwehret ist, massen selbige beständig noch den 3ten Theil der Last beträget. Sind nun die vier Räder einander gleich oder von einer Grösse, so verhält sich die Potenz zum dritten Theile der Last, wie sich verhält der Radius der Achse zum Radio des Rades; Je grösser folglich die Räder, je eine geringere Kraft hat die Potenz vonnöthen, wie es die Erfahrung zeiget. Um hiervon aber die Ursach zu zeigen, dürffen wir nur in Erwegung ziehen, wie es einerley, ob die Rad-Nabe die Achse, oder die Achse die Nabe drucket, und desfalls den Radium des Rades, der auf dem Horizont perpendiculair stehet, gleichsam als einen Hebel von der andern Art ansehen, der mit der einen Extremität seinen Ruhe-Punct im Centro der Achse, und an der andern Extremität eine applicirte Potenz besitzet, zwischen diesen beyden Theilen aber, nemlich an der Extremität des Radii von der Rad-Nabe, die Last an sich hat, so verhält sich alsdann die Potenz zur Last reciproce, wie sich der Radius der Nabe zum Radio des Rades, oder deutlicher, wie sich die Circumferenz der Nabe, zur Circumferenz des Rades verhält; Dann die Circumferenz der Nabe exprimirt die Geschwindigkeit derer Friction-causirenden Puncte, und die Circumferenz des Rades, die Geschwindigkeit der Potenz. Massen derjenige Raum, oder Weg, welchen das mit gleichen Schritten fortgehende Thier in einer gewissen Zeit zuruck leget, durch die Anzahl derer vom Rade in dieser nemlichen Zeit geschehenden Umlauffe oder Tours, ermessen werden kan.

§. 257. Wollten wir nun diejenige Kraft berechnen, welche zur Fortziehung eines gemeinen mit vier Rädern versehenen Fuhrwerks erforderlich seyn möchte, an welchem gemeiniglich die vordern Räder etwas kleiner sind, als die hintern, so müssen wir den dritten Theil der Last nehmen, und solchen auf denen grossen und kleinen Rädern ihren Achsen oder Wellen solchergestalt ausgetheilet ansehen, als trüg eine und die andere nicht mehr dann den sechsten Theil der ganzen Ladung oder Last, alsdann dieses Sechstheil durch den Radium der Achse, welcher gemeiniglich bey beyden Rädern einerley ist, multipliciren, hiernächst erstlich das kommende Product durch den Radium des grossen Rades, hernach auch noch durch den Radium des kleinen Rades dividiren, da wir dann zwey Quotientes bekommen, welche, wann sie zusammen addiret werden, unsere gesuchte Potenz angeben, die andern Falls, wann sie die Last auf einem Schlitten oder Schleiffe fortziehen sollte, wenigstens dem dritten Theile der ganzen Ladung oder Last gleich seyn müßte.

Fig. 22.

*Auf was Art diejenige Friction zu berechnen, die ein Cörper auf einem Plano inclinato causiret, wann die Direction der Potenz mit diesem Plano inclinato parallel laufft.*

§. 258. Um nun in der Berechnung der bey denen einfachen Machinen vorfallenden Friction fortzufahren, wollen wir vorjetzo das Planum inclinatum, oder die abhangende Fläche A B C. in Betrachtung ziehen, auf welcher ein Cörper Q, von einer Potenz P, gehalten wird, die nach der mit dem Plano A B. parallel-lauffenden Direction D P. agiret.

Lassen wir hiernächst aus dem Centro gravitatis, oder aus dem Mittel-Punct der Schwehre D. auf das Planum A B. die Perpendicular-Linie D H. herunter fallen, und beschreiben das rechtwinklichte Parallelogrammum F E D H, so exprimiret die mit der Direction der Last zugleich angenommene Diagonal-Linie D F, die absolute oder nothwendige Schwehre dieser Last, das Latus D H, die gegen das Planum inclinatum geschehende Druckung, und endlich das Latus E D. denjenigen Theil der Last, der den Cörper zum Herniedersteigen zu bringen trachtet. (§. 82.) Nennen wir nun die Linie A B, a, die Linie A C, b, die Linie B C, c, und endlich die Linie D F, p; So haben wir erstlich vermöge

derer

derer ähnlichen Triangul A B C. und D E F. folgenden Proportions-Satz: $a : c = p : \frac{cp}{a} = ED$, [oder welches einerley, $AB : BC = DF : ED$.] und von der andern Seiten alsdann diesen: $a : b = p : \frac{bp}{a} = EF$, [$AB : AC = DF : EF$.] Verlängern wir hierauf die Linie D E. um die Länge E G, als einem Drittheil von E F, oder D H, so erhalten wir $GE = \frac{bp}{3a}$ vor die Friction, und also die Æquation: $P = \frac{3c+b}{3a} \times p$, vor die Expression derjenigen Potenz, die mit der Last und der Friction das Æquilibrium hält. Welches eine General-Formul ist, so nemlich die Direction dieser Potenz, mit der abhangenden Fläche parallel läufft, und auch darzu dienet, diejenige Schwehre einer Last zu finden, welche eine gegebene Potenz vermittelst einer abhangenden Fläche, deren Latera oder Seiten bekannt sind, zu eleviren vermögend ist; Weilen, wann wir in der gegebenen General-Formul: $P = \frac{3c+b}{3a} \times p$. den Character p, in ein Membrum Æquationis allein bringen, alsdann folgende Formul erlangen: $\frac{3aP}{3c+b} = p$. Supponiren wir also, A B. oder $a$. sey $= 5$, A C. oder $b = 4$, B C. oder $c = 3$, und D F. oder $p = 500$. Pfund; So werden wir finden, daß die Potenz P. $433\frac{1}{3}$. Pfund Kraft besitzen muß.

§. 259. Ziehet die Potenz nach einer arbitrairen oder gefälligen Direction D K, so ist klar, daß sie nicht allein die Friction der Druckung des Cörpers gegen das Planum, sondern auch noch ihre eigene Friction, die sie durch die Schrägheit ihrer Direction causiret, überwältigen muß. Richten wir dannenhero auf der Extremität G. die Perpendiculair-Linie G I. auf, und verlängern die Linie K D, so ist gewiß, daß, wann die Linie D G, die Potenz exprimiret, in so fern sie nach einer mit dem Plano A B. parallel-lauffenden Direction agiret, die Linie D I, die dermahlige Potenz nach ihrer schrägen Direction exprimiren muß. Verlängern wir hierauf E F. biß in M, so können wir die Linie D E. vor den Sinum Totum des Winkels E D M. annehmen, (welchen wir r. nennen wollen) und die Linie D M. vor den Secantem, (den wir f nennen wollen) und haben also vermöge derer ähnlichen Triangul D E M. und D G I. folgenden Proportions-Satz: $r : f = DG \left(\frac{bp}{3a} + \frac{cp}{b}\right) : DI = \overline{\frac{bp}{3a} + \frac{cp}{a}} \times \frac{f}{r}$. Haben wir die Kraft I D gefunden, so müssen wir sie noch mit einem Theil Kraft verstärken, damit sie die Friction ihrer selbst eigenen auf dem Plano würkenden Druckung überwältigen könne. Erwegen wir aber hierbey, wie die ihrer Lage nach mit dem Plano A B. sich perpendiculair-befindende Linie I G, nothwendig diese Druckung exprimiren sollte, die aber hier mit dem Plano schräg-agirende Kraft diese nemliche Druckung solchergestalt schräg überwältigen muß, so müssen wir also den dritten Theil der Linie I D nehmen, nemlich: $\overline{\frac{bp}{9a} + \frac{cp}{3a}} \times \frac{f}{r}$, und noch zu I D. hinzu thun, da wir folglich vor diejenige Potenz K, die hier die Last und die Friction zu überwältigen vermögend ist, $K = \overline{\frac{4b}{9a} + \frac{4c}{3a}} \times \frac{pf}{r}$ erhalten werden

Fig. 23.

Folgerung des vorhergegangenen Paragraphi, wann der Potenz ihre Direction arbitrair ist.

§. 260. Laufft der Potenz ihre Direction mit des Plani inclinati Grund-Fläche A C. parallel, so werden die Trianguli A B C. und D M E. einander ähnlich, und geben folgenden Proportions-Satz: f. (= D M) : r (= D E.) = a : b, oder $\frac{f}{r} = \frac{a}{b}$. Setzen wir nun in der kaum vorhergegangenen Æquation $K = \overline{\frac{4b}{9a} + \frac{4c}{3a}} \times \frac{pf}{r}$, den Character $\frac{a}{b}$ anstatt $\frac{f}{r}$, so kommt: $K = \overline{\frac{4b}{9a} + \frac{4c}{3a}} \times \frac{ap}{b}$, oder deutlicher: $K = \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b}$. Da wir dann abermahlen an dieser Æquation eine General-Formul, und zwar auf alle diejenigen Fälle antreffen, wo der Potenz ihre Direction, mit der Grund-Fläche des Plani inclinati parallel laufft, und vermöge welcher wir auch diejenige Last ausfindig machen können, die eine gegebene Potenz durch Hülffe eines Plani inclinati zu eleviren vermögend ist, weilen wir nur den in der letztern Æquation vor die Last angenommenen Character p, in ein Membrum Æquationis allein bringen dürffen, da wir dann ersehen werden, wie

Andere Folgerung des 258. Paragraphi, wann der Potenz ihre Direction mit der Grund-Fläche des Plani inclinati parallel laufft.

$p = \frac{9\,Kb}{4b + 12c}$; Worbey wir noch mit bewürken müssen, daß, wann die Potenz, statt daß sie den Cörper von D nach H ziehen, solchen aus Z nach D fortstossen soll, und zwar eben nach einer mit der Grund-Fläche A C. parallel-lauffenden Direction, sie hierzu beständig einerley Kraft benöthiget ist. Nehmen wir nun unsere Characteres wieder unter eben dem Valore oder Werth an, wie wir solche § 258. angesetzt, werden wir finden, daß die Potenz, um die Last zum Steigen zu bringen, 722. Pfund Kraft haben müsse.

Fig. 24. Untersuchung derjenigen Friction, die von der Potenz überwältiget werden muß, wann sie sich zur Elevation der Last eines Keils bedienet.

§. 261. Eine auf eine horizontale Fläche N O. gelegtes Planum inclinatum A B C, welches mit einer Last K beschwehret ist, die wiederum von der Potenz Q, als welche nach der mit der Grund-Fläche A C. parallel-lauffenden Direction D K. agiret, gehalten wird, ist nichts anders, als ein Keil, der in eben die im vorigen Paragrapho berührten Umstände verfällt. Dann es kommt mit der Elevation der Last auf eines hinaus, ob wir eine Potenz haben, die den Cörper Q. an sich ziehet, während der Keil unbeweglich liegen bleibet, oder ob wir eine andere Potenz R. annehmen, die den Keil forttreibet, um nemlich den Cörper zum Steigen zu bringen, während die bey ihrer Direction allstets verbleibende Potenz K, längst der Vertical-Linie V X. in die Höhe steiget, massen wir nach dem vorhergegangenen Pragrapho, in dem einen, als in dem andern Fall gewahr werden, wie K. oder $R = \frac{4p}{9} + \frac{4\,cp}{3\,b}$. Soll nun der Keil beweget werden, müssen wir zu der Potenz R. den dritten Theil der Schwehre der Last, und auch den dritten Theil der Schwehre des Keils A B C, annoch hinzu thun, und zwar wegen derjenigen Friction, die die Grund-Fläche am Keil A C mit der horizontalen Fläche N O causiren wird, so daß $R = \frac{7p}{9} + \frac{4\,cp}{3\,b} + \frac{ABC}{3}$. Legen wir mithin dem Keil A B C 30. Pfund Schwehre bey, so ersehen wir, wie die Potenz R. 899. Pfund Kraft haben muß, wann sie den Keil bey nahe in Bewegung zu bringen im Stand seyn soll.

Dieses angeführte Exempel gibt deutlich zu erkennen, wie viel daran gelegen, und wie unumgänglich nöthig es ist, bey Construirung oder Einrichtung derer Machinen auf die Friction zu sehen, als woselbst beständig der Haupt-Endzweck seyn muß, der Potenz zu Hülfe zu kommen, und zwar also, daß sie allezeit geringer als die Last, oder der Nachdruck der Last durch eine geringere Kraft überwältiget werde, statt dessen wir hier zur Elevation oder Erhebung einer 500. Pfund schwehren Last, eine Kraft von 898. Pfund haben müssen. Und dannoch würden wir in dergleichen Umstände verfallen, wann wir uns einer Schraube bedienen wollten, um einen Cörper zwischen zweyen Planis oder Flächen zu pressen, oder zusammen zu drucken, so wir nicht wiederum durch die Länge des darbey angebrachten Hebels-Arms soulagiret oder an Kraft stärker würden; Wie ich solches nunmehro deutlicher zeigen will, massen nur bloß den Keil deshalben berühret, um von selbigem die Application auf die Berechnung derjenigen Friction zu machen, die im Spiel-Raum der Schraube und ihrer Mutter, als einer unter allen mit der stärksten Friction umgebenen Machine, vorzufallen pfieget.

Auf was Art die Friction einer Schraube zu berechnen, wann man vermittelst selbiger eine Last eleviren will.

§. 262. Die Schraube ist nichts anders als ein Cylinder, um welchen man gleichsam eine gewisse Anzahl abhängiger Flächen oder rechtwinklichter Triangul A C B. umrollet hat, deren Basis A C, die Circumferenz des Cylinders-Circul, die Höhe C B, einen von denen Schrauben-Gängen, und die Hypothenusa A B, die Länge einer Revolution oder eines Umlauffs vorstellet. Wie nun die Schrauben-Mutter, in welcher sich die Schrauben-Spindel herum drehet, ebenermassen ein anderer und zwar hohler Cylinder ist, dessen Diameter bey nahe dem Diametro der Schrauben-Spindel gleich, und an dessen innerer Hohlung wir abermahlen verschiedene eingedrehete Triangul A D B. supponiren, um gleichsam hierdurch wiederum andere abhängige Flächen zu formiren, die in die erstern eingreiffen, und auf selbigen fortrutschen; So ersehen wir, daß, wann wir eine Schraube F. haben, an welcher eine Last P. aufgehenkt, und deren Schrauben-Mutter C D fest oder unbeweglich stehet, während der Zeit, da eine Potenz die Schraube umdrehet, um nemlich die Last zu eleviren, der Triangulus A D B. gar füglich einen Umlauff oder eine Revolution der Spindel, und der Triangulus A B C eine Revolution der Schrauben-Mutter vorstellen kan. Wär nun der erste Triangul mit einem Gewicht G. beschwehret, und eine Potenz Q. wollte dieses Gewicht, indem sie den Triangul A D B nach einer mit der Basi A C parallel-lauffenden Direction fortstösset, in die Höhe heben; So können wir das Gewicht G, vor diejenige Last P. annehmen, die an der Schrauben-Spindel F aufgehenkt, und ihrer Action oder würkenden Kraft nach, auf denen Gängen der Schrauben-Mutter, welche wiederum der Spindel ihre Schrauben-Gänge tragen, zerstreuet ausgebreitet ist, und anbey in Erwegung ziehen, wie die Schrauben-Gänge der Spindel in

denen

den Gängen der Schrauben-Mutter auf eben solche Art auf einander wegrutschen müssen, wie hier mit dem Triangulo A D B. auf dem Plano A B C. geschiehet. Woraus dann also folgt, daß in der Berechnung der Friction einer Schraube nicht anders zu verfahren, als beträf es die Frage, einen Cörper auf einem Plano inclinato zum Steigen zu bringen, und zwar also, daß der Cörper nach einer mit der Grund-Fläche des Plani inclinati parallellauffenden Direction fortgestossen würde. (§. 260.) Nennen wir also die Circumferenz des Schrauben-Circuls, b, die Höhe eines Schrauben-Ganges, c, und die Last, die wir eleviren sollen, p, so bekommen wir abermahlen vor die Potenz $Q = \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b}$.

Folgerung des vorhergegangenen Paragraphi, wann man vermittelst einer Schraube einen Cörper auf einen andern pressen will.

§. 263. Gehet die Schraube in ihrer Bewegung statt ihres Steigens niederwarts, wie solches zu geschehen pfleget, wann ein Cörper zwischen zweyen Planis gepreßt oder gedruckt werden soll, müssen wir ihre Würkung also berechnen, als wollten wir eine Last durch Hülffe eines Keils zu eleviren suchen, (per §. 261) weilen hier in solchem Fall zwey Ruhe-Puncte statt haben; Dann die Schraube kan keinesweges niederwarts drucken, ohne ihre Mutter mit eben der Gewalt oder Kraft nicht auch wieder aufwarts zu drucken. Um nun also diejenige Friction in Erwegung zu ziehen, die der Kopf an der Schraube verursachet, wann er gegen das obere Planum druckend agiret, müssen wir zu der Expression der vorhergegangenen Potenz $Q = \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b}$ den dritten Theil der Last P, als einen gleichgültigen Werth, der grössesten Druckung, die wir auszuüben willens sind, annoch hinzu thun, und dannenhero in solchem Fall folgende Æquation gelten lassen: $Q = \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b} + \frac{p}{3}$. Wie nun aber diejenigen Puncta, welche die Ober-Fläche des Schrauben-Kopfs ausmachen, in ihrer Bewegung mehr oder weniger Geschwindigkeit haben, nach dem sie von der Axi dieser nemlichen Schraube sich entfernet befinden, so kan der dieser Friction correspondirende Hebels-Arm, dem Radio des Schrauben-Cylinders nicht gleich seyn; Wir haben ihn aber ihme gleich supponiret, um die Berechnungen desto mehr zu verkürzen. Doch stehet annoch hierbey, so es um mehrerer Vollkommenheit willen gefällig, dasjenige zu bedenken, was im 240. §. beygebracht worden.

§. 264. In denen beyden kaum berührten Fällen haben wir beständig supponirt, als agirete die Potenz nach einer Direction, die gleichsam nicht anders als ein Tangens der Circumferenz des Circuls des Schrauben-Cylinders, oder als eine den Umkreyß der Spindel berührende Linie anzusehen, und die Potenz wär an dieser nemlichen Circumferenz appliciret, um uns auf keine Weise von dem Plano inclinato abzulenken, als woselbst die Geschwindigkeit dieser Potenz, durch die Länge der Grund-Fläche des Plani inclinati, und die Geschwindigkeit der Last, durch dessen Höhe exprimiret wird. Wie nun aber fast niemahlen eine Schraube ohne Beyhülffe eines Hebels A B umgedrehet wird, so folgt hieraus, daß dessen Geschwindigkeit durch die Circumferenz desjenigen Circuls I E B K exprimiret wird, den die Potenz im Umlauf beschreibet. Nennen wir also diese Circumferenz f, so müssen wir weiter schliessen: Wie sich die Geschwindigkeit der Potenz, zur Geschwindigkeit der Last, oder wie sich f zu c verhält, also verhält sich unsere zur Uberwältigung der Last und der Friction kaum gefundene Expression der Potenz, zu derjenigen Potenz, die wir an der Extremität des Hebels-Arms applicirt zu seyn supponiren; (per §. 97.) Da wir alsdann bekommen: $Q = \overline{\frac{4c}{9} + \frac{4cc}{3b}} \times \frac{p}{f}$ vor den ersten Fall, und $Q = \overline{\frac{7c}{9} + \frac{4cc}{3b}} \times \frac{p}{f}$ vor den andern Fall. Welches zwey Formuln sind, vermöge deren, wann nemlich die Dimensiones der Schraube bekannt sind, wir so wohl diejenige Last, welche eine gegebene Potenz zu eleviren vermögend, als auch die allergrösseste Druckung, die sie nur causiren mag, ausfindig machen können, massen wir nur in beyden Fällen, den Character p in ein Membrum æquationis allein bringen dürffen.

Die Application der Schrauben-Berechnung.

§. 265. Um nun diese Formuln auf ein Beyspiel zu appliciren, so supponire ich, als hätten wir eine Schraube, deren Circumferenz 40. Zoll, ihr Schrauben-Gang 2. Zoll, und die Circumferenz desjenigen Circuls, welchen die am Hebel applicirte Potenz im Umlauf beschreibet, 400. Zoll betrüg, mithin einem Hebel zukommt, des etwas länger als 5. Schuh ist, und wir wollten vermittelst dieser Schraube eine Last von 10000. Pfund in die Höhe heben. So ist also b = 40, c = 2, f = 400, p = 10000. Pfund, und die Termini der ersten Formul sind folgende: $\frac{4c}{9} = \frac{8}{9}$, $\frac{4cc}{3b} = \frac{2}{15}$ und $\frac{p}{f} = 25$ ℔.

Multipliciren wir folglich $\frac{3\,c}{9} + \frac{4\,c\,c}{3\,b} = 1\frac{1}{43}$. durch 25. Pfund, so finden wir, daß die Potenz $25\frac{5}{9}$. Pfund Kraft besitzen müsse, wann sie anders mit der Last und der Friction das Æquilibrium halten soll.

§. 266. Da nun die andere Formul von der erstern weiter nicht unterschieden, als daß sie das Quantum $\frac{3\,c}{9}$ noch darüber hat; Dürfen wir nur solches durch $\frac{p}{f}$ multipliciren, so bekommen wir 16. und $\frac{2}{3}$. Pfund, welche, wann sie zu $25\frac{5}{9}$. Pfund hinzu addiret werden, $42\frac{2}{9}$. Pfund vor diejenige Potenz angeben, die im andern Fall statt hat, oder deutlicher, so wir diese $42\frac{2}{9}$. Pfund Kraft nur um etwas annoch verstärken, wird solche eben so stark zu drucken vermögend seyn, als eine Last von 10000. Pfund.

Fig. 27. Untersuchung derjenigen Friction, welche vorzufallen pfleget, wann zwey Hebel aufeinander treffen.

§. 267. Aus denen verschiedentlichen Arten der Bewegung, nach welchen sie in denen Machinen fortgeleitet wird, entspringen auch ebenermassen so viel andere Arten, deren Frictiones zu berechnen. Diejenige Friction, welche vorzufallen pfleget, wann die Zähne oder Kämme eines Rades in die Trieb-Stecken eines Trillings, oder Getriebes eingreifen, gibt uns das deutliche Beyspiel an die Hand, wie sie mit alle dem, was wir bißhero vorgetragen, nichts gemeinschafftliches habe. Aus Ursach dessen wollen wir dann also in dieser Materie eine klare Abhandlung beyzubringen, den Anfang machen.

Die Linie A B müssen wir ansehen, als eine unbeugsame Ruthen, die gleichsam einen horizontalen Hebel vorstellet, dessen Ruhe-Punct an der Extremität B, befindlich, und im Punct V. mit einem aufgehenkten Gewicht Q versehen ist. Wie sich nun solches letztere in dieser Lage keineswegs selbst erhalten kan, so supponiren wir in diesem nemlichen verticalen Plano noch einen andern Hebel K E C, der mit dem vorigen parallel laufft, und im Punct E. seinen Ruhe-Punct hat, wie wir dann dieses Hebels-Extremität C. zugeründet haben, um ihn desto besser von dem erstern A B zu unterscheiden; An seiner andern Extremität K, befindet sich eine Potenz P, die nach der auf dem Arm K E, perpendiculair-zulauffenden Direction K P. agiret, und das Gewicht Q. mit sich im Æquilibrio erhält, welches wir, um nemlich die Potenz P. zu determiniren, auf den Punct D reduciren, oder aus V in D verrucken müssen; Wie dann solches alsobald geschehen, wann wir nur das Gewicht Q. durch die Weite B V, als dem Abstand vom Ruhe-Punct multipliciren, und das kommende Product, durch die andere Weite B D dividiren, (§. 60.) alsdann den erhaltenen Quotientem $\frac{Q \times BV}{BD}$ durch den Arm E C multipliciren, und wiederum durch den Arm E K. dividiren, da dann dieser Quotiens, denjenigen Nachdruck angiebet, den die Potenz P. anzuwenden oder auszustehen hat. Wie wir nun aber gar wohl entübriget seyn können, diesen Nachdruck in allen denen verschiedentlichen Bestimmungen des Ruhe-Puncts, E, F, G, H, I, die wir etwan dem Hebel K E C. geben möchten, zu determiniren, dürffen wir nur allzeit das Gewicht Q. auf den Punct D. reducirt supponiren, und solches durch die auf der Linie A B. perpendiculair und nach gefälliger Länge angenommene Linie D N. exprimiren. Machen wir endlich noch die Linie D L, dem dritten Theile der Linie D N. gleich, so bemerkt sie die Kraft derjenigen Potenz, die nach einer mit D A. parallel-lauffenden Direction von D. nach L. agiret, um nemlich die Friction der Last zu überwältigen.

Nach der dermaligen Lage oder Situation, worinnen sich der Hebel K E C. befindet, hat es seine Gewißheit, daß im ersten Augenblick, wann die Potenz P. zu agiren anfängt, um die Action des Gewichts zu überwinden, derjenige Bogen, den der Punct C. beschreibet, unendlich klein seyn muß, mithin als ein Stück der Vertical-Linie N I. angesehen werden kan. Vermöge dessen können wir also von demjenigen Wege oder Raume, welchen der Punct C. absolviret, um sich nemlich der Extremität A. zu nähern, abstrahiren, folglich auch von derjenigen Resistenz, die von der Friction causiret wird, und die die Potenz zusamt der Last zu überwältigen haben würde, wann ihre Direction K P. mit der Vertical-Linie N I. parallel zu lauffen, unvermerkt aufhörete. Herentgegen, wann der Potenz ihr Hebel, statt einer horizontalen Lage in einer perpendiculairen Situation befindlich ist, wie an C I K. zu ersehen, der hier der Last oder Gewichte gerade entgegen gesetzte Ruhe-Punct dieses nemlichen Hebels I, die ganze Action der Last auf sich hat, und die Potenz bloß müssig stehet, auch in solchem Fall, wann sie ihres Hebels-Extremität C. um noch so ein weniges in Bewegung bringt, und ihre Direction nicht aufhört, der Linie A B. merklich parallel zu seyn, so daß derjenige Raum, welchen sie vom Punct C. durchwandern läßt, unendlich klein oder gering ist, und also horizontal supponiret werden kan, diese nemliche Potenz keinen andern Nachdruck zu überwältigen hat, als denjenigen, der von der Friction entspringet, mithin gar-füglich durch den dritten Theil der Last, oder durch die Linie L D. zu exprimiren stehet.

§. 268. Die Potenz wird also der ganzen Resistenz, die so wohl von der Last als von der Friction causiret wird, nicht eher theilhafftig, als wann ihr Hebels-Arm auf der Last ihren Hebels-Arm schräg austrifft, oder solchen schräg berühret. Um nun aber einen Ueberschlag zu machen, wo sie ihre grössefte Würkung auszuüben gezwungen ist, müssen wir das Parallelogrammum L N. beschreiben, und alsdann in Erwegung ziehen, wie die Diagonal-Linie M D. ebenermassen als eine Potenz kan angesehen werden, die eben diejenige Resistenz exprimiret, die von der Last D N. und der Friction D L. nach ihrer gesamten Action causiret wird, wann nemlich die Direction dieser Potenz, die nichts anders als die Diagonal-Linje selbst ist, mit dem Hebel K D G, einen rechten Winkel macht, oder auf solchen perpendiculair auffält. Massen die Potenz P. überhaupt nichts mehr zu überwältigen haben kan, als den Concursum der Last und der Friction, und zwar nach beyder Theilen ihren grössesten ausübenden Würkungen. Woraus dann also geschlossen werden kan, daß unter allen Orten des Quadrantens der Circumferenz E I, wo auch nur der Potenz P. ihr Hebels-Ruhe-Punct angenommen werden mag, nur ein einiger und zwar der Ort G. ist, in welchen diese Potenz den allergrössesten Nachdruck auszustehen hat, den ihr diese beyden Theile, nemlich die Last und die Friction, in allen Fällen entgegen setzen können.

Wie der Potenz ihres Hebels Situation oder Lage beschaffen seyn muß, wann selbige ihre grössefte Würkung ausüben soll.

§. 269. Wird also zu wissen begehret, was vor einen Winkel die beyden Hebel, die der Last und der Potenz gegeben worden, untereinander formiren müssen, wann sie nemlich einander berühren, und beyde Theile über dem ihre grössefte Würkungen ausüben sollen, um sie solchergestalt in Praxi desto besser voneinander unterscheiden zu können; Dürfen wir nur hierbey bemerken, daß, wann wir supponiren, als wären die Linien A D. und E C. aneinander vereinbahret, mithin der Winkel M D L. unter denen rechten Winkeln N D L. und M D G. gemeinschaftlich, nothwendig also auch die Winkel N D M, und A D G einander gleich seyn müssen. Nehmen wir hiernächst das Latus D N. vor den Sinum Totum an, so wird das Latus N M, der Tangens des Winkels N D M, und die Diagonal-Linie M D. sein Secans. Wir wissen aber, daß M N. ein Drittheil von D N; Suchen wir also den dritten Theil von 100000, so bekommen wir 33333. vor denjenigen Tangentem, der so wohl dem Winkel N D M als dem Winkel A D G. zukommt, und in denen Tabulis dem Winkel von 18. Graden und 26. Minuten correspondiret, welches ein *Maximum* ist, so sich auf eine ganz natürliche Art ohne Beyhülffe eines Algebraischen Calculi dargiebet.

Fig. 27. Derjenige Winkel, welchen die der Last und der Potenz gegebene Hebel untereinander formiren, wann sie einander berühren, und zwar beyde Theile ihre grössefte Würkungen ausüben, beträgt accurat 18. Grad und 26. Minuten.

§. 270. Vermöge dieses Winkels, nach welchem der grössefte Nachdruck geschiehet, können wir nun allzeit bekannt machen, wie sich die Last zu derjenigen Resistenz verhält, die die Potenz P. zu überwältigen hat, weilen sich diese beyden Theile ebenermassen so untereinander verhalten, wie sich der Sinus Totus zum Secante dieses nemlichen Winkels verhält, nemlich, wie 100000. zu 105408., oder bey nahe wie 18. zu 19. Und dieser letztern beyden Terminorum wollen wir uns im folgenden bedienen, weilen sie die Verhältniß in deutlichern Zahlen angeben. Können also auch $\frac{19\,BV + Q}{18\,BC}$ vor die Expression des aus der Last und der Friction zusammen-gesetzten Nachdrucks annehmen.

Wann die Last und die Potenz ihre grössefte Würkungen ausüben, so verhält sich die Last zur Potenz, wie 18. zu 19.

§. 271. Macht der Potenz P. ihr Hebel C H K, mit der Last ihrem Hebel, einen grössern Winkel A D H, als der Winkel A C G. ausweiset, müssen wir aus Ursach dessen, weilen hier die unseres gedachten Hebels seine Extremität C zurück-treibende Potenz M D, keinesweges mit ihrer absoluten oder gesamten Kraft agiret, hiernächst aber unser Begehren ist, zu finden, worauf sie sich reduciret, oder um wie viel sie schwächer wird, in dieser Sache also verfahren, nemlich, wir müssen einen Circul beschreiben, der die Linie M D. zu seinem Diametro hat, alsdann H D. biß in den Punct der Circumferenz T. verlängern, und das Rectangulum R M D T verzeichnen. Vermöge dessen haben wir die Potenz M D in zwey andern Potenzen R D. und D T. abgetheilet, von welchen die erstere, indem sie von R. in D. nach einer auf dem Hebel H C. perpendiculair fallenden Direction agiret, die relative oder gebundene Kraft der Potenz M D. exprimiret, folglich also diejenige Resistenz angiebet, die vom Concursu der Last und der Friction causiret wird, und von der Potenz P. überwältiget werden muß. Was aber die andere Potenz D T. anbelangt, als welche dem Ruhe-Punct H. gerade entgegen stehet, so befindet sich auch solche mit der Potenz P. in ganz keiner Relation.

Fig. 27. Folgerung des vorhergegangenen Paragraphi, wann die Hebel der Last und der Potenz untereinander einen grössern Winkel, als 18. Grad und 26. Minuten, formiren.

§. 272. Es folgt hieraus, daß sich die Chorda N D. zur Chorda M T, oder der Sinus des Winkels N M D, zum Sinu des Winkels M D T. verhält, wie sich die Last zu der Last und der Friction, ihrer relativen oder gebundenen Resistenz verhält, als welche die Potenz P, zu überwältigen hat. Da nun der Winkel N M D, oder der diesem gleiche Winkel M D L. gegeben, weilen er das Complementum desjenigen Winkels ist, nach welchem die Last und die Potenz ihre grössefte Würkungen ausüben, so dürfen wir nur, in so fern nemlich auch derjenige Winkel A D H. bekannt ist, den beyder Theile ihre Hebel untereinander formiren, den Winkel M D H, von zweyen rechten Winkeln oder 180. Graden subtrahiren, damit wir auch noch folgends den Winkel M D T. in Erfahrung bringen; Da wir dann solchergestalt durch Beyhülfe derer Sinus-Tabellen, jederzeit 3. bekannte Terminos vor uns haben werden, vermittelst welchen wir diejenige Resistenz ansagen können, die die Potenz P. wird überwältigen müssen.

Andere Folgerung des 269. Paragraphi, wann der Winkel derer Hebel von der Last und der Potenz geringer ist, als 18. Grad und 26. Minuten.

§. 273. Wann der Potenz und der Last ihre beyden Hebel einen andern Winkel unter sich formiren, der noch geringer als 18. Grad und 26. Minuten, und wir führen hiernächst aus dem Punct M. die Linie M O. dem Hebel F C. parallel, verzeichnen hierauf das Parallelogrammum, S O; so wird dadurch die Potenz M D. abermahlen in zwey andere Potenzen O D. und D S. abgetheilet, von denen die erstere auf des Hebels F C. Extremität C. perpendiculair stehet, und also ebenermassen die relative oder gebundene Resistenz der Last und der Friction exprimiret, massen der andern Potenz D S. ihre Würkung schlechterdings auf den Ruhe-Punct loßgehet, und solchen von F. nach C. antreibet. Vermöge dessen wir also beständig folgenden Proportions-Satz vor uns finden, nemlich: Wie sich der Sinus des Winkels N M D. zum Sinu des Winkels O M D. oder M D S. verhält, also verhält sich die Last zu derjenigen Resistenz, die von der Potenz P. überwältiget werden muß. Worbey wir annoch die Anmerkung machen können, daß, wann der Winkel A C F. unter 18. Grad und 26. Minuten befunden wird, um alsdann den Winkel M C F. ausfindig zu machen, wir nur den gedachten Winkel A C F. zum Winkel M D L, der beständig 71. Grad 34. Minuten beträget, hinzu thun dürffen.

Biß anhero haben wir beständig supponiret, als wär der Last ihr Hebel unbeweglich, hergegen könnte mit der Potenz ihres Hebels-Ruhe-Punct der Situation nach, eine Veränderung vorgenommen werden, welches aber in denen Machinen nicht vorzufallen pfleget, da wir die Ruhe-Puncte beständig an einem fixen oder festen Ort verbleibend antreffen, wir uns auch nur dieser Supposition in so fern haben bedienen wollen, um so nach und nach zu unserm vorgesetzten Zweck zu gelangen. Wird also wohl Zeit seyn, unsern vorgetragenen Sachen ein anderes Ansehen zu geben.

Fig. 27. und 28. Untersuchung derjenigen Action, welche die Last und die Potenz ausüben, wann die Hebel ihre Situation oder Lage verändern, die Ruhe-Puncte aber an ihrem Orte verbleiben.

§. 274. Um vor jetzo nur allein den einigen Hebel K E C. in Betrachtung zu ziehen, so ist gewiß, daß, wann die Potenz P, um nemlich die Last zu eleviren, mit einer solchen Stärke oder Kraft agiret, die beständig der ihr entgegen gesetzten Resistenz überlegen, alle die berührten Linien ihre Lage oder Situation verändern müssen, wie solches die 28ste Figur einiger massen ausweiset. Dann des Hebels K C. Extremität C. wird in der Bewegung den Bogen H C, und der Last ihre Hebels-Extremität A, den Bogen A F. beschreiben, welches aber keinesweges geschehen kan, ohne daß sich nicht der Punct D. von dem fixen Puncte B. entfernen, und ohne daß nicht auch die Action der Last, die wir auf den Punct H. reducirt zu seyn supponiren, so wohl durch die anwachsende Länge ihres Hebels-Arms B C, als auch durch denjenigen spitzigen Winkel, den ihre Direction alsdann mit diesem nemlichen Hebels-Arm formiret, immer mehr und mehr abnehmen sollte. Nennen wir also die Linie B H, a, die Linie B C, x, und die auf den Punct H reducirte Last q, so haben wir den Character a q oder a + q, als dasjenige Product anzusehen, welcher heraus kommt, wann wir die Last durch die Perpendicular-Linie B H. multipliciren; Folglich muß dieses nemliche Product, wann wir es wiederum durch x dividiren, nothwendig die relative oder gebundene Action der Last nach der Perpendicular-Linie N C, die wir wie in vorigen vor die Last selbst annehmen, durch den Character $\frac{a\,q}{x}$ angeben. Machen wir nun die Linie C L. dem dritten Theile der Linie C N. gleich, und beschreiben das Parallelogrammum L N, so können wir diejenige Potenz, die angenommener massen nach der Diagonal-Linie M C. agiret, und hier den von der Last und der Friction zusammen causirenden Concursum der Resistenz angiebet, durch $\frac{19\,a\,q}{18\,x}$ exprimiren. Welches mithin der allergrösseste Nachdruck ist, den die Potenz P. zu überwältigen hat, wann der Winkel F K C. 18. Grad und 26. Minuten beträgt, oder deutlicher, wann nemlich die Diagonal-Linie M C. auf des Hebels K C. Extremität C. perpendiculair auffällt. Wie sich dann dieses alles wiederum auf den 270. §. beziehet.

Weitere Folgerung des vorhergegangenen Paragraphi, wann die Hebel einen gefälligen Winkel formiren.

§. 275. Wann der Last und der Potenz ihre beyden Hebel einen andern gefälligen grössern oder kleinern Winkel, als den vorhergegangenen untereinandern formiren, dürfen wir nur den Hebel K C. verlängern, und alsdann das Rectangulum R T. beschreiben, so wird vermöge dessen die durch die Diagonal-Linie M C. exprimirte Potenz, in zwey andere Potenzen C R. und C T. abgetheilet seyn, von denen die erstere, weilen sie auf den Hebel C K. im Punct C. perpendiculair auffällt, die relative oder gebundene Action der Last zusamt der Friction exprimiret, die von der Potenz P. überwältiget werden muß; Die andere C T. aber, weilen sie dem Hypomochlio oder Ruhe-Puncte E. gerade entgegen stehet,

ſtehet, hier in keine weitere Betrachtung gezogen wird. Nennen wir mithin den Sinum des beſtändigen, oder unveränderlichen Winkels L C M, b, und den Sinum des Winkels M C T, y, ſo können wir ſchlieſſen: (per §. 272.) Wie ſich verhält der Sinus b. ad Sinum y, alſo verhält ſich die durch die Linie C N. exprimirte Action der Laſt $= \frac{a\,p}{x}$, zu der hier durch C R. exprimirten Action der Laſt zuſamt der Friction $= \frac{a\,p\,y}{b\,x}$; Nennen wir hiernächſt noch $EK = c.$ und $EC = d$, ſo kommt endlich $\frac{a\,d\,p\,y}{b\,c\,x.} = P.$

Haben wir den Winkel F C K, ſo haben wir auch den Winkel M C T, und y. wird eine bekannte Gröſſe. Bemerken wir nun noch anbey, wie der Winkel F C K. deſſen Complementum angiebet, und über dem die Linien E B. und E C. uns bekannt ſind, ſo haben wir vermöge deſſen an dem Triangulo C E B. zwey Seiten und einen Winkel, folglich die Seite C B, nemlich den Valorem oder Werth von x. vor uns.

§. 276. Da nun die Action der Laſt beſtändig abnimmt, ſo wie das Latus B C. am Triangulo E C B. zunimmt oder anwächſt, ſo erſehen wir hierbey, daß, wann der Winkel K C F. 18. Grad und 26. Minuten beträgt, der durch die Diagonal-Linie M D. exprimirte Nachdruck, ſich zur abſoluten Schwehre der Laſt Q. keinesweges wie 19. zu 18. verhält, ſo wie wir im 270. §. gefunden; Sondern vielmehr Fälle geben kan, theils wo dieſe Potenz nur bloß der Laſt gleich, theils wiederum andere, wo ihre Kraft ſtärker oder wichtiger iſt. Inzwiſchen wiſſen wir doch ſo viel gewiß, daß ſie die Laſt niemahlen um den achtzehenden Theil ihrer eigenen Kraft übertreffen wird. Zum Exempel: Wann auch gleich die Linie B H. um wie viel gröſſer als die Linie E H. iſt, ſo kan der Winkel F C E. dannoch 18. Grad und 26. Minuten betragen, ohne daß auch faſt wegen des allzuſpitzigen Winkels C B H, unter B C. und B H. eine Differenz anzutreffen. Vermöge deſſen nimmt die Action der Laſt in ſolchem Fall ſo gar wenig ab; daß wir ſolche gar füglich bey ihrer anfänglichen Kraft verbleibend annehmen können, mithin, ſo wir ſie durch die Zahl 18. ausdrucken, die beym Punct D. geſchehende Reſiſtenz zuſamt der Friction, durch die Zahl 19. exprimiren müſſen, welches auch die allergröſſeſte iſt, ſo nur ſtatt haben kan.

Anmerkungen über die verſchiedentliche Länge der Hebels-Arme.

Fig. 29.

Herentgegen, wann die Linie E H. um ein wichtiges gröſſer iſt, als H B, das Latus B C. alſobald anwachſen muß, und vermöge deſſen, da die Laſt Q. in gleicher Proportion abnimmt, gar wohl geſchehen kan, daß, wann die Hebel den Winkel der gröſſeſten Würkung formiren, die zwiſchen B H. und B C. obwaltende Verhältniß geringer befunden wird, als die wie 18. zu 19., oder deutlicher, daß die Action der Laſt in ſolchem Fall weit mehr abnimmt, als diejenige Reſiſtenz anwächſt, die von der Laſt und der Friction cauſiret wird, mithin die allergröſſeſte Reſiſtenz, die von der Potenz überwältiget werden muß, der abſoluten Schwehre dieſer nemlichen Laſt gleich iſt. Haben endlich die Linien E H. und H B. einerley Gröſſe, ſo hält der gröſſeſte Nachdruck der Potenz, das Mittel zwiſchen 18. und 19., und kan alſo durch $18\frac{1}{2}$. exprimiret werden.

Ich habe eine General-Expreſſion eines *Maximi* geſuchet, welches dieſen dreyen Fällen beygeleget werden könnte, habe aber ſolche ſo überſetzt, und von ſo weitläufftiger dabey mühſamen Berechnung befunden, daß ich vor beſſer geglaubet, ſolche gar zu ſupprimiren. Dann worzu würde es dienen, ein Werk mit groſſen Algebraiſchen Calculis zu beläſtigen, die doch zu weiter nichts ausſchlagen, als daß ſie diejenigen, die ſie nicht verſtehen, verdrüßlich machen, und ihnen einen Eckel vor ſelbigen erwecken, benebens die Attention derer andern gemißbrauchet wird, ohne in Praxi nicht den geringſten Nutzen darvon zu haben?

§. 277. Hierbey ſtehet annoch wahrzunehmen, daß biß anhero der Laſt und der Potenz ihrer Hebel-Ruhe-Puncta beſtändig auf einer einigen Horizontal-Linie ſupponiret worden. Wie es nun aber leichtlich geſchehen kan, daß ſolcher Umſtand keinesweges ſtatt findet, ſo wollen wir dannenhero die 30ſte Figur in Betrachtung ziehen, als an welcher ein Hypomochlium höher angenommen worden, als das andere, und uns zugleich auch die Laſt Q. in die Augen fällt, die an einem Seil aufgehenkt worden, das ſich wiederum um den Rund-Baum oder um die Welle N M. aufwickelt. Solche Laſt dannenhero nun auf den Punct D. zu reduciren, müſſen wir ſie durch den Radium B V. multipliciren, und das heraus kommende Product durch den Hebels-Arm B D. dividiren, wie im vorhergegangenen.

Fig. 30.

Alles was von denen Hebeln beygebracht worden, das hat dem ohngeachtet ſeine Richtigkeit, ob auch gleich ihre Hypomochlia oder Ruhe-Puncta nicht in einer einigen Horizontal-Linie befindlich ſind.

Wär aber andern Falls die Laſt an einem Rade oder *Tambour* L O R. aufgehenkt, wie hier die Laſt T. auf ſolche Art vorgeſtellt iſt, und der Radius dieſes Rades wär auch weit gröſſer, als der Hebels-Arm E C, müſſen wir ebenermaſſen dieſe Laſt T. durch den Radium B L. multipliciren, und das erfolgte Product, durch B D. dividiren, ſo bekommen wir allezeit die auf den Punct D. reducirte, und darbey nach einer zu dem Hebels-Arm

BD. perpendiculairen Direction agirende Action der Last, und haben also weiter nichts nöthig, um folgends die Potenz P. bekannt zu machen, als den Winkel FDE. zu determiniren.

Fig. 31.

§. 278. Die 31ste Figur stellet hier noch eine andere Hebels-Disposition für, woselbst wir abermahlen supponiren, als könnte es statt haben, daß die Hebel auf einer und zwar mit dem Horizont schräg-lauffenden Erstreckungs-Linie SB. eintreffen, und einander im Punct H. berühreten, wie nicht weniger auch, als hätte die aufwärts agirende Potenz P, von ihres Hebels Extremität C. den Bogen HC. beschreiben lassen, während der Last Q. ihres Hebels Extremität F, den Bogen RF beschreiben, um nemlich mit Beyhülfe eines im Punct V. befestigten und über die Rolle M. wegggehenden Seils, die Last Q. zum Steigen zu bringen.

Vermöge dessen also, da der Last ihr Hebels-Arm eigentlich durch die Perpendicular-Linie BI. exprimirt werden muß, und keinesweges durch die Linie BV, müssen wir diese Perpendicular-Linie BI, durch die Last Q. multipliciren, und das kommende Product durch BD. dividiren, so können wir den erhaltenen Quotientem vor eine Potenz annehmen, die gleichsam die Hebels-Extremität C, nach der Direction OD. wiederum zurück stößt, und auch gar füglich durch die auf dem Hebel BF. perpendicular-stehende Linie OD. zu exprimiren ist. Determiniren wir alsdann den Winkel ECF. und zwar in solchem Fall, da die Last die höchste Elevation hat, so müssen wir zusehen, ob dieser Winkel über oder unter 18. Grad und 26. Minuten. Ist er nun noch geringer und also spitziger als 18. Grad und 26. Minuten, so ist auch derjenige Nachdruck, den die Potenz P. zu überwältigen hat, geringer als im Fall der allergrössesten Würkung. Herentgegen, wann er diese Oefnung übertrifft, und also noch grösser ist, nothwendig auch ein Momentum oder Augenblick gewesen seyn muß, in welchem dieser Winkel 18. Grad und 26. Minuten betragen. Folglich müssen wir die Potenz in solchem Fall überschlagen, welches dann auch keine Schwürigkeit haben wird, weilen wir in dem Triangulo EBC. allezeit zwey Latera und einen Winkel, wie nicht weniger auch den Winkel IBV. vor uns haben, vermittelst welchen wir alsdann den Valorem derer andern Linien ebenermassen finden können.

§. 279. Wann wir von der Last Q. abstrahiren wollen, so können wir auch gar füglich supponiren, als wär der Potenz P. ihr einiger Entzweck, eine andere Potenz N. zurück zu treiben, die aus N. in C. nach einer rar verticalen, doch aber mit dem Hebel FB schräg-lauffenden Direction ND. agiret, welche letztere wir jedoch gar füglich durch die Beschreibung des rechtwinklichten Trianguls NOD, perpendiculair machen können. (§. 23.)

Fig. 31.

Nicht weniger mögen wir auch supponiren, als ob die Potenz P, statt daß sie hier an ihres Hebels Extremität K. befindlich, um nemlich aufwärts zu ziehen, im Punct T. appliciret wäre, damit sie nach der Direction TX. niederwarts zög, massen sie beständig einerley Würkung thun muß, in so fern sie nemlich auch von dem Hypomochlio E. gleich weit entfernet ist. Solchergestalt bringen wir alsdann in Erkänntniß, wie wir bey jeder Disposition, die der Potenz ihr Hebel auch nur haben mag, in Ansehung oder Vergleichung der Direction desjenigen Nachdrucks, den sie zu überwältigen hat, dannoch allezeit ihren Valorem, zufolg unsern angegegenen General-Reguln, ausfindig machen können.

**Untersuchung derer verschiedentlichen Directionum einer einen Stämpfer in die Höhe hebenden Potenz.**

§. 280. In dem 230. und 231. §. haben wir derjenigen Resistenz gedacht, die bey einem Stämpfer von Seiten seiner Schwehre und der Friction vorzufallen pfleget, und von einer Potenz überwältiget werden muß, darbey annoch supponiret, als agirete diese Potenz mit der Directions-Linie der Last parallel; Wie nun aber diese Supposition in Praxi nicht wohl statt hat, so wollen wir vorjetzo die 32ste Figur in anderweitige Erwegung ziehen. Ersehen also, wie der Punct O, das Centrum eines Rund-Baums oder den Mittel-Punct einer Welle vorstellet, um deren Ober-Fläche gewisse hervorragende Stück Hölzer EV. oder sogenannte Daumen eingeschlagen sind, die darzu dienen, daß sie die Hebe-Latte eines jeden Stämpfers anfassen, und solche, wann sich nemlich die Welle herum zu drehen anfängt, aus L. biß in S eleviren, oder in die Höhe heben. Welches alles sich auf einen Hebel VK reduciren lässet, der sein Hypomochlium O. in der Mitten, und an der Extremität K eine Potenz an sich hat, die aus K. in P. nach einer perpendiculairen Direction ziehend agiret, während die andere Extremität V, die Last samt der Friction überwältiget.

Setzen wir nun den Fall, die Potenz trieb den Stämpfer nach einer zu der Hebe-Latte perpendiculairen Direction FV. gerade in die Höhe, und wir nehmen die Vertical-Linie VN. vor die ihr entgegen gesetzte Resistenz an, so hat es seine Gewißheit, (§. 237. und 238.) daß $VN = 1 + \frac{2\,l\,z.}{3\,c}$ („ oder daß *VN*, als die hier der *Potenz* entgegen gesetzte *Resistenz* an und vor sich der ganzen Schwehre des Stämpfers gleich, „ zur Ueberwältigung der zwischen denen Scheide-Latten vorfallenden *Friction* aber annoch das *Product* der doppelten Schwehre des Stämpfers in diejenige Weite „ *IV*, in welcher sich die *Potenz* von *I.* entfernt befindet, durch die dreyfache Höhe „ *SD. dividirt*, hinzu gethan werden muß. „) so wir nemlich die in dem 237. und 238. §. gethane Suppositiones hier wiederum beybehalten, und solche um mehrer Verständlichkeit willen abermahlen überlesen mögen. Bilden wir uns aber ein, als gieng die Potenz zu gleicher Zeit, während sie den Stämpfer in die Höhe hebet, von I. nach A mit fort, so hat sie hier zugleich auch diejenige Friction mit zu überwältigen, die von der gedachten Resistenz V N. an der Hebe-Latte causiret wird. Machen wir also V A. dem dritten Theile der Linie V N. gleich, und beschreiben das Parallelogrammum N A, so exprimirt die Diagonal-Linie V M, den Concursum der Last zusamt der Friction nach ihren völligen Würkungs-Kräften; Folglich, da wir wissen, (§. 270.) daß sich V N. zu V M. verhält, wie 18. zu 19., erhalten wir die Æquation $VM = \frac{19\,l}{18} + \frac{19\,l\,z}{27\,c}$ vor die Expression der Potenz P, nemlich in solchem Fall, wann sie mit Beyhülffe eines Hebels V K agiret, und solcher mit dieser Diagonal-Linie V M einen rechten Winkel macht, oder auf selbiger perpendiculair aufstehet. Wie nun aber diese Diagonal-Linie keine beständige oder unveränderliche Länge behält, sondern ebenermassen so wie sich der Punct V. von I. entfernet, auch mit anwächset, (§. 237.) so können wir dannenhero keinesweges behaupten, daß alsdann die Potenz P ihren allergrössesten Nachdruck ausübete, wann der Winkel Z V O. 18. Grad und 26. Minuten beträgt, weilen die Resistenz statt des Abnehmens eben so mit anwächset, so wie der Winkel Z V O grösser wird, als der Winkel der grössesten Würkung. Theilen wir nun aber V M in zwey andere Potenzen V B und B M, nemlich, die eine V B zu dem andern Hebel V K perpendicular, und die andere B M mit ihm parallel, und exprimiren diejenige Resistenz, die die Potenz P in allen vorfallenden Situationibus des Hebels zu überwältigen hat, beständig durch V B, so wird diese Resistenz aus zweyen variablen oder veränderlichen Resistenzen zusammen gesetzt seyn, von denen die eine, der Hebels-Arm IV, und die andere, der Sinus O Z. des Winkels Z V O vorstellig macht, da ich dann das *Maximum* dieses letztern abermahlen supprimirt, weilen der Calculus solches zu determiniren, sehr übersetzt seyn, und doch keinen weitern Nutzen geben würde.

Auf was Art der Nachdruck einer einen Stämpfer in die Höhe hebenden Potenz zu berechnen.

§. 281. Um nun aber um so leichter von der Potenz P ihren grössesten auszuübenden Nachdruck, einen Ueberschlag zu machen, müssen wir längst der Hebe-Latte S V, denjenigen Punct suchen, in welchem des Hebels V K Extremität V, mit V M einen Winkel von 18. Graden und 26. Minuten formiret, welches den Valorem von z giebet; Vermöge dessen wir hiernächst, wann wir ihn in dem Quanto $\frac{19\,l}{18} + \frac{19\,l\,z}{27\,c}$ substituiren, die Potenz P in solchem Fall ausfindig machen können. Alsdann müssen wir nach dem 280. §. noch einen Calculum anstellen, um denjenigen Nachdruck zu erfahren, den sie überwältigen muß, wann ihres Hebels Extremität V. in Bereitschafft stehet, die Hebe-Latten zu verlassen, nemlich, wann sie von I so weit entfernet ist, als solches zu geschehen nur möglich seyn will, und hierauf den wichtigsten Ueberschlag von diesen beyden Calculis, vor den gesuchten Nachdruck der Potenz P. annehmen, weilen es hierinnen leichtlich geschehen kan, daß der erstere Ueberschlag mit dem grössesten Nachdruck correspondiret, gar wohl aber auch das Gegentheil statt finden kan, daß erst der andere Ueberschlag mit selbigen überein kommt, massen solches schlechterdings auf die Länge der Hebe-Latte ankommt.

Fig. 33. Anwendung derer vorhergegangenen Reguln bey der Berechnung einer Machine.

§. 282. Hier ersehen wir nun noch eine andere Application unserer Principiorum, die im folgenden ihren Nutzen haben wird. A B ist eine Art von einem Wagen, der von zweyen Rollen C, C, getragen wird, die zwar mit ihren Wellen oder Nägeln eine Friction würken, von welcher wir aber abstrahiren, und vielmehr nur diejenige in Erwegung ziehen wollen, die von denen an dem Roll-Wagen A B befindlichen Zähnen D, D, D. ihren Ursprung gewinnet, an welchem in B. wieder ein über eine Rolle hinweg gehendes Seil befestiget ist, das die Last Q. an sich hat, welche eigentlich eleviret werden soll, und zwar auf solche Art, daß dieser Wagen auf dem horizontalen Plano X Z. mit Beyhülffe einer Potenz P, die an einem Hebel R T. appliciret ist, dessen Hypomochlium oder Ruhe-Punct S. in der Mitte desselben befindlich, von der rechten zur linken fortgerollet werde.

Es hat seine Richtigkeit, daß, wann dieser Hebel die eine Seiten-Fläche des Zahnes H O. berühret, und zwar solchergestalt, daß eins wie das andere sich auf einer einigen verticalen Erstreckungs-Linie H T befindet, die aus T in P nach einer zu ihrem Hebel perpendiculair-lauffenden Direction T P agirende Potenz P, im Statu æquilibrii der Last Q. nothwendig gleich seyn muß. Dann derjenige Nachdruck, den diese Last Q. ausübet, um den Wagen A B nach sich zu ziehen, wird eben die Würkung haben, als eine hier gar füglich anzunehmende Potenz Y, die des Hebels D T. Extremität D, nach einer perpendiculairen Direction Y D. mit gleichmäßiger Kraft zurück hält. So bald aber die Potenz P unsere kaum berührte Potenz Y übermeistern soll, um nemlich dadurch den Roll-Wagen

A B in Bewegung zu bringen, alsobald hat sie auch noch ausser der Last Q, die Friction der gedachten Hebels-Extremität D. zu überwältigen, welche längst der Seiten-Fläche H O. hinab rutschet; Da dann die Resistenz dieser Friction so lang beständig fort anwächst, biß derjenige Winkel N D L, welchen der Hebel D N. und die verlängerte Seiten-Fläche H D, untereinander formiren, 18. Grad und 26. Minuten beträget, alsdann aber wiederum abnimmt, wann er grösser wird; Folglich verhält sich die Last Q. zur Potenz P, wann die grösseste Würkung geschiehet, wie 18. zu 19. (per §. 270.) das ist: Wann die Last 100. Pfund beträgt, so ist die Potenz P. ein gleichgültiger Werth von $1055\frac{1}{2}$. Pfund.

§. 283. Die Bewegung dieser Machine auf eine andere Art zu bewerkstelligen, können wir uns auch statt eines Hebels, eines Getriebes oder Trillings E. bedienen, da ein jeder von denen in diesem Getriebe befindlichen Trieb-Stecken I. im Umlauf nach und nach einen Zahn D H fortstösset, mithin die Machine einen kleinen Raum oder Weg absolviren muß, und wann der agirende Trieb-Stecken bey nahe diesen Zahn verlassen will, alsobald ein anderer an dessen Stelle herbey kommt, der den nächstfolgenden Zahn ergreiffet, und ein gleiches verrichtet. Worbey dann noch zu bemerken stehet, daß niemahlen mehr als ein Trieb-Stecken und ein Zahn in der Berührung vollkommen mit einander verknüpft sind.

Verlängern wir den Zahn D H, und ziehen aus dem Centro E, biß an den Berührungs-Punct D. eine Linie E D, bilden uns darbey ein, als wär die Potenz in F. als der Extremität eines verlängerten Radii E F. appliciret, so können wir die Linie D E F. vor einen Hebel annehmen, der auch, so es anders gefällig, einen Winkel D E K. formiren kan; Dann, wann uns die Direction K P auf der Extremität F. oder K. perpendiculair stehet, so lieget wenig dran, ob der Hebel gerade oder gebrochen ist. Um nun also die Potenz P. zu erfahren, wollen wir supponiren, als betrüg der grösseste Winkel E D G. 10. Grad, den wir nemlich noch zu 71. Grad und 34. Minuten hinzu thun müssen, (per §. 272.) und alsdann folgenden Schluß formiren: Wie sich verhält der Sinus von 71. Graden, 34. Minuten zum Sinu von 81. Graden und 34. Minuten, eben so verhält sich die Last von 1000. Pfund zu derjenigen Resistenz, die beym Punct D. geschiehet, und hier also 1042. Pfund befunden wird. Folglich, wann der Hebels-Arm E F. oder E K. doppelt so lang als E D, die Potenz P, 521. ℔. Kraft benöthiget ist, so sie anders mit der Resistenz der Last und der Friction, das Æquilibrium halten soll; Herentgegen, wann sie um etwas mehr verstärket worden, alsdann auch die Last auf angestellte Weise zu eleviren, genugsames Vermögen besitzet.

§. 284. Wann der Winkel G D E. statt derer 18. Grad und 26. Minuten weit grösser ist, so stehet leichtlich zu ersehen, wie die beym Punct D. geschehende Resistenz nach dem Fall der allergrössesten Würkung überschlagen werden müsse, und also mit derjenigen im 282. §. auf eins hinaus kommt.

Fig. 33. Den Effect dieser nemlichen Machine auf andere Art zu überschlagen.

Wann aber dieser Wagen, statt daß er hier mit der Last Q. versehen, die ihn beständig nach sich ziehet, mit dem Cörper V. beschwehret wäre, dessen Pondus wir abermahlen 10000. Pfund supponiren, und wir wollten ihn auf diesem Wagen von der rechten zur linken fortfahren, so hat es seine Gewißheit, daß, da dieser Cörper zusamt dem Wagen von dem horizontalen Plano X Z. fest gehalten wird, oder auf solchem ruhet, die Potenz P. keinen andern Nachdruck zu überwältigen hat, als denjenigen, der von der Friction derer Rollen-Wellen causiret wird. Beträgt dann also der Wellen-Radius den 24sten Theil des Radii von denen Rollen, so wird auch, wann sich nemlich die Linien D E. und H G. mit einander confundiren, die dem Trieb-Stecken I entgegen gesetzte oder entgegen stehende Resistenz nicht mehr, dann den 24sten Theil vom Drittheile derer 10000. Pfund ausmachen, nemlich 139. Pfund. Solche Resistenz wächst aber beständig fort, biß auf den Augenblick an, da der Winkel E D G 18. Grad und 26. Minuten ausmacht; Folglich können wir den Schluß formiren: Wie sich verhält 18. zu 19., also verhält sich 139. Pfund zu der gesuchten Resistenz; Deren Nachdruck also $146\frac{1}{2}$. Pfund beträgt, woran wir alsdann die Helfte nehmen, weilen E F. doppelt so groß als E D, mithin 73. Pfund vor die verlangte Potenz P erhalten.

Untersuchung derer verschiedentlichen Arten, sich des Rades und Getriebes zu dienen.

§. 285. Es gibt wenige Machinen, wo man Rad und Getriebe entübriget seyn könnte, weilen sie vielmehr die Circular-Bewegung sehr erleichtern. Dannenhero wir hierbey zu bemerken haben, daß beyde Theile auf vielerley Arten miteinander combinirt werden können.

Die erste Art ist: Wann das Planum des Rades und die Welle des Getriebes horizontal liegen, so stehen alsdann die Zähne vertical, und befinden sich noch mit in dem Plano des Rades.

Die zweyte Art: Wann das Planum des Rades in einer horizontalen Lage befindlich, und die Welle des Getriebes stehet vertical, so sind die Zähne in solchem Fall an der Circumferenz des Rades auf denen verlängerten Radiis.

Die dritte Art: Wann das Rad vertical stehet, und die Axis des Getriebes auch, so sind die Zähne in dem Plano des Rades horizontal.

Die vierdte Art endlich: Wann das Planum des Rades vertical stehet, und die Axis des Getriebes liegt horizontal, so sind die Zähne abermahlen an der Circumferenz des Rades auf denen verlängerten Radiis, eben so wie im andern Fall.

Wie es nun schon genug ist, wann wir nur wissen, auf was Art die Friction bey einem von diesen Fällen berechnet werden kan, um daraus eine Regul vorstellig zu machen, die denen andern Arten gemein ist; So will ich mich bey der vierdten Art noch in etwas aufhalten, massen diese am leichtesten vorzustellen. Supponire also, als wollt eine Potenz P, die die Linie A K zu ihrem Hebels-Arm besitzet, indem sie aus K nach P anziehet, das vorgezeichnete Rad herum drehen, und einer von denen Zähnen H I, nachdeme er den Trieb-Stecken R. am Getriebe N O. ergriffen, wendete seine Action an, diesen Trieb-Stecken von R. in L. herunter zu treiben, damit dadurch die Last Q, die an einem um den Rund-Baum oder um die Welle B. herum gewickelten Seile aufgehenkt seyn müsse, eleviret würde. Fig. 35.

Die Berechnung der Friction am Rad und Getriebe beruhet schlechterdings auf denen Principiis, die bißher von denen Hebeln sind beygebracht worden.

§. 286. Um nun dasjenige gründlich zu verstehen, was bey der Bewegung dieser Machine nothwendig vorfallen muß, so haben wir wohl zu bemerken, daß, so wie sich der Zahn H I. herunter begiebet oder hernieder steiget, derjenige Punct S, mit welchem dieser Zahn den Trieb-Stecken R. im ersten Momento der Aneinanderstossung berühret, nothwendig sich eben so vom Centro A. entfernen, mithin zugleich geschehen muß, daß derjenige Hebels-Arm, der der resistirenden Potenz correspondiret, beständig fort biß auf den Augenblick um etwas weniges anwächset, da der Zahn, nachdem er in F G. angekommen, den Trieb-Stecken zu verlassen, oder sich von ihm abzusondern, in Bereitschafft stehet. Ziehen wir nunmehro die Linien A D. und B D, biß an den Berührungs-Punct. D., und verlängern B D ohngefehr biß E, so formiren die Crura derer Winkel D A K und E B T gleichsam gebrochene Hebel, von denen der erstere der Potenz P zukommt, und der andere der Last Q. Multipliciren wir also die Last durch den Radium B T, und dividiren das herauskommende Product durch die Linie B D, so können wir den erhaltenen Quotientem vor eine Potenz annehmen, die gleichsam den Punct D. nach einer auf die Linie B E. perpendiculair-auffallenden Direction M D. zurück stösset; Mithin in solchem Fall eben die Umstände wiederum vorkommen, die wir in dem 274. 275. 276. 277. 278. §. beygebracht haben. Wie sich nun der Punct D von dem Centro B. entfernet, eben so wird auch die auf den Punct D reducirte Last Q. allstets geringer, und eben so im Gegentheil, wie die Linie A D in Ansehung oder Vergleichung der unveränderlichen Linie AK. anwächset, eben so nimmt auch die Potenz P an Stärke zu, und wird auch noch überdem, da sie die im Punct D zusammen kommende Last und Friction zu überwältigen hat, immer mehr und mehr anwachsen, je mehr der Winkel A D E. an Grösse dem Winkel von 18. Graden und 26. Minuten gleichet. Und also kommt es nur annoch drauf an, diejenige Situation oder Lage des Zahnes E G. und Trieb-Steckens L. ausfindig zu machen, in welcher die Potenz P. den allergrössesten Nachdruck zu überwältigen hat; Welches zwar an und vor sich nicht leicht seyn würde, wann man sie nach der Geometrischen Schärfe determiniren wollte, wegen derer variablen Linien, so darbey vorfallen, aber auch in der That nichts mehr heissen würde, als sich bey allen Kleinigkeiten selbst aufhalten, und mit allem Fleiß Schwürigkeiten suchen, um bloß das Vergnügen zu haben, solche zu resolviren, und darbey den Algebraischen Calculum zu appliciren, indessen wir unter einigen Suppositionibus, die weiter nichts auf sich haben, uns schlechterdings in Praxi nach folgenden Reguln richten dürfen.

Fig. 35. Auf was Art die Länge derer Hebels Arme am Rad und Getriebe zu determiniren.

§. 287. Ohne sich nun weiter derentwegen in Sorgen zu setzen, daß die Linie B D, so wie der Trieb-Stecken L. hernieder steiget, ebenermassen jedoch fast unvermerkt um etwas weniges anwächst, so determinire ich sie alsobald durch die Distanz des Centri des Getriebes, biß an das Centrum dieses nemlichen Trieb-Stecken, die Linie AD. aber, durch diejenige Distanz, in welcher das Centrum A. von demjenigen Punct abstehet, in welchen der Zahn und Trieb-Stecken in Bereitschafft stehen, sich voneinander abzusondern; Da wir nun auch die Linie A B. haben, als welche die Weite derer Centrorum A und B. bemerket, so haben wir mithin die 3. Latera eines Trianguls A B D, folglich auch den Winkel A D E. Finden wir nun, das er mehr, dann 18. Grad und 26. Minuten, so multipliciren wir die auf den Punct D. reducirte Last Q. durch 19, und dividiren das kommende Product durch 18, der Quotiens gibt alsdann diejenige Resistenz an, die von unserer Potenz P. überwältiget werden muß. Finden wir aber, daß er geringer, dann

18. Grad und 26. Minuten, so addiren wir ihn zu 71. Graden und 34. Minuten, und verfahren übrigens in allen Stücken so, wie es im 275. §. angewiesen.

Ausser weiterer Erwegung des vorhergegangenen Paragraphi, kan man wohl versichern, daß es wenig Machinen giebet, an welchen die Oefnung des Winkels A D E. nicht allzeit mehr beträget, als 18. Grad und 26. Minuten; Dann, da des Zahnes S. seine Seiten-Fläche H I. den Trieb-Stecken R. nicht eher erreichet, als biß sie sich auf der Erstreckung der Linie A B. befindet, und zwar in dem Momento, da der Zahn F G. den Trieb-Stecken L. verlässet, wie solches, wann anders die Bewegung wohl eingerichtet seyn soll, nothwendig also erfordert wird; So determiniret also der Bogen S D. die Grösse derjenigen Weges, den jeder Zahn von dem in der Bewegung antreffenden Trieb-Stecken absolviren lässet. Wie nun diese Circumferenz des Radii B D, diesen Bogen eben so vielmahl in sich begreiffen muß, als Trieb-Stecken in dem Getriebe befindlich sind, so kommt es nur noch darauf an, in Erfahrung zu bringen, wie viel man deren bey denen verschiedentlichen Gelegenheiten anzubringen, in Gewohnheit hat.

**In Praxi kan man gar füglich die Potenz allezeit nach dem Fall der allergrössesten Würkung überschlagen.**

§. 288. Man bedienet sich gemeiniglich derer Getriebe oder Trillinge, um einem Cörper eine gewisse Geschwindigkeit beyzubringen, welche durch die Vergleichung derjenigen Geschwindigkeit, mit welcher die Potenz solches verrichtet, determiniret wird. Die Bewegung des Trillings oder Getriebes geschiehet also um so viel geschwinder, je kleiner die Anzahl derer Trieb-Stecken in Ansehung der Anzahl von denen Zähnen im Rade befunden wird. Zum Exempel: In denen gemeinen Korn-Mahl-Mühlen, hat der Trilling niemahlen mehr den 10. Trieb-Stecken, und läßt also den Mühlstein fünfmal herum lauffen, ehe das Rad einmahl herum kommt. Es gibt aber noch andere Machinen, wo die Trillinge eine weit grössere Anzahl Trieb-Stecken an sich haben; Doch habe niemahlen gesehen, daß sie an der Zahl mehr dann 20. hätten, wie an der Machine du Pont-Notre-Dame zu Pariß, und an der Mühle, in welcher das Canonen-Pulver gemacht wird, woselbst derjenige Bogen, den jeder Zahn von seinem ihm fürkommenden Trieb-Stecken beschreiben läßt, 18. Grad beträget. Wie nun aber keine Nothwendigkeit sehen kan, sich bey einer Gelegenheit wie sie auch seyn mag, einer grössern Anzahl Trieb-Stecken zu gebrauchen, massen es um mehrerer Dauerhafftigkeit wegen, dannoch besser ist, die Circumferenz des Rades zu verringern, als die Circumferenz des Getriebes zu vergrössern, so können wir vermöge dessen den Winkel A B E. also ansehen, als könnt er niemahlen mehr dann 18. Grad haben. Da nun aber der Winkel A D E. mithin grösser wird, als der vorige A B E, weilen er der Externus des Trianguli A B D. ist, so dürfen wir nur überflüßige Berechnungen zu vermeiden, unsere Potenz in dem Fall der allergrössesten Würkung æstimiren oder überschlagen, und so es auch ohngefehr geschehen sollte, daß der Winkel A B E. weniger dann 18. Grad und 26. Minuten betrüg, wird alsdann der nächste Weg seyn, der Potenz an Kraft noch etwas mehr zuzulegen, als sie würklich haben sollte. Derowegen ohne sich um den Werth dieses Winkels zu bekümmern, darf man nur hierinnen demjenigen folgen, was die Formul (Fig. 35.) $\frac{19 BT + AD + Q}{18 BD + AK} = P$. angiebet.

§. 289. (Fig. 37.) Wann die Zähne, statt daß sie auf der Circumferenz des Rades stehen, auf der Seiten-Fläche am Rande perpendiculair aufgerichtet sind, wie in dem ersten und andern zugleich hier durch das vertical-stehende Rad in der 37sten Figur verzeichnet vorgestellten Fall, (§. 285.) müssen wir die Linie A D in der Formul durch diejenige Weite determiniren, in welcher das Centrum des Rades A von dem Mittel der Wurzel von einem dieser Zähne absteht, wodurch dann also diese Formul auf alle Fälle gemein wird.

**Verkürzte Art diejenige Potenz zu determiniren, die mit Beyhülfe eines einigen Rades und Getriebes eine Last eleviren soll.** Fig. 35.

§. 290. Supprimiren wir in kaum gedachter Formul das Quantum $\frac{19}{18}$, so bleibt annoch übrig $\frac{BT + AD + Q}{BD + AK} = P$, woraus folgenden Proportions-Satz schliessen können: $P : Q = BT + AD : BD + AK$, mithin um so eher ersehen, daß, wann wir von der Friction abstrahiren, die Potenz sich zur Last verhält, wie sich das Product derer Radiorum von denen Getrieben, zu dem Product derer Radiorum von denen Rädern verhält, (§. 75.) massen wir die Linien A D und B T gar füglich vor die Radii derer Getriebe, und die Linien BD und AK vor die Radii derer Räder annehmen können. Wie es aber schon genug ist, wann wir nur einen von denen beyden mittelsten Terminis des gedachten Proportions-Satzes durch $\frac{19}{18}$ multipliciren, so folgt hieraus, daß, wann uns die Last allbereit bekannt, wir solche nur durch diese Zahl multipliciren dürfen, mithin die sich zugleich auf diese Last und auf die Friction beziehende Potenz, nach denen gemeinen Reguln der Mechanic, leichtlich folgends finden können.

§. 291. Wann uns die Potenz bekannt ist, und wir wollten die Last gern in Erfahrung bringen, müssen wir die vorige Relation $\frac{19}{18}$ umkehren, und mit $\frac{18}{19}$ die gegebene Potenz multipliciren, so erhalten wir den Valorem der Last, der sich zugleich auch mit auf diejenige Friction beziehet, die die Last zu causiren vermögend; Welches an und vor sich ganz klar, massen, so wir in der Formul den Character Q. in ein Membrum Æquationis allein bringen, selbige sich folgender massen verändert, nemlich: $Q = \frac{18\,P}{19} \times \frac{BD \times AK}{BT \times AD}$. Verkürzte Art, die unbekannte Last zu finden, wann die Potenz gegeben.

Dasjenige, was wir aus diesen beyden vorhergegangenen Paragraphis ersehen, kan weiter nicht statt finden, als wann wir nur ein Rad und ein Getriebe haben, da beyde Theile zu der Elevation einer einigen Last, ihre Action anwenden, oder deutlicher zu reden, wann nur eine einige Friction vorhanden. Herentgegen in solchem Fall, wann verschiedene Räder und verschiedene Getriebe gefunden werden, folglich verschiedene Frictiones vorfallen, unsere Formuln sich alsobald auch mit verändern müssen.

Ich supponire also, als stellete A einen Rund-Baum für, der gleichsam dem Getriebe B zur Welle dienete, und dieses Getriebe grief in das Rad C ein, welches mit dem Getriebe D eine gemeinschafftliche Welle G hat; Das Getriebe D aber grief wiederum in das Rad E ein, und der Rund-Baum F. wär dessen Welle, um welche ein Seil herum gewickelt, an dessen Ende ein Gewicht P befestiget, welches hier derjenigen Potenz ihre Stelle vertritt, die eigentlich die Last Q eleviren soll. Diese Potenz also nun solchergestalt zu determiniren, daß sie sich zugleich auf die Last und auch mit auf diejenige Friction beziehet, die an denen Orten R und S vorfallen möchte, wollen wir die Radii derer Wellen, Räder und Getriebe mit denenjenigen Buchstaben benahmen, wormit sie in der Figur bezeichnet sind, nemlich mit: a, b, c, d, e, und f. Fig. 36.

§. 292. Wär nun die Potenz im Punct D appliciret, und sie verrichtete ihr Anziehen nach einer Direction D T, die mit dem Radio d perpendiculair gieng, so müßt sie durch $\frac{19\,q}{18} \times \frac{ac}{bd}$ (per §. 290.) exprimiret werden, welches Quantum derjenigen Action gleich ist, mit welcher der Zahn S gegen den fortstossenden Trieb-Stecken agiret. Da wir aber auch zugleich auf diejenige Friction zu sehen haben, die an diesem Orte geschehen möchte, so müssen wir dannenhero das Quantum $\frac{19\,q}{18} \times \frac{ac}{bd}$ durch $\frac{19}{18}$ wiederum multipliciren, und wann alsdann die Potenz an der Extremität des Radii f appliciret ist, wie wir solches gleich anfänglich supponiret haben, so müssen wir das letzt-erhaltene Product abermahlen durch $\frac{e}{f}$ multipliciren, damit wir die Æquation: $\frac{19}{18} \times \frac{19}{18} \times Q \times \frac{ace}{bdf} = P$, erhalten. Wann eine Potenz eine gegebene Last mit Beyhülfe verschiedener Räder und Getriebe eleviren soll, so muß die erstere, um nemlich auf die Friction zu sehen, durch das zu derjenigen Dignität evehirte Quantum $\frac{19}{18}$ multipliciret werden, deren Exponens so viele Unitäten besitzet, als Räder oder Getriebe vorhanden.

§. 293. Hieraus folgt dann also, daß, wann zwey Räder und zwey Getriebe vorhanden, mithin auch zwey Frictiones statt finden, die Last durch das Quadrat von $\frac{19}{18}$, welches bey nahe $\frac{7}{5}$ ausmacht, und also gar füglich vor das Quadrat selbst genommen werden kan, multipliciret werden muß. Und also auch, wann wir 3. Räder und 3. Getriebe haben, die Last abermahlen durch den Cubum von $\frac{19}{18}$ oder durch $\frac{3}{2}$, welches bey nahe einerley ist, multipliciren müssen, und zwar aus dieser Ursach, weilen die Frictio dererjenigen Stücke vom Rad und Getriebe, die am nähesten bey der Last befindlich sind, zu der Vermehrung der Friction derer andern Stücke, die am andern und dritten Orte eben dergleichen verursachen, vieles mit beyträget: Woraus wir dann also folgende General-Regul vorstellig machen.

**Wann eine *Potenz* eine gegebene Last mit Beyhülfe verschiedene Räder und Getriebe *eleviren* soll, so muß man, um nemlich auf die *Friction* zu sehen, das *Quantum* $\frac{19}{18}$ zu einer solchen *Dignität evehiren*, deren *Exponens* so viele *Unitäten* besitzet, als an der *Machine* Getriebe oder Trillinge gefunden werden, und mit dieser *Dignität*, die gegebene Last *multipliciren*; Ubrigens aber in der Berechnung, bloß nach denen *ordinairen* Reguln der *Mechanic* verfahren.**

Diese kaum beygebrachte Regul gibt eine noch andere Regul an die Hand, die sich auf den 291. §. gründet.

Wann die Potenz gegeben, und man will gern die Last ausfindig machen, so muß die gegebene Potenz durch das zu derjenigen Dignität evehirte Quantum $\frac{18}{19}$ multipliciret werden, deren Exponens aus so vielen Unitäten bestehet, als Räder vorhanden.

§. 294. Wann man eine Last durch Hülffe verschiedener Räder und Getriebe *eleviren* will, und die *Potenz* ist gegeben, so muß man, um nemlich die Last zu finden, die bekannte *Potenz* durch diejenige *Dignit*ät von $\frac{18}{19}$ *multiplic*iren, deren *Exponens* so viele *Unit*äten in sich begreiffet, als die *Machine*, Räder oder Getriebe an sich hat. Das heißt so viel: Wann zwey Getriebe vorhanden, darf man die Potenz nur durch $\frac{5}{7}$ multipliciren, und wann sich deren Anzahl auf 3. belaufft, durch $\frac{2}{3}$, und so auch wann noch mehrer gefunden werden, das übrige aber, nemlich die Last zu determiniren, folgends nach der gemeinen Art vollenden. Welches die Berechnungen derer noch so sehr übersetzten Machinen sehr erleichtert.

Fig. 34. Berechnung einer aus einem Rade und zweyen Getrieben zusammen gesetzten Machine.

§. 295. Zuweilen geschicht es, daß die Zähne eines einigen Rades in zwey biß drey Getriebe eingreiffen müssen, um es nemlich mit der Potenz dahin zu vermitteln, daß sie verschiedene von einander abgesonderte Gewichter eleviren oder verschiedentliche Effectus vollbringen möge. Ein Beyspiel ersehen wir hier an dem vertical-stehenden Rade E, dessen Zähne auf der Circumferenz befindlich sind, wodurch zu gleicher Zeit die beyden Getriebe oder Trillinge D und F herum gedrehet werden können, an deren Wellen A und C. die beyden Gewichte Q. und R. aufgehenket sind, welche eine an dem Hebels-Arm B L. applicirte und nach der Direction L P. anziehende Potenz P. eleviren will. Dann, indem der Zahn I den Trieb-Stecken K auswarts forttreibet, während der Zahn G, den Trieb-Stecken H niederwarts drucket, müssen nothwendig bey fortdaurender Action der Potenz P, die Getriebe in widersinnigem Verstande herum lauffen. Sind nun die Radii dieser Getriebe einander gleich, und die Gewichte auch, so muß nothwendig auch die Friction auf einer Seiten so stark seyn, wie auf der andern; Mithin ist es hinlänglich genug, wann wir hier nur demjenigen nachkommen, was zu der Erforschung der Expression von derjenigen Potenz, die das Vermögen hat, das eine von diesen Gewichten zu eleviren, im 290. §. ist angewiesen worden. Dupliren wir alsdann diese gefundene Potenz, so bekommen wir diejenige verlangte Potenz, die beyde Gewichte zugleich zu eleviren vermögend, und dürfen uns nach denen 293. und 294. §§. nicht richten, als welche nur in solchen Fällen statt haben, wann ein einiges Gewichte zu verschiedenen Frictionibus Anlaß giebet.

Berechnung einer noch andern aus Rädern und Getrieben zusammen gesetzten Machine.

Fig. 37.

§. 296. Hier haben wir noch ein anderes Exempel von der Verbindung einiger Räder und Getriebe, welches den Gebrauch unserer angegebenen Reguln sehr erleichtern wird. A ist der Rund-Baum eines vertical-stehenden Rades, welches zwey Reihen Zähne an sich hat; Die eine stehet auf der Circumferenz, und greifft in die Trieb-Stecken des Getriebes T ein, an dessen Welle eine Last Q. aufgehenket ist; Die andere Reihe befindet sich auf dem Plano oder auf der flachen Seite des Rades, und greifft in das Getriebe G H, welches einen Rund-Baum I K. zur Welle hat, der wiederum das horizontale Rad M träget, dessen Zähne auf dem Plano des Rades perpendiculair aufgerichtet sind, und in das Getriebe F. eingreiffen, um dessen Welle Y ein Seil umwunden, welches über die Rolle X. hinweg gehet, und am Ende die Last R. an sich hat, die eben zu gleicher Zeit mit der Last Q, durch die Action einer einigen an der Extremität des Hebels-Arms A V von V nach P ziehenden Potenz, eleviret werden soll.

Indem nun ein auf der Circumferenz des vertical-stehenden Rades befindlicher Zahn B, den Trieb-Stecken D auswarts stösset, so verursachet er, daß das Getriebe T herum lauffet, während einer von denen auf der Seiten-Fläche dieses nemlichen Rades aufgerichteten Zähnen, einen von denen Trieb-Stecken des Getriebes G H anstosset, damit sich solches zu der Direction der Potenz P in widersinnigem Verstande zugleich mit dem horizontalen Rade M herum drehen möge, da dann dieses letztere wiederum das mit der Last R correspondirende Getriebe F, zum Herumlauffen nöthiget.

Um nun die Expression der Potenz P zu finden, und zwar also, daß sie sich so wohl auf die Last Q und R, als auch zugleich mit auf die Friction beziehet, so wollen wir solche, nemlich die Potenz, in zwey besondere Potenzen abgetheilt zu seyn supponiren, und diese letzteren mit dem Nahmen x. und y. belegen, anbey uns noch die Vorstellung machen, als gehörete die erstere nur bloß allein zur Elevation der Last Q, und die andere zur Elevation der Last R. Nicht weniger wollen wir auch die hier vorfallenden Radii mit folgenden Characteribus bezeichnen, nemlich: C T = a, C B = b, A B = c, A V = d, G Z = e, I M = f, Y N = g, Y O = h. und A E = l. Hiernächst stehet dann also in Erwegung zu ziehen, wie sich hier zwischen der Last Q. und der diese erhaltenden Potenz, vier Hebels-Arme befinden, nemlich: C T, C B, B A. und A V, von denen der erstere und dritte gar füglich vor die mit der Last correspondirende Hebels-Arme, und der andere und vierdte, vor die mit der Potenz correspondirende Hebels-Arme anzusehen seynd. (§. 74) Multipliciren wir dannenhero die Last Q durch $\frac{19}{18}$, so haben wir (per §. 290.) folgenden

Proportions-Satz: $bd : ac = \frac{19}{18} Q : x$, [oder $CB \times AV : CT \times AB = \frac{19}{18} Q : x$;] Woraus wir also schliessen, daß $x = \frac{18}{19} Q \times \frac{ac}{bd}$, [oder: $x = \frac{18}{19} Q \times \frac{CT \times AB}{CB \times AV}$.]

Fig. 37.

Da nun so wohl die Last R, als diejenige Potenz, die diese Last mit ihrer Kraft erhalten soll, ein jedes insbesondere alternatim, dreyen Hebels-Armen correspondiren, und benebens auch die Getriebe F und G zu zweyen Frictionibus Anlaß geben; So müssen wir die Last R. durch $\frac{7}{5}$ multipliciren, (per §. 294.) und können also folgender massen schliessen: $ged : hfl = \frac{7}{5} R : Y$, [oder $YN \times GZ \times AV : YO \times IM \times AE = R \times \frac{7}{5} : Y$;] und also ist $Y = \frac{7}{5} R \times \frac{hfl}{ged}$, [oder $Y = R \times \frac{7}{5} \times \frac{YO \times IM \times AE}{YN \times GZ \times AV}$.] Addiren wir hierauf unsere beyden erhaltenen Æquationes der unbekannten Quantorum x und y zusammen, und setzen an statt $x + y$, ihren Valorem oder Werth, so haben wir die Æquation $P = \frac{19}{18} Q \times \frac{ac}{bd} + \frac{7}{5} R \times \frac{hfl}{ged}$, [oder auch $P = \frac{19}{18} Q \times \frac{CT \times AB}{CB \times AV} + \frac{7}{5} R \times \frac{YO \times IM \times AE}{YN \times GZ \times AV}$,] nach welcher also der Character P, als unsere gesuchte Potenz gar füglich in allen dergleichen Fällen zu determiniren stehet.

Wann bey dieser nemlichen Machine die Potenz gegeben, wie alsdann die unbekannte Last zu finden.

§. 297. Gesetzt aber, wir wüßten die Potenz allbereit, herentgegen die beyden Gewichte R und Q nicht, so ist es schon genug, um nemlich jedes von ihnen insbesondere zu finden, wann wir nur diejenige Relation determiniren, die sie untereinander haben sollen. Supponiren wir also: $\frac{n}{m} = \frac{R}{Q}$, [oder $n : m = R : Q$] so können wir also schliessen: $m : n = x : \frac{nx}{m} = R$. Setzen wir nun in der kaum vorhergegangenen Æquation $P = \frac{19}{18} Q \times \frac{ac}{bd} + \frac{7}{5} R \times \frac{hfd}{ged}$, den Character x an statt Q, und $\frac{nx}{m}$, an statt R, so verändert sie sich in folgende: $P = \frac{19ac}{18bd} X + \frac{7nhfl}{5ged} X$; Bringen wir hierauf das unbekannte in ein Membrum Æquationis allein, so kommt: $X = \frac{p \times 90\,edgbm}{95\,acegm \times 126\,bflnh} = Q$, welches, wann es wiederum durch $\frac{n}{m}$ multipliciret wird, folgends angibt: $R = \frac{nx}{m} = \frac{p \times 90\,edgbmn.}{95\,acegmm \times 126\,bflnhm}$

Hier haben wir Gelegenheit den grössesten Theil von denen Erfindern dergleichen Machinen, mit denen sie vermöge ihrer angestellten Repetition oder Wiederhohlung derer Räder und Getriebe, Wunder zu verrichten glauben, eines weit bessern zu überzeugen, wann wir hier vorstellig machen und zeigen, wie weit diejenigen Vortheile, die wir von einer Machine uns theilhaftig machen können, eingeschränkt sind.

In solchem Fall, wann es drauf ankommt, daß solide und gewaltig schwehre Cörper eleviret werden sollen, hat man hinlängliche Ursach, zu der Beyhülfe zusammen gesetzter Machinen seine Zuflucht zu nehmen, um dadurch die Anzahl derer sonst hierzu benöthigten Leute und Thiere zu verringern, und darf sich eben wegen der mehreren Zeit, die etwan hierzu erfordert werden möchte, in keine Sorge setzen, sondern vielmehr seine Absicht auf die erleichterte Mühe richten, mit welcher einerley Sache viel eher auf diese als auf die andere Art zu vollbringen stehet; Welches eben den Gebrauch derer Wagen-Winden, Kraniche oder Krane so sehr gemein gemacht hat. Da dieses aber eine ganz andere Art von Machinen, als wir abzuhandeln gesonnen sind, massen wir diejenigen nur allein zum Entzweck haben, die zur Elevation des Wassers in einen nutzbahren Gebrauch gebracht werden können, so gerathen wir hier eben in denjenigen Fall, allwo wir die Sache also einrichten müssen, daß der Last ihre Quantitas motus oder der Nachdruck ihrer Kraft, der Potenz ihrer Kraft, so nahe als es nur möglich seyn will, gleich komme. Dann die vollkommene Gleichheit dieser beyden Grössen kan, so lang wir noch von der Friction und von denen andern in Praxi schwerlich zu entgehenden Verhinderniſſen abstrahiren, keinesweges statt haben, weilen eben, wann man zur Execution oder Vollbringung gelanget, der Last ihre Quantitas motus oder Kraft dannoch allezeit geringer, oder von wenigerm Nachdruck seyn wird, als die Quantitas motus von der Potenz, und zwar um noch so viel geringer, je mehr die Machine übersetzt, oder aus mehr Stücken solche zusammen gesetzt ist, wie wir gleich hiervon noch besser urtheilen wollen.

Verschiedene Folgerungen, um den von der Friction causirenden Schaden vorstellig zu machen.

§. 298. Ich weiß auch gar wohl, daß niemand seyn würde, der nicht eine einfache Machine, mit welcher er dannoch einerley Entzweck erreichte, einer übersetzten vorziehen sollte, aus Ursach, weilen sie eher und leichter zu bewerkstelligen oder auszuführen, anbey weniger Unkosten verursachet, und nicht immer der steten Ausbesserung unterworffen; Uberdem an ihr der Haupt-Vortheil nicht vermuthet wird, welcher darinnen bestehet, daß sie würklich einen weit grössern Effect thut, als die andere.

Zum Exempel: Wann verlangt würde, gewisse Plompen-Stempel in Bewegung zu bringen, um dadurch Wasser in einen Behälter oder Reservoir zu eleviren, damit es hernachmahls in einer Stadt bey denen Brunnen ausgetheilet, oder auch zu einem ganz andern Gebrauch angewendet werden könne; So müssen wir unsern vorgesetzten Entzweck einig und allein dahin zielen lassen, in einer determinirten Zeit, mit einer limitirten Potenz, die möglichst grösseste Quantität Wasser herbey zu schaffen. Es dependiret dannenhero solches nicht allein von der Weite der Plompen-Röhre, oder von denen Wasser-Säulen, die in den Behälter eingehen, sondern auch von derjenigen Geschwindigkeit, mit welcher die Plompen-Stempel eleviret werden, folglich also von der allergrössesten Quantitas motus oder Bewegungs-Kraft der Last, welches hier die Bewegung des Wassers selbsten ist, in Ansehung deren, da sie der Quantitas motus der Potenz keinesweges gleich kommen kan, unserer Seiten das beste, was wir hier beytragen können, gesamt dahin auslaufft, daß wir alle Mühe anwenden, wie die erstere der letztern so nahe kommen möge, als es nur möglich seyn will, worzu wir uns aus dem 290, 291, 292, 293, 294. §. folgende Folgerungen heraus ziehen können.

1) Wann eine Potenz eine gegebene Last mit Beyhülfe eines einigen Rades und Getriebes eleviret, so ist einzig und allein die Friction dieser beyden Stücke Ursach, daß sich die Potenz zu demjenigen, was sie ohne der Friction gewesen seyn würde, hiernächst eben so verhält, wie sich 19. zu 18. verhält. Ist die Potenz also gegeben, so verhält sich ihre Quantitas motus oder Kraft zu der Kraft der Last, eben so, wie sich diese beyden Zahlen gegen einander verhalten.

2.) Wann eine Potenz eine gegebene Last mit Beyhülfe zweyer Räder und zweyer Getriebe eleviret, so verhält sich die Potenz zu demjenigen, was sie ohne aller Friction gewesen seyn würde, wie 7. zu 5. Ist nun die Potenz gegeben, so verhält sich ihre Kraft zu der Kraft der Last eben also, nemlich wie 7. zu 5.

3.) Wann eine Potenz eine gegebene Last, vermittelst dreyer Räder, und eben so vieler Getrieben eleviret, so verhält sie sich zu demjenigen, was sie ausser aller Friction gewesen wär, wie 3. zu 2. Ist also die Potenz gegeben, so verhält sich ihre Quantitas motus, oder Kraft zu der Kraft der Last, wie diese nemlichen Zahlen.

4.) Wann eine Potenz eine gegebene Last, vermittelst vier Rädern und vier Getrieben eleviret, so verhält sie sich zu demjenigen, was sie ausser der Friction gewesen wär, wie 2. zu 1. Ist also die Potenz gegeben, so stehet ihre Kraft mit der Kraft der Last in eben dieser Relation oder Verhältniß.

Beygefügter Schluß, aus welchem leichtlich abzunehmen, wie je mehr die Machinen übersetzt sind, je geringere Würkung sie thun.

§. 299. Mithin ersehen wir, daß, so wie wir die Anzahl derer Räder und Getriebe vermehren, ebermassen gezwungen werden, die Potenz in gleichem Grad zu verstärken, oder die Last zu verringern; Solchergestalt, daß, wann wir etwan einige Plompen-Stempel, vermittelst eines einigen Rades und Getriebes in Bewegung bringen wollten, mithin die Potenz nothwendig limitirt und in Schranken gesetzet wird, keinesweges mehr dann $\frac{18}{19}$. Theilgen von derjenigen Quantität Wasser in den Behälter eingehet, die jedannoch in denselben gestiegen seyn würde, wann die Stempel ihre Bewegung immediate von der Potenz erhalten würden. Bedienen wir uns also zweyer Räder, so kommt nicht mehr, dann das $\frac{5}{7}$. in den Wasser-Behälter. Gebrauchen wir deren drey, so gehet nicht mehr, dann das $\frac{2}{3}$. in den Behälter, und nehmen wir endlich deren gar viere, so erhalten wir nur des $\frac{1}{2}$.

Man möcht aber vielleicht sagen, und die Einwendung machen, daß in verschiedenen Fällen gleichwohlen der Gebrauch der Räder und Getriebe zur Fortleitung der nöthigen Bewegung, nicht übergangen werden könnte; So ist es zwar an dem, jedannoch müssen wir uns derselben nicht eher bedienen, als wann wir nicht anders können und gleichsam darzu gezwungen sind, massen es tausend andere mit wenigern Umständen verknüpfte Mittel giebet, zumahlen bey der Elevation des Wassers, die hierzu dienlich seyn können. Und das ist eben, worinnen ein Erfinder derer Machinen, Zeichen und Merkmahle seiner Geschicklichkeit an den Tag legen kan. Von dieser Materie habe aber bißhero mit genugsamer

samer Deutlichkeit gehandelt, und wende mich nunmehro zu demjenigen, was ich annoch wegen derjenigen Schwürigkeit beyzubringen habe, die gemeiniglich eine Potenz zu prüffen pfleget, wann sie eine Last vermittelst einer Walze (benebens einem Seil) eleviren soll.

Untersuchung derjenigen Friction, welche die Seile oder Stricke auf denen Cylindern oder Walzen causiren. Fig. 39.

§. 300. Wann wir einen unbeweglichen, anbey horizontal-gelegten Cylinder haben, dergleichen die 38ste Figur im Profil vorstellet, und lassen über ihn ein Seil hinweg gehen, an dessen beyden Enden zwey gleiche Gewichte A und B aufgehenket sind, so werden wir gewahr werden, daß sich eines von diesen Gewichten zu der gegen diesen *Cylinder* geschehenden Druckung des Seils eben also verhält, wie sich der *Radius* C D, zu der *Semi-Circumferenz* D F E verhält; nemlich, wann eines von diesen Gewichten 7. Pfund schwehr, so beträgt die Druckung 22. Pfund.

Supponiren wir, als wär an diesem kaum gedachten Seile, welches nemlich die Helffte des Cylinders umfasset, noch ein anderes Seil G P in einem gefälligen Punct angebunden, an welchem wiederum eine Potenz P. appliciret wäre, die nach der durch das Centrum C. hindurch gehenden Direction C P anziehend agirete; So müssen nothwendig, indem unsere kaum gemeldete Potenz P mit eben dem Nachdruck agiret, mit welchem das Seil die Druckung gegen den Punct O. verrichtet, die beyden Theile des Seils G F. und G L. einander gleich und zugleich Tangentes dieses Cylinders seyn. Ziehen wir nun die Linien H L. und H F. zu G F und G L. parallel, so sehen wir das Parallelogrammum derer Kräfte vor uns, an welchem die Diagonal-Linie G H, den Nachdruck der Potenz P ausdrucket, und das Latus G L, die Action des Gewichts A. Folglich können wir also schliessen: A : P = G L : G H; Ziehen wir nun weiter die Chordam L F, wie nicht weniger auch die Radios C L und C F, so haben wir die ähnlichen Triangulos G L H und L C F, weilen die Winkel G L H und L C F einander gleich sind, mithin also hieraus abermahlen schliessen können: G L : L H = L C : L F. Da wir aber allbereit wissen, daß A : P = G L : G H, so folgt nothwendig, daß A : P = L C : L F.

Wann man eine Last vermittelst eines Seils, welches die Semi-Circumferenz eines unbeweglichen Cylindri umfasset, im Gleichgewicht erhält, so verhält sich die Last zu der Druckung des Seils eben so, wie sich der Radius des Cylindri zu dessen Semi-Circumferenz verhält.

§. 301. Supponiren wir, als wär der Bogen L O F unendlich klein, solchergestalt, daß er sich mit der Subtensa L F confundirete, so wird sich der Punct G mit dem Punct O vereinbahren, und sich also allezeit auch das Gewicht A zu der Potenz P, oder eigentlich zu der Druckung des Seils auf den unendlich kleinen Bogen O verhalten, so wie sich der Radius C L zu diesem gedachten Bogen verhält. Da nun dieses nemliche an allen Puncten der Semi-Circumferenz des Cylinders gleiche Bewanntniß hat, so folgt also hieraus, daß sich das Gewicht A zu der Summe aller derer von dem Seil geschehenden Druckungen eben so verhält, so wie sich der Radius zur Summe aller derer supponirten unendlich-kleinen Bögen, oder eigentlich zur Semi-Circumferenz des Cylinders verhält.

Wann das Seil nur einen Theil der Circumferenz umfasset, so verhält sich die Last zu der Druckung des Seils, wie sich der Radius des Cylindri zu dem von dem Seil umfaßten Bogen verhält.

§. 302. Supponiren wir nun an statt zweyer Gewichte, zwey an denen Extremitäten des Seils in gleicher Weite applicirte Potenzen, von denen eine jede auf ihrer Seiten ziehend agiret, es mag anbey derjenige Theil des Cylinders, der von dem Seil umfasset wird, grösser oder kleiner seyn, als die Semi-Circumferenz des Cylinders, so verhält sich hier ebenermassen die eine von denen Potenzen zu der Druckung des Cylinders, wie sich der Radius zu dem von dem Seil umfaßten Bogen verhält. Es folgt hieraus also, daß sich die von gleichen Potenzen causirten Pressiones oder Druckungen auf gleichen Cylindern eben so unter einander verhalten, so wie sich die Grössen derer von denen Seilen umfaßten Bögen untereinander verhalten. Sind nun also die Bögen einander gleich, die Gewichte aber unterschiedlich, so verhalten sich die Pressiones oder Druckungen untereinander, wie diese nemlichen Gewichte.

Fig. 41.

Wann man ein Seil hat, das die drey Viertheile von der Circumferenz einer Walze umfasset, so wächst die Druckung auf jedem Viertheil der Circumferenz in eben der Relation an, so wie die Termini einer Geometrischen Progression.

§. 303. Wann wir zwey Gewichte P und Q. haben, die an denen Extremitäten eines Seils P A B F befestiget sind, welches den vierdten Theil A B. von der Circumferenz eines Cylinders umfasset, und mit dem einen Ende über die Rolle D, die wir hier ohne Friction supponiren wollen, hinweg gehet, und bilden uns ein, als hätte das Gewicht Q. præcise eine solche Schwehre, die vermögend wäre, das Gewicht P. in die Höhe zu bringen, und diejenige Friction zu überwältigen, die das Seil auf dem Cylinder verursachet: Wie nicht weniger auch anderer Seits, als hätten wir das Gewicht R, welches an der einen Extremität des Seils P A B C R, so hier die ganze Semi-Circumferenz umfasset, angebunden ist, solchergestalt, daß dieses Gewicht R. gleichsam in Bereitschaft stündt, das Gewicht P. zu erheben, wie wir solches ebenermassen bey dem Gewicht Q. supponiret haben; So sage ich, daß die drey Gewichte P, Q und R. in Proportione continua stehen.

Solches zu demonstriren, dürfen wir nur bemerken, und zugleich uns die Vorstellung machen, als hätten wir noch eine andere Rolle E, über welche das Seil F G. hinweg gieng, und den Cylinder bloß allein im Punct B. berührete, solchergestalt, daß, wann wir das Gewicht Q. mit dem Gewicht S. gern im Æquilibrio halten wollten, nothwendig dieses letztere dem erstern gleich seyn müßte. Supponiren wir nun aber vor jetzo, als correspondireten die beyden Gewichte S. und R. mit einem einigen Seile S G B C R, so müßte das Gewichte R, wann es nemlich so wohl die Schwehre des Gewichts S, als auch diejenige

Friction, welche das Seil auf dem vierdten Theile der Circumferenz des Cylinders verursachet, überwältigen sollte, eben so viele Stärke oder Kraft haben, als es deren anwenden würde, wann es das Gewicht P. in die Höhe heben, und die Friction auf der Semi-Circumferenz überwältigen sollte. Machen wir die Sache also nur so weit klar, daß die Gewichte P, S. und R. in Proportione continua stehen, so können wir auch leichtlich schliessen, daß sich die Gewichte P, Q. und R. in eben der Proportion befinden.

Nennen wir nun das Gewicht P, $a$, und denjenigen zu der Ueberwältigung der Friction des Viertheils-Circuls A B, benöthigten Theil des Gewichts Q, $x$, so muß nothwendig das völlige Gewicht Q, oder das ihm gleiche Gewicht S, durch $a + x$ exprmiret werden; Benennen wir nun noch weiter denjenigen Theil des Gewichts R, der diejenige Friction überwältigen soll, welche das Seil auf dem Viertheils-Circul B C. verursachet, mit dem Character $y$, damit es so zu sagen bey nahe das Vermögen erhält, das Gewicht S. fortzureissen, und nach sich zu ziehen, so muß mithin also das völlige Gewicht R. durch $a + x + y$ exprimiret werden. Folglich müssen wir annoch zeigen, daß $P\,[=a] : S\,[=a+x] = S\,[a+x] : R,\,[=a+x+y]$ oder daß $aa + ax + ay = aa + 2ax + xx$.

Derohalben dürfen wir nur in Erwegung ziehen, daß sich die Pressiones oder Druckungen derer Seile auf einem Cylinder, wann sie nemlich gleiche Bögen umfassen, eben also unter sich verhalten, wie die Schwehre dererjenigen Gewichte, die an ihren Extremitäten nach dem Statu æquilibrii befestiget sind. (§. 302.) Da nun mithin auch die Frictiones mit denen Druckungen in gleicher Proportion stehen, so können wir also sagen, daß sich das Gewicht P, zu demjenigen Theile des Gewichts Q, der nemlich das Vermögen besitzet, diejenige Friction zu überwältigen, welche das Seil auf dem Viertheils-Circul A B. causiret, ebenermassen also verhält, so wie sich das Gewicht S, zu demjenigen Theil des Gewichts R. verhält, der auf gleiche Weise das Vermögen hat, diejenige Friction zu überwältigen, welche von dem Seil G B C R. auf dem Viertheils-Circul B C. verursachet wird; Folglich können wir also schreiben: $a : x = a + x : y$, woraus wir weiter folgern, daß $ay = ax + xx$. Setzen wir aber nunmehro diesen kaum gefundenen Valorem von $ay$, in die obige gehabte Æquation: $aa + ax + ay = aa + 2ax + xx$, so bekommen wir so wohl in dem einen, als dem andern Membro æquationis, das Quantum $aa + 2ax + xx$. Q. E. D.

§. 304. Wann das mit denen Gewichten P. und Q. correspondirende Seil, statt das es hier nur den vierdten Theil der Circumferenz des Cylinders umfasset, um die ganze Helffte A B C. herum gieng, wie in der 40sten Figur, und das mit denen Gewichten P. und R. correspondirende Seil, indem es über die Rolle D. hinweg gehet, statt daß es etwan nur die halbe Circumferenz des Cylinders umfasset, schlüg sich um den ganzen Cylinder herum, wie ich dann supponire, als hätte es hier diese nemliche Beschaffenheit mit dem Seil

Fig. 40.

P, A, B, C, F, A, E, R; So haben wir abermahlen diesen Proportions-Satz: $P : Q = Q : R$. Dann da die Druckungen in eben der Verhältniß anwachsen, so wie die Bögen, welche die Seile umfassen, grösser werden, so stehen mithin die beyden Gewichte Q und R, die so wohl zur Ueberwältigung der ganzen Schwehre des Gewichts P, als auch zu der Ueberwältigung der Friction des ersten Theils nur um die halbe Circumferenz, andern Theils aber um die ganze Circumferenz des Cylinders herumgehenden Seils erfordert werden, ob sie gleich vor jetzo weit wichtiger und grösser sind, als sie vorher gewesen, dannoch allezeit mit dem Gewicht P. in einerley Relation.

Wann ein Seil etliche mahl um einen Cylinder herumgehet, so wächst die von der Last causirte Druckung in eben der Verhältniß an, so wie die Termini einer Geometrischen Progression.

§. 305. Wann endlich das mit denen Gewichten P. und R. correspondirende Seil, nachdem es nemlich sich allbereit schon einmahl um den Cylinder herum geschlungen, statt daß es etwan über die Rolle D. hinweg gehen sollte, vielmehr mit dem einen Ende abermahlen über die Semi-Circumferenz des Cylinders A B C. hinweg gieng, mithin anderthalbmahl um den Cylinder umschlungen wäre, und hätte hiernächst an seiner Extremität ein solches Gewicht S, dessen Schwehre vermögend wäre, so wohl das Gewicht P. fortzuziehen, als auch diejenige Friction zu überwältigen, welche das anderthalbmahl umschlungene Seil solchergestalt verursachen mag; So stehen die vier Gewichte P, Q, R, S, dannoch allezeit miteinander in Proportione continua. Woraus dann also folgt, daß, wann uns die beyden ersten Gewichte P. und Q, die mit ihrem Seile nicht mehr dann die halbe Circumferenz des Cylinders berühren, allbereit bekannt sind, wir alsobald auch den Werth der Kraft von derjenigen Potenz folgends ausfindig machen können, die das Vermögen hat, so wohl das Gewicht P. in die Höhe zu ziehen, als auch diejenige Friction zu überwältigen, die das Seil nach der Anzahl, als so offt es nemlich die halbe Circumferenz des Cylinders berühret, causiren wird; Massen wir nur eine Progressionem geometricam formiren dürffen, deren Termini mit denen beyden Gewichten P. und Q. einerley Relation oder Verhältniß haben. Supponiren wir dannenhero, als betrüg die Schwehre des Gewichts P, 2. Pfund, und das Gewicht Q. 4. Pfund, so können wir also folgende Progession formiren:

miren: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256. &c. Mithin muß das Gewicht R. 8. Pfund, und das Gewicht S, 16. Pfund betragen. Setzen wir aber den Fall, als gäng das Seil zweymahl um den Cylinder herum, oder berührete die Semi-Circumferenz des Cylinders viermahl, so müßte das Gewicht, welches so wohl die Schwehre des Gewichts P, als auch die Friction überwältigen soll, 32. Pfund betragen. Setzen wir abermahlen, als gäng das Seil zwey und ein halbmahl um den Cylinder herum, und berührete also dessen Semi-Circumferenz fünfmahl, müßte es zu eben der Würkung 64. Pfund haben; Wär es dreymahlen um den Cylinder umschlungen, 128. Pfund, und endlich, wann es drey und ein halbmahl herum gieng, 256. Pfund, und so auch noch weiter.

Auf was Art diejenige Potenz ausfindig zu machen, die mit einer Last, deren ihr Seil etliche mahl um einen unbeweglichen Cylinder oder still liegende Walze herum gehet, das Æquilibrium hält.

§. 306. Wann uns die zwey ersten Termini einer Geometrischen Progression bekannt sind, so können wir auch alsobald den Valorem eines jeden nur gefälligen Termini in Erfahrung bringen, und zwar daher, weilen der gesuchte Terminus allezeit durch einen solchen Bruch exprimiret werden muß, der zum Numeratore oder Zehler, den zu einer solchen Dignität evehirten zweyten Terminum der Progression besitzet, deren Exponens diejenige Zahl ist, die die Quantität derer dem begehrten Termino vorhergehenden Terminorum exprimiret, und zum Denominatore oder Nenner, den zu derjenigen Dignität erhobenen ersten Terminum der Progression mit sich führet, deren Exponens dem Exponenti des Numeratoris weniger der Unität gleich ist; Welches zu der Verkürzung des Calculi der hier gedachten Friction, eine sehr vortheilhaftige Regul verschaffet. Ich habe von dieser Sache mit allerhand Walzen und Seilen von verschiedener Dicke, eine zimliche Anzahl Experimenta angestellet, und der Erfolg ist auch nach Wunsch mit unserer hier voraus gesetzten Theorie vollkommen überein gestimmet.

§. 307. Wir ersehen hieraus also den Vortheil, den wir von denen Rollen erhalten, und wie wichtig hergegen diejenige Friction ist, so bey denen um einen hölzern Cylinder umwundenen Seilen zu geschehen pfleget. Haben uns dannenhero darüber keinesweges zu verwundern, daß an denen Meer-Ufern, um die grösten Schiffe wider die Gewalt des Windes und der Bewegung des Meers aufzuhalten und zu schützen, hinlänglich genug ist, wann wir nur ein dickes Schiff-Seil drey- biß viermahl um einen Pfahl herum gehen lassen.

Untersuchung derjenigen Resistenz, die von der Steife und dem unwilligen Biegen derer Seile, wann sie auf Walzen oder Rollen herum gehen, causiret wird.

Nächst der von denen Frictionibus verursachten Hinderniß, ist keine schwehrer zu überwältigen, als diejenige Schwürigkeit, so von der Steife oder dem starren Wesen derer Seile, die sich auf denen Rollen oder Walzen nothwendig biegen müssen, ihren Ursprung gewinnet. Wie nun aber ungemein viel daran gelegen, auf dieses unwillige Biegen derer Seile wohl acht zu haben, wann wir anders von derjenigen Resistenz, die eine Potenz in der Bewegung einer Machine zu überwältigen vor sich findet, einen vollkommenen oder genauen Ueberschlag machen wollen, so folgen hier einige Reguln, die die Erfahrung und fernere Vernunfft-Schlüsse zum Grund haben.

Fig. 38.

§. 308. Geben wir dann nun nur ein wenig darauf acht, so werden wir alsobald in Einsicht bringen, daß ein Seil D A, je dicker und je mehr dasselbige von einer Last A. ausgespannet wird, auch um so viel schwehrer zu biegen ist; Deme wir annoch beyfügen können, daß je um so vielmehr das Seil sich zu krümmen oder zu biegen gezwungen ist, um auf der Rolle G. hinweg zu rollen, mit je einem desto grössern Nachdruck es auch der in der Elevation der Last begriffenen Potenz, Widerstand thun wird. Es ist indessen aber hierbey zu bemerken, daß bloß allein die Steife desjenigen Theils D A. vom Seil A D F E B, der nemlich hier der Last A. correspondiret, der Elevation oder dem Steigen dieser nemlichen Last einige Hinderniß im Weg leget, und der andere mit der Potenz correspondirende Theil E B keinesweges: Dann ob er gleich eben so stark ausgespannet ist, als der erstere, jedennoch aber weiter nichts thut, als daß er sich ebenermassen so loßwickelt, oder abrollet, so wie sich die Rolle herum drehet, so findet mithin die Potenz P. auf dieser Seiten an Resistenz oder Widerstand nichts zu überwinden vor sich.

Kurzgefaste Beschreibung einiger wegen der Steife derer Seile angestellten Experimenten, samt ihren daraus hergeleiten Folgerungen.

§. 309. Der Herr Amontons hat Experimenta (Mem. de l'Acad. an. 1699.) angestellt, um in Erfahrung zu bringen, nach was vor Verhältnissen diese verschiedentliche Resistenzen ihren Anwachs nehmen, und ist hierinnen folgender massen verfahren: Er hat an einen Balken zwey Seile in einer Weite von 5. biß 6. Zollen aufgehenkt, an denen wiederum eine Waag-Schaale ganz frey gehangen; An diese beyden Seile hat er hierauf eine Walze oder einen hölzernen Cylinder solchergestalt angebracht, daß ein jedes von ihnen in einerley Verstand einmahl um den Cylinder herum gegangen; Alsdann aber um die Mitte des Cylinders ein Band von einem sehr beugsamen Faden mit denen Seilen in contrairen Verstand umwunden, an dessen Ende wiedernm eine andere Waag-Schaale gehangen. Nach dieser vollbrachten Zubereitung hat er in die erste Waag-Schaale ein Gewicht von einer gewissen Schwehre gelegt, und so nach und nach auch andere kleinere Gewichte in die andere Waag-Schaale, biß der Cylinder, ohngeachtet der von der Steife derer Seile causirten Resistenz, zum Herniedersteigen gezwungen worden. Nachdem er nun dieses nemliche mit Seilen von verschiedener Dicke, mit Walzen von verschiedenen Diametris, und mit Gewichten von verschiedener Schwehre wiederhohlet, hat er hiernachst folgende Folgerungen daraus hergeleitet.

1.) Derjenige Widerstand, der vermöge der Steife eines mit Gewichten versehenen Seils, die eben durch ihr Anziehen das starre Wesen und unwillige Biegen dieses Seils verursachen, nothwendig entstehen muß, der wächst in eben der Verhältniß an, wie diese nemlichen Gewichte.

2.) Der wegen der Dicke derer Seile erfolgende Widerstand nimmt in eben der Verhältniß zu, in welcher die Diametri derer Seile einander übertreffen.

3.) Derjenige Widerstand, der von denen Walzen oder Cylindern herkommt, wird, nach Proportion dieselben kleinere oder grössere Diametros haben, stärker und schwächer.

§. 310. Die Meynung des ersten Satzes ist ganz natürlich; Dann ein Seil, wann man an selbiges nach und nach immer mehrere Gewichte anhängt, muß nothwendig immer starrer und steiffer werden, mithin muß auch diejenige Schwürigkeit, solches Seil zu biegen oder zu krümmen, in eben der Verhältniß mit anwachsen, je wie stärker das Seil ausgespannet wird, nemlich in eben der Verhältniß, wie diejenigen Gewichte einander übertreffen, die das Seil anziehen.

Fig. 38. Um aber den andern Satz wohl zu verstehen, müssen wir darauf acht haben, wie jederzeit an der Circumferenz der Rolle, ein gewisser Punct H. vorhanden, in Ansehung dessen des Seils-Diameter D H. sich eigentlich bewegen muß; Folglich, je grösser oder länger dieser Diameter befunden wird, je einen desto grössern Vortheil auch diejenige Action der Last, die sich derjenigen Krümmung widersetzet, die wir hier dem Stück Seil K H. wollen zukommen lassen, über die ihr entgegen gesetzte Potenz besitzen muß. Haben wir also zwey Seile, an denen der eine Diameter noch einmahl so groß, als der andere, und es befinden sich auch gleich-schwehre Gewichte an ihnen, so verhält sich der aus dem unwilligen Biegen erfolgende Widerstand des einen Seils, zu dem Widerstand des andern Seils, wie sich 1. zu 2. verhält. Es ist zwar wahr, daß, wann wir uns diese Seile solchergestalt einbilden, als wären sie aus Faden von gleichen Diametris zusammen gesetzt, das dicke Seil deren viermahl so viel in sich begreiffen wird, als das schwache, herentgegen aber auch jeder Faden von dem dicken Seil nicht mehr dann den vierdten Theil von derjenigen Last zu tragen hat, die ein jeder Faden von dem schwachen Seil würklich träget. Woraus wir dann ersehen, daß die Fäden dieser Seile, ihrer gesamten Verknüpfung nach, gleich stark angezogen werden, und auch in solchem Fall, wann keine anderweitige Schwürigkeit, diese beyden Seile zu krümmen, vorhanden wäre, als diejenige, die von der Schwehre derer Gewichte entstehet, der beyderseitige Widerstand dieser Seile, einander gleich seyn würde: Mithin also folgt, daß an der Grösse ihrer Circul oder an der Menge ihrer Fäden hier nichts gelegen, inzwischen aber gleichwohlen, weilen die Fäden des dicken Seils von demjenigen Punct, in welchen sie eben während ihres unwilligen Biegens den eigentlichen Widerstand leisten, zweymahl weiter entfernet sind, als die Fäden des schwachen Seils, die erstern auch einen doppelt grössern Widerstand causiren müssen, als die andern; Welches eben in klare Erkänntniß zu bringen war.

Was nun die dritte Folgerung anbelangt, so hat es seine Richtigkeit, daß, wann die Seile einerley Diametros haben, und auch gleiche Gewichte tragen, ihre Schwürigkeit sich zu biegen, in eben dem Grad mit anwachsen muß, je kleiner die Diametri derer Rollen sind, auf denen sie sich biegen sollen. Dann da sich die Diametri verhalten, wie ihre Circumferenzen, so muß nothwendig, je kleiner die Diametri derer Rollen befunden werden, die Krümmung derer Seile um so viel mehr von der geraden Linie abweichen. Anderer Seits können wir dann auch D H. und H I. als den Diametrum des Seils, und den Diametrum der Rolle, vor einen Hebel D I, dessen Hypomochlium oder Ruhe-Punct in H. befindlich, ansehen, und alsdann diejenige Resistenz des Seils, mit welcher es dem Biegen wiederstrebet, in dem Punct D. beysammen vereinbahret, und diejenige Potenz, die sie überwältigen soll, an der Extremität I. appliciret zu seyn supponiren. Da nun der Diameter H I im Centro C. einen Ruhe-Punct hat, so verliehret diese Potenz nothwendig die Helffte ihres Vortheils, den sie ausser dem haben würde, mithin kan ihr Hebels-Arm durch mehr nichts, als durch den Radium C I. exprimiret werden. Je kleiner folglich dieser Radius ist, je schwehrer fällt die Ueberwältigung derjenigen Resistenz, die von der unwilligen Krümmung des Seils causiret wird.

General-Regul diejenige Resistenz zu berechnen, die von der Steife derer über eine Rolle

§. 311. Aus denen von dem Herrn Amontons unternommenen Experimenten können wir eine Regul herleiten, die bey allen denen dieserhalb vorfallenden Berechnungen zu grossen Vortheil gereichen kan. Sie lautet folgender massen: **Wann man ein Seil hat, dessen *Diameter* eine Linie beträget, an welchen ein Gewicht aufgehenkt worden, dessen Schwehre ein Pfund ausmacht, und es geher dieses Seil um einen *Cylinder***

von

von der Grösse eines Zolls im *Diametro* einmahl völlig herum, so wird die Schwehre einer halben Unze, oder der 32ste Theil von demjenigen Gewichte, welches das Seil zu tragen hat, zu der Ueberwältigung derjenigen *Resistenz* erfordert, die von der unwilligen Krümmung des Seils herrühret. Folglich, wann wir an dieses nemliche Seil an statt des einen Pfunds, 64. Pfund aufhenken, würde die Resistenz dieses Seils, mit welcher es der Biegung auf dem im Diametro einen Zoll haltenden Cylinder widerstrebet, durch die Schwehre von zweyen Pfunden, nemlich, durch den 32sten Theil derer gedachten 64. Pfund überwältiget seyn.

hinweggehenden Seile verursachet wird.

Um nun den Widerstand eines andern Seils ausfindig zu machen, es mag dessen Diameter so groß seyn wie er will, es mag auch die Schwehre des Gewichts, das an das Seil aufgehenkt werden soll, so viel betragen, als sie will, und wir mögen auch hierzu Walzen von nur gefälligen Diametris gebrauchen, so dürfen wir nur 1.) „ die an dem Seil aufgehenkte Last durch 32. dividiren. 2.) Den erhaltenen Quotientem durch die Anzahl „ derer Linien, welche der Diameter des Seils in sich begreiffet, multipliciren. 3.) Das „ kommende Product aber wiederum durch die Anzahl derer Zolle, welche der Diameter „ der Walze in sich fasset, dividiren, so gibt alsdann der erfolgende Quotiens in Pfunden diejenige Last an, die mit derjenigen Resistenz das Gleichgewicht hält, welche durch „ die Steife des Seils verursachet wird. „

Zum Exempel: Wann die Last 400. Pfund betrüg, und das Seil im Diametro 8. Linien, so ersehen wir alsobald nach der gegebenen Regul, daß $\frac{400 \times 8}{32} = 100$. Dividiren wir nun das kaum gefundene Quantum 100, durch den Diametrum der Walze, den wir hier 5. Zoll supponiren wollen, so gibt der Quotiens 20. Pfund vor die Schwehre desjenigen Gewichts an, das wir bloß allein der Ueberwältigung desjenigen Widerstands widmen müssen, der von der Steife des Seils causiret wird.

§. 312. Um aber die Richtigkeit dieser Regul darzu thun, dürfen wir nur bemerken, daß, wann wir ein Seil haben, dessen Diameter eine Linie beträget, und eine Walze, dessen Diameter einen Zoll ausmacht, schlechterdings allzeit der 32ste Theil von derjenigen Last, die an diesem Seil aufgehenkt ist, vor die Ueberwältigung desselben Steife hinlänglich ist. Auf diesen Grund haben wir eben angefangen, die 400. Pfund durch die Zahl 32. zu dividiren. Da nun auch anderer Seits der Diameter des Seils, an statt einer Linie, in unserm gegebenen Exempel 8. Linien beträget, so muß auch der Widerstand der Krümmung dieses Seils, achtmahl grösser seyn; Folglich kan diejenige Potenz, die diesen Widerstand überwältigen soll, keineswegs durch $\frac{400}{32}$, sondern vielmehr durch $\frac{8 \times 400}{32}$ exprimiret werden. Mithin haben wir dann also die klare Einsicht von der ersten und andern Operation; Bey denen letztern wir aber wiederum von neuen zu bemerken haben, wie sie durch die kaum gedachte Expression der Potenz schlechterdings nur diejenige Potenz angeben, die nach solchen Umständen an der Ober-Fläche einer im Diametro einen Zoll betragenden Walze, appliciret wäre. Da nun aber in unserm Exempel die Potenz einen fünffmahl grössern Hebels-Arm hat, so bedarf sie auch in der That nicht mehr als den fünfften Theil ihrer Kraft. Und eben deswegen haben wir in der dritten Operation den Erfolg derer beyden erstern, durch den Diametrum der Walze dividiret.

§. 313. Wann nun aber das Seil, statt daß es über eine dergleichen Walze, derer sich der Herr Amontons bedienet, vielmehr über eine Rolle hinweg gieng, wie wir gleich anfänglich supponiret haben, so müssen wir auch das Product der andern Operation durch den Radium der Rolle, und keinesweges durch den Diametrum dividiren: Massen in solchem Fall, wann wir das gedachte Product bey einer Rolle abermahlen durch ihren Radium dividiren wollten, diejenige Potenz, die den Widerstand des Seils überwältigen soll, nur die Helffte von demjenigen seyn würde, was sie würklich seyn sollte. Welches der Herr Amontons in keine Erwegung gezogen, sondern überall die Diametros derer Rollen vor ihre Radios genommen, ohne mit denen Walzen hierinnen einen Unterscheid zu machen, ja! so gar eine sehr weitläufftige Tabelle berechnet hat, um in Pfunden den Werth von derjenigen Potenz zu determiniren, die zur Ueberwältigung der Steife derer Seile nach allen Arten ihrer Diametrorum oder Stärke, vermöge deren sie eine Last von 10. biß auf 100000. Pfunden erhalten können, erforderlich seyn möchte. Da er nun hierauf nicht acht gehabt hat, so kan man sich auch dieser Tabelle keinesweges bedienen, wann man nicht vorhero allezeit seinen vor die gesuchten Potenzen angesetzten Werth dupliret oder gedoppelt nimmt.

Die Application dieser vorhergegangenen Regul, um die Steife derer über eine Rolle hinweggehenden Seile zu berechnen.

§. 314. Um nun die von alle dem vorhergegangenen gefaßte Erkänntniß noch deutlicher zu machen, so folget hier ein Exempel, welches gleichsam als eine Anleitung zu der völligen Berechnung aller derjenigen Potenzen, die vermittelst einer Rolle in einer unbeweglichen

Flasche, eine Last eleviren sollen, sehr dienlich seyn kan. Ich supponire dannenhero, als hätte die Rolle im Diametro 24. Zoll, und ihr Wellen-Nagel einen Zoll, nicht weniger auch, als betrüg des über die Rolle hinweggehenden Seils Diameter, 18. Linien, und die Last, die in die Höhe gehoben werden soll, 800. Pfund. Nachdem nun dieses fest gesetzt, so muß die Potenz, wann sie anders das Vermögen haben soll, diese Last zu eleviren, aus dreyen Theilen zusammen gesetzt seyn. Der erste Theil gehöret darzu, daß er bloß allein mit der Last das Æquilibrium halte, der zweyte das steife und starre Wesen des Seils überwältige, und der dritte Theil diejenige Friction zernichte, welche die Rolle mit dem Wellen-Nagel verursachet. Der erstere Theil von der Kraft dieser Potenz ist also nichts anders, als ein nach dem Statu Æquilibrii gleichgültiger Werth der Last, mithin eben wiederum 800. Pfund. Vor den andern Theil aber müssen wir den 32sten Theil dieser Last, nemlich 25. Pfund nehmen, solche durch den Diametrum des Seils, nemlich durch 18. Linien multipliciren, und das kommende Product wiederum durch 12. Zoll, als den Radium der Rolle dividiren, so bekommen wir $37\frac{1}{2}$. Pfund. Was nun aber den dritten Theil anbelangt, so haben wir hierbey unumgänglich in Erwegung zu ziehen, wie nunmehro der Wellen-Nagel mit einer zweyfachen 800. pfündigen Last, und überdem noch mit einer andern von $37\frac{1}{2}$. Pfund beschwehret ist, welches zusammen $1637\frac{1}{2}$. Pfund beträgt. Von dieser Summa müssen wir dann also die Helfte nehmen, so bekommen wir 819. vor die Expression derjenigen Friction, welche die Rolle auf dem Wellen-Nagel verursachet, hernachmahls aber diese letztere wiederum durch den Radium des Wellen-Nagels multipliciren, und durch den Radium der Rolle dividiren, so bekommen wir 34. Pfund vor die auf die Hebels-Extremität reducirte Friction. (per §. 253.) Addiren wir nunmehro alle diese Terminos zusammen, so bekommen wir $800. + 37\frac{1}{2} + 34 = 871\frac{1}{2}$ Pfund vor diejenige Potenz, die nach einer geringen Verstärkung das Vermögen besitzet, diese 800. pfündige Last zum Steigen zu bringen: Worgegen der Herr Amontons nur 845. Pfund, vor die der Potenz benöthigte Kraft gefunden, pag. 226.

Angestellte Vergleichung, um den Vorzug derer grossen Rollen vor den kleinen vorstellig zu machen.

§. 315. Der vielfältige Gebrauch derer Rollen veranlasset mich, hier so gleich mit zu zeigen, wie es keinesweges einerley sey, so als die meisten von denenjenigen meynen, die keine Theorie von denen Machinen wissen, an statt grosser Rollen kleine zu gebrauchen. Aus dem folgenden werden wir gleich besser darvon urtheilen können.

Gesetzt dann also, als käme es abermahlen drauf an, eine Last von 800. Pfund mit einem im Diametro 18. Linien starken Seil durch Beyhülfe einer Rolle in einer fest-hangenden Flasche in die Höhe zu ziehen, an welcher der Wellen-Nagel eben wiederum im Diametro einen Zoll beträget, damit er doch wenigstens mit dem vorigen einerley Stärke behalte. Der einige Unterschied aber, nach welchem wir von dem vorigen Exempel abgehen wollen, soll darinnen bestehen, daß wir den Diametrum der Rolle an statt derer vorigen 24. Zoll, hier nur 4. Zoll groß supponiren. Dividiren wir dannenhero die 800. Pfund schwehre Last durch 32, und multipliciren den erhaltenen Quotientem durch den Diametrum des Seils, so haben wir die Zahl 450, welche, wann wir sie wiederum durch den Radium der Rolle, nemlich durch zwey Zoll dividiren, vor die Expression derjenigen Potenz, die die Steife des Seils oder dessen unwilliges Biegen bezwingen soll, 225. Pfund angiebet. Addiren wir diese 225. Pfund zu der doppelten Last 1600. Pfund, damit wir nemlich diejenige ganze Last bekommen, womit die Rolle beschwehret ist, die hier also 1825. Pfund beträget, so gibt ihre Helfte, nemlich $912\frac{1}{2}$. Pfund, diejenige Friction an, so die Rolle auf dem Wellen-Nagel causiret. Multipliciren wir hierauf die $912\frac{1}{2}$. Pfund durch den Radium des Wellen-Nagels, und dividiren das kommende Product durch den Radium der Rolle, so kommt ohngefehr 228. Pfund vor die Expression derjenigen an des Radii Extremität applicirten Potenz, die eigentlich diese gedachte Friction überwältigen soll. Addiren wir endlich diese letztern 228. Pfund zu denen obigen 225. Pfund, so erhalten wir 453. Pfund vor dasjenige Quantum, womit wir die im Statu Æquilibrii stehende Potenz verstärken müssen, wann sie die Last zu erheben in Stand gesetzet werden soll; Mithin muß sie hier 1253. Pfund Kraft besitzen, statt solche im vorigen Exempel nur 871. Pfund betragen, welches einen Unterschied von 382. Pfund ausmachet, obgleich alle die hierzu gebrauchten Sachen, ausgenommen die Diametri derer Rollen, einander gleich sind. Woraus dann also zu ersehen, wie viel daran gelegen, die grossen Rollen denen kleinen vorzuziehen.

Anmerkungen die man beym Gebrauch derer Seile wohl in Obacht zu nehmen hat.

§. 316. Noch einige in Praxi wohl in Obacht zu nehmende Anmerkungen will hier mit beyfügen:

1.) Die Steife oder das unwillige Biegen derer Seile wird um so viel grösser, je geschwinder sie sich zu biegen gezwungen sind. Derohalben müssen wir hierauf wol acht haben, ob bey der Berechnung einer Machine solche Seile an selbiger vorhanden, die sich nach verschiedentlichen Geschwindigkeiten biegen müssen.

2.) Wenn man die Stärke derer Seile von einer gewissen Dicke, oder die Schwehre dererjenigen Gewichte, die sie aushalten können, allbereit weiß, so muß man auch keine dickern zum Gebrauch anwenden, als es nöthig ist.

3.) Die neuen Seile widerstehen auf einer Rolle oder Welle der Krümmung mit mehrerer Gewalt, als die alten, und dieses verursachet eben, daß sie die Direction der Last von dem horizontalen Diametro der Rollen entfernen, den Hebels-Arm verlängern, mithin die der Last entgegen gesetzte Potenz zwingen, mit mehrerem und stärkerem Nachdruck zu agiren. Anderer Seits sind auch die neuen Seile, wann man sie gleich anfänglich mit ihrer ganzen Last, die sie zu tragen vermögend sind, beschwehret, dem voneinander reissen viel ehender unterworffen, als wann sie nur so nach und nach belästiget, und solchergestalt biegsam gemacht werden.

4.) Bey denen Seilen, die um eine Welle herum gehen, variiret die Wellen-Axis zwar keinesweges, allein ihre Circumferenz wird nach der Dicke des Seils immer grösser. Derohalben müssen wir in solchem Fall, wann das Seil nur einmahl um die Welle herum gehet, bey Berechnung derer Machinen, um den Hebels-Arm zu formiren, den Semi-Diametrum des Seils zum Radio der Welle annoch hinzu addiren; Anderer Seits aber, wann das Seil etliche mahl übereinander um die Welle herum laufft, wir die der Last entgegen stehende Potenz nach demjenigen Fall überschlagen müssen, in welchem der ihr correspondirende Hebels-Arm durch die Dicke des Seils am meisten wird verlängert worden seyn, oder seine grössefte Länge erhalten haben wird.

Hier folgen dann noch einige Observationes von der Construction derer Machinen überhaupt.

§. 317. Ich überlasse es der Geschicklichkeit dererjenigen, die die Construction einer Machine zu bewerkstelligen haben, diejenige Mittel aufzusuchen, vermöge deren sie ihre Machine so simpel und einfach einrichten mögen, als es nur möglich seyn will, welches um so leichter zu erhalten stehet, wann sie sich keiner weitern Stücke bedienen, als die unumgänglich nöthig, und anbey auf alle diejenigen Maximen mit acht haben, die wir bißhero beygebracht haben. Da nun wohl kein einig Werk gefunden werden wird, von was vor Beschaffenheit es auch seyn mag, an welchem man nicht, nachdem man mit selben zur Endschafft gelanget, annoch genugsame Unvollkommenheiten entdecken sollte, so muß man sich dannenhero nicht gereuen lassen, verschiedene voneinander unterschiedene Projecte zu verfertigen, um dadurch alle die Arten, nach denen einerley Sache bewerkstelliget werden kan, in Combination zu bringen; Alsdann dieienige Vortheile und Mängel, die an jedem Project gefunden werden möchten, mit allem Fleiß untersuchen, und sie in Grund-Rissen und Profilen, benebenst denen Auffsätzen, die eine vollkommene Beschreibung alles desjenigen, was man pro und contra angemerkt hat, in sich fassen müssen, vorstellig machen; Hierauf aber unter allen diesen verschiedentlichen Projecten eine Vergleichung anstellen, um unter ihnen das beste heraus zu wählen, anderergestalt man sich nur selbst einen Verweiß giebet, daß man die ersten Idéen mit allzugrosser Uebereilung ergriffen. Ist es dann nicht besser, während einiger Zeit bey dem Gebrauch des Papiers zu verbleiben, als sich hernachmahls zu der verhaßten Nothwendigkeit gezwungen zu sehen, eine Machine verschiedene mahl zusammen zu setzen, und wiederum auseinander zu legen, ehe man dahin gelangt, daß sie ihren rechten Gang bekommt, wie solches denenjenigen nur allzu offt begegnet, die so blindlings in den Tag hinein agiren.

General-Maximen, nach denen man sich bey der Verfertigung des Projects einer Machine zu richten hat.

Bey dem Project oder Entwurf einer Machine muß man vor allen andern auf die Wahl des Orts sehen, wo sie soll hin zu stehen kommen. Ist nun ihre Absicht auf ein beständiges fest-gesetztes Werk gerichtet, so muß man sich bemühen, alle diejenigen Inconvenientien zum voraus einzusehen, denen sie, es sey nun von Seiten des grossen Gewässers, oder von Seiten derer Dürrungen, unterworffen seyn möchte, wann es nemlich eine an einem Fluß zu liegen kommende Machine betrifft, die von dem Strom ihre Bewegung erhält. Wir müssen zusehen, wann sie in einem Theil der Stadt ihren Platz einnimmt, ob die Machine das Publicum nicht incommodire, oder ob sie nicht selbst von selbigem Schaden leiden wird, es sey nun in denen dermahligen oder künfftigen Zeiten.

Nachdem dann nun der Mechanismus, der mit demjenigen Verlangen, welches die Machine in Erfüllung bringen soll, am besten überein kommt, determiniret, benebens diejenige Last berechnet worden, welche jene eleviren soll, so muß ein umständliches Verzeichniß aufgesetzet werden, in welchem man die Dimensiones oder Maasse eines jedes Stücks von der Machine, nebst ihrer Art und Gestalt, aufs genaueste beschrieben findet. Wie nun ein dergleichen Auffsatz sich nothwendig auf die Grund-Risse und Profils beziehen muß, so hat man wiederum darauf acht zu haben, daß diese letztern mit denenjenigen nöthigen Zahlen, die die Länge und Dicke derer Hölzer exprimiren, versehen, und alles dasjenige, was in selbigen nicht anders als gar klein hat gerissen werden können, als zum Exempel: Die Zähne und Kämme derer Räder, die Getriebe, Trillinge oder Kumpfe, und überhaupt alle diejenigen Stücke, die die nöthige Festigkeit von Eisen oder Kupfer erfordert, noch einmahl besonders in grössern Form gezeichnet werden. Und da es, wenigstens erst nach einer langen Uebung, selten geschiehet, daß ein blosser Liebhaber solcher Erfindungen von dem Widerstand oder von der resistirenden Festigkeit dieser verschiedentlichen Materien, un von der Beschaffenheit, wie sie ins Werk gesetzet werden müssen, ein hinlängliches Urth zu fällen vermögend, so muß er sich hierüber mit geschickten Werk-Leuten berathschla .n. Was nun den Widerstand oder die Festigkeit desjenigen, was von Holz gemach oird, anbelangt, so muß man die Stärke derer vornehmsten Stücke nach demjenigen ...druck überschlagen, den sie auszustehen haben, und hierinnen denenjenigen Principiis olgen, die von dieser Materie in dem vierdten Buch der Ingenieurs-Wissenschafft ang wiesen worden, mithin die Sache also einrichten, daß sie doppelt so viel Stärke habe, als bey ihnen erfordert werden würde, wann sie bey nahe bereit seyn sollten, vermöge des Nachdrucks der ihnen entgegen gesetzten Potenz in zwey zu brechen. Eine weit grössere Stärke würde alsdann nur unnütze seyn, aus Ursach, weilen, wann die Theile einer Mac ne gar zu stark und dick gemacht werden, man nur die Unkosten auf eine ungeschickte Art rmehret, und zu einer weit wichtigern Friction Anlaß giebet.

Das vorjetzo kaum Beygebrachte verstehet sich von der Construction der jenigen Machinen, die beständig an ihrem einmahl eingenommenen Orte zum Gebrauch v leiben sollen, deren Entzweck dann auch schon von solcher Wichtigkeit ist, daß man nic wesentliches negligire; Herentgegen die Theile derer andern Machinen, die nur auf eine rze Zeit zur Anwendung gewidmet sind, einer so grossen Dauerhafftigkeit nicht bedürfen. Es ist genug, wann sie nur so lang dauren, als man sich ihrer bedienen muß.

Auf was Art die Räder und Getriebe nach der Anzahl ihrer Zähne und Trieb-Stecken einzutheilen sind.

Fig. 42.

§. 318. Um nur ein Wort von der Eintheilung derer Räder und Getriebe i. Ansehung der Anzahl derer Zähne und Trieb-Stecken, die sie bekommen sollen, zu geb en, so ist im folgenden hier eine Art der Eintheilung beygefüget, deren man sich in verschie n Gelegenheiten bedienet, und vor sehr gut befunden.

Nachdem wir diejenige Circumferenz O P R, auf welcher das Centrum derer Tri Stecken eines Trillings oder Kumpfs zu stehen kommen sollen, einigermassen entworffen, nicht weniger auch den Diametrum derer Trieb-Stecken nach demjenigen Widerstand bestimmet, dessen wir sie so wohl in Absicht auf denjenigen Nachdruck, den sie ausstehen müssen, als auch in Ansehung ihrer Abnahme oder Verdünnung, so wie sie die Friction derer Zähne nach und nach abnutzt, vermögend zu machen haben, so muß sich der Diameter eines solchen Trieb-Steckens, zu der Zwischen-Weite, nach welcher ein Trieb-Stecken von dem andern abstehen soll, wie 8. zu 7. verhalten, oder deutlicher, wann der Diameter eines Trieb-Steckens in 8. gleiche Theile getheilet worden, so daß er gleichsam die Stelle eines Maaß-Stabes vertritt, so kommen 15. solcher Theilgen auf die Zwischen-Weite eines Centri biß zum andern, und bleiben annoch 7. Theilgen vor den leeren Raum übrig, der zwischen denen Trieb-Stecken seyn muß.

Gesetzt dann also, als verlangte man ein Getriebe oder einen Trilling von 10. Trieb-Stecken, da jeder von diesen letztern $2\frac{1}{2}$. Zoll im Diametro hätte, so müssen wir, um nemlich den Diametrum von der Circumferenz zu finden, die Zahl 15., durch die Anzahl derer verlangten Trieb-Stecken, als hier durch 10. multipliciren, so haben wir 150. Um aber den Valorem oder Werth dieser Zahl 150. in Zollen zu determiniren, müssen wir folgenden Schluß machen: Wann 8. Theilgen zwey und einen halben Zoll geben, wie viel Zoll geben 150. Theilgen? So finden wir ohngefehr 47. Zoll, die mit einem Diametro von 15. Zollen correspondiren.

Da nun die Dicke oder Stärke derer Zähne nach dem Diametro derer Trieb-Stecken proportioniret wird, müssen wir ihnen auf der Circumferenz N P Q, von denen 8. Theilgen dieses nemlichen Diametri, $6\frac{1}{2}$. zu ihrer Dicke geben, so bleiben alsdann $1\frac{1}{2}$. Theilgen vor den Spiel-Raum; Machen wir alsdann das zwischen denen Zähnen nöthige Intervallum, $8\frac{1}{2}$. Theilgen groß, so kommen wiederum 15. Theilgen vor die Weite des Mittel-Puncts von einem Zahn zum andern, wie bey denen Trieb-Stecken.

Um vorjetzo nun auch den Diametrum dieser Circumferenz zu determiniren, den wir von dem Centro an biß an das Mittel des Zahns Länge annehmen müssen, so dürfen wir weiter nichts wissen, als wie sich die Geschwindigkeit des Getriebes zu der Geschwindigkeit des Rades verhalten soll. Wann also, zum Exempel, verlangt würde, daß das Getriebe fünfmahl herum lauffen sollte, ehe das Rad einmahl herum kommt, so muß die Circumferenz N P Q. fünfmahl grösser als O P R, folglich auch der Diameter des Rades fünfmahl grösser als der Diameter des Getriebes seyn; Mithin werden funfzig Zähne zu diesem Rade erfordert.

Was dann aber die Figur dieser Zähne anbelangt, so können sie auf verschiedene Art formirt werden, jedoch sollte ihre Krümme, um mehrerer Vollkommenheit willen, mit der Krümme einer *Epicycloide* am meisten überein treffen. Man kan hierbey dasjenige nach-

nachsehen, was Monsieur de la Hire in seinem Tractat, den er von diesen Arten krummer Linien, nebst ihrer Application heraus gegeben, hiervon beygebracht hat.

§. 319. Es ist hier ebenermassen zu bemerken, wie es auch der nemliche Autor in seinem Tractat von der Mechanic gethan, daß die Anzahl derer Trieb-Stecken eines Getriebes, niemahlen in derjenigen Zahl, wodurch die Menge derer Zähne eines Rades angegeben wird, gerade aufgehe oder nach geraden Zahlen in selbigen enthalten, und zwar aus folgender Ursach, damit man dadurch verhindere, daß einerley Zähne nicht so offt die nemlichen Trieb-Stecken berühren, oder auf selbigen eintreffen, welches so wenige mahl als es nur möglich seyn will, geschehen muß, weilen alsdann die Zähne, da sie sich solchergestalt an verschiedentliche Ober-Flächen reiben, in der Länge der Zeit diejenige Figur um so eher annehmen, die mit ihrer Verrichtung am besten überein kommt. Dannenhero dann also die Anzahl derer Zähne, und die Anzahl derer Trieb-Stecken *Numeri primi* untereinander seyn müssen, oder deutlicher, sie dürfen kein anderes gemeinschafftliches Maaß als die Unität haben, massen alsdann einerley Trieb-Stecken an einem Getriebe oder Trilling, den nemlichen Zahn nicht eher wiederum berühret, als biß der Trilling so viele Revolutiones vollendet, als Zähne am Rade gezehlet werden. Mithin müssen wir in dem vorhergegangenen Paragrapho an statt der 50. Zähne, entweder 49. oder 51. annehmen. **Diejenige Zahl, die die Anzahl derer Trieb-Stecken eines Getriebes oder Trillings exprimiret, darf in der Anzahl derer Zähne eines Rades nicht gerade aufgehen.**

Hier folgt dann nun noch eine Machine, mit welcher man eine considerable Last fortfahren oder eleviren kan. Ihre Application, als welche gar füglich in Architectura Hydraulica statt haben kan, gibt uns abermahl ein Beyspiel an die Hand, welchergestalt wir die Frictiones samt der Steife derer Seile berechnen müssen. Die ganze Sache beziehet sich auf einen besondern Hebel, den man gemeiniglich den Hebel *de la Garousse* zu nennen pfleget. Da ihn nun nirgends auf eine gute Art verzeichnet gefunden, so halte dafür, daß es denen begierigen Liebhabern nicht unangenehm seyn wird, denselben hier beygefügt zu finden.

§. 320. Dieser Hebel ist aus dreyen Haupt-Stücken zusammen gesetzt, als 1.) aus einem gezahntem Rade, in dessen Mitte ein Rund-Baum oder eine Welle H. befindlich, um welche sich das mit der Last correspondirende Seil umwickelt. 2.) Aus einem Waage-Balken A B, dessen Hypomochlium im Mittel C. befindlich; Und 3.) aus zweyen Trieb- oder Einfall-Hacken D O. und E P, die sich alternatim oder wechsels-weiß in die Zähne des Rades einklammern. Was aber die andern Stücke anbelangt, deren man sich zur Verbindung derer gedachten Theile dieser Machine bedienen kan, so sind sie hier deutlich genug vorgezeichnet, daß sie keiner weitern Beschreibung bedürfen, weilen man wohl siehet, daß sie zusammen genommen eine Art von einem kleinen Wagen ausmachen, dessen Grund-Riß in der dritten Figur vorgestellet ist, und gar leichtlich, weilen er von Roll-Walzen getragen wird, an einen nur beliebigen Ort gebracht werden kan. Im folgenden wird aber nunmehro gezeiget, wie mit der ganzen Machine, dem Gebrauch und der Berechnung nach, zu verfahren stehet. **Beschreibung des Hebels de la Garousse. Tab. 4. Fig. 2. 3. 4. und 5.**

Gesetzt also, als wollten wir ein groß Stück Stein X. von einer ausserordentlichen Schwehre, nachdem es auf eine von Zimmer-Holz zusammen gesetzte, und von denen Roll-Walzen V, V, getragene Verbindung Y. geleget worden, aus einem Orte in einen andern fortfahren, so dürfen wir nur alsobald einen Pfahl R. in die Erden einschlagen, damit wir etwas festes haben, woran wir unsere Machine befestigen können. Ueber die Rolle S. lassen wir ein Seil hinweg gehen, das mit dem einem Ende T. an einem Stück der Machine selbst angebunden ist, und mit dem andern sich um die Welle H. umwickelt. Da sich nun die beyden Trieb-Hacken ganz frey um ihre Wellen-Nägel D. und E. bewegen können, so ist ganz klar, daß eine Potenz, die Extremität A. des Waage-Balkens A B. keinesweges herniederbringen kan, ohne daß der Punct E. nicht zugleich mit in die Höhe steigen, und der Punct D. sich nicht alsobald mit hernieder neigen sollte, und also auch reciproce, wann eine andere Potenz die Extremität B. des Waage-Balkens A B. zum Herniedersteigen zwinget, sich nothwendig der Punct E. neigen, und der Punct D. abermahlen aufwarts steigen muß. Mithin geschiehet es, daß, wann der Punct E. steiget, der Trieb-Hacken P. das gezahnte Rad dahin zwinget, daß es sich auch in etwas herum drehen muß, währender Zeit der andere Trieb-Hacken O. herniedersteigend auf dem Rade längst einigen Zähnen hinweg rutschet. So bald als aber der Punct D. steiget, der Trieb-Hacken O. alsobald wiederum die nemliche Sache verrichtet, wie der vorige, der vorjetzo in seiner Reihe müssig hernieder steiget. Da sich nun das gezahnte Rad keinesweges herum drehen kan, ohne daß sich das Seil H. nicht auch mit um die Welle herum schwingen sollte, so ersehen wir, daß die Last ebenermassen, so wie sich das Seil N S. umwindet, nach und nach herbey rucken muß, welches zwar in der That sehr langsam hergehet, jedoch aber, obgleich ein merklicher Zeit-Verlust vorhanden, an Kraft nach Proportion viel gewonnen wird.

Bey der Construction dieser Machine, nachdem wir vorhero den Radium des Rades, H G, und die Länge derer Trieb-Hacken, von ihren Aufhangungs-Puncten an gerechrechnet, determiniret haben, müssen wir ihre Wellen-Nägel D. und E. solchergestalt anbringen, daß die Directions-Linien GI. und FK, mit dem Rade gleichsam Tangentes formiren. Determiniren wir dann auch den Radium der Welle, HN, und die Länge des Waag-Balkens AB, so werden wir keine weitere Schwürigkeit finden, den Effect oder die Würkung dieser Machine zu berechnen; Wie wir gleich aus dem folgenden ersehen können.

Berechnung dieser vorher gegangenen Machine.

§. 321. Ich supponire also die Last X. hundert tausend Pfund schwehr. Mithin belaufft sich diejenige Friction, die die Wagen-Wellen mit denen Roll-Walzen V, V, causiren, auf 33333. Pfund. Diese 33333. Pfund müssen wir dann nun durch diejenige Relation oder Verhältniß, wie sich nemlich der Radius der Welle, zum Radio der Rollen verhält, so hier $\frac{2}{9}$ (oder wie 2. zu 9.) supponiret wird, multipliciren, so bekommen wir zum Product $7407\frac{1}{3}$. Pfund vor diejenige Potenz, die nach dem Statu Æquilibrii, den Wagen Y. nach einer mit dem Horizont parallel-lauffenden Direction fortziehen oder fortstossen würde, (§. 256.) oder deutlicher, die, wann sich der Wagen auf einem sehr ebenen Plano befändt, und ihre Kraft nur einigermassen noch um etwas verstärket würde, denselben gar füglich in Bewegung bringen könnte.

Nun haben wir noch weiter zu bemerken, daß, weilen die Rolle S, eben so wie die Last, avanciret, und auch das eine Ende des Seils an dem festen Ort oder Punct T. befestiget ist, die beyden Theile vom Seil, TZ, und NS, nothwendig den Widerstand der Last unter einander nach gleichen Theilen abtheilen müssen. Mithin bedarf die an dem Seil SN. applicirte Potenz an Kraft nicht mehr, dann 3704. Pfund, worzu wir aber wiederum 1.) die von der Steife des Seils TZ causirte Resistenz, und 2.) die mit der Rolle S und ihrem Wellen-Nagel verknüpfte Friction hinzu thun müssen.

Um dann also unter diesen beyden Hindernissen bey der erstern anzufangen, wollen wir supponiren, als betrüg der Radius der Rolle vier Zoll, und das Seil 16. Linien im Diametro. Mithin müssen wir, nach dem 314. §. die 3704. Pfund durch die Zahl 32. dividiren, den erhaltenen Quotientem durch 16, als dem Diametro des Seils multipliciren, und alsdann das kommende Product wiederum durch 4. Zoll, als den Radium der Rolle dividiren, so kommt 464. Pfund vor diejenige Resistenz, die von der Steife des Seils verursachet wird.

Was aber die andere Hinderniß anbelangt, dürfen wir nur in Erwegung ziehen, daß hier die Axis der Rolle mit einer Last von 7408. Pfund beschwehret ist, worzu wir noch die 464. Pfund, die wir kaum vorher vor die von der Steife des Seils TZ entstehende Druckung gefunden haben, addiren müssen; Folglich belaufft sich die ganze Druckung auf 7872. Pfund. Von diesen 7872. Pfund müssen wir die Helffte nehmen, und solche durch die Verhältniß des Radii vom Wellen-Nagel zum Radio der Rolle, die ich wie $\frac{1}{10}$ (wie 1. zu 10.) supponire, multipliciren, so erhalten wir ohngefehr 394. Pfund vor die auf die Extremität des Rollen-Radii reducirte Friction; (per §. 254.) Folglich bestehet die an das Seil applicirte Potenz 1.) aus 3704. Pfund, 2.) aus 464. Pfund, 3.) aus 394. Pfund, welche zusammen 4562. Pfund betragen.

Da sich nun das Seil NS. um die Welle HN. keinesweges aufwickeln kan, ohne daß die applicirte Potenz nicht zugleich auch die Steife des Seils überwältigen sollte, so müssen wir abermahlen wie vorhero die 4562. Pfund durch die Zahl 32. dividiren, den erhaltenen Quotientem durch 16. Linien, als dem Diametro des Seils multipliciren, und das kommende Product durch 5. Zoll, als durch den Radium der Welle dividiren, so bekommen wir 456. Pfund vor die Ueberwältigung der Steife des Seils, welche, wann sie wiederum zu denen 4562. Pfund addiret werden, 5018. Pfund vor die im Punct N. beysammen vereinbahrte Resistenz angeben. Multipliciren wir dann abermahlen diese 5018. Pfund durch den Radium der Welle, nemlich durch 5. Zoll, und dividiren das kommende Product durch den Radium des Rades, der hier 24. Zoll beträget, so bekommen wir ohngefehr 1045. Pfund vor den Nachdruck derjenigen Potenz, die schlechterdings nur an der Circumferenz des Rades im Punct F. oder G. appliciret werden könnte.

Da nun der Nachdruck derer in denen Puncten F. und N. agirenden Potenzen, abermahlen Ursach ist, daß die Zapfen an der Welle auf ihren Lager-Pfannen eine neue Druckung causiren, die denen beyden Potenzen in F, 1045. Pfund, und in N. 5018. Pfund der Summe nach bey nahe gleich ist, nemlich 6064. Pfund, so müssen wir von dieser letztern Zahl, die Helffte nemlich 3032. Pfund vor die Friction annehmen, und solche durch die Verhältniß des Radii von dem Wellen-Zapfen zum Radio des Rades, die ich hier wie $\frac{1}{24}$ (wie 1. zu 24.) supponire, multipliciren, so kommt 126. ℔. vor die reducirte Friction. (per §. 251.)

§. 251. Addiren wir dann endlich noch diese 126. Pfund zu denen 1045. Pfund, so kommen 1171. Pfund vor denjenigen Nachdruck, den die Trieb-Hacken D O. und E P. in denen Puncten F. und G. vollbringen.

Vermöge dessen, weilen die Trieb-Hacken nach denen Directionibus F K. und G I. agiren, so verhält sich die an dem Punct A. applicirte Potenz, zu derjenigen Resistenz, die ihr der Zahn F. entgegen setzet, reciproce, wie sich die aus dem Ruhe-Punct C. auf die Directions-Linie F K. gefällte Perpendicular-Linie C M, zu dem Hebels-Arm C A. verhält. (per §. 44.) Oder, wann es die an dem Punct B applicirte Potenz betrifft, wie sich C L. zu C B. verhält. Supponiren wir dannenhero die Perpendicular-Linie C L. oder C M, als den zehenden Theil des Hebels-Arms C A. oder C B, so muß dannenhero auch eine jede von denen an denen Extremitäten A. und B. applicirten Potenzen insbesondere, den zehenden Theil von der auf den Punct F. oder G. reducirten Resistenz, folglich ohngefehr 117. Pfund betragen.

Um nun aber auch auf die Friction des Zapfens C. zu regardiren, der hier bey denen Hebeln A E. oder B D. das Hypomochlium abgiebet, so müssen wir die an diesen Hebels-Extremitäten applicirte Last und Potenz, nemlich 1045. Pfund Last, und 117. Pfund Kraft zusammen addiren, und annoch die Schwehre des Waage-Balkens A B, nebst der Schwehre derer Trieb-Hacken, welches zusammen auf 200. Pfund supponiren will, hinzu thun, so haben wir überhaupt 1362. Pfund; Deren Helffte 681. Pfund uns alsdann, wann wir solche vorhero mit 9. Linien, als dem Radio des Zapfens multipliciren, und das kommende Product durch die Länge C B. vom Hebel wiederum dividiren, ohngefehr 5. Pfund vor die auf eine von denen Extremitäten A. und B. reducirte Friction angiebet. (per §. 249.) Addiren wir dann zuletzt diese 5. Pfund zu denen 117. Pfunden, so kommt endlich 122. Pfund vor die Kraft derjenigen Potenz, die wir an jede Extremität des Hebels A B. besonders appliciren können. Da nun ein Mensch in solchem Fall noch mehr Kraft besitzet, als 122. Pfund, so ersehen wir, daß wir, um dieser Machine die Bewegung zu geben, mehr nicht als einen Menschen an jede Hebels-Extremität appliciren dürfen.

§. 322. Die sechste Figur stellet eine Art für, sich dieser nemlichen Bewegung zu der Elevation einer Last zu bedienen. A F. ist ein Hebel, dessen Hypomochlium in B. befindlich, und abermahlen mit zen Trieb-Hacken A D. und C E. begleitet ist, die ebenermassen wiederum in das gezahnte Rad, vermöge der in dem Punct F. applicirten Potenz ihrer ausübenden Action, eingreiffen, und mithin dadurch, weilen diese Potenz währendem Steigen und Fallen, den Bogen F G. beschreibet, das Rad, folglich auch dessen Welle, um welche sich das mit der Last correspondirende Seil umwickelt, herum drehen, und die Last zum Steigen bringen. Beschreibung einiger Machinen, die von eben der Art, wie die vorige.

§. 323. Die erste Figur, so zwar das nemliche zum Object hat, als die vorher gegangene, führt aber, was die Art das Rad herum zu drehen anbelangt, einen Unterschied mit sich, weilen bey dem Hebel F H, dessen Hypomochlium in G. befindlich, und zwar an seiner Extremität F. einen Trieb-Hacken F D. und einen Druck-Hacken F E. an einerley Wellen-Nagel aufgehenkt zu seyn, supponiret wird. Wann nun die an der andern Extremität H. angebrachte Potenz von der Höhe niederwarts agiret, so ziehet der Trieb-Hacken aufwarts, und drehet zugleich das Rad mit herum; Und wann die Potenz aufwarts agiret, so druckt der Druck-Hacken gegen die Zähne des Rades unterwarts, und drehet also das Rad auch zugleich mit herum; Folglich gehet hier keine Zeit verlohren.

§. 324. Die siebende Figur bestehet endlich aus einem nach der Direction derer Radiorum bezahnten Rade, das in einem Kumpf R. eingreiffet, dessen Welle mit einer Kurbel V. correspondiret, die eine an ihrem Handgriff S. applicirte Potenz herum drehet, und dadurch die Elevation der Last zuwege bringt. Ich halte mich mit der Berechnung dieser drey letztern Machinen nicht auf, massen die vorhergegangen Exempel genugsame Anleitung an Hand geben, wie man mit diesen letztern verfahren müsse.

**Ende des zweyten Capitels des ersten Buchs, und zugleich auch der Beschluß von der ersten Ausgabe der Uebersetzung.**

# Anmerkung.

Ob sich gleich der Herr Autor in seinem ganzen Werk mehrentheils bey denen Berechnungen der Buchstaben-Rechen-Kunst bedienet, so hat er sich dannoch allenthalben einer solchen Deutlichkeit beflissen, so daß ein jeder, der nur einiger massen die Algebraischen Zeichen in Erkänntniß gebracht, alle Algebraische Sätze gar füglich verstehen, mithin das schöne Werk sich ungemein zu Nutze machen kan; Dahero dann in der Uebersetzung mit der Reduction derer Algebraischen Berechnungen öffters nur unnöthiger Raum würde eingenommen worden seyn. Denenjenigen zu Nutz aber, die der Algebraischen Zeichen noch nicht kundig, hat man eine kurz-gefaßte Erklärung derselben hier beyfügen wollen.

I.

Unter denen ersten Buchstaben des Alphabets, als a, b, c, d, e, f, g, &c. verstehet man lauter bekannte oder gegebene Grössen.

II.

Unter denen letztern Buchstaben aber, als x, y, z, verstehet man diejenigen Grössen, die unbekannt sind, oder deren Valor erst annoch soll gesuchet werden.

III.

Das Signum Additionis (+) wird allezeit zwischen diejenigen Grössen gesetzt, die zusammen addiret werden sollen; Zum Exempel: $a + b + c + d + x$.

IV.

Das Signum Subtractionis (−) wird eben wieder zwischen die Grössen gesetzet, die voneinander subtrahiret werden sollen. Zum Exempel: $a - b$; $15 - 5$.

V.

In der Multiplication derer Grössen, zum Exempel, wann a durch b soll multipliciret werden, schreibt man entweder $a \times b$, oder auch nur gleich $ab$.

Findet man also: $\overline{a + b - c + d} \times e$, oder $e \times \overline{a + b - c + d}$, so heißt es so viel, daß die Grösse e alle die andern unter dem Strich auf einmahl multipliciret.

VI.

In der Division derer Grössen, zum Exempel: Wann a durch b, oder $ab + d - e$ durch $m + n$ soll dividiret werden, schreibt man $\frac{a}{b}$, und $\frac{ab + d - e}{m + n}$.

VII.

Wann eine Grösse zu einer determinirten Dignität erhoben werden soll, so schreibt man den Exponentem der Dignität zur rechten Hand, etwas höher neben dem Buchstaben. Zum Exempel: Wann a zur andern Dignität, oder zum Quadrat soll erhoben werden, schreibt man $a^2$; Wann die dritte Dignität, oder der Cubus von a begehret wird: $a^3$, und so weiter. Wann aber der Exponens der Dignität nicht determiniret ist, schreibt man an statt der Zahlen einen Buchstaben. Zum Exempel: $x^m$.

VIII.

Wann Radix quadrata aus einer Grösse soll extrahiret werden, zum Exempel: Aus a oder aus $ab$, oder aus $ab + d$, oder aus $\frac{d}{e} - f$, so schreibt man: $\sqrt{a}$, $\sqrt{ab}$, $\sqrt{ab + d}$, $\sqrt{\frac{d}{e} - f}$. Wann man also findet: $\sqrt{ab + \frac{d}{e}} - m + x$, so muß nur Radix quadrata aus $ab + \frac{d}{e}$ extrahiret werden, nemlich nur so weit, als es der Strich über denen Buchstaben anzeiget.

IX.

Wann Radix cubica, zum Exempel, aus $a$, $ab$, $fm + dd$, soll extrahiret werden, schreibt man: $\sqrt[3]{a}$, $\sqrt[3]{ab}$, $\sqrt[3]{fm + dd}$, und so weiter.

X.

Wann vor denen Grössen annoch Zahlen vorher gehen, so Numeri coefficientes genennet werden, zum Exempel, $3a$, oder $24x$, oder auch $15da$, so ist es eben so viel, als wann stündt: $a \times 3$; $x \times 24$; $da \times 15$.

XI.

Wann 2. Grössen unter zweyerley Nahmen einander gleich sind, z. E. wann a gleich b, wann ad gleich x, wann $\frac{ad}{e} + f$ gleich $y - m$, so schreibt man: $a = b$; $ad = x$; $\frac{ad}{e} + f = y - m$.

XII.

Wann 4. Grössen miteinander in Proportion stehen, z. E. wann sich a zu b verhält, wie c zu d, so schreibt man: $a : b = c : d$.

---

Es kan hiervon auch des Autoris Nouveau Cours de Mathematique nachgesehen werden.

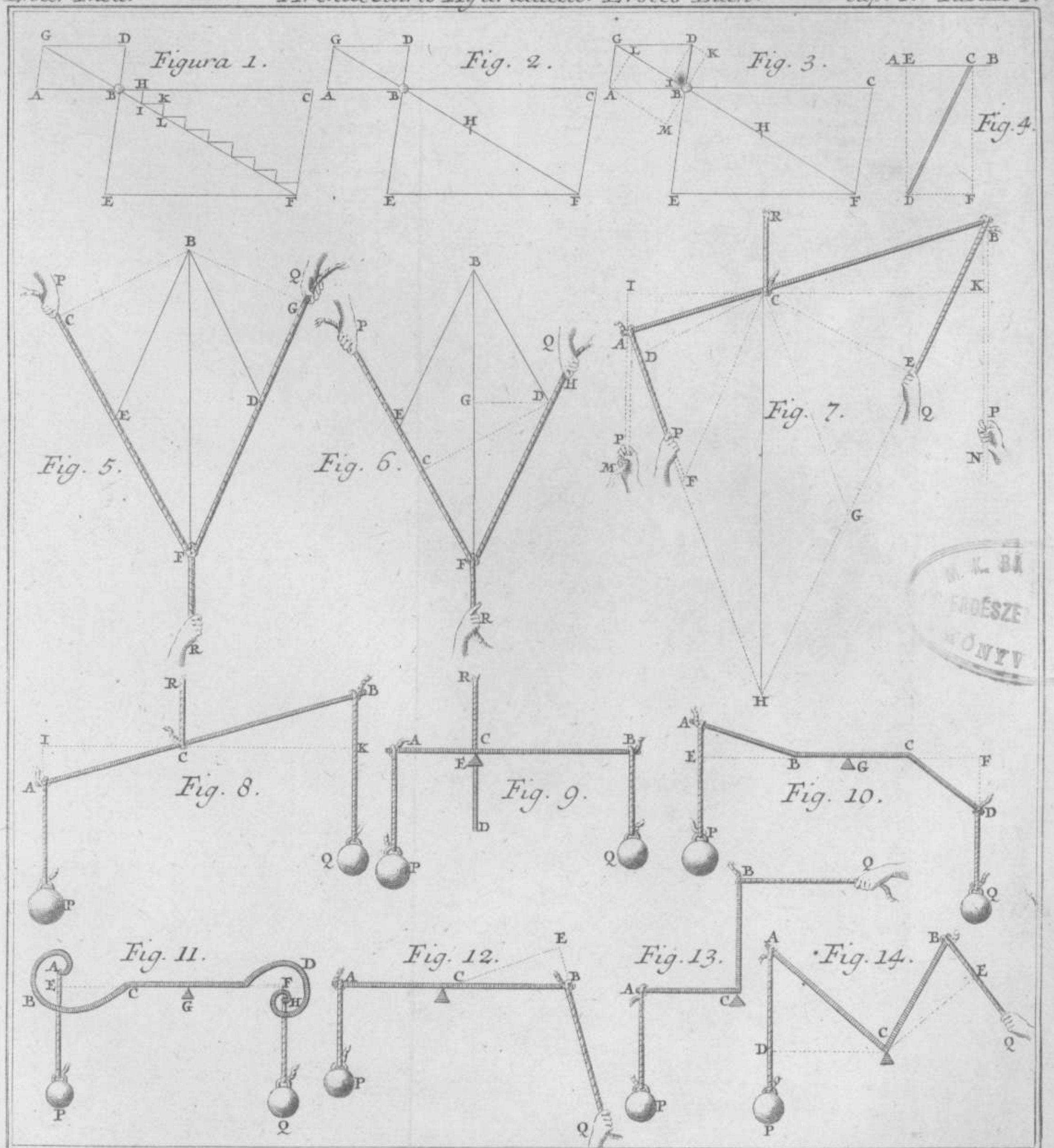


Figura 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.

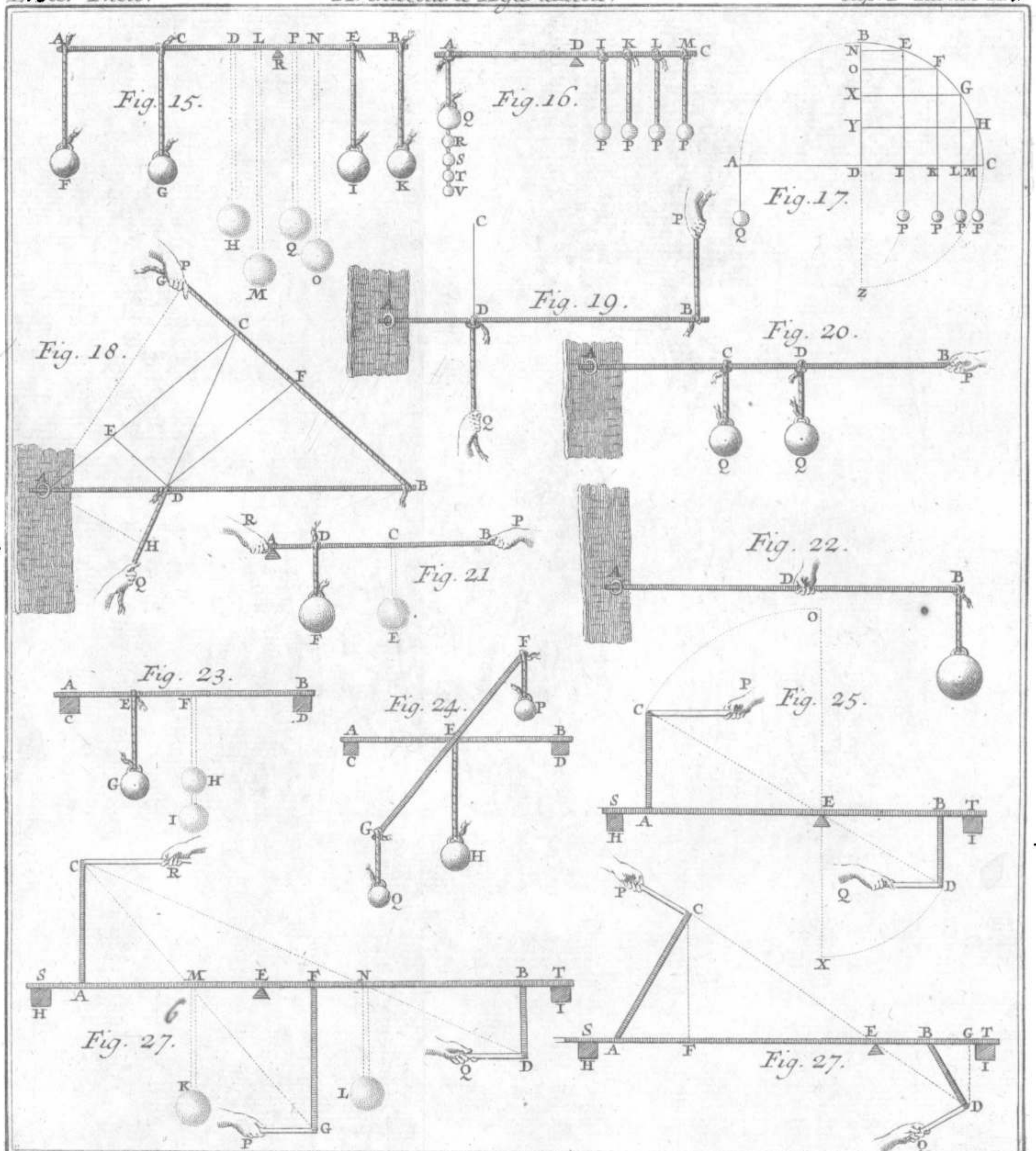


Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig 21
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 27.
Fig. 27.

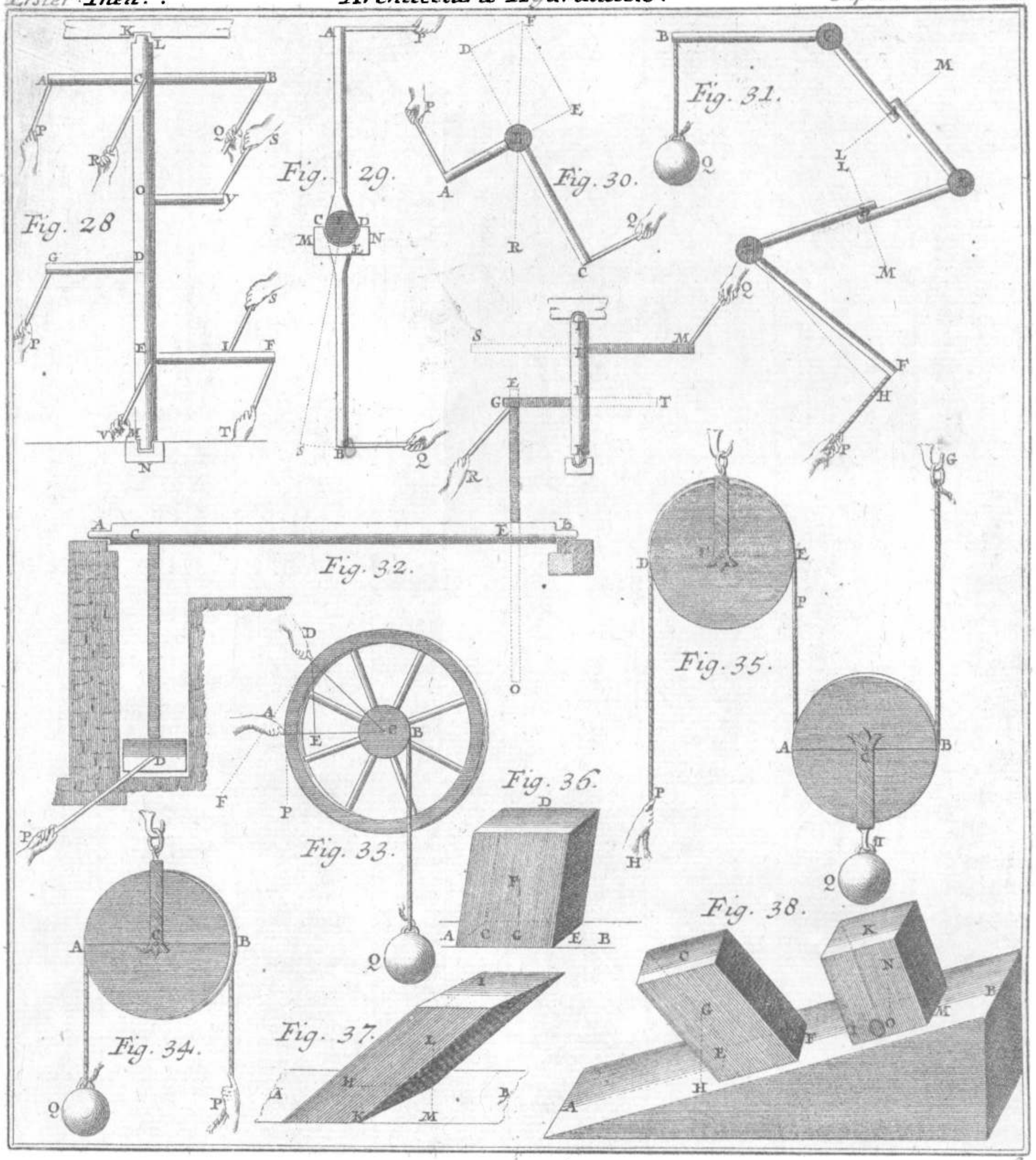


Fig. 28
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.

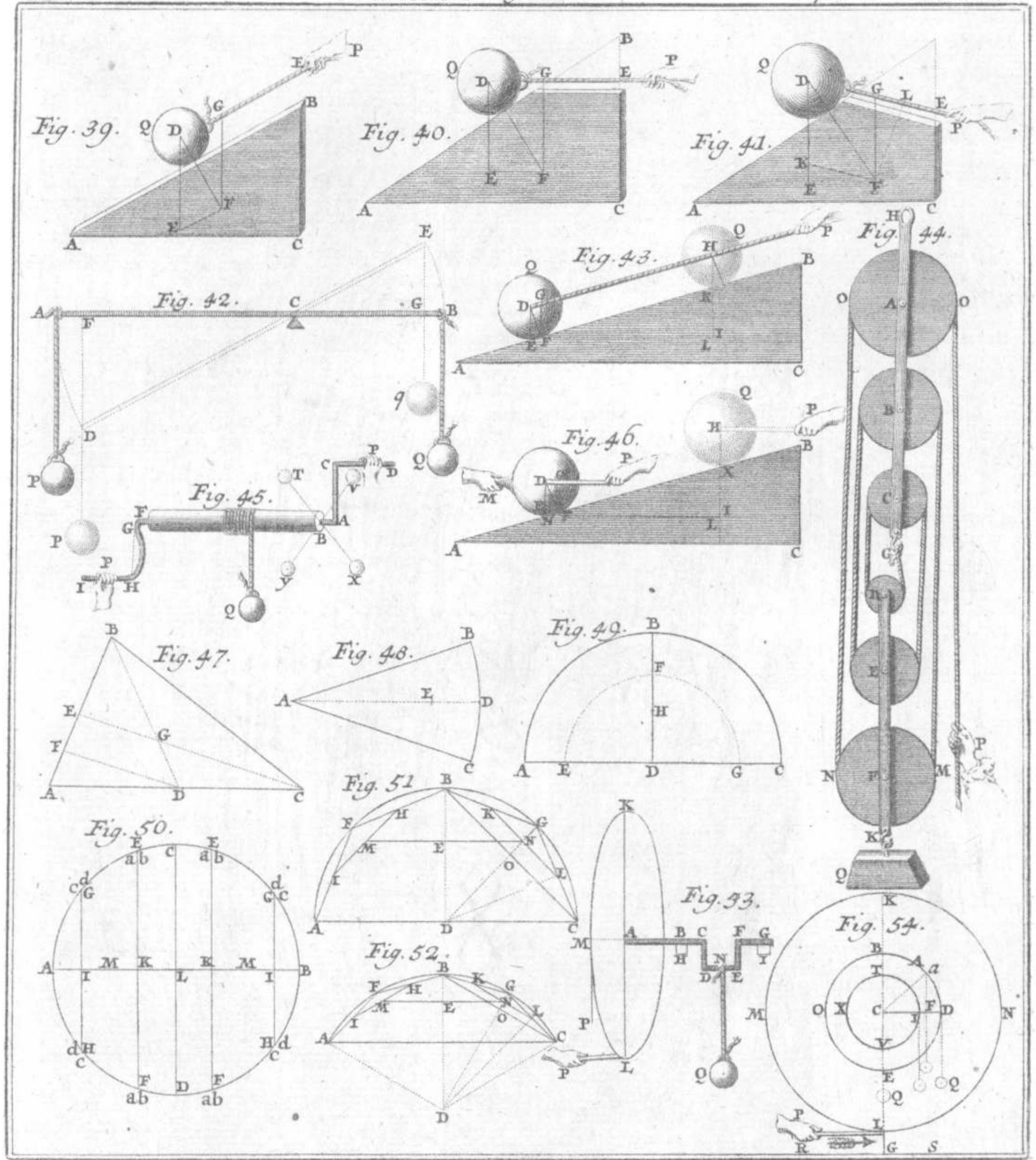


Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.

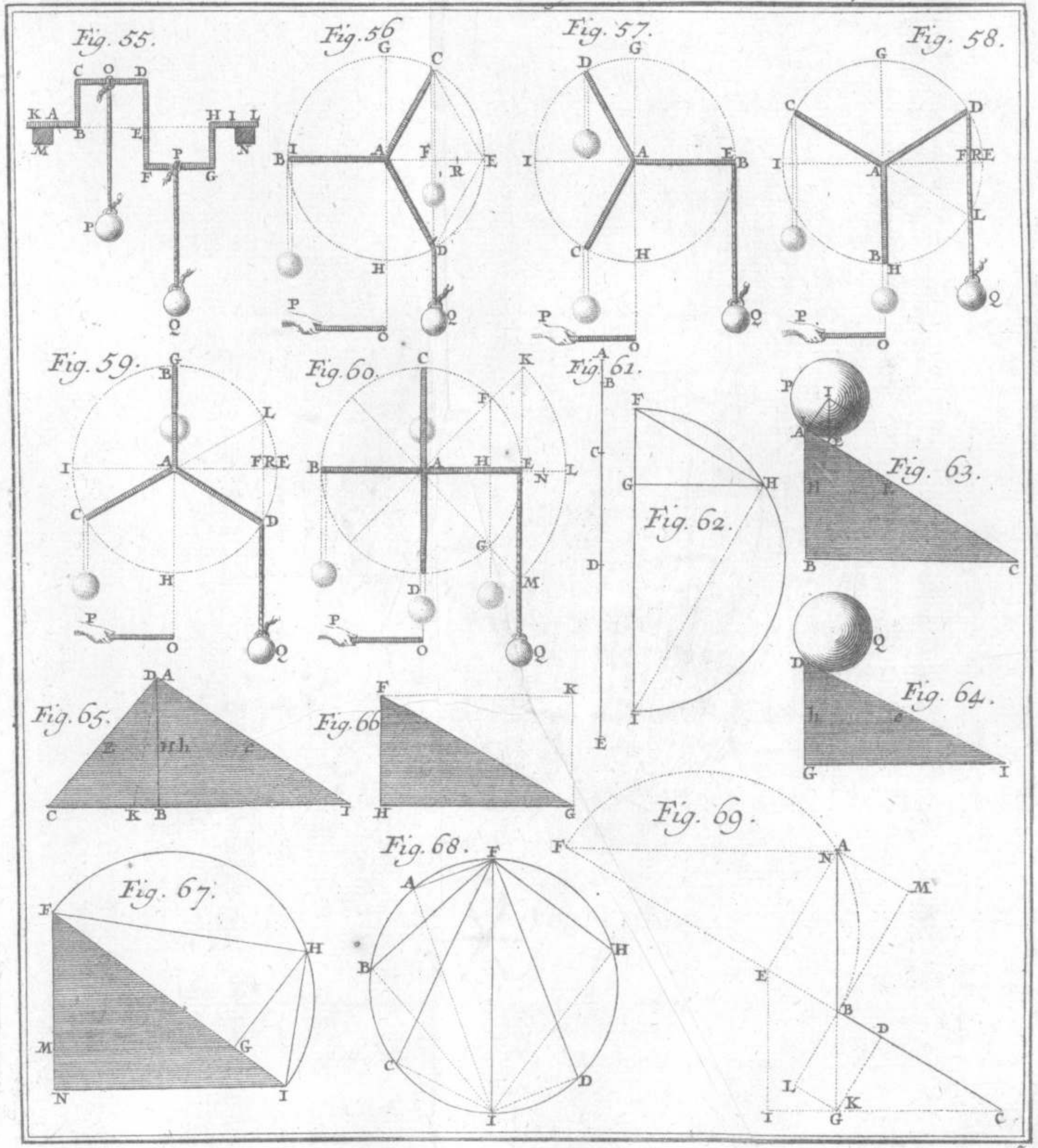


Fig. 55.
Fig. 56
Fig. 57.
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66
Fig. 67.
Fig. 68.
Fig. 69.

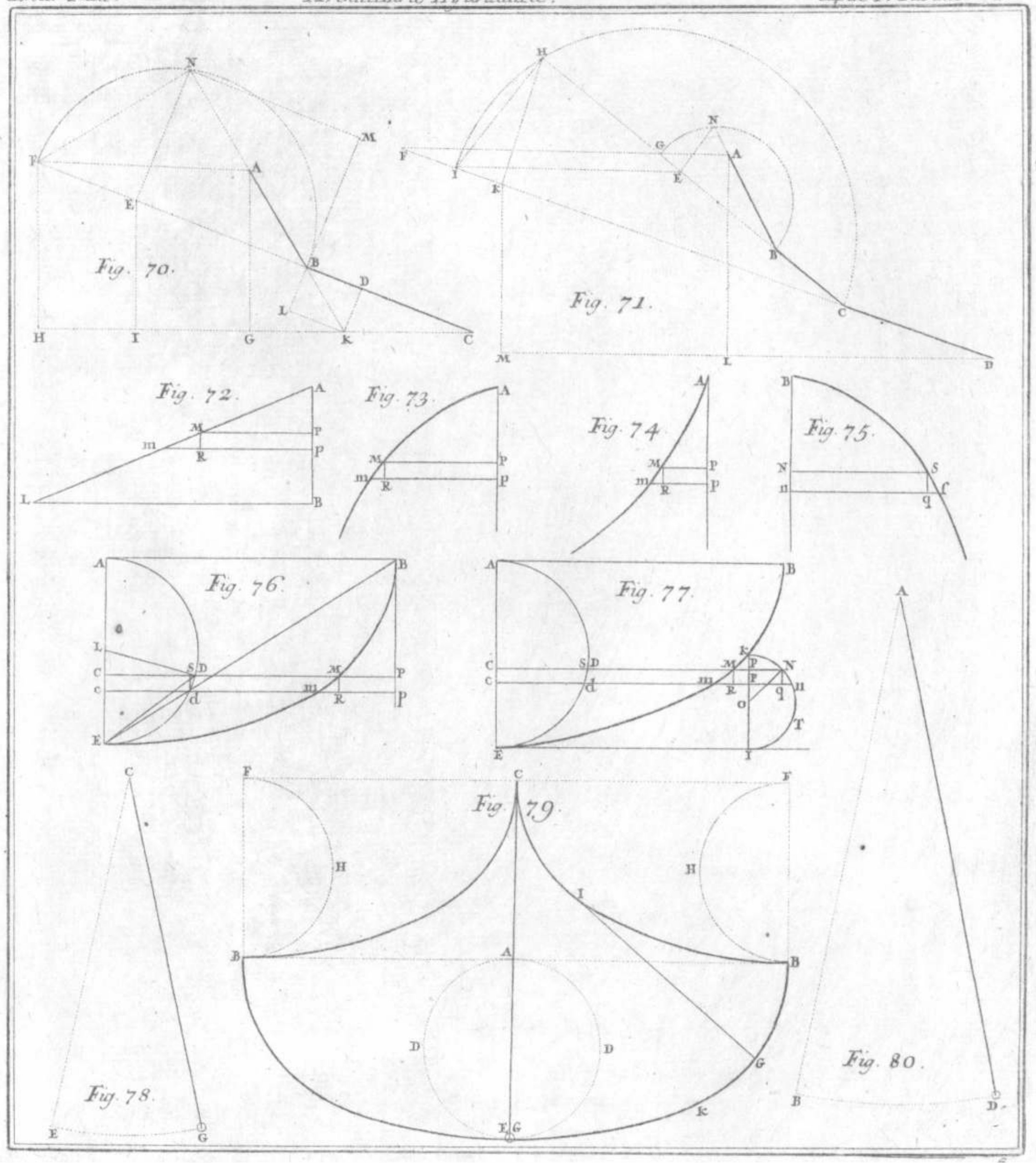


Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Fig. 80.

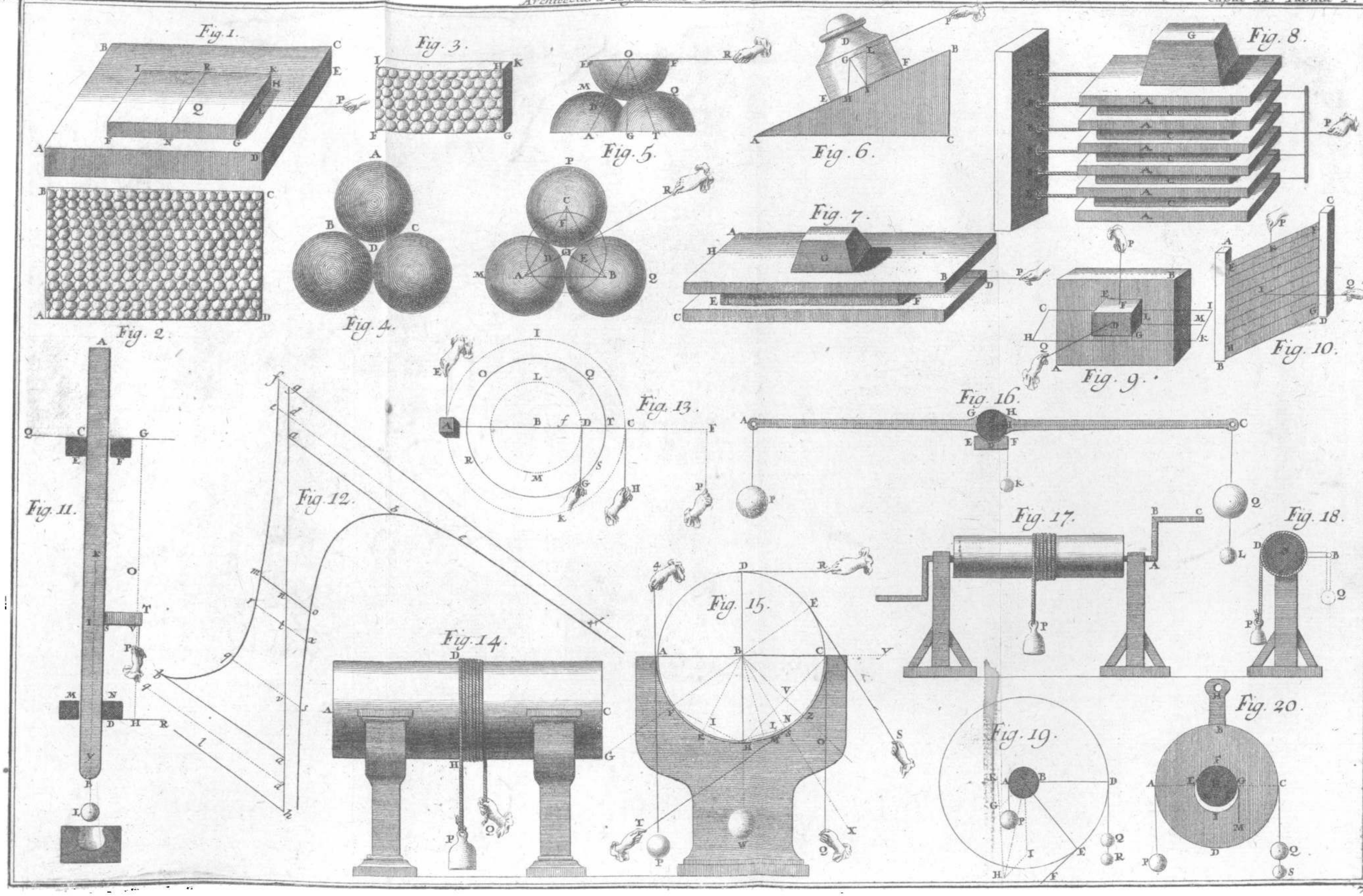


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.

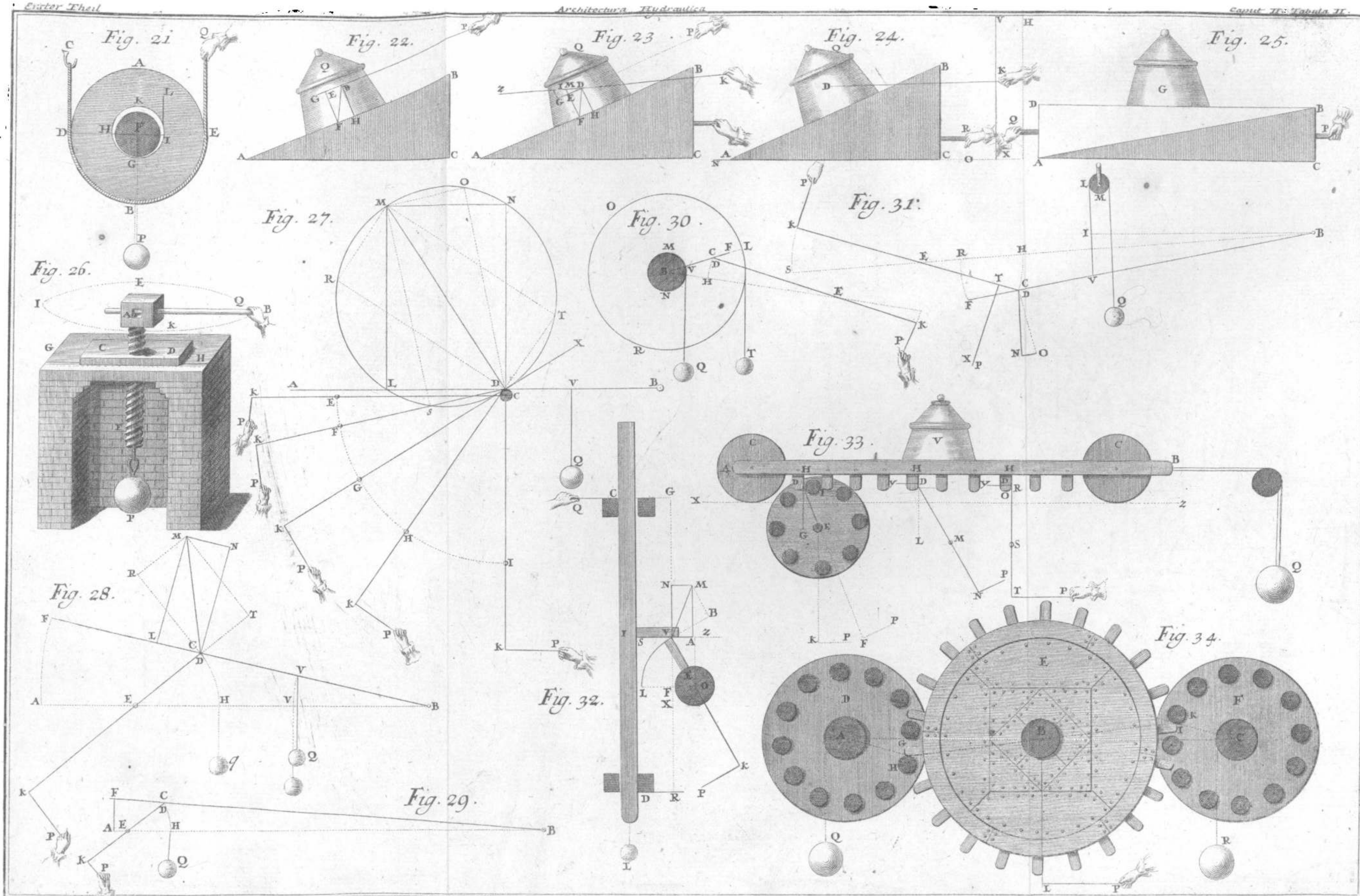


Fig. 21
Fig. 22.
Fig. 23
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.

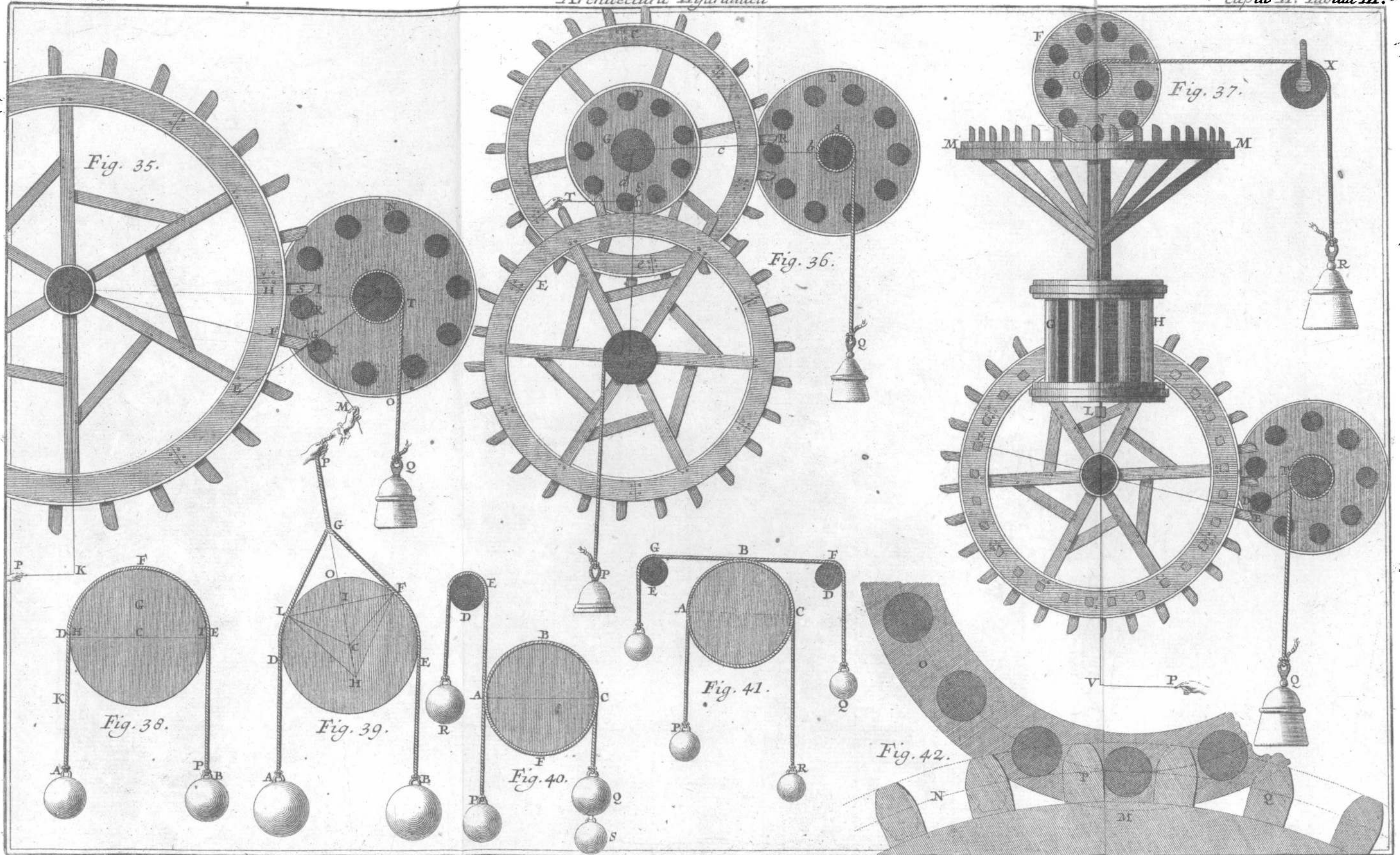


Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.

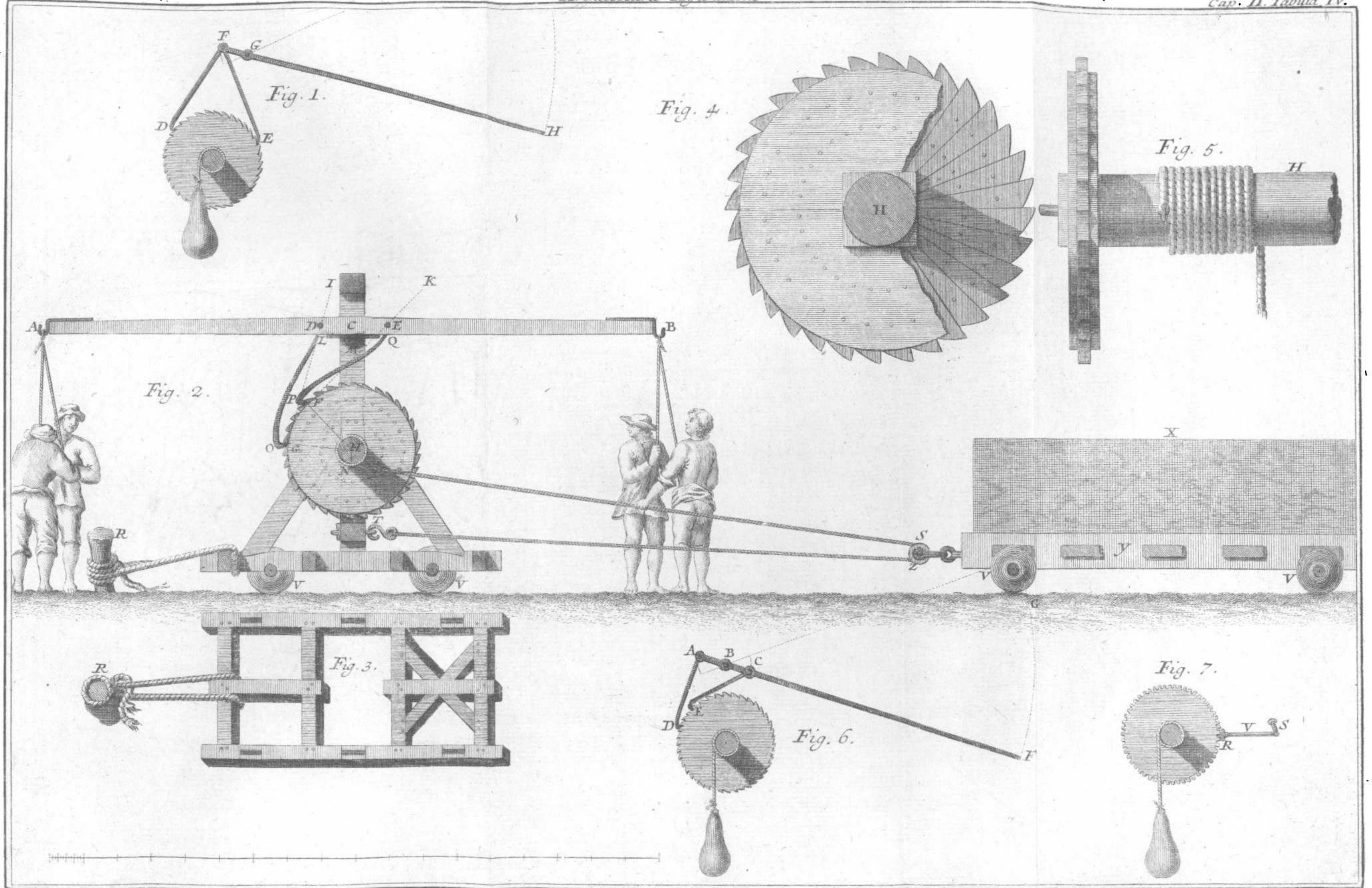


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.