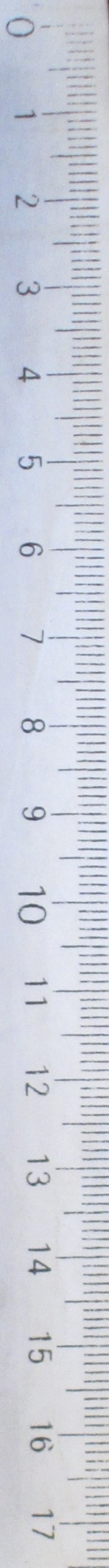


C. 130.

1972-656

H/VII.-656.





Anfangsgründe

der

Analysis

endlicher Größen.

---

Abgefaßt

von

Abraham Gotthelf Kästner.

*J. A. Kästner*

---

Der mathem. Anfangsgr. IIter Theil; 1ste Abtheil.

---

Dritte, stark vermehrte Auflage.

---

---

Göttingen,

im Verlag bey Vandenhoeck und Ruprecht

1794.



## V o r r e d e.

**B**etrachtungen über das Verfahren, dessen man sich in der Algebra zu Erfindung der Wahrheit bedienet, würden hier ihre gehörige Stelle finden, wenn ich nicht diejenigen, welche meine Gedanken hierüber zu lesen verlangen, auf die Vorrede verweisen müßte, die ich Herrn Hübners Versuch einer analytischen Abhandlung von den Regelschnitten (\*) vorgefetzt habe. Ich will also hier nur einige Gesetze anzeigen, die ich bey der Ausarbeitung gegenwärtiger Einleitung in die Algebra zu beobachten gesucht habe. Meine Hauptabsicht ging dahin, diejenigen, die sich meines Unterrichts darinnen bedienen wollten, so vorzubereiten, daß sie ihre Erkänntniß aus andern analytischen Schriften

(\*) Göttingen 1759. bey Bössiegeln.



# I n n h a l t.

---

	Abs.	Seite
Ergänzung der Buchstabenrechnung, Division, Reihen u. s. w.	I.	I
Rechnung mit den Wurzelgrößen :       :       :       :	18.	14
* Erläuterung bey Rechnungen mit unmöglichen Grössen       :	36.	21
Anwendungen der Buchstabenrechnung :       :       :	37.	25
Reihen von Quadraten und Würfeln, und derselben Differenzen	39.	26
* Jede Potenzenreihe läßt sich durch Addiren finden, welches Faulhaber gelehrt hat       :	46.	31
Bersekungen       :       :	47.	33
* Wenn ein Ding mehr als einmahl vorkommt       :       :	II.	34
* Anwendungen und Schriften davon       :       :       :	V. u. f.	35
** 3		Man



# I n n h a l t.

	Abs.	Seite
Man kommt durch Halbierungen auf Grössen, kleiner als jede gegebene        "        "        "	48. u. f.	40

## D i e   A l g e b r a.

Gleichungen;        "        "	51.	43
Coefficienten        "        "	57.	44
einfache Gleichungen        "        "	58.	44
bestimmte Gleichung        "        "	70.	51
höhere        "        "        "        "	72.	51
reine, unreine        "        "	73.	52
Wurzel; auflösen        "        "	74.	52
Quadratische Gleichungen        "	75. u. f.	52
* Analytische Regel        "        "	77.	53
Arithmetische Reihe        "        "	80.	57
Geometrische        "        "        "	96.	63
Binomischer Lehrsatz für ganze, bejahnte Exponenten        "	116.	70

## G e o m e t r i s c h e   A u f g a b e n.

Dreieck im Kreise        "        "	153.	87
Zehneck        "        "        "	156.	88
* Analytische Bemerkungen, sc. ctio extrema et media ratione u. d. g.        "        "        "	11.	89
Achteck        "        "        "	160.	95

Sehne



# I n n h a l t.

	Abs.	Seite
Sehne des Unterschiedes oder der Summe       :       :       :	163.	95
* Vielecke, die durch Elementargeometrie gegeben sind       •	173.	99
Sinus der vielfachen Winkel	175.	101
Unbestimmte Aufgaben       •	179.	104
* Rationale Trigonometrie	189.	112
* Regel Edci u. d. g.       •       :	189.	115

## Von den Gleichungen.

Eine Gleichung rational zu machen, und zu ordnen       =	191. u. f.	116
Unbekannte Gröſſen wegzuschaffen	195. u. f.	119
* Schriften, welche Vortheile dabei lehren       :       •	209.	128
Mehr als bestimmt       •	213.	130
Quadratische Gleichungen aus Multiplication       =	214.	130
Höhere Gleichungen aus Multiplication       =       •       :	219.	139
Zahl der Wurzeln       •       =	223.	142
Geseze der Coefficienten       =	224.	143
Gleichungen durch Division zu erniedrigen       =       :       :	226.	147
Ueber irrationale und unmögliche Wurzeln       =       =       =	228. u. f.	150
Mögliche Wurzeln reiner Gleichungen       =       •       =	237.	155



# I n n h a l t.

	Abf.	Seite
Divisionen einer um 1 verminderten Potenz u. d. g.     :     :	243.	158
Ausdrückungen unmöglicher Größen     :     :     :     :	251.	163
Veränderungen mit der Gleichungen Wurzeln und Gliedern	273. u. f.	172
Zu finden ob eine Gleichung ganze Zahlen zu Wurzeln hat	294.	182
Gränzen der Wurzeln     :     :	301.	186
Die irrationalen Wurzeln durch Näherung zu finden     :     :	304.	187
Reihe, die aus einer Gleichung entsteht, und Differenzenreihen     •     :     :     •	308.	190
Zu entdecken, zwischen welche ganze Zahlen die Wurzeln fallen	317.	199
Näherung     •     :     :	321.	201
* Eine Gleichung kann rationale Wurzeln haben, die wir nur durch Näherung anzugeben wissen     •     :     :     :	XXX.	213
Von den krummen Linien     :	322.	213
Gerade Linie     :     :     :	340.	221
Parabel     :     :     :     :	349.	226
* Ableitung von Parabel und Parameter     •     :     :     :		226



# I n n h a l t.

	Abf.	Seite
* Ordinaten, Semiordinaten	353.	227
* Schenkel der Parabel; Sie werden immer mehr und mehr der Axc parallel. Ob sie eine Figur heißen kann	355. III. V.	228 229 230
Ellipse	362.	231
* Benennung, warum der Parameter kleiner genommen wird als die Axc	III.	232
Vergleichung der Ellipse mit der Parabel.		
* Parameter und Scheitel eines	383.	239
* Scheitel und Brennpunct eines	384.	241
Ähnliche Ellipsen	385.	243
* Ueber Ähnlichkeit bey geraden linichten Figuren und krummen Linien	388.	244
Affinität	389.	247
Hyperbel	389.	249
* Hyperbolae coniugatae	416.	260
Gleichseitige Hyperbel	417.	262
* Kreis, der sie in ihren beyden Scheiteln berührt	=	262
* Einiges Allgemeine über die drey krummen Linien	418.	262
** 5		Von



# I n n h a l t.

	Abs.	Seite
Von den Linien der zweyten Ord- nung	419.	266
* Wieviel Glieder ihre Gleichung haben kann und muß	=	266
* Gerade Linie in dieser Gleichung enthalten	421. I.	268
* Wie die sechs Coefficienten auf fünf zu bringen sind	IV.	270
* Folge wenn beyder Coordina- ten Quadrate da sind	VII.	271
* Wenn ohne die Quadrate nur das Product da ist	VIII.	271
* Allgemeine Auflösung der all- gemeinen Gleichung	XIII.	274
* Für eine Abscisse, endliche und unendliche Ordinate	XIX.	275
Eine Gleichung in eine für andre Coordinationen zu verwandeln	422.	276
* Wegschaffung der gegebenen ge- raden Linien, die unendlich werden können	IX.	278
* Bey der Verwandlung nur ei- ne gegebene gerade Linie zu brauchen	XXV.	281
* Wie die neue Gleichung aus der vorigen hergeleitet wird	423.	284
* Jede Gleichung ist vom zwey- ten Grade	424.	288
		Keine



# I n n h a l t.

	Abs.	Seite
Keine Linie der zweyten Ordnung wird von einer geraden in mehr als zweyen Puncten geschnitten	426. I.	289
* Entwicklung dieses Satzes	II. u. f.	289
Eine Linie der zweyten Ordnung durch fünf Puncte; und Fol: gen daraus       =       :	427. u. f.	290
* Für jede Reihe paralleler Seh: nen ein Durchmesser       •	431.	294
* Aus einer Gleichung, wo die Ordinaten senkrecht auf die Abscissenlinie stehen, eine zu machen, wo die Ordinaten schief auf eben der Abscissenlinie stehn       :       =       =	436.	296
* Winkel des Durchmessers, mit Abscissenlinie, und Sehnen	437. 439.	298 300
* Alle Durchmesser schneiden ein: ander in einem Puncte       :	440.	300
* Welcher Punct auch ins Un: endliche gehen kann       :	IX.	304
Mittelpunct       :       :       :	442.	304
* Winkel des zugehörigen Durchmessers mit der Abscis: senlinie       :       :       =	444.	305
Tangente       :       :       =	449.	307
* Es giebt allemahl einen Durch: messer, der Sehnen senkrecht halbirt       =       =       •	463.	312
		Jede



# I n n h a l t.

	Abf.	Seite
Jede Linie der zwenten Ordnung ist Parabel, Hyperbel oder Ellipse                   :           :           :	464.	315
* Aus der Gleichung zu beurthei- len, welche es ist           :           :	465.	315
<b>Exempel andrer krumme Linien und allgemeine Lehren von ihnen.</b>		
Algebraische, und deren Ordn- nungen                   :           :           :	467.	321
Cissois                   :           :           :	469.	322
* Aus zween gegebenen Puncten gerader Linien, an die krumme gezogene Summe oder Unters- chied gleich                   :           :           :	475.	324
Muschellinie                   :           :           :	477.	327
Knoten                   :           :           :	483.	329
Vielfache Puncte                   :           :	489.	332
Schenkel                   :           :           :	491.	335
Wie vielmahl eine krumme Linie von einer geraden kann ges- chnitten werden                   :           :	492.	337
Durch wieviel Puncte eine krum- me Linie von gegebener Ordn- nung bestimmt wird                   :           :	495.	339
Geometrische Derter                   :           :	497.	341
Construction der Gleichungen	500.	342
		Wie



# I n n h a l t.

	Abs.	Seite
Wie Flächen, welche Körper be- gränzen, durch Gleichungen angegeben werden     "     "	§ 14.	353
Schnitte der Flächen     "     "	§ 20.	355
Flächen, deren Gleichungen gleich- artig sind     "     "     "	§ 29.	358
Runde Körper,     "     "	§ 45.	365
* Sphäroiden, Konoiden.		
Schnitte einer Fläche mit einer gegebenen Ebene     "     "	§ 49.	368
Schnitte des gleichseitigen Kegels	§ 50.	369
* Vom ungleichseitigen Regel.		
Apollonius. Gleichung für den ungleichs. Regel     "     "	§ 69.	380
Schnitte krümmner Flächen mit einander; Linien von doppel- ter Krümmung     "     "     "	§ 70.	385
Von transcendentischen krum- men Linien.		
Transcendentische Function	§ 71.	386
* Zu einem x können unzählich viel y gehören, darunter un- mögliche     "     "     "		
§ 72.	387	
Archimedische Spirale     "     "	§ 78.	390
Kadlinie     "     "     "	600.	394
* Epikyloide. Hypokyloiden	611.	399
		Zu



# I n n h a l t.

	Abf.	Seite
Zu jeder Sehne, jedem Sinus	612.	401
unzählich viel Bogen =	613.	403
Zwischen Bogen, und Sinus oder Sehne giebt es keine al- gebraische Gleichung = ' =	616.	404
Von unbestimmter Quadratur des Kreises = =	621.	405
* Quadratrix des Dinostratus	622.	406
Ausdrückung der Functionen durch unendliche Reihen.		
Jeder Coefficient der Reihe ist = 0 = = = =	624.	408
Quadratwurzel von $1 + x$ =	625.	409
Potenz mit einem Exponenten, der ein bejahter Bruch ist	627.	411
Colsons endliche Reihe, wenn der Exponent verneint ist =	IV.	415
Gestalt der Reihe = =	628.	416
Wenn man sie weiß, von zwei veränderlichen Grössen, eine durch die andre auszudrücken	631.	417
Das newtonische Parallelogramm	632.	419
Umkehrung der Reihen = =	690.	476
Eine andre Art, die folgenden Glieder einer unendlichen Rei- he zu finden = = =	694.	478



# I n n h a l t.

	Abs.	Seite
Cardans Regel           =   =   =	699.	487
Allgemeine Formeln der Differenzen und Summen           =   =	724.	504
Figurirte Zahlen       :       =	727.	516
Combinations           =   =   =	735.	520
Anwendung auf Spiele   =   =	742.	526
* Wahrscheinlichkeitsrechnungen, politische Arithmetik u. d. g.	745.	528
Wenn eine Sache mehr als ein- mahl vorkommt. Syllogismen	746.	532
* Gebrauch der Combinationen bey Coefficienten. Schriften darüber               =   =   =	748.	535
Lehrsatz von Triangularzahlen	750.	537
Verhalten der Coefficienten einer Gleichung zu den Summen der Potenzen ihrer Wurzeln	751.	538
* Logarithmen von Summen, Differenzen und grossen Zah- len zu finden               =   =	752.	549
* Gebrauch der trigonometrischen Tafeln, Quadratwurzeln zu finden               =   =   =	753.	557
* Gebrauch der trigonometrischen Tafeln zu Auflösung quadra- tischer Gleichungen       =   =	754.	558
* Summe der Würfel einer ge- gebenen Menge von 1 nach		



# I n n h a l t.

	Auf.	Seite
einander folgenden ganzen Zahlen = = = =	755.	567
* Gang der Rechnung, die Summe der Potenzen, einerley unbestimmten Exponentens, einer unbestimmten Menge von 1 nach einander folgenden ganzen Zahlen zu finden =	756.	569
Eine allgemeine Formel, kann in einem bestimmten Falle etwas Unrichtiges geben	756. XXVII.	576
* Zusammensetzung der Würfel aus ungeraden Zahlen =	757.	576
Eine Gleichung kann Wurzeln haben, die nicht zur Frage gehören = = = =	757. V.	579

---

Aus Versehen sind bey manchem Paragraphen die Zahlen nicht so verändert worden, wie die eingeschobenen Vermehrungen erfordern.

So kömmt die Zahl 189. zweymahl vor, imgleichen 389.



