

Lfd.-Nr. : 539
Bibl.-Obj.-Nr. : 72765

Mathematik

Aufgabensammlung für die O.F. Fachlehrgänge Lfb. II

Zusammengestellt :

D. Greffer
Marinestudientat
Marineschule Kiel

1941

Wiederhoff 4/4 42

Vorwort für Lehrer

Diese Aufgabensammlung umfaßt den für die K-Lehrgänge gekürzten Lehrstoff der Mathematik. Sie wird zu gegebener Zeit um die Kapitel „Das Rechnen mit Logarithmen“, „Gleichungen 1. Gr. mit 2 Unbekannten“, „Quadratische Gleichungen“, „Berechnung von Drehkörpern“ vervollständigt werden.

Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgte unter Berücksichtigung der Stellung der Mathematik innerhalb der technischen Fächer und ihrer Bedeutung für die ihr übergeordnete Aufgabe der Marineschule. Wenn letztere der Front technisch gut ausgebildete Soldaten zur Verfügung stellen soll, so liegt die Bedeutung der Mathematik neben der Festigung technisch wichtiger, mathematischer Begriffe und der logischen Schulung auch in der Förderung des schnellen geistigen Erfassens und Verarbeitens von Problemstellungen.

Den technischen Fächern gibt die Mathematik das notwendige rechnerische Rüstzeug. Darüber hinaus will diese Aufgabensammlung durch Aufgaben technischen Gehaltes aus der Maschinenkunde, Mechanik und Physik diesen Fächern eine Unterstützung liefern, indem sie zur Festigung technischer Begriffe beiträgt. Die Form der Aufgaben als Textaufgaben zwingt den O.F. Anwärter, durch Aufsuchen des mathematischen Gehaltes vom Gegenständlichen zu abstrahieren, durch die Anwendung allgemein gültiger Gesetze die Lösung zu finden und das Ergebnis wieder auf das technische Objekt anzuwenden; dadurch wird aber gerade das dem Techniker eigentümliche Denken geschult.

Bei der Auswahl und Zusammenstellung der Aufgaben zeigte es sich nun, daß das technische Gewand der Aufgaben sehr kompliziert, ihr mathematischer Gehalt aber recht einfach sein kann. Diese Aufgaben, die also für den Lehrgangsteilnehmer technisch neu, vom mathematischen Standpunkt aus aber nur eine Wiederholung des Maatenpensums sind, wurden in einem Kapitel: „Wiederholungsaufgaben aus dem U.O. Lehrstoff“ zusammengestellt. In diesem Kapitel wurden die Aufgaben nach technischen Schwierigkeitsgraden geordnet und in vier Abschnitten zusammengefaßt, wobei jeder Abschnitt einem Viertel der Lehrgangszeit entspricht. In dieses Kapitel wurde auch die im U.O. Lehrstoff vorgesehene zeichnerische Darstellung von Wertetafeln aufgenommen.

Die übrigen Aufgaben, die mathematisch und technisch Neues bringen, wurden nach mathematischen Schwierigkeitsgraden geordnet.

Eine Übersichtstabelle hinter dem Inhaltsverzeichnis zeigt die Aufteilung des Lehrstoffes der in dieser Sammlung berücksichtigten technischen Fächer in vier Lehrgangsvierteln und soll das Aufsuchen geeigneter Aufgaben erleichtern¹⁾.

D. Gresser

¹⁾ Für die UEI-Kurse sei besonders auf die Aufgaben 259 und 260 verwiesen.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
A. Wiederholungsaufgaben aus dem U.O. Lehrstoff	1
I. Numerische Aufgaben	1
II. Textaufgaben aus der Maschinentechnik, Mechanik und Physik	2
III. Wertetafeln und ihre zeichnerische Darstellung	14
B. Trigonometrie	16
I. Die trigonometrischen Funktionen spitzen Winkel	16
1. Das rechtwinklige Dreieck	16
2. Das gleichschenklige Dreieck	21
3. Das schiefwinklige Dreieck	22
II. Die trigonometrischen Funktionen stumpfer Winkel	26
III. Die trigonometrischen Funktionen überstumpfer Winkel	29
C. Algebra	30
I. Bestimmungsgleichungen	30
1. Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten	30
2. Das Umformen von Formeln	32
II. Funktionsgleichungen und ihre zeichnerische Darstellung	34
1. Die Funktion des aufrechten Verhältnisses	34
2. Die quadratische Funktion	35
3. Die Funktion $y = a \cdot \sqrt{x}$	36
4. Die Funktion des umgekehrten Verhältnisses $y = a/x$	37
5. Die Sinus- und Cosinusfunktion	37
D. Flächenlehre	39
I. Geradenbegrenzte Flächen	39
II. Kreisflächen	39
1. Winkel im Bogenmaß	39
2. Kreisabschnitt	40
3. Kreisbogenabschnitt	40
III. Krümmenbegrenzte Flächen	41
E. Körperlehre	42
I. Regelmäßige Körper	42
II. Unregelmäßige Körper	43

Aufgaben aus der Maschinenkunde

	I	II und III	IV
Mathematik	Kolbendampfmaschinen; Motoren	Kolbenpumpen, Kreiselpumpen, i-s Schaubild, Kessel; Regelung	Turbinen
Wiederholungsaufgaben . .	13—26	55—63	96—97
Winkelfunktionen spitz. Winkel Sinus und Cosinusatz . . .			170
Funktionsgleichung $y = a \cdot x^2 + b \dots\dots\dots$		251	
Körperlehre, Zylinder		299	

Aufgaben aus der Mechanik

	I	II	III	IV
Mathematik	Geschwindigkeit; beschl. u. verzögerte Bewegung	Kraft, Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad, Antrieb, Bewegungsenergie, Zusammenfassung von Kräften	Kräftezerlegung, Kurbeltrieb, Schiefe Ebene	Stat. Moment Parall. Kräfte Schwerpunkt Reibung
Wiederholungsaufgaben . .	27—38	64—83		91—93 98—102
Winkelfunktionen spitzer Winkel rechtwinkliges Dreieck	115	116—118; 143—144	119—123, 126, 127, 128—142	124, 125
gleichschenkliges Dreieck . . .		149	150—154	
Sinusatz		157—159		
Cosinusatz	169	167—168	171—172	
Winkelfunktionen stumpfer Winkel Sinusatz		186; 187; 190; 191	175—179	
Cosinusatz		185		
Funktionsgleichungen $y = ax + b \dots\dots\dots$	242			
$y = ax^2 + b \dots\dots\dots$	244			
Kreisflächen Winkel im Bogenmaß				280, 281
Kreisabschnitt				287

Aufgaben aus der Physik

	I	II	III	IV
Mathematik	Druckmessung; Gasgesetze; Wärme und Arbeit	i-s Schaubild, Wärmege- fälle; Ausströmung aus Düsen; Drosselung	Wärmeübertragung im Dampfkessel	Strömungs- lehre
Wiederholungsaufgaben ..	39—54	84—90 105—106	94, 95	103—106
Funktionsgleichungen $y = a \cdot x^2 + b$		254		
$y = a/x$	256			253
Flächenlehre Si.-Formel	296			
Körperlehre Si.-Formel		311		

A. Wiederholungsaufgaben aus dem U.O.-Lehrstoff

I. Numerische Aufgaben

1.
$$\frac{26,7 \cdot 4,04^2 \cdot 76,5 \cdot 10,55}{0,072^2 \cdot 18,95 \cdot 56,7}$$

2. Die Wärmeleitzahl von Wasserdampf ergibt sich aus der Formel:

$$\lambda = \frac{0,00578 \cdot 0,334 \cdot (273 + t) \cdot \sqrt{273 + t}}{600 + t}$$

Die Wärmeleitzahl soll hieraus berechnet werden für die Temperaturen $t = 120^\circ$; 180° ; 240° ; 300° .

3.
$$\sqrt{\frac{7,2^3 - 12,5^2}{\sqrt{841}}}, \quad \sqrt{\frac{8,1^3 \cdot 0,235}{40,5}}$$

4. $x = 94,3 \sqrt{\frac{36 b^2 c^3 r}{f \cdot a (p-q)}}$, $b = 958$; $c = 0,639$; $r = 453$; $f = 21,5$; $p = 212$;
 $q = 20$; $a = 2,30$.

5.
$$\frac{4,46^2 \cdot 30,4 \cdot \sqrt[3]{12,3}}{0,81 \cdot \sqrt{6,4} \cdot 3,41^3}$$

6. $x = \frac{\sqrt[3]{a(b-c) + c}}{2(b-c)}$,

$a = 1,764$; $b = 0,867$; $c = 0,296$.

Welcher Fehler ergibt sich, wenn a mit einem um 5% zu kleinen Wert eingesetzt wird?

7. $D = \sqrt[3]{\frac{B \cdot L \cdot N}{23,56 \cdot k \cdot n \cdot \eta}}$, $B = 0,19$; $N = 333$; $L = 22$;
 $k = 1,6$; $n = 112$; $\eta = 0,8$.

8. $y = 2,16 \cdot \sqrt[3]{67,5 - 5,3x^2}$, $x = 0$; $1,34$; $2,45$.

9. $y = 3,45 \cdot \sqrt[3]{56,7 - (x - 7,4)^2}$, $x = 0$; $0,82$; $2,65$; $4,01$; $7,4$.

10. Berechne $6,5 \cdot a^2 \sqrt[3]{\frac{\sqrt{24a}}{3,7} + \frac{3,4^3 \cdot 15,6}{16,5a \cdot 18,2}}$ für $a = 4,82$

11. Berechne $L = \sqrt[3]{\frac{44,6 \cdot 1,57^2 \cdot a^2}{0,505 \cdot \sqrt{31,6}} + \frac{18,6^2}{0,707a}}$

1. für $a = 2,25$.

2. Welcher Fehler ergibt sich, wenn a mit einem um 10% zu großen Wert eingesetzt wird?

12. Folgende Ausdrücke sind auszuwerten:

$$a) a^2 \cdot \sqrt{\frac{2p}{q} \cdot 24,6^2 - \sqrt[3]{15a + p^2 q^2}} \quad \begin{matrix} a = 5,37; p = 19,6; \\ q = 0,323. \end{matrix}$$

$$b) 2,84^2 \cdot a \cdot \sqrt[3]{\frac{66,3}{\sqrt{20,4a}} + \frac{1,42^3 \cdot \sqrt{32,7a}}{5,27 \cdot 0,386^2}} \quad a = 4,76.$$

$$c) 5,23^2 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt[3]{b}}{0,0883} + \frac{166,3 \cdot c^3}{15,7^2 \cdot \sqrt{d}}} \quad \begin{matrix} b = 24,3; c = 12,4; \\ d = 36,8. \end{matrix}$$

$$d) 4,4a^3 \cdot \sqrt{\frac{ab^2}{c^2} + \sqrt[3]{22,3c + (bc + a)^2}} \quad \begin{matrix} a = 3,45; b = 45,7; \\ c = 0,038. \end{matrix}$$

II. Textaufgaben aus der Maschinentechnik, Mechanik und Physik

1.

Maschinentechnik

13. Der Kessel eines kleinen Kreuzers enthält 18,2 t Wasser, welches zur Druckprobe von 6° auf 18° erwärmt werden soll. Welche Wärmemenge ist dem Wasser zuzuführen?
14. Durch den Hauptkondensator eines kleinen Kreuzers fließen bei Höchstleistung der Maschine in der Stunde 4100 t Kühlwasser. Die Eintrittstemperatur beträgt 15°, die Austrittstemperatur 27°. Welche Wärmemenge wird damit in der Stunde abgeführt?
15. In einem Bunker befinden sich 42 t Heizöl mit einer Temperatur von 2°. Durch die Bunkerheizung werden 350 000 kcal zugeführt. Wie groß ist die Heizöltemperatur, wenn die Artwärme des Heizöles 0,48 beträgt?
16. Bei vollkommener Verbrennung von 1 kg Steinkohle werden 7900 kcal frei.
 - a) Welcher mechanischen Arbeit ist diese Wärmemenge gleichwertig?
 - b) Wieviel PS könnten damit bei verlustloser Umwandlung eine Stunde lang geleistet werden?
17. Bei der restlosen und vollkommenen Verbrennung von 1 kg Heizöl werden 9600 kcal frei.
 - a) Welcher mechanischen Arbeit ist diese Wärmemenge gleichwertig?
 - b) Wieviel PS könnten damit bei verlustloser Umwandlung eine Stunde lang geleistet werden?
 - c) Um wieviel % ist die aus dem Heizöl gewonnene Energie größer als diejenige der Steinkohle?
18. Ein kleiner Kreuzer fährt während eines Artillerieschießens drei Stunden mit einer Maschinenhöchstleistung von 68 000 WPS.
 - a) Wieviel t Heizöl mit einem unteren Heizwert $H_u = 9500$ kcal/kg sind dafür erforderlich, wenn in der ganzen Anlage keine Verluste auftreten?
 - b) Wie groß ist der wirkliche Brennstoffverbrauch bei dieser Leistung, wenn von der im Brennstoff enthaltenen Energie 7% für den Vortrieb des Schiffes nutzbar gemacht werden?
19. In einem Kessel werden während einer vierstündigen Wache 28 t Heizöl verfeuert, bei einem CO₂-Gehalt der Rauchgase von durchschnittlich 9%, einer Rauchgastemperatur von 350° und einer Lufttemperatur im Kesselraum von 40°. Auf der nächsten vierstündigen Wache beträgt der CO₂-Gehalt bei derselben Fahrtstufe im Durchschnitt 12,5% bei gleicher Rauchgas- und Lufttemperatur. Wieviel Heizöl spart die 2. Wache? ($a = 0,55$)

$$Q_{sch} = a \cdot \frac{t_R - t_L}{CO_2\text{-Gehalt}} [\%]$$

20. Die Hauptmaschinen eines kleinen Kreuzers haben eine Leistung von 67 000 PS_e. Ihr Dampfverbrauch beträgt 5,5 kg/PS_eh. Das Speisewasser wird mit Abdampf von 33° auf 100° vorgewärmt.
- Um welche Wärmemenge werden dadurch die Kessel entlastet?
 - Wieviel kg Brennstoff bedeutet das, wenn der untere Heizwert desselben 8900 kcal/kg beträgt?
21. Das im Regelbehälter einer Maschinenanlage auf 45° vorgewärmte Kondensat wird durch die durch die Bilge führende Kondensatleitung den Speisepumpen in den Kesselräumen zugeführt. Durch das Bilgenwasser tritt eine Abkühlung des Kondensats um 8° ein.
- Wieviel kcal/h gehen dadurch verloren, wenn der Dampfverbrauch je PSh 4,5 kg und die Maschinenleistung 22 000 PS beträgt?
 - Wieviel kg Brennstoff entspricht diese Wärmemenge bei einem unteren Heizwert des Brennstoffes von 9600 kcal/kg?
22. Ein Schnellboot der Kriegsmarine mit drei 11zylindrigen doppelwirkenden MAN Zweitaktmotoren und einer effektiven Gesamtleistung von 6000 PS soll von Kiel nach einem 320 sm entfernten Ort fahren. Der Brennstoffverbrauch bei der angegebenen Leistung, bei der 38 sm/h erreicht werden, beträgt 0,2 kg/PS_eh. Es befinden sich 10 t Gasöl an Bord.
- Wieviel Brennstoff wird für die Reise benötigt?
 - Wieviel sm könnten mit dem vorhandenen Brennstoff bei Marschfahrt mit zwei Motoren, die bei $\frac{2}{3}$ Last 24 sm/h Fahrt liefern und einen Brennstoffverbrauch von 0,18 kg/PS_eh haben, zurückgelegt werden?
 - Wie hoch wäre der Brennstoffverbrauch pro PS_eh, wenn mit drei Motoren und dem vorhandenen Brennstoff bei einer Geschwindigkeit von 38 kn eine Strecke von 400 sm zurückgelegt werden sollte?
 - Wieviel sm/h Fahrt müßte ein Motor schaffen, um bei einem Brennstoffverbrauch von 0,18 kg/PS_eh, einem Brennstoffbestand von 10 t, eine Strecke von 400 sm zurückzulegen?
 - Die indizierte Leistung eines Motors beträgt 2500 PS. Wie groß ist der mechanische Wirkungsgrad η_m ?
 - Wie groß ist der Brennstoffverbrauch je h der Gesamtanlage bei einem Wärmeverbrauch $Q_e = 1850$ kcal/PS_eh? Der untere Heizwert des Gasöles $H_u = 10\,200$ kcal/kg.
 - Wie hoch ist der Ölverbrauch je PS_eh, wenn er 1,5% des Brennstoffverbrauches beträgt?
 - An Bord befinden sich 6 verschiedene Bunker, und zwar 2 mit je 3 t, 2 mit je 2 t, und 3 mit je 1 t Fassungsvermögen. Wieviel Liter Gasöl mit einem spezifischen Gewicht $\gamma = 0,86$ können bei 85% Füllung untergebracht werden, und wie groß muß die Förderleistung in m³/h der Tankanlage sein, wenn die Bunker ohne Berücksichtigung des Schlauchwechsels in 50 Minuten gefüllt sein sollen?
23. Ein 8zylindriger, doppelwirkender Zweitakt-Dieselmotor mit einem Kolbendurchmesser von 420 mm und einem Hub von 580 mm hat bei 450 U/m eine Leistung von 7100 PS_e. Der Brennstoffverbrauch je PS_eh beträgt ausschließlich zugehöriger Hilfsmaschinen 200 g.
- Wie groß ist die je Arbeitshub und Zylinder eingespritzte Brennstoffmenge in g?
 - Wie groß ist die Literleistung N_l der Maschine in PS/l (Kolbenstangendurchmesser 125 mm)?

$$\left(N_l = \frac{N_e}{V_{Hges}} \right)$$

- Wie groß ist die Luftüberschußzahl λ , wenn die theoretisch erforderliche Luftmenge $L_o = 10$ m³/kg Brennstoff beträgt und die für die Verbrennung zur Verfügung stehende Luftmenge bei Ausfall der Drehschieber nur 73% des Hubvolumens beträgt?
- Wie groß ist die Zeit für den Spülvorgang, wenn die Spülschlitze 80 Kurbelwinkelgrade geöffnet sind?
- Wieviel Kurbelwinkelgrade vor der oberen Totstellung (OT) muß der Brennstoffnocken auflaufen, wenn die Zündung 5° vor OT einsetzen soll und für Einspritz- und Zündverzug je $\frac{1}{500}$ s gerechnet werden?

24. Auf einem U Boot befindet sich ein 6zylindriger Viertakt-Dieselmotor mit einem Kolbendurchmesser von 400 mm und einem Hub von 460 mm. Bei 470 U/m beträgt die Leistung 1050 PS_e. Der Brennstoffverbrauch je PS_eh beträgt 168 g.
- Wie groß ist die je Arbeitshub und Zylinder eingespritzte Brennstoffmenge in g?
 - Wie groß ist die Literleistung der Maschine?
25. Ein 6zylindriger Viertakt-Dieselmotor von 2700 PS_i und 2000 PS_e hat einen Tagesverbrauch von 8,736 t Kraftstoff, dessen Heizwert H_u 9800 kcal/kg beträgt. Wie groß sind
- der mechanische Wirkungsgrad?
 - der indizierte Wirkungsgrad?
 - der wirtschaftliche Wirkungsgrad?
 - der Brennstoffverbrauch je PS_ih?
26. Ein doppeltwirkender Zweitakt-Dieselmotor hat folgende Daten:
- | | | | |
|----------------------------------|---------------------------------|--------------------------|----------------------|
| Effektive Leistung | $N_e = 7100 \text{ PS}$ | Zylinderzahl | $z = 9$ |
| Drehzahl | $n = 450$ | Kolbendurchmesser | $D = 420 \text{ mm}$ |
| Spezifischer Brennstoffverbrauch | $b_e = 165 \text{ g/PSeh}$ | Kolbenstangendurchmesser | $d = 125 \text{ mm}$ |
| Heizwert | $H_u = 10\,000 \text{ kcal/kg}$ | Hub | $s = 580 \text{ mm}$ |
| Mechanischer Wirkungsgrad | $\eta_m = 0,97$ | | |

Wie groß sind

- die mittlere Kolbengeschwindigkeit v_m ?
- die Literleistung N_l in PS/l? $\left(= \frac{N_e}{V_{Hges}} \right)$
- der Kraftstoffverbrauch B je h?
- der wirtschaftliche Wirkungsgrad η_w ?
- die indizierte Leistung?
- die Zylinderkonstante c ? $\left(c = \frac{C}{z}; C = \frac{F \cdot s \cdot a \cdot z}{60 \cdot 75} \right)$ ($a = \text{Zahl der Arbeitshube je Umdrehung}$).
- der mittlere indizierte Druck? ($N_i = C \cdot p_{im} \cdot n$)

Mechanik

27. Bei einem Riementrieb beträgt der Scheibendurchmesser $d_1 = 725 \text{ mm}$ und die Drehzahl $n_1 = 250$; die Drehzahl n_2 des kleinen Rades ist $n_2 = 1230$. Wie groß ist der Scheibendurchmesser d_2 ?
28. An einer Seiltrommel von 280 mm Durchmesser hängt eine Last Q , die mit 7 m/s gehoben werden soll. Wieviel U/m muß die Trommel machen?
29. Eine Welle von 2,10 m Länge soll in einem Arbeitsgang auf 350 mm Durchmesser abgedreht werden. Die Schnittgeschwindigkeit soll hierbei 24 m/min betragen.
- Auf welche Drehzahl muß die Drehbank eingestellt werden?
 - Wie lange dauert die Zeit des Abdrehens, wenn der Längsvorschub 1,3 mm je Umdrehung beträgt?
30. a) Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit eines Turbinenläufers, der 2500 U/m macht?
 b) Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit der größten Niederdruckstufe, deren Naddurchmesser 1800 mm beträgt?
31. Eine Schiffsmaschine hat einen Kolbenhub von 1350 mm; sie macht 75 U/m.
- Wie groß ist die mittlere Kolbengeschwindigkeit?
 - Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit des Kurbelzapfens?
 - Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit?
32. Ein Schwungrad hat eine Winkelgeschwindigkeit von 2 1/s. Welcher Winkel wird in einer Sekunde überstrichen?

33. Auf eine Welle soll durch eine Riemenscheibe von 1800 mm Durchmesser bei 160 U/m eine Leistung von 85 PS übertragen werden. Welche Kraft muß am Umfang der Riemenscheibe wirken (Riemenzug)?
34. Welche höchste minutliche Drehzahl ist bei einer Kolbenpumpe mit Kurbeltrieb von 750 mm Hub zulässig, wenn die mittlere Kolbengeschwindigkeit höchstens 1,4 m/s sein soll?
35. In welchem Verhältnis steht bei einer Kolbenkraftmaschine die mittlere Kolbengeschwindigkeit zur Umfangsgeschwindigkeit des Kurbelzapfens?
36. Ein Geschosß verläßt den lotrecht nach oben gerichteten Lauf eines Gewehres mit einer Geschwindigkeit von 800 m/s. Wie hoch und wie lange steigt es?
37. Das Schwungrad eines Gasmotors hat einen Durchmesser von 2600 mm und macht 180 U/m. Nach Abstellen des Gases läuft es gleichförmig verzögert während 84 Umdrehungen bis zum Stillstande aus. Zu berechnen ist:
 - a) die Umfangsgeschwindigkeit des Rades bei voller Drehzahl;
 - b) der Auslaufweg eines Punktes am Radumfang;
 - c) die Zeitdauer der Auslaufbewegung;
 - d) die Verzögerung am Radumfang.
38. Eine Dampfturbine, welche im Betriebe 3000 U/m macht, braucht nach Absperren des Dampfes 27 Minuten Zeit, um gleichförmig verzögert bis zum Stillstande auszulaufen. Gesucht wird:
 - a) die Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades im Betriebe bei 1600 mm Raddurchmesser;
 - b) der von einem Punkte des Radumfangs während des Auslaufens zurückgelegte Weg;
 - c) die Gesamtzahl der Umdrehungen, welche das Rad bei der Auslaufbewegung noch ausführt;
 - d) die Verzögerung am Radumfang.

Physik

39. Das Manometer eines Dampfkessels zeigt 9,4 atü. Wie groß ist der absolute Druck bei 765 Torr?
40. In einem Gefäß herrscht ein Überdruck von 250 mm Wassersäule bei einem Barometerstand von 740 Torr. Wie groß ist der absolute Druck im Gefäß?
41. In einem Gefäß herrscht ein Unterdruck, der bei einem Barometerstand von 740 Torr durch eine Hg-Säule von 600 mm Höhe gemessen wurde. Wie groß ist der absolute Druck im Gefäß?
42. Das Vakuummeter eines Dampfturbinen-Kondensators zeigt 0,75 at Unterdruck an bei 730 Torr Luftdruck. Wie groß ist der absolute Druck im Kondensator und das Vakuum in ‰?
43. Das Vakuum in einem Kondensator soll 93‰ betragen; wieviel at muß das Vakuummeter dazu anzeigen bei 745 Torr Barometerstand?
44. (Gasgesetze)
Ein Gas werde bei gleichbleibendem Volumen von 20° C, 5,3 ata auf 300° C erwärmt. Wie groß wird der Druck?
45. (Gasgesetze)
Auf welche Temperatur muß Luft von 1 ata, 18° C in einem geschlossenen Behälter erwärmt werden, damit der Druck auf 8,5 ata steigt?
46. (Gasgesetze)
In einem Zylinder befinden sich 0,37 m³ Luft von 5,3 ata. Wie groß muß das Volumen werden, damit bei Erhöhung des Druckes auf 11 ata keine Temperaturerhöhung eintritt?
47. (Allgem. Gasgl.; Gasgesetze)
In einem geschlossenen Gefäß von 0,323 m³ Inhalt befinden sich 2,75 kg Luft von 25° C.
 - a) Wie groß ist der Druck?
 - b) Wie groß werden Druck und spezifisches Volumen, wenn die Luft auf -8° C abgekühlt wird?
48. (Allgemeine Gasgleichung)
Bei welcher Temperatur hat Luft von 5,5 ata ein spezifisches Gewicht von 4,5 kg/m³?
(R = 29,3)

49. (Allgemeine Gasgleichung)
In einer Stahlflasche von 15 l Inhalt befindet sich Kohlendioxid von 18°C und 110 ata; wie groß ist das Gewicht der Kohlendioxid ($R = 19,28$)?
50. (Allgemeine Gasgleichung)
Wie groß muß der Inhalt einer Sauerstoff-Stahlflasche sein, wenn bei 20°C und 130 ata 3,7 kg darin enthalten sein sollen ($R = 26,52$)?
51. (Wärmemenge)
In den Überhitzer einer Dampfkesselanlage treten stündlich 10 500 kg Rauchgase von 675°C ein und mit 510°C aus. Welche Wärmemenge wird im Überhitzer abgegeben ($c_p = 0,48$)?
52. (Allgemeine Gasgleichung, Wärmemenge, Gasgesetze)
Der in einem geschlossenen Gefäß von $0,6\text{ m}^3$ Inhalt befindlichen Luft von 5,8 ata 21°C werden 25 kcal entzogen. Welcher Druck und welche Temperatur stellen sich ein ($c_v = 0,173$, $R = 29,3$)?
53. (Umwandlung von Wärme in Arbeit)
Bei der Bremsung einer Dampfmaschine von 103 PS_e wird die Bremscheibe mit Wasser von 14°C gefüllt, das sich im Mittel auf 52°C erwärmt; bei einem dreistündigen Versuch wurden 3960 kg Wasser gebraucht. Wieviel % der freiwerdenden Wärme hat das Kühlwasser aufgenommen?
54. (Umwandlung von Wärme in Arbeit)
Durch Bremsung eines Gasmotors wurde während 1 h 25 m die Leistung zu 27 PS_e festgestellt und gleichzeitig der Gasverbrauch in Höhe von $21,25\text{ m}^3$ gemessen; der Heizwert betrug 4500 kcal/m^3 . Wieviel % der Brennstoffwärme sind im Motor ausgenutzt worden?

2.

Maschinentechnik

55. (i-s Schaubild)
Ein Kessel soll je Stunde 60 t Heißdampf aus Wasser von 102° erzeugen. Wieviel kg Brennstoff mit einem unteren Heizwert von 9600 kcal/kg sind dazu erforderlich, wenn nur 70% der im Brennstoff enthaltenen Wärme an den Kesselinhalt abgegeben werden
- bei einem Druck von 26 ata, $t_u = 450^{\circ}$;
 - bei einem Druck von 100 ata, $t_u = 450^{\circ}$.
 - Wieviel kann die Temperatur bei adiabatischer Entspannung fallen, bevor der Dampf feucht wird?
56. (i-s Schaubild)
Eine Maschinenanlage hat eine Leistung von 54 000 PS. Ihr Dampfverbrauch beträgt $5,7\text{ kg/PS h}$. Wieviel kg Brennstoff sind je Stunde erforderlich, wenn der untere Heizwert 9600 kcal/kg ist und 65% von ihm an das Kesselwasser abgegeben werden
- bei einem Druck von 19 ata, Dampfgehalt 0,97;
 - bei einem Druck von 19 ata, Feuchtigkeitsgehalt 4%.
57. (i-s Schaubild)
Wieviel Kühlwasser ist für einen Kondensator theoretisch erforderlich für 1 kg Abdampf, wenn der Kondensatordruck 0,05 ata, der Dampfgehalt 0,90, die Kondensatortemperatur 32° , die Kühlwassertemperatur am Eintritt 20° und am Austritt 34° beträgt?
58. (i-s Schaubild)
In dem Kessel eines Torpedobootes von 927 m^2 Heizfläche werden in 3 Stunden 187 t Naßdampf von 20 ata und einem Dampfgehalt von 0,96 bei einem Brennstoffverbrauch von 19,4 t in 3 Stunden und einem unteren Heizwert von 9600 kcal/kg erzeugt. Die Speisewassertemperatur beträgt 110° .
- Wie groß ist der Kesselwirkungsgrad?
 - Wie groß ist die innere Heizflächenbelastung?
 - Wie groß ist die äußere Heizflächenbelastung?
 - Wie groß ist die Verdampfungsziffer?

59. (i-s Schaubild)

Ein Marine-Benson-Kessel auf einem Kriegsschiff habe eine Höchstleistung von 32 t/h Dampf und verbrauche dabei 2615 kg/h Heizöl. Die Heizfläche ohne Überhitzer beträgt 372 m². Der Dampf hat einen Druck von 70 atü, eine Temperatur von 422°. Die Speisewassertemperatur beträgt 130°. Wie groß ist

- die innere Heizflächenbelastung?
- die äußere Heizflächenbelastung?
- die Verdampfungsziffer?
- der Kesselwirkungsgrad bei einem unteren Heizwert des Heizöles von 10 000 kcal/kg?

60. (i-s Schaubild)

Die Maschinenanlage eines Kreuzers entwickelt bei Höchstleistung 60 000 WPS und hat dabei je Stunde einen Verbrauch von 354 t Sattdampf, zu deren Erzeugung die Kessel 44,5 t Heizöl verbrauchen. Die Gesamtheizfläche aller Kessel beträgt 6540 m². Wie groß sind

- die äußere Heizflächenbelastung?
- die Verdampfungsziffer?
- der Brennstoffverbrauch je WPS_h?
- der Dampfverbrauch je WPS_h?
- der Kesselwirkungsgrad, wenn der Kesseldruck 18 atü, die Speisewassertemperatur 60° und der untere Heizwert des Heizöles 10 000 kcal/kg beträgt?

61. (Wärmemenge)

In einem Kondensator werden durch das Kühlwasser je Stunde 6100 kg Dampf mit einem Wärmeinhalt von 580 kcal/kg niedergeschlagen. Das Kondensat fließt mit einer Temperatur von 27° C der Kondensatpumpe zu. Durch die Wärmeaufnahme erfährt das Kühlwasser eine Temperaturerhöhung von 20° auf 32°. Welche Kühlwassermenge fließt stündlich durch den Kondensator?

62. (i-s Schaubild)

Ein Marine-Benson-Kessel hat folgende Daten:

Dampfleistung	D = 20 t/h	Dampfdruck	p = 65 ata
Heizfläche	F _H = 330 m ²	Heißdampf Temperatur	t _a = 420°
Feuerraumgröße	V _F = 12,5 m ³	Heizwert des Brennstoffes	H _u = 9600 kcal/kg
		Speisewassereintritts- temperatur	t _w = 110°

Wie groß sind:

- der stündliche Brennstoffverbrauch bei einem Kesselwirkungsgrad von 80%?
- die Verdampfungsziffer?
- die äußere Heizflächenbelastung?
- die Feuerraumbelastung?
- Wie groß ist die höchstmögliche Dampfleistung des Kessels, wenn bei gleichbleibendem Kesselwirkungsgrad die äußere Heizflächenbelastung den Wert 8,25 kg/m²h nicht überschreiten soll?

63. (i-s Schaubild)

Ein Kessel eines Zerstörers von 610 m² Heizfläche hat 60 t/h Dampfleistung bei einem Kesselaustrittsdruck von 85 atü und einer Dampf Temperatur von 450°. Die Speisewassertemperatur beträgt 120° C; der Heizölverbrauch ist 5,1 t/h. Der Heizwert des Brennstoffes beträgt H_u = 10 000 kcal/kg.

- Wie groß ist der Kesselwirkungsgrad?
- Wie groß sind die innere und äußere Heizflächenbelastung?
- Wie groß ist die Verdampfungsziffer?
- Wie groß ist die theoretische Temperatur im Schornsteinhals, wenn außer dem Schornsteinverlust nach Siegert keine weiteren nennenswerten Verluste auftreten und der CO₂-Gehalt auf 12% gehalten wird bei einer Außentemperatur von 20° C (a = 0,56)?

- e) Der Dampf wird in einer Turbinenanlage verarbeitet. Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad dieser Anlage bei einem Enddruck von 0,05 ata?
- f) Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad, wenn der Dampf vor der Turbine auf 25 ata gedrosselt wird?
- g) Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad, wenn der Sogendruck durch unsachgemäße Bedienung auf 0,2 ata ansteigt
 - 1. ohne Drosselung,
 - 2. mit Drosselung?

Mechanik

64. (Arbeit und Leistung)

Das Schwungrad einer Dampfmaschine hat 3830 mm Durchmesser und macht 95 U/m. Der Riemen überträgt eine Umfangskraft von 53 kg. Wie groß ist die Leistung der Maschine in PS?

65. (Arbeit und Leistung)

Eine Pumpe drückt in 1 Minute 1740 l Wasser auf 32 m Höhe. Wie groß ist die Leistung in PS?

66. (Arbeit und Leistung)

Ein Elektromotor hat eine Leistung von 11 PS und läuft mit 1050 U/m. Der Riemen überträgt eine Umfangskraft von 53 kg. Wie groß muß der Durchmesser der Riemenscheibe sein?

67. (Leistung)

Der Druckmesser in der Druckleitung der Zubringerpumpe einer Speisepumpe zeigt 5,5 atü an. Die Pumpe schafft 120 t/h Wasser. Wie groß ist die Leistung der Zubringerpumpe?

68. (Leistung)

Der Kolben des Niederdruckzylinders einer einfachwirkenden Schiffsmaschine hat einen Durchmesser von 2850 mm und 1800 mm Kolbenhub und gibt bei 80 U/m eine Leistung von 2500 PS ab. Gesucht wird

- a) die Kolbenkraft;
- b) der mittlere Dampfdruck am Kolben.

69. (Leistung)

Eine einfachwirkende Dampfmaschine hat 190 mm Zylinderdurchmesser, 250 mm Kolbenhub und macht 150 U/m. Der mittlere Dampfdruck im Zylinder beträgt 3,4 at.

- a) Wie groß ist die wirksame Kolbenkraft?
- b) Wie groß ist die mittlere Kolbengeschwindigkeit?
- c) Wie groß ist die Zylinderleistung N_i in PS?

70. (Wirkungsgrad)

Eine Kreiselpumpe soll 540 m³/h Wasser auf eine Höhe von 23 m fördern. Der Antrieb erfolgt durch Elektromotor. An den Instrumenten werden abgelesen: 220 Volt, 219 Ampere. Der Wirkungsgrad des E-Motors beträgt 0,85. Wie groß ist der Wirkungsgrad der Pumpe?

71. (Wirkungsgrad)

Eine Kranwinde hebt 5,2 t in 1 Minute 4,3 m hoch. Der Antriebmotor gibt 6,5 PS an die Winde ab. Wie groß ist der Wirkungsgrad der Winde?

72. (Leistung, Wirkungsgrad)

Eine Kranwinde soll 25,2 t Last mit einer Geschwindigkeit von 3 m/min heben.

- a) Welche Nutzleistung ist an der Last erforderlich?
- b) Wie stark muß der Antriebsmotor sein, wenn der Wirkungsgrad der Winde 0,7 ist?

73. (Kraft, Leistung, Wirkungsgrad)

Eine Pumpe mit Riemenantrieb soll stündlich 81,5 m³ Wasser auf 24 m heben. Ihr Wirkungsgrad beträgt 78%. Gesucht wird

- a) die Nutzleistung der Pumpe;
- b) die erforderliche Antriebsleistung;

- c) die treibende Umfangskraft des Riemens an der Riemenscheibe der Pumpenwelle bei 1200 mm Scheibendurchmesser und 65 U/m.
74. (Kraft, Leistung, Wirkungsgrad)
Eine Dampfmaschine hat 350 mm Zylinderdurchmesser und 610 mm Kolbenhub. Der mittlere im Zylinder wirksame Druck beträgt 3,2 at. Das Schwungrad gibt mittels Riemen eine Nutzleistung von 62 PS ab bei 93 U/m.
a) Wie groß ist die Kolbenkraft (ohne Kolbenstangenquerschnitt)?
b) Wie groß ist die Zylinderleistung?
c) Wie groß ist der mechanische Wirkungsgrad der Maschine?
75. (Kraft, Leistung, Wirkungsgrad)
Eine doppeltwirkende Kolbenpumpe hat 380 mm Kolbendurchmesser, 620 mm Kolbenhub und macht 55 Doppelhübe je Minute. Die Förderhöhe beträgt 96 m.
a) Wie groß ist die sekundliche Wassermenge?
b) Wie groß ist die Nutzleistung der Pumpe?
c) Wie groß ist die Antriebsleistung für die Pumpe bei einem Wirkungsgrade der Pumpe von 85%?
76. (Kraft, Leistung, Wirkungsgrad)
Eine Dampfmaschine soll bei 460 mm Kolbenhub und 120 U/m 32 PS Nutzleistung am Schwungrad abgeben. Der Dampf wirkt abwechselnd vor und hinter dem Kolben mit 2,9 at mittlerem Druck. Gesucht wird
a) die erforderliche Zylinderleistung unter der Annahme, daß der Wirkungsgrad der Maschine 80% beträgt;
b) die Kolbenkraft;
c) der erforderliche Kolbendurchmesser bei einem Kolbenstangendurchmesser von 50 mm.
77. (Kraft und Masse)
Wie groß ist die Masse eines Körpers, der durch eine Kraft von 63 kg eine Beschleunigung von 6 m/s^2 erhält?
78. (Kraft und Masse, Antrieb)
Ein 13 000 t schweres, stillliegendes Schiff soll durch einen Schlepper von 4510 kg Zugkraft fortgeschleppt werden.
a) Wie groß ist die Masse des Schiffes?
b) Welche Beschleunigung erfährt das Schiff bei Vernachlässigung des Wasserwiderstandes?
c) Nach welcher Zeit erreicht es eine Geschwindigkeit von 1 m/s?
d) Welchen Weg legt es während dieser Zeit zurück?
79. (Drehmoment)
Bei der Probefahrt eines Turbinenschiffes ergab sich bei einer Drehzahl der Welle von 320 U/m ein Drehmoment $M = 4360 \text{ kgm}$. Wie groß ist die Leistung der Turbine? $\left(N = \frac{M \cdot \omega}{75}\right)$
80. (Bewegungsenergie)
Bei einem Schiffsgeschütz von 38 cm Kaliber verläßt das 600 kg schwere Geschos das Rohr mit einer Geschwindigkeit von 790 m/s ($g = 10 \text{ m/s}^2$).
a) Wie groß ist die Bewegungsenergie (Arbeitsvermögen) des Geschosses beim Verlassen des Rohres?
b) Wie lange müßte eine Maschine mit der Leistung 1 PS arbeiten, um denselben Arbeitswert zu erzeugen?
81. (Bewegungsenergie)
Der Kranzring des Schwungrades eines Dieselmotors hat 1700 mm mittleren Durchmesser.
a) Wie groß ist die mittlere Ringgeschwindigkeit bei 330 U/m?
b) Wie groß ist die Bewegungsenergie des Ringes bei dieser Drehzahl, wenn das Gewicht des Kranzes 1230 kg beträgt ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)?

- c) Wieviel Arbeit gibt der Ring ab, wenn seine Drehzahl von 330 auf 300 U/m sinkt?
d) Wie lange kann der Ring während dieses Abfalls der Drehzahl eine Leistung von 1,75 PS abgeben?
e) Wieviel kgm muß das Schwungrad bei Überlastung der Maschine abgeben, um 40 Sekunden lang eine Mehrleistung von 5 PS zu decken?
f) Auf wieviel U/m sinkt dabei die ursprüngliche Drehzahl von 330?
82. (Bewegungsenergie)
Ein Schwungrad von 3200 mm mittlerem Kranzdurchmesser soll 1,5 Minuten lang eine Leistung von 7 PS abgeben bei einem Abfall der Drehzahl von 150 auf 135.
a) Wieviel Arbeit muß das Rad liefern?
b) Wie schwer muß der Schwungradring sein?
83. (Bewegungsenergie)
Wenn Dampf von 12 ata Anfangsspannung in einer Dampfdüse entspannt wird, so ergibt sich bei 0,3 ata Endspannung eine Dampfgeschwindigkeit von 1080 m/s, bei Entspannung bis auf 0,1 ata eine solche von 1197 m/s. Um wieviel kgm ist das Arbeitsvermögen von 1 kg des Dampfes bei Entspannung bis auf 0,1 ata größer als bei 0,3 ata Enddruck?

Physik

84. (i-s Schaubild)
Wie groß ist das aus dem i-s Schaubild zu ermittelnde Wärmegefälle bei adiabatischer Ausdehnung des Dampfes von 14 ata, 300° C auf 0,06 ata und welches ist der Endzustand? Auf wieviel kcal verringert sich das Gefälle, wenn der Dampf auf 4 ata gedrosselt wird?
85. (i-s Schaubild)
Aus dem i-s Schaubild ist für adiabatische Ausdehnung zu ermitteln: das Wärmegefälle, der thermische Wirkungsgrad und der Wärmeverbrauch für 1 PSh, wenn der Anfangszustand 10 ata, trocken gesättigt ist und der Enddruck 2; 0,5; 0,1 ata beträgt und die Speisewassertemperatur 25° C ist.
86. (i-s Schaubild)
Mit Verwendung des i-s Schaubildes sind für überhitzten Dampf von 10 ata und 200°; 300°; 350° für adiabatische Ausdehnung auf 0,1 ata zu ermitteln: das Wärmegefälle, der thermische Wirkungsgrad, der Dampf- und der Wärmeverbrauch für 1 PSh, wenn die Speisewassertemperatur 25° C ist.
87. (i-s Schaubild)
Aus dem i-s Schaubild ist festzustellen, auf welchen Druck Dampf von 12 ata, 300° C gedrosselt werden muß, damit das Wärmegefälle bei 0,06 ata Enddruck und adiabatischer Ausdehnung auf die Hälfte verringert wird.
88. (Ausströmung aus Düsen; i-s Schaubild)
Wie groß ist die theoretische Ausflußgeschwindigkeit von Dampf mit 14 ata, 300° C in einer entsprechend ausgeführten Düse, wenn der Austrittsdruck 0,06 ata ist.
89. (Ausströmung aus Düsen, Bewegungsenergie, i-s Schaubild)
In einer Düse dehnt sich Dampf von 14 ata, 350° C adiabatisch auf 0,1 ata aus; der Geschwindigkeitsbeiwert ist $\varphi = 0,96$. Wie groß sind die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit und der Energieverlust in der Düse (Düsenverlust)?
90. (Ausströmung aus Düsen; i-s Schaubild)
Dampf von 12 ata, 300° C strömt durch eine passende Düse in einen Raum, in welchem ein Druck von 0,1 ata herrscht. Welcher Endzustand und welche Geschwindigkeit werden erreicht, und welches ist die theoretische Leistung des austretenden Dampfes?
a) bei reibungsfreier Strömung,
b) wenn der Geschwindigkeitsbeiwert $\varphi = 0,95$ ist?

3.

Mechanik

91. (Parallele Kräfte; Momentensatz)

In Bild 1 sind gegeben:

$$P_1 = 8,5 \text{ kg}; \quad P_2 = 11,3 \text{ kg}; \quad P_3 = 16,4 \text{ kg}; \quad P_4 = 13,2 \text{ kg.}$$

$$a = 35 \text{ cm}; \quad b = 63 \text{ cm}; \quad c = 51 \text{ cm.}$$

Wie groß ist die Ersatzkraft R und welchen Abstand x hat sie vom Drehpunkt A ?

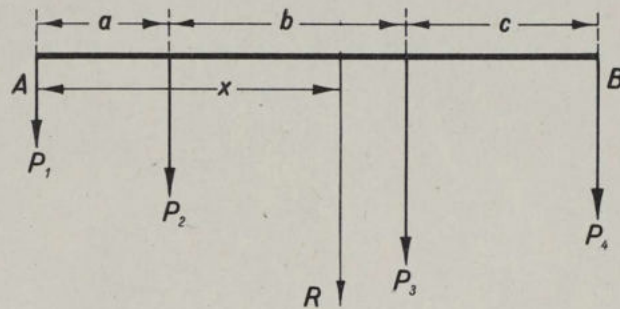


Bild 1

92. (Parallele Kräfte; Momentensatz)

Eine Welle ist nach Bild 2 mit 3 senkrecht nach unten wirkenden Kräften belastet.

$$P_1 = 130 \text{ kg}; \quad P_2 = 215 \text{ kg}; \quad P_3 = 305 \text{ kg.}$$

Wie groß sind die Lagerbelastungen?

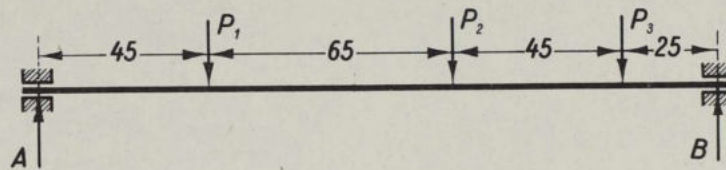


Bild 2

93. (Parallele Kräfte; Momentensatz)

Eine Welle ist nach Bild 3 mit 2 Kräften belastet. Es sind die Lagerbelastungen A und B zu bestimmen.

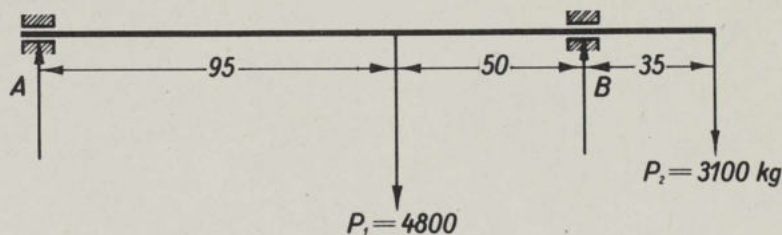


Bild 3

Physik

94. (Wärmedurchgang)

Die Heizfläche eines Kessels werde auf der einen Seite von Rauchgasen mit $t_o = 900^\circ \text{ C}$ und $a_1 = 60 \text{ kcal/m}^2\text{h}$, auf der anderen Seite von nicht siedendem Wasser mit $t_u = 200^\circ \text{ C}$ und

einer Geschwindigkeit von 0,9 m/s ($a_2 = 10\,000$); 0,4 m/s ($a_2 = 5000$); 0,1 m/s ($a_2 = 1500$) berührt. Die Rohre haben einen Außendurchmesser von 0,025 m, eine Wandstärke von $\delta = 0,0025$ m und die Wärmeleitzahl $\lambda = 25$.

- Wie groß ist für die verschiedenen Geschwindigkeiten die je h und m² Heizfläche übertragene Wärmemenge q ?
- Wie stellen sich die Wandtemperaturen ein?
- Welchen Einfluß hat demnach die Geschwindigkeit des Wassers auf die Größe der übertragenen Wärmemenge und auf die Wandtemperaturen?

(Lösung: $\frac{1}{k} = \frac{1}{a_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{a_2}$; $q = k (t_o - t_u)$; $q = a_2 (t_2 - t_u)$
 $q = a_1 (t_o - t_1)$)

95. (Wärmedurchgang)

Die Heizfläche eines Überhitzers werde auf der einen Seite von Rauchgasen mit $t_o = 900^\circ\text{C}$ und mit der Wärmeübergangszahl $a_1 = 60\text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ$, auf der anderen Seite von Heißdampf von 60 ata und $t_u = 300^\circ\text{C}$ und der Geschwindigkeit $v = 12\text{ m/s}$ ($a_2 = 1000$); 6 m/s ($a_2 = 600$); 2 m/s ($a_2 = 200$); 0,66 m/s ($a_2 = 100$); 0,33 m/s ($a_2 = 50$) berührt. $\delta = 0,0025$ m; $\lambda = 25$.

- Wie groß ist für die verschiedenen Geschwindigkeiten die je h und m² Heizfläche übertragene Wärmemenge q ?
- Wie stellen sich die Wandtemperaturen ein?
- Welchen Einfluß hat demnach die Geschwindigkeit des Heißdampfes auf die Größe der übertragenen Wärmemenge und auf die Wandtemperaturen?

(Lösung wie Aufgabe 94.)

4.

Maschinentechnik

96. (i-s Schaubild)

Eine Hilfsmaschinen-Antriebsturbinen arbeitet mit Heißdampf von 35 ata und 350°C . Der Druck am Austritt aus der Turbinen beträgt 2,8 ata. Der Zudampf wird im Regelventil auf 15 ata gedrosselt.

- Wie groß ist das adiabatische Wärmegefälle h_o ?
- Wie ist der praktische Endzustand des Abdampfes (t , v , i) bei einem inneren Wirkungsgrad der Turbinen von 35%?
- Wie groß ist die innere Leistung N_i der Turbinen bei einem stündlichen Dampfverbrauch von 6,1 t/h?

97. (i-s Schaubild)

Vor den Eintrittsdüsen der Antriebsturbinen eines Kesselgebläses, die aus einem dreifränzigen C-Rad besteht, herrscht ein Druck von 70 atü und eine Dampftemperatur von 420°C . Der Gegendruck in der Abdampfleitung beträgt 1 atü.

- Wie groß ist das adiabatische Wärmegefälle h_o ?
- Wie groß ist die theoretische Dampfaustrittsgeschwindigkeit c_o ?
- Wie groß ist die wirkliche Geschwindigkeit c_1 , wenn der Düsenbeiwert $\varphi = 0,95$ beträgt?
- Wie groß ist der Düsenverlust h_d ?

$$\left(\varphi = \frac{c_1}{c_o} = \sqrt{\frac{h_1}{h_o}}; h_d = h_o - h_1 = h_o (1 - \varphi^2) \right)$$

- Wie groß ist das innere Wärmegefälle h_i , wenn der Schaufelverlust h_{s_f} , der Radreibungs- und Ventilationsverlust h_{rv} und der Austrittsverlust h_a zu insgesamt 93,5 kcal/kg errechnet sind? ($h_i = h_o - \text{Verluste}$)
- Wie groß ist der innere Wirkungsgrad η_i ?
- Wie groß ist der effektive Wirkungsgrad η_e der Turbinen, wenn der mechanische Wirkungsgrad η_m zu 0,98 angenommen wird?

- h) Wie groß ist die wirkliche Leistung N_e der Antriebsturbine, wenn der stündliche Dampfverbrauch zu 3,6 t ermittelt worden ist?
 i) Wie groß ist der wirkliche Dampfverbrauch bezogen auf 1 WPS_h?

Mechanik

98. (Reibungsverlust)

Die Kraft, mit welcher der Kreuzkopf einer stehenden Dampfmaschine auf die Gleitbahn drückt, beträgt $N = 530 \text{ kg}$, der Kolbenhub ist 620 mm und die Drehzahl der Maschine 120. Wie groß ist der Reibungsverlust in PS für eine Reibungszahl $\mu = 0,055$?

$$\left(N_w = \frac{N \cdot \mu \cdot v}{75} \right)$$

99. (Reibungsverlust)

Bei einer Gasmaschine von 2300 PS Nutzleistung und 94 U/m wird das Gewicht des hin- und hergehenden Kolbens und der Kolbenstange, zusammen $N = 6100 \text{ kg}$, durch 2 Gleitschuhe auf waagerechten Gleitbahnen vor und hinter dem Zylinder getragen. Der Kolbenhub beträgt 1,5 m.

- a) Wie groß ist der waagerechte Reibungswiderstand an den Gleitbahnen bei einer Reibungszahl $\mu = 0,03$?
 b) Wie groß ist der Leistungsverlust infolge Reibung an den Gleitbahnen in PS?

$$\left(N_w = \frac{W \cdot v}{75} \right)$$

c) Wie groß ist der Leistungsverlust in % der Maschinenleistung?

100. (Reibungsverlust)

Der Steuerungsschieber einer 65pferdigen Dampfmaschine liegt mit einer Rechteckfläche (Seitenlänge 200 mm, 260 mm) auf dem Schieber Spiegel auf, mit 7 at Dampfdruck belastet. Die an ihm angreifende Schieberstange bewegt ihn mit 90 mm Hub und 120 U/m hin und her, so daß er auf dem Spiegel gleitet. Die Reibungszahl ist 0,09. Gesucht wird

- a) der Normaldruck zwischen Schieber und Spiegel ($N = p \cdot F$);
 b) der Reibungswiderstand am Schieber;
 c) der Leistungsverlust infolge Reibung in PS ($N = \frac{W \cdot v}{75}$)
 d) dieser Leistungsverlust in % der Maschinenleistung.

101. (Hebel, Momentensatz)

Ein Sicherheitsventil (Bild 4) von 50 mm lichtem Ventildurchmesser soll bei 12 at abblasen.

- a) Mit welcher Kraft sucht der Dampf den Ventilteller zu heben?
 b) Wie schwer ist das Belastungsgewicht G auszuführen bei Vernachlässigung des Hebel-eigengewichtes?
 c) Welche Kraft tritt am Hebeldrehzapfen O auf?

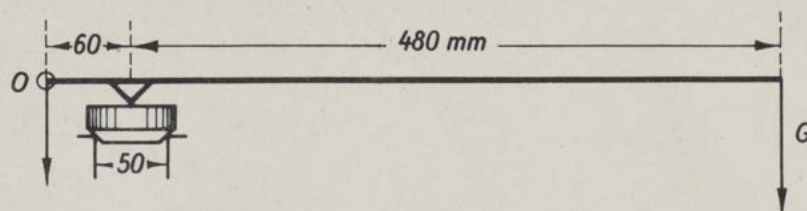


Bild 4

102. (Hebel, Momentensatz) (Bild 5)

Ein Sicherheitsventil hat 75 mm lichten Durchmesser. Das Belastungsgewicht am Hebel ist 50 kg schwer. Das Eigengewicht des Hebels werde vernachlässigt.

- a) Bei wieviel at Dampfdruck bläst das Ventil ab?
- b) Welche Kraft hat der Hebeldrehzapfen A aufzunehmen?

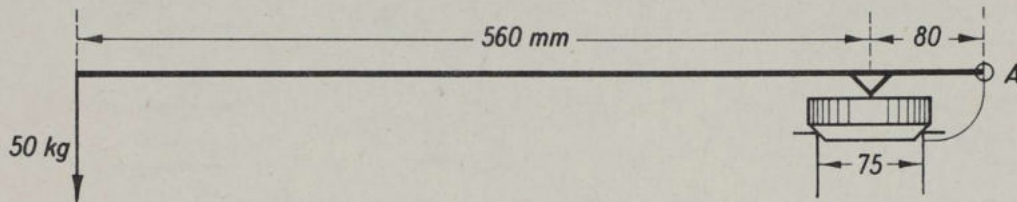


Bild 5

Physik

103. (Strömungslehre, Torricellische Formel)

Auf See sind zwei Torpedoboote gezwungen, ihren Brennstoffbestand durch Überpumpen von einem Schiff zu ergänzen. Der Durchmesser der Heizölübernahmeleitung beträgt $d = 120$ mm. Der Druck am Ende der Leitung beträgt nach Abzug des Druckverlustes für die Rohrleitungswiderstände noch $0,2$ kg/cm². In welcher Zeit kann unter Voraussetzung ausreichender Pumpenleistung eine Menge von 300 m³ Treiböl ($\gamma = 0,86$) übergepumpt werden?

104. (Staudruck, allgemeine Gasgleichung)

Durch eine Leitung von 250 mm lichten Durchmesser strömt Luft von 1 ata und 20° C. Mit Hilfe eines Prandtl'schen Staurohres wird in der Achse des Rohres ein Staudruck von 26 mm W.S. ermittelt.

Wie groß ist die Geschwindigkeit der Luft in der Achse des Rohres ($R = 29,27$)?

105. (Bernoullische Gleichung, Stetigkeitsgleichung)

Durch eine Leitung von $D_1 = 160$ mm innerem Durchmesser strömt Sattdampf, der vor einem im Rohr befindlichen Staurand (Durchmesser $d = 64$ mm) einen Druck von $15,2$ ata und hinter demselben einen Druck von 15 ata besitzt. Die Dichte des Dampfes ist $\gamma = 6,95$ kg/m³, der Verlustbeiwert ist $\mu = 0,74$.

- a) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Dampfes im Staurand?

(Lösung: $\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$, $v_2^2 - v_1^2 = 2g \cdot \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$; $F \cdot v_1 = f \cdot v_2$)

- b) Wieviel kg/s Dampf strömen theoretisch durch den Staurand?
- c) Wieviel kg/s strömen tatsächlich hindurch?

106. (Bernoullische Gleichung, Stetigkeitsgleichung)

In eine Dampfleitung von $D = 120$ mm innerem Durchmesser ist ein Staurand eingesetzt, mit dessen Hilfe festgestellt werden soll, wieviel t/h Heißdampf durch die Leitung strömen. Die Druckdifferenz vor und hinter dem Staurand beträgt $0,07$ ata. Der Durchmesser der Staumündung ist $d = 60$ mm. Die Dichte des Heißdampfes ist $\gamma = 4,5$ kg/m³; der Verlustbeiwert ist $\mu = 0,71$. (Lösung wie Aufgabe 105.)

III. Wertetabellen und ihre zeichnerische Darstellung

107. Ein U Boot hat 45 t Kraftstoffbestand. Der Kraftstoffverbrauch bei verschiedenen Fahrtstufen ergibt sich aus folgender Tafel:

sm/h	kg/h	kg/100 sm	sm
3	19,3		
5	28,1		
7	44,3		
9	62,3		
12	96,4		
14	262		
15	675		

- a) Vervollständige die Tafel durch Berechnung des Kraftstoffverbrauchs je 100 sm und des Fahrbereiches in sm.
 b) Stelle den Kraftstoffverbrauch je h, den Verbrauch je 100 sm und den Fahrbereich in Abhängigkeit von der Fahrtstufe in einem Schaubild dar.

108. Versuchsfahrten mit einem Torpedoboot haben folgendes Ergebnis:

sm/h	Heißölverbrauch in t/h	Maschinenleistung in PSe	η_w
5	0,81	140	
9	0,95	400	
12	1,22	880	
15	1,92	1780	
17	2,61	2660	
20	4,29	5600	

- a) Vervollständige die Tabelle durch Berechnung des wirtschaftlichen Wirkungsgrades η_w bei den verschiedenen Fahrtstufen (unterer Heizwert $H_u = 9000$ kcal/kg).
 b) Stelle diese Wertetafel in einem Schaubild dar.

$$1 \text{ sm/h} \overset{\wedge}{\underset{\wedge}{\sim}} 1 \text{ cm} \qquad 500 \text{ PSe} \overset{\wedge}{\underset{\wedge}{\sim}} 1 \text{ cm}$$

$$0,5 \text{ t/h} \overset{\wedge}{\underset{\wedge}{\sim}} 1 \text{ cm} \qquad \eta_w: 0,01 \overset{\wedge}{\underset{\wedge}{\sim}} 1 \text{ cm}$$

109. Berechne an Hand der folgenden Tafel den Slip für die einzelnen Fahrtstufen eines Torpedobootes:

H (Schraubensteigung) 2,5 m							
n in U/m.....	128	213	294	393	464	516	596
c in sm/h (errechnete Geschwindigkeit)							
v in sm/h (gemessene Geschwindigkeit)	9	15	21	25	28	31	33
Slip in % $\frac{(c-v)}{c} \cdot 100$							

Stelle die Abhängigkeit von v, c, Slip von der Drehzahl n in einem Schaubild dar.

110. (i-s Schaubild)

Aus 1 kg Wasser von 45° C soll 1. Sattdampf, 2. Heißdampf ($t_u = 450^\circ$) erzeugt werden. Es sind die hierzu erforderlichen Wärmemengen aus dem i-s-Schaubild festzustellen bei einem Druck von 10; 26; 60; 100; 140; 200; 225 ata. Stelle die so gewonnene Wertetafel in einem Schaubild dar (waagerechte Achse: Druck). Bei welchem Druck ergibt sich der geringste Brennstoffverbrauch 1. zur Erzeugung von Sattdampf; 2. zur Erzeugung von Heißdampf?

111. (i-s Schaubild)

Bestimme den theoretischen Wirkungsgrad $\eta_{th} = \frac{h_o}{i_1 - t_k}$ für Sattdampf und für Heißdampf ($t_{u1} = 400^\circ$; $t_{u2} = 500^\circ$) für $p = 20; 60; 100; 140; 180; 200; 225$ ata und einem Kondensatordruck $p_k = 0,08$ ($t_k = 40$). Stelle die Abhängigkeit des theoretischen Wirkungsgrades vom Druck in einem Schaubild dar (waagerechte Achse: Druck).

Welchen Einfluß hat die Überhitzung auf eine Verbesserung des Wirkungsgrades?

Welchen Einfluß hat eine Druckerhöhung auf den Wirkungsgrad?

Bei welchem Druck wird der günstigste Wirkungsgrad erreicht?

B. Trigonometrie

I. Die trigonometrischen Funktionen spitzer Winkel

1. Das rechtwinklige Dreieck

112. Ein rechtwinkliges Dreieck ist zu berechnen aus

- | | | |
|----------------------------|-----------------------|----------------------|
| a) $a = 48,6 \text{ cm};$ | $c = 57,9 \text{ cm}$ | (sin, cos) |
| b) $c = 112,5 \text{ cm};$ | $a = 67^\circ$ | (sin, cos) |
| c) $a = 56 \text{ cm};$ | $\alpha = 43^\circ$ | (sin, cos) |
| d) $a = 13,2 \text{ cm};$ | $\beta = 25^\circ$ | (cos, sin) |
| e) $b = 44 \text{ cm};$ | $\alpha = 20,5^\circ$ | (cos, sin) |
| f) $a = 60,5 \text{ cm};$ | $b = 11,7 \text{ cm}$ | (tg oder Pyth., sin) |

113. Zeichne einen Winkel von 33° , 65° ohne Zuhilfenahme des Winkelmessers (tg).

114. (Pyth., sin)

Ein Rechteck hat die Seitenlängen $a = 13,3 \text{ cm}; b = 18,5 \text{ cm}$. Welche Länge hat die Diagonale? Welchen Winkel bildet sie mit der Seite a ?

115. (Pyth., sin)

Ein Schiff hat eine Eigengeschwindigkeit (Fahrt über den Grund) von 15 sm/h . Die Meeresströmung senkrecht zum Schiff hat 3 sm/h Geschwindigkeit.

- Wie groß ist die wirkliche Geschwindigkeit des Schiffes? (Fahrt durch das Wasser.)
- Unter welchem Winkel zur Kursrichtung würde ein steuerlos gewordenes Schiff abtreiben?

116. (Pyth., sin)

2 Kräfte $P_1 = 45 \text{ kg}$ und $P_2 = 37 \text{ kg}$ schließen einen Winkel von 90° ein. Wie groß ist die Ersatzkraft R und welche Richtung hat sie zu P_1 ?

117. (Pyth., sin)

Auf einen Körper wirken unter einem rechten Winkel zwei Kräfte von 15 und 12 kg ein. Bestimme die Ersatzkraft nach Größe und Richtung.

118. (Pyth., sin)

Zwei Kräfte von $13,5 \text{ kg}$ und $7,25 \text{ kg}$ greifen an einem Punkt unter einem rechten Winkel an. Wie groß ist die Ersatzkraft und welchen Winkel bildet sie mit der größeren der beiden Einzelkräfte? (Zeichnerische Lösung zur Kontrolle.)

119. (sin, cos)

Auf einen Körper wirkt eine Kraft von $20,3 \text{ kg}$ ein. Sie soll durch zwei rechtwinklig zueinander wirkende Einzelkräfte ersetzt werden. Die eine wirkt unter einem Winkel von 41° zur Hauptkraft. Wie groß sind die Einzelkräfte? (Zeichnerische Lösung!)

120. (sin, cos)

Eine Kraft von 38 kg soll in zwei rechtwinklig zueinander wirkende Einzelkräfte zerlegt werden, deren eine mit der Richtung der gegebenen Kraft einen Winkel von $16,4^\circ$ bildet. Wie groß sind die Einzelkräfte? (Zeichnerische Lösung!)

121. (sin, cos)

Ein Krangerüst nach Bild 6 soll an seinem freien Ende mit einer Last $P = 1800 \text{ kg}$ belastet werden. Die Zugkraft in Strebe Z und Druckkraft in Strebe D sind zeichnerisch und rechnerisch zu ermitteln.

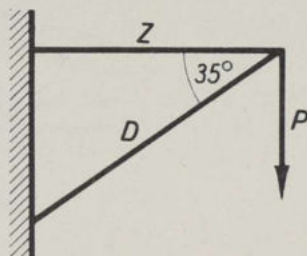


Bild 6

122. (sin, cos)

An einem aus zwei Stäben gebildeten Träger nach Bild 7 hängt eine Last P von 850 kg. Wie groß sind die in die Richtungen der Stäbe fallenden Komponenten der Last?

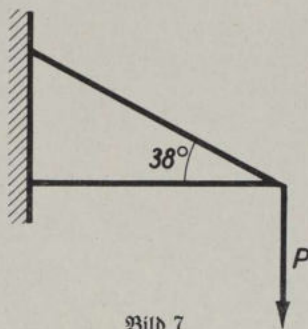


Bild 7

123. (sin, cos)

Der Auslegerkopf eines Scherentranes (Bild 8) liegt in einem Augenblick 30 m über der Grundplatte. In dieser Stellung bilden Strebe und Schließe die angegebenen Winkel mit der Waagerechten. Berechne die Länge der Strebe und der Schließe. Wie weit reicht der Kran über das linke Lager hinaus? Berechne den Abstand der beiden Lager.

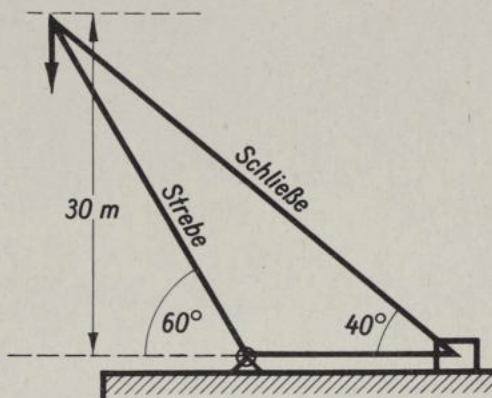


Bild 8

124. (sin)

Auf eine Kurbel von 550 mm Länge wirkt eine Kraft P von 1800 kg unter einem Winkel von 38° . Wie groß ist das Drehmoment? (Bild 9.)

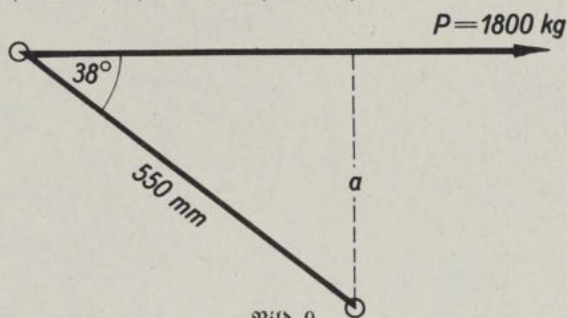


Bild 9

125. (sin)

Am Ende eines 120 cm langen Hebels greift eine Kraft von 7,8 kg senkrecht zur Hebelrichtung an. Wie groß müsste eine in demselben Punkte unter 35° Neigung gegen die Hebelrichtung wirkende Kraft P sein, um dasselbe Drehmoment zu liefern? (Bild 10.)

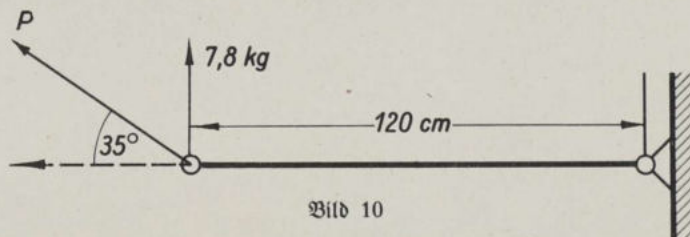


Bild 10

126. (sin)

Die Schubstange einer Dampfmaschine überträgt auf den Kurbelzapfen eine Kraft S von 9300 kg, während sie mit dem Kurbelradius einen Winkel von $\gamma = 55^\circ$ bildet. Welches Drehmoment übt sie an der 400 mm langen Kurbel auf die Kurbelwelle aus? (Bild 11.)

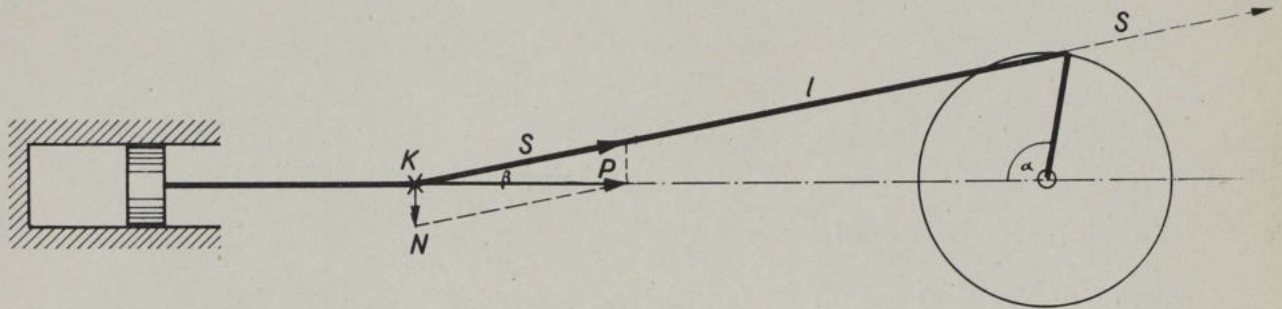


Bild 11

127. (sin, tg)

Bei dem Kurbeltrieb einer Dampfmaschine von 14 000 kg Kolbenkraft bilden Schubstange l und Kurbel r einen Winkel von $\gamma = 90^\circ$; $l = 2250$ mm; $r = 450$ mm. Es sind zu bestimmen:

- der Gleitbahndruck N des Kreuzkopfes X ;
- die durch die Schubstange übertragene Kraft S (s. Bild 11).

128. (sin, cos)

Eine 2 kg schwere Kugel rollt eine schiefe Ebene mit dem Neigungswinkel 55° hinab. Wie groß ist die Kraftkomponente in der Richtung der Bewegung, und wie groß ist der Druck auf die schiefe Ebene, wenn von der Reibung abgesehen wird?

129. (sin)

Welchen Weg legt eine auf einer schiefen Ebene vom Neigungswinkel $\alpha = 19^\circ$ hinabrollende Kugel ohne Berücksichtigung der Reibung in $t = 18$ s zurück?

130. (sin)

Eine Kugel, die auf einer schiefen Ebene hinabrollt, hat 5 s nach Beginn der Bewegung eine Geschwindigkeit von 21 m/s erlangt (ohne Reibung). Wie groß ist der Neigungswinkel der schiefen Ebene?

131. (sin)

Eine Kugel durchrollt eine 120 m lange schiefe Ebene in 8 s (ohne Reibung). Wie groß ist der Neigungswinkel der schiefen Ebene?

132. (sin)

Eine Kugel, die auf einer schiefen Ebene von 250 m Länge hinabrollte, kam unten mit einer Geschwindigkeit von 55 m/s an. Wie groß ist der Neigungswinkel der schiefen Ebene?

133. (sin)

Auf einer Rampe von 30 m Länge und 2,5 m Höhe befindet sich eine Last von 1500 kg. Welche Kraft parallel zur schiefen Ebene hält dieser Last das Gleichgewicht (ohne Berücksichtigung der Reibung)?

134. (sin, cos, tg)

Der Neigungswinkel einer schiefen Ebene ist $\alpha = 17^\circ$. Welche Kraft P ist notwendig, um einer Last $G = 450$ kg ohne Berücksichtigung der Reibung das Gleichgewicht zu halten, wenn sie

- parallel zur schiefen Ebene,
- parallel zur Basis,

- c) unter dem Winkel $\beta = 30^\circ$ gegen die Waagerechte aufwärts wirkt?
 d) Bestimme unter den Bedingungen der Fragen a) und b) die senkrecht zur schiefen Ebene wirkenden Kräfte N_a und N_b .
 (Lösung siehe Bild 12.)

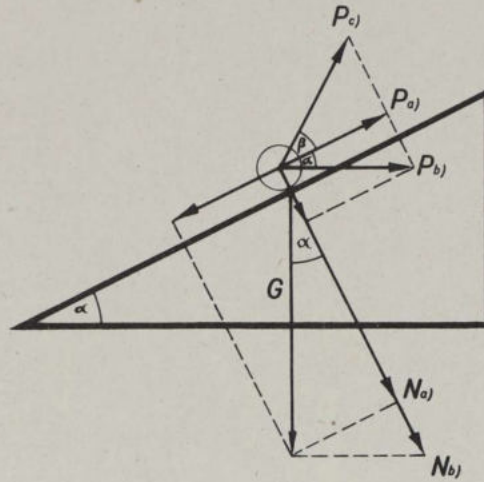


Bild 12

135. (tg kleiner Winkel)

Ein Schiff von 10 000 t ruht beim Stapellauf auf einer Ablaufbahn vom Gefälle 1:17. Wie groß darf die Reibungszahl der mit Seife geschmierten geneigten Bahn höchstens sein, damit das Schiff gerade gleichförmig abwärts gleitet? Wie groß ist der Neigungswinkel der Bahn?

136. (sin, cos, tg)

Eine Last von 1270 kg soll auf einer schiefen Ebene, deren Neigungswinkel 13° beträgt, gleichförmig aufwärts bewegt werden. Die Kraft zieht parallel zur schiefen Ebene. Die Reibungszahl sei $\mu = 0,167$.

- a) Wie groß ist die Kraft P zum Hinaufziehen?
 b) Wie groß ist die Kraft bei Abwärtsbewegung?
 c) Ist die schiefe Ebene selbsthemmend oder nicht? (Selbsthemmung bei $a \leq \rho$; $\mu = \text{tg } \rho$.)
 (Zur Herleitung der Formeln für P siehe Bild 13.)

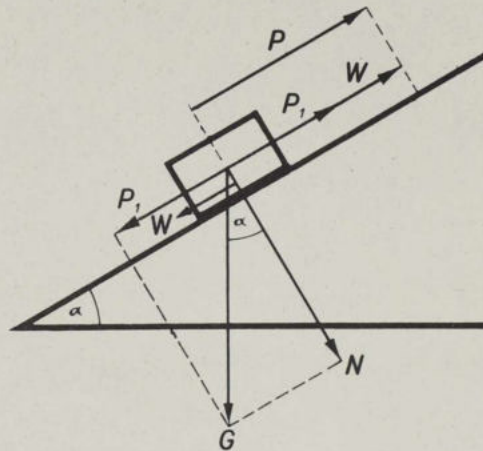
Bild 13

$$P = P_1 \pm W$$

$$P_1 = G \cdot \sin a$$

$$W = N \cdot \mu = G \cdot \cos a \cdot \mu$$

$$P = G \cdot (\sin a \pm \mu \cdot \cos a)$$



137. (sin kleiner Winkel, cos)

Ein Schiff von 18 000 t liegt auf einer Ablaufbahn, die einen Steigungswinkel von $a = 4^\circ 30'$ hat. Um das Schiff beim Stapellauf in Bewegung zu bringen, wird mittels hydraulischer Presse eine Kraft parallel zur schiefen Ebene auf das Schiff ausgeübt, um die Reibung der Ruhe, $\mu = 0,14$, zu überwinden. Hiernach läuft das Schiff ab.

- a) Wie groß ist die Kraft, die von der Presse ausgeübt werden muß?
 b) Wie groß ist die Kraft, die das Schiff abwärts zieht, wenn die Reibungsziffer der Bewegung $\mu' = 0,067$ ist (Siehe Bild 13.)

138. (sin kleiner Winkel, cos)

Ein Schiff von 10 000 t gleitet beim Stapellauf auf seiner um 5° gegen die waagerechte Ebene geneigte Ablaufbahn gleichförmig beschleunigt abwärts. Wie groß ist seine Beschleunigung

- a) ohne Reibung ($b = g \cdot \sin a$);
- b) mit Reibung ($b' = g \cdot (\sin a - \mu \cdot \cos a)$ ($\mu = 0,062$);
- c) Mit welcher Kraft muß das Schiff unter Berücksichtigung der Reibung vor Ablauf parallel zur Ablaufbahn gehalten werden?

139. (tg)

Auf einer Ebene von 28° gegen die Waagerechte ruht eine Last von 385 kg. Zwischen welchen Grenzwerten darf eine an ihr angreifende waagerechte Kraft veränderlich sein, wenn keine gleitende Bewegung der Last aufwärts oder abwärts erfolgen soll? Die Reibungszahl ist $\mu = 0,18$.

(Lösung siehe Bild 14 und 15.)

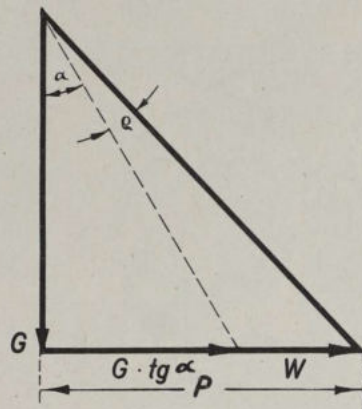


Bild 14. Aufwärts

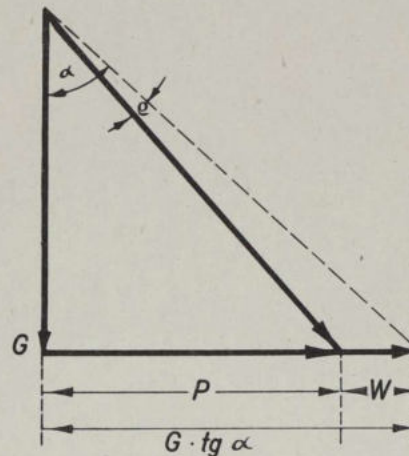


Bild 15. Abwärts

140. (sin, cos, tg)

Auf einer schiefen Ebene vom Neigungswinkel $\alpha = 25^\circ$ liegt eine Last $G = 640$ kg. Diese soll am Hinabgleiten durch eine Kraft P gehindert werden, welche a) parallel zur Ebene, b) parallel zur Basis wirkt. Die Reibungszahl ist $\mu = 0,185$. Wie groß ist P im Falle a) und im Falle b)? Ist die schiefe Ebene selbsthemmend (d. h. würde bei Seilbruch die Last abwärts rutschen)?

(Selbsthemmung bei $\alpha \leq \varrho$.)

141. (sin, cos, tg)

Eine schiefe Ebene vom Neigungswinkel $\alpha = 32,5^\circ$ trägt eine Last $G = 910$ kg. An dieser wirkt eine Kraft P a) parallel zur Ebene, b) parallel zur Basis. Die Reibungszahl ist $\mu = 0,085$. Wie groß muß P sein, damit bei der geringsten Zunahme eine Aufwärtsbewegung stattfindet?

- (Lösung: a) $P = G \cdot (\sin a + \mu \cos a)$, siehe Bild 13;
- b) $P = G \cdot \text{tg} (a + \varrho)$; siehe Bild 14.)

142. (tg kleiner Winkel)

Eine Schraube habe einen mittleren Schraubendradius $r = 22$ mm und $h = 9$ mm Steigung. An einer Kurbel von $l = 410$ mm Länge wirke die Kraft K . An der Schraube hängt die Last $G = 2800$ kg. Die Reibungszahl sei $\mu = 0,108$.

- a) Bestimme mit Hilfe von $\mu = \text{tg} \varrho$ und $\text{tg} a = h/2 \pi r$ die Kraft K zum Heben der Last mit Hilfe der Formel:

$$K = \frac{G \cdot r}{l} \cdot \text{tg} (a + \varrho)$$

b) Bestimme die Kraft K zum Senken der Last mit Hilfe der Formel:

$$K = \frac{G \cdot r}{l} \cdot \operatorname{tg}(\varrho - \alpha)$$

c) Berechne den Wirkungsgrad η mit Hilfe der Formel

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varrho)}$$

143. (sin, cos, tg; Zusammensetzung von Kräften nach der Komponentenmethode)

Drei Kräfte $P_1 = 25 \text{ kg}$, $P_2 = 18 \text{ kg}$, $P_3 = 37 \text{ kg}$ greifen in einem Punkte an. Sie bilden die Winkel $\sphericalangle P_1 P_2 = 22^\circ$, $\sphericalangle P_2 P_3 = 37^\circ$ miteinander. Welche Größe hat die Ersatzkraft R , und welchen Winkel bildet sie mit P_1 ?

144. (sin, cos, tg; Zusammensetzung von Kräften nach der Komponentenmethode)

Vier Kräfte $P_1 = 53 \text{ kg}$, $P_2 = 29 \text{ kg}$, $P_3 = 45 \text{ kg}$, $P_4 = 61 \text{ kg}$ greifen in einem Punkt an. Sie bilden miteinander die Winkel $\sphericalangle P_1 P_2 = 12,4^\circ$; $\sphericalangle P_2 P_3 = 16,5^\circ$; $\sphericalangle P_3 P_4 = 40,1^\circ$. Welche Größe hat die Ersatzkraft R , und welchen Winkel bildet sie mit P_1 ?

145. (sin, cos)

(Vorbemerkung: Der Kurs eines Schiffes wird als Kurswinkel von geographisch Nord über Osten, Süden, Westen bis Norden zurück gemessen; also von 0° bis 360° . Dieser Kurs heißt rechtweisend (rw) zum Unterschied von dem Kurs, der am Magnetkompaß unmittelbar abgelesen wird.)

Schwerer Kreuzer „Lübow“ steuert mit einer Fahrt von 22 sm/h rw 270° . Kreuzer „Leipzig“ begleitet „Lübow“ 3 sm querab (d. h. senkrecht zur Fahrtrichtung) an Steuerbord. „Leipzig“ erhält den Befehl, ihren Abstand von „Lübow“ schnellstens auf 12 sm querab zu erhöhen. Die Höchstfahrt der „Leipzig“ beträgt 32 sm/h . Auf welchen Kurs und nach wieviel Minuten erreicht „Leipzig“ ihre neue Stellung?

146. (tg) siehe Vorbemerkung zur Aufgabe 145)

Ein Kreuzer steuert rw 80° und peilt den Leuchtturm Arkona (Rügen) in rw 115° . Nach einer durchfahrenen Strecke von $4,2 \text{ sm}$ wird der Leuchtturm an Steuerbord querab (d. h. senkrecht zur Fahrtrichtung), also in rw 170° , gepeilt. Wie groß ist in diesem Augenblick der Querabstand?

2. Das gleichschenklige Dreieck

147. Ein gleichschenkliges Dreieck (c ist die Grundlinie) ist zu berechnen aus:

a) $c = 197 \text{ cm}$; $\gamma = 48,6^\circ$ (cos)

b) $c = 14,5 \text{ cm}$; $a = 150 \text{ cm}$ (sin)

c) $a = 85,3 \text{ cm}$; $\alpha = 67^\circ$ (cos)

f) $F = 42,8 \text{ cm}^2$; $\gamma = 75^\circ$ (Flächenformel $\frac{1}{2} a b \sin \gamma$ oder tg)

148. Ein Rhombus (Diagonale $e = AC$, $f = BD$) ist zu berechnen aus:

a) $a = 46,7 \text{ cm}$; $\alpha = 58^\circ$ (sin, cos)

b) $a = 23,7 \text{ cm}$; $f = 44,8 \text{ cm}$ (sin, cos)

c) $e = 56,4 \text{ cm}$; $\alpha = 40^\circ 50'$ (sin, cos)

149. (cos)

Zwei Kräfte $P_1 = P_2 = 480 \text{ kg}$ greifen in einem Punkte an.

a) Wie groß ist die Ersatzkraft R , wenn die beiden Kräfte einen Winkel von $50,5^\circ$ miteinander bilden?

b) Welchen Winkel müssen die beiden Kräfte miteinander bilden, damit ihre Ersatzkraft $R = 650 \text{ kg}$ ist?

150. (sin)

Ein Seil, dessen beide Enden in gleicher Höhe befestigt sind, ist durch eine in der Seilmitte aufgehängte Last von 115 kg derart gespannt, daß die beiden Seilhälften je einen Durchhangswinkel von 36° gegen die waagerechte Richtung bilden. Wie groß sind die Seilspannungen?

151. (cos)

An einer Kette, die an zwei gleich hohen Punkten befestigt ist, hängt in der Mitte eine Last von 360 kg, so daß die beiden Kettenhälften (das Eigengewicht der Kette soll vernachlässigt werden) mit der Verbindungslinie der Aufhängepunkte den Durchhangswinkel α bilden. Wie stark wird die Kette auf Zug beansprucht, wenn $\alpha = 70^\circ; 50^\circ; 10^\circ$ ist?

152. (sin, cos)

Ein 8,50 m langes Drahtseil, das mit einer Spannweite von 7 m an zwei gleich hohen Punkten befestigt ist, trägt in seiner Mitte eine Last von 150 kg.

- Wie groß ist der Durchhangswinkel (d. h. der Winkel der Seilhälften mit der Verbindungslinie der beiden Aufhängepunkte)?
- Wie stark wird jede Seilhälfte auf Zug beansprucht?

153. (cos, tg)

Eine zylindrische Büchse von 1200 kg Gewicht und 1140 mm Länge ist mittels eines durchgezogenen Seiles an einem 800 mm über Mitte Oberkante der Büchse befindlichen Kranhaken waagerecht aufgehängt. Wie stark wird jede Seilhälfte auf Zug beansprucht?

153a. Zum Aufhängen einer Last an einem Kranhaken wird ein Schlingseil benutzt, welches mit höchstens 1000 kg auf Zug beansprucht werden darf. Wie lang muß daher das Seil mindestens sein, wenn Gewicht und Querschnitt der Last folgende Werte haben:

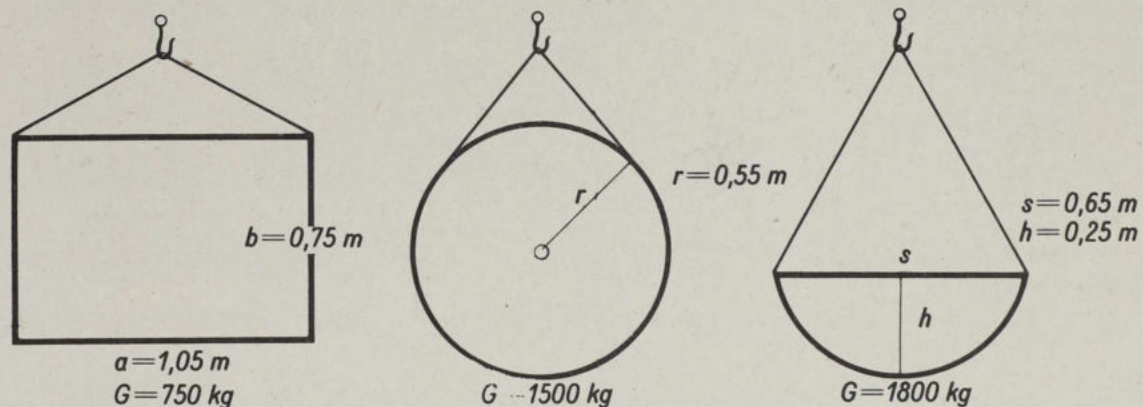


Bild 16

154. (cos) (siehe Bild 11)

Bei einem Kurbeltrieb (Schubstangenlänge $l = 1950 \text{ mm}$, Kurbelradius $r = 390 \text{ mm}$) sei α der Winkel zwischen Kurbelradius und Mittellinie.

- Welchen Weg legt der Kreuzkopf K zurück, wenn sich α von 0° bis 180° ändert?
- Bei welchem Wert von α hat der Kreuzkopf den halben Weg zurückgelegt?
- Für welche Schubstangenlänge wird $\alpha = 90^\circ$?

3. Das schiefwinklige Dreieck

155. (Sinussatz; SWW)

Ein Dreieck ist zu berechnen aus:

- $a = 57,6 \text{ m}$ $\beta = 43^\circ$; $\gamma = 76^\circ$
- $b = 125 \text{ m}$; $\alpha = 37,5^\circ$; $\beta = 69^\circ$
- $b = 47,1 \text{ m}$; $\alpha = 64^\circ$; $\gamma = 39,4^\circ$
- $c = 98 \text{ m}$; $\alpha = 45,7^\circ$; $\beta = 71,2^\circ$
- $c = 23,5 \text{ m}$; $\beta = 55,3^\circ$; $\gamma = 75^\circ$

156. (Sinusfuß SSW)

Ein Dreieck ist zu berechnen aus:

- a) $a = 50,9$ m; $b = 48,0$ m; $\alpha = 67,5^\circ$
 b) $b = 90,4$ m; $c = 61$ m; $\beta = 72,5^\circ$
 c) $c = 20,4$ m; $a = 17,13$ m; $\gamma = 59^\circ$
 d) $b = 15,8$ m; $a = 9,6$ m; $\beta = 68^\circ$

157. (Sinusfuß SSW)

Eine Kraft von 50 kg soll in zwei Einzelkräfte zerlegt werden, die unter einem Winkel von 110° wirken. Die eine ist $P_1 = 32$ kg groß; wie groß ist die andere?

158. (Sinusfuß SSW; sin fl. Winkel) (siehe Bild 11)

Ein Kurbeltrieb hat einen Kurbelradius $r = 550$ mm und die Schubstangenlänge $l = 2200$ mm. α sei der Winkel zwischen Kurbel und Mittellinie, β der Winkel zwischen der Schubstange und der Mittellinie. Für $\alpha = 0^\circ; 20^\circ; 40^\circ; 60^\circ; 80^\circ; 90^\circ$ soll der Winkel β berechnet werden.

159. (Sinusfuß SWW)

Eine Kraft $R = 165$ kg soll in zwei Einzelkräfte P_1 und P_2 derart zerlegt werden, daß $\sphericalangle P_1R = 67^\circ$ und $\sphericalangle P_2R = 54^\circ$ ist.

- a) Wie groß sind P_1 und P_2 ?
 b) Wie groß muß P_2 sein; wenn $P_1 = R = 165$ kg und $\sphericalangle P_1R = 67^\circ$ sein soll?
 c) Wie groß muß P_1 sein, wenn $P_2 = R/2$ und $\sphericalangle P_2R = 90^\circ$ sein soll?

160. (Sinusfuß SWW)

Von zwei Beobachtungspunkten, die 2,73 km voneinander entfernt sind, wird ein Schiff anvisiert unter den Winkeln von $43,8^\circ$ und $67,3^\circ$ gegen die Basis. Berechne die Entfernung des Schiffes von den beiden Beobachtungspunkten und den Abstand des Schiffes von der Basis.

161. (Sinusfuß WSW; siehe Vorbemerkung zur Aufgabe 145)

„Leipzig“ steuert rw 315° bei einer Fahrt von 21 sm/h. Um $10^h 15^m$ wird Helgoland Leuchtturm in rw 352° gepeilt, danach um $10^h 35^m$ in rw 38° . Wie groß ist die Entfernung des Kreuzers vom Leuchtturm um $10^h 35^m$?

162. (Sinusfuß SSW; siehe Vorbemerkung zur Aufgabe 145)

Ein Torpedoboot soll eine Nebelwand von nordsüdlicher Richtung legen. Welchen Kurs hat es dabei zu steuern, wenn seine Fahrt 26 sm/h beträgt und der Wind aus NW mit einer Geschwindigkeit von 8 m/s kommt? Wie lange hat es auf diesem Kurs Nebel zu entwickeln, wenn die Nebelwand 6 sm lang sein soll?

163. (Sinusfuß WSW; siehe Vorbemerkung zur Aufgabe 145)

„Gneisenau“ steuert rw 90° mit 18 sm/h. Torpedoboot „Tiger“ steht vom Schlachtschiff rw 170° , Abstand 6 sm und steuert rw 40° . Welche Geschwindigkeit muß das Torpedoboot wählen, wenn es mit dem Schlachtschiff zusammentreffen will?

164. (Cosinusfuß)

Berechne die folgenden Dreiecke:

- a) $a = 32,5$ m; $b = 26,3$ m; $\gamma = 79^\circ$ (SWS)
 b) $a = 69,2$ m; $c = 45,5$ m; $\beta = 59^\circ$ (SWS)
 c) $b = 28$ m; $c = 32$ m; $\alpha = 56^\circ$ (SWS)
 d) $a = 6,5$ cm; $b = 5,5$ cm; $c = 5$ cm (SSS)
 e) $a = 25$ m; $b = 28$ m; $c = 35$ m (SSS)

165. (Cofinusussatz SWS)

Von einem Parallelogramm sind gegeben:

$$AB = a = 3,3 \text{ cm}; BC = b = 2,6 \text{ cm}; \sphericalangle DAB = \alpha = 55^\circ$$

- a) Berechne die Diagonale $BD = f$.
- b) Berechne $\sphericalangle DBA$.
- c) Berechne die Diagonale $AC = e$.

166. (Cofinusussatz SWS, SSS; Sinussatz)

Von einem Viereck sind gegeben:

$$AB = a = 24 \text{ cm}; BC = b = 31 \text{ cm}; CD = c = 27 \text{ cm}; DA = d = 29 \text{ cm}; \\ \sphericalangle DAB = \alpha = 27^\circ.$$

Berechne die Diagonale $BD = f$ und die übrigen Winkel des Vierecks.

167. (Cofinusussatz SWS; Sinussatz)

In einem Punkt greifen zwei Kräfte $P_1 = 34 \text{ kg}$ und $P_2 = 41 \text{ kg}$ unter einem Winkel von 138° an. Berechne die Ersatzkraft R nach Richtung und Größe.

168. (Cofinusussatz SSS)

Zwei in einem Punkt angreifende Kräfte $P_1 = 45 \text{ kg}$ und $P_2 = 39 \text{ kg}$ haben eine Ersatzkraft $R = \frac{P_1}{2}$. Unter welchem Winkel greifen die beiden Kräfte an?

169. (Cofinusussatz SWS)

Zwei Kräfte wirken unter einem Winkel von 125° auf einen Körper ein; die eine gibt dem Körper eine Geschwindigkeit von $17,5 \text{ m/s}$, die andere von $16,4 \text{ m/s}$. Welche Größe und welche Richtung hat die resultierende Geschwindigkeit?

170. (Cofinusussatz SWS; Sinussatz)

Vorbemerkung: Bei einer Dampfturbine tritt der Dampf mit einer bestimmten Temperatur und einem bestimmten Druck in die Düsen ein (t_0 und p_0). In den Düsen wird das zur Verfügung stehende adiabatische Wärmegefälle h_0 in Strömungsenergie umgewandelt. Der Dampf erhält die theoretische Geschwindigkeit c_0 . Der Dampf tritt aus der Düse, die unter dem Düsenwinkel α_1 zur Laufradebene geneigt ist (siehe Bild 16), mit der wirklichen Geschwindigkeit c_1 aus, die durch die Düsenverluste kleiner ist als c_0 . Es ist $c_1 = \varphi \cdot c_0$, wobei φ der sogenannte Geschwindigkeitsbeiwert (< 1) ist. c_1 , auch absolute Geschwindigkeit genannt, wird auf das feste Turbinengehäuse bezogen und ist die tatsächliche Eintrittsgeschwindigkeit des Dampfes in die Lauffchaufel.

Die Lauffchaufel dreht sich in der im Bild angegebenen Richtung und hat die Umfangsgeschwindigkeit u . In bezug auf u besitzt der Dampf die „relative“ Eintrittsgeschwindigkeit w_1 . w_1 besitzt eine andere Größe und Richtung als c_1 . Man erhält w_1 aus dem Parallelogramm der Geschwindigkeiten durch Zerlegen von c_1 in u und w_1 .

Der Schaufeleintrittswinkel β_1 wird so gewählt, daß er der Richtung von w_1 entspricht, damit der Dampf stoßfrei in die Lauffchaufel eintritt (w_1 ist Tangente an den Schaufeleintritt). Wird nun die Drehzahl der Turbine geändert, so ändert sich die Umfangsgeschwindigkeit und damit bei gleichbleibendem c_1 die Relativgeschwindigkeit w_1 nach Größe und letztere auch nach der Richtung. Wird zum Beispiel die Drehzahl erhöht, so werden u und gleichzeitig auch β_1 größer, wie das Parallelogramm der Geschwindigkeiten zeigt. Der Dampf übt dann einen bremsenden Stoß auf den Rücken der Schaufel aus (sogenannter Rückenstoß). Fällt die Drehzahl, so werden u und β_1 kleiner, und der Dampf übt einen in der Bewegungsrichtung der Schaufel wirkenden Stoß auf den Bauch der Schaufel aus (sogenannter Bauchstoß).

Sowohl Bauch- als auch vor allem Rückenstoß verursachen Stoßverluste, weil ein Teil der Strömungsenergie des Dampfes nicht in mechanische Arbeit, sondern in Wärme umgewandelt wird. Turbinen arbeiten daher am wirtschaftlichsten, wenn sie mit der Drehzahl laufen, die ihrem Entwurf zugrundegelegt waren.

In der Lauffchaufel wird der Dampfstrahl von der Richtung β_1 in die Richtung des Schaufelaustrittswinkels β_2 umgelenkt und tritt mit der relativen Austrittsgeschwindigkeit w_2 aus der Schaufel aus. w_2 ist um die Strömungsverluste in der Schaufel kleiner als w_1 . Das Verhältnis $w_2/w_1 = \Psi$ wird als Schaufelbeiwert bezeichnet. Es ist also $w_2 = \Psi \cdot w_1$.

Setzt man w_2 und u im Geschwindigkeits-Parallelogramm zusammen, so erhält man die wirkliche oder „absolute“ Austrittsgeschwindigkeit. c_2 unter dem Austrittswinkel $\alpha_2 \cdot c_2$ wird in der Schaufel nicht ausgenutzt. c_2 bleibt im Dampf, muß aber in einer gewissen Größe vorhanden sein, um den Dampf von der Schaufel fortzuführen.

In der vorliegenden Aufgabe soll zur Berechnung der theoretischen Dampfgeschwindigkeit c_0 das i-s Schaubild benutzt werden. Falls es nicht zur Hand ist, kann mit dem in Klammern angegebenen Wert von h_0 die Berechnung von $c_0 = 91,53 \cdot \sqrt{h_0}$ vorgenommen werden.

Es empfiehlt sich, die Besprechung dieser Angabe im letzten Viertel der Lehrgangszeit vorzunehmen, da zu dieser Zeit die Turbinen in der Maschinenkunde besprochen werden.

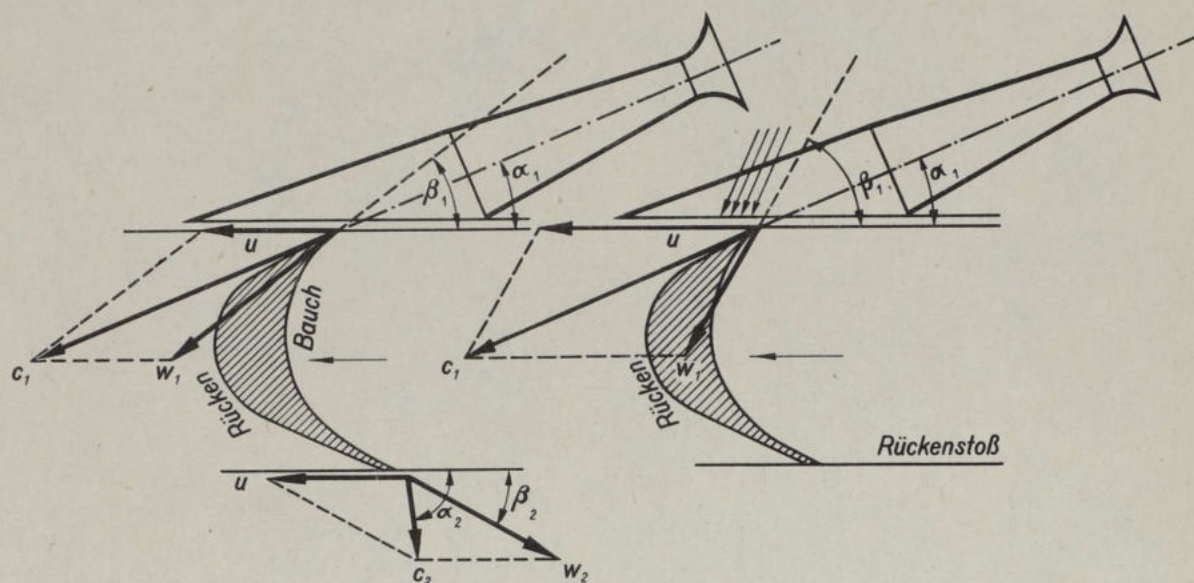


Bild 17

Die Antriebsturbine eines Kesselgebläses hat bei $n = 6800 \text{ U/m}$ ihren besten Wirkungsgrad. Die zulässige Höchstdrehzahl beträgt $n = 7750$. Der Dampfdruck beträgt vor den Düsen $p_e = 60 \text{ atü}$, hinter den Düsen $p_a = 4 \text{ atü}$. Die Dampftemperatur beträgt am Eintritt $t_e = 430^\circ$. Der mittlere Laufraddurchmesser ist $d = 330 \text{ mm}$; der Düsenwinkel beträgt $\alpha_1 = 25^\circ$.

- Wie groß ist das adiabatische Wärmegefälle h_0 (138 kcal)
- Wie groß ist die theoretische Dampfgeschwindigkeit c_0 ?
- Wie groß ist die wirkliche Dampfgeschwindigkeit $c_1 = \varphi \cdot c_0$? ($\varphi = 0,95$)
- Berechne die Relativgeschwindigkeit w_1 des Dampfes.
- Berechne den Schaufeleintrittswinkel β_1 .
- Bestimme nach Richtung und Größe die wirkliche Dampfaustrittsgeschwindigkeit c_2 , wenn der Schaufelaustrittswinkel $\beta_2 = 27^\circ$ und der Schaufelbeiwert $\Psi = 0,85$ ist.
- Bei verminderter Kesselleistung wird weniger Luft gebraucht und damit das Gebläse auf niedrigere Drehzahl geregelt; es sei $n = 5100$. Berechne β_1 . Auf welcher Seite der Schaufel tritt jetzt ein Stoß auf?
- Bei höherer Kesselbelastung wird mehr Luft gebraucht und damit das Gebläse auf höhere Drehzahl reguliert; es sei $n = 7750$. Berechne β_1 . Auf welcher Seite der Schaufel tritt jetzt ein Stoß auf?

171. (tg; Pythagoras; Cosinussatz SSS; siehe Bild 11)

Ein Kurbeltrieb hat die Schubstangenlänge $l = 680 \text{ mm}$ und den Kurbelradius $r = 190 \text{ mm}$. α sei der Winkel zwischen Kurbelradius und Mittellinie; β der Winkel zwischen Schubstange und Mittellinie.

- Bei welcher Kurbelstellung ist β am größten?
- Berechne α und β bei dieser Stellung!

- c) Wieviel mm seines Weges hat der Kreuzkopf zurückgelegt, wenn Kurbelradius und Schubstange einen Winkel von 90° bilden?
 d) Wieviel mm seines Weges hat der Kreuzkopf zurückgelegt, wenn $\alpha = 90^\circ$ ist?
 e) Berechne α und β , wenn der Kreuzkopf ein Viertel seines Weges zurückgelegt hat.

172. (Cofinusussatz SSS oder Hauptsatz der Ähnlichkeitslehre; siehe Bild 17)

Die Zerstörer und Torpedoboote besitzen einen Drehkran zur Torpedoübernahme, der aus zwei Armen besteht. Der obere Arm besteht aus einem Seil. Auf wieviel Zugkraft muß ein solches Seil berechnet sein? (Torpedogewicht 1400 kg.)

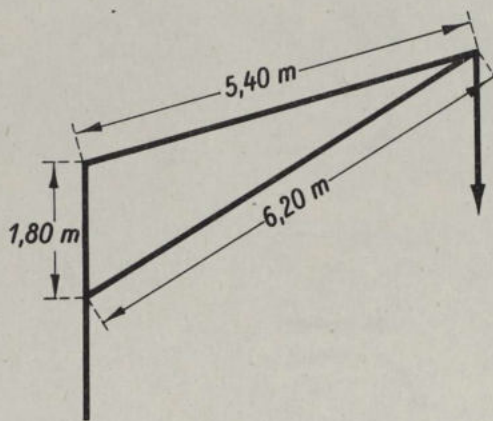


Bild 18

II. Die trigonometrischen Funktionen stumpfer Winkel

173. (Sinussatz; SWW)

Ein Dreieck ist zu berechnen aus:

- a) $a = 6,3$ cm; $\beta = 144^\circ$; $\gamma = 15^\circ$
 b) $b = 7,3$ cm; $\alpha = 125^\circ$; $\gamma = 24^\circ$
 c) $c = 4,9$ cm; $\beta = 57,5^\circ$; $\alpha = 107^\circ$
 d) $a = 14$ cm; $\alpha = 12,2^\circ$; $\beta = 118^\circ$
 e) $b = 12$ cm; $\beta = 36,4^\circ$; $\gamma = 138^\circ$
 f) $c = 4,4$ cm; $\alpha = 9,8^\circ$; $\gamma = 129^\circ$.

174. (Sinussatz, SSW; s. Bild 19)

Ein Dreieck ist zu berechnen aus:

- a) $a = 26,7$ cm; $b = 12,8$ cm; $\alpha = 103^\circ$
 b) $a = 23,2$ cm; $b = 54$ cm; $\beta = 122^\circ$
 c) $b = 3,3$ cm; $c = 8,4$ cm; $\gamma = 151^\circ$
 d) $b = 6,3$ cm; $c = 5,2$ cm; $\beta = 96^\circ$
 e) $a = 61,3$ cm; $c = 17$ cm; $\alpha = 162^\circ$
 f) $a = 29,1$ cm; $c = 55$ cm; $\gamma = 114^\circ$

179. (Sinusfuß, SWW; tg)

Ein Drehkran nach Bild 20 ist mit $P = 3500 \text{ kg}$ an seinem freien Ende belastet. Es sind die Kräfte in den Streben Z und D zeichnerisch (Maßstab: $1 \text{ mm} = 0,5 \text{ m}$; $1 \text{ mm} = 100 \text{ kg}$) und rechnerisch zu ermitteln.

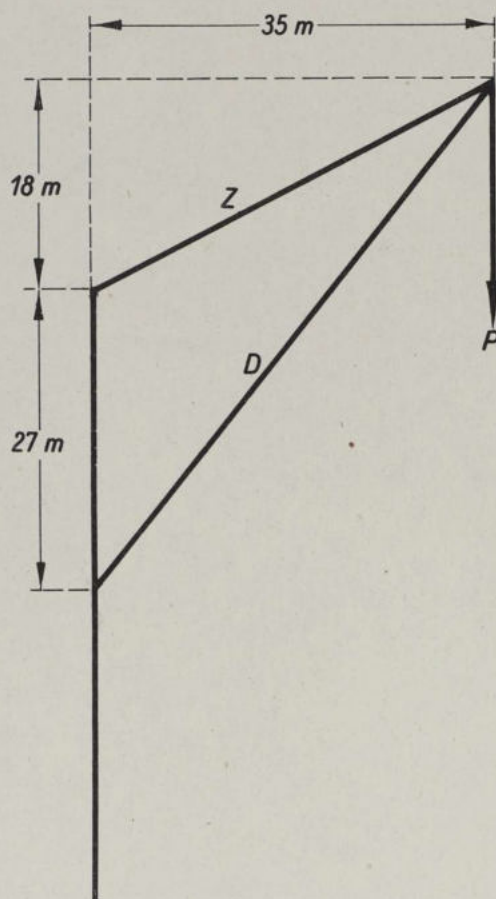


Bild 20

180. (Cosinusfuß, SWS; Sinusfuß)

Ein Dreieck ist zu berechnen aus:

- a) $a = 68 \text{ cm}$; $b = 54 \text{ cm}$; $\gamma = 111^\circ$
- b) $a = 4,8 \text{ cm}$; $c = 3,9 \text{ cm}$; $\beta = 158^\circ$
- c) $b = 16 \text{ cm}$; $c = 23 \text{ cm}$; $\alpha = 133^\circ$

181. (Cosinusfuß, SSS; Sinusfuß)

Ein Dreieck ist zu berechnen:

- a) $a = 10,2 \text{ cm}$; $b = 4,7 \text{ cm}$; $c = 13,8 \text{ cm}$
- b) $a = 45 \text{ cm}$; $b = 25 \text{ cm}$; $c = 22 \text{ cm}$

182. (Cosinusfuß, SWS)

Von einem Parallelogramm sind gegeben: $AB = a = 6,6 \text{ cm}$; $BC = b = 5,5 \text{ cm}$; $\sphericalangle DAB = \alpha = 123^\circ (66^\circ)$. Berechne die Diagonalen $AC = e$ und $BD = f$.

183. (Cofinusussatz SSS; Sinussatz)

Von einem Trapez sind gegeben: die Grundlinie $AB = a = 4,2$ cm; die Schenkel $BC = b = 3,9$ cm und $AD = d = 2,4$ cm; die Diagonale $BD = f = 5,8$ cm. Wie groß sind die übrigen Stücke des Trapezes? (Zwei Lösungen.)

184. (Cofinusussatz)

Von einem Viereck sind gegeben:

a) $AB = a = 4,5$ cm; $BC = b = 5,6$ cm; $CD = c = 3,4$ cm; Diag. $BD = e = 7,8$ cm; $\sphericalangle DAB = \alpha = 108^\circ$. Gesucht sind die übrigen Stücke (SSS).

b) $AB = a = 2,1$ cm; $BC = b = 2,5$ cm; $CD = c = 1,2$ cm; $DA = d = 0,7$ cm; $\sphericalangle CDA = \delta = 120^\circ$. Gesucht sind die übrigen Stücke (SWS SSS).

185. (Cofinusussatz SWS; Sinussatz)

Zwei Kräfte greifen in einem Punkt unter einem Winkel von 56° an. Ihre Größe ist $P_1 = 48$ kg; $P_2 = 34$ kg. Wie groß ist die Ersatzkraft R und welchen Winkel bildet sie mit P_1 ?

186. (sin und cos stumpfer Winkel; Zusammensetzung von Kräften nach der Komponentenmethode).

In einem Punkt greifen in einer Ebene verschiedene Kräfte P an. Sie bilden mit einer gegebenen Richtung die Winkel α . Bestimme Größe und Richtung der Ersatzkraft R .

a) $P_1 = 26,4$ kg; $P_2 = 48,1$ kg; $P_3 = 38$ kg;
 $\alpha_1 = 39^\circ$; $\alpha_2 = 99^\circ$; $\alpha_3 = 128^\circ$;

b) $P_1 = 57,5$ kg; $P_2 = 73,3$ kg; $P_3 = 105$ kg;
 $\alpha_1 = 67^\circ$; $\alpha_2 = 166,4^\circ$; $\alpha_3 = 132^\circ$;

c) $P_1 = 11,7^\circ$ kg; $P_2 = 5,8$ kg; $P_3 = 20,3$ kg; $P_4 = 18,8$ kg;
 $\alpha_1 = 10,1$; $\alpha_2 = 100^\circ$; $\alpha_3 = 137^\circ$; $\alpha_4 = 180^\circ$

187. (sin und cos stumpfer Winkel; Zusammensetzung von Kräften nach der Komponentenmethode)

In einem Punkt greifen in einer Ebene vier Kräfte an: $P_1 = 67$ kg; $P_2 = 124$ kg; $P_3 = 97$ kg; $P_4 = 38$ kg. Sie bilden miteinander folgende Winkel: $\sphericalangle P_1P_2 = 28^\circ$; $\sphericalangle P_2P_3 = 75^\circ$; $\sphericalangle P_3P_4 = 54^\circ$. Wie groß ist die Ersatzkraft R und welche Winkel bildet sie mit den vier Kräften?

188. (Cofinusussatz SWS; siehe Vorbemerkung zur Aufgabe 146)

Eine Torpedobootsflottille stößt auf ihrem Marschweg auf ein Minenfeld, das sie umgehen muß. Sie läuft 2,5 Stunden lang auf Kurs $rw\ 74^\circ$ und dann 4 Stunden lang auf Kurs $rw\ 138^\circ$ mit 16 sm/h. Welchen Umweg hat der Verband gemacht?

189. (Cofinusussatz SWS, Sinussatz; siehe Vorbemerkung zur Aufgabe 146)

(Vorbemerkung: Läuft ein Schiff mit v sm/h, so weht ihm ein „Fahrtwind“ von ca. $v/2$ m/s entgegen. Dieser setzt sich mit dem „wahren Wind“ nach dem Geschwindigkeitsparallelogramm zu einem resultierenden Wind, dem „scheinbaren Wind“, zusammen.)

Ein Schnellboot fährt mit 35 sm/h auf Kurs $rw\ 77^\circ$. Es weht ein wahrer Wind von 12 m/s aus SO. Wie groß ist der scheinbare Wind, der auf das Boot weht, und aus welcher Richtung kommt er?

III. Die trigonometrischen Funktionen überstumpfer Winkel

190. (sin und cos überstumpfer Winkel)

Verschiedene gegebene Kräfte P bilden mit einer gegebenen Richtung (x -Achse) die gegebenen Winkel α . Es ist die Ersatzkraft R nach Größe und Richtung zu bestimmen.

a) $P_1 = 12,5$ kg $\alpha_1 = 41,5^\circ$
 $P_2 = 17,9$ kg $\alpha_2 = 170^\circ$
 $P_3 = 33,2$ kg $\alpha_3 = 291^\circ$

b) $P_1 = 7,2$ kg $\alpha_1 = 0^\circ$
 $P_2 = 10,5$ kg $\alpha_2 = 55^\circ$
 $P_3 = 3,9$ kg $\alpha_3 = 180^\circ$
 $P_4 = 5,3$ kg $\alpha_4 = 270^\circ$

c) $P_1 = 175 \text{ kg}$ $a_1 = 155^\circ$ $P_2 = 42 \text{ kg}$ $a_2 = 75^\circ$ $P_3 = 285 \text{ kg}$ $a_3 = 266^\circ$ $P_4 = 93 \text{ kg}$ $a_4 = 302^\circ$	d) $P_1 = 143,6 \text{ kg}$ $a_1 = 105,5^\circ$ $P_2 = 109,5 \text{ kg}$ $a_2 = 303,1^\circ$ $P_3 = 75,3 \text{ kg}$ $a_3 = 20,25^\circ$ $P_4 = 81,4 \text{ kg}$ $a_4 = 251,75^\circ$
e) $P_1 = 15,3 \text{ kg}$ $a_1 = 35,3^\circ$ $P_2 = 39,3 \text{ kg}$ $a_2 = 98,5^\circ$ $P_3 = 12,6 \text{ kg}$ $a_3 = 222^\circ$ $P_4 = 80,8 \text{ kg}$ $a_4 = 291^\circ$	f) $P_1 = 54,6 \text{ kg}$ $a_1 = 310^\circ$ $P_2 = 17,4 \text{ kg}$ $a_2 = 106^\circ$ $P_3 = 92,5 \text{ kg}$ $a_3 = 46^\circ$ $P_4 = 19,7 \text{ kg}$ $a_4 = 189^\circ$
g) $P_1 = 25 \text{ kg}$ $a_1 = 32^\circ$ $P_2 = 164 \text{ kg}$ $a_2 = 99^\circ$ $P_3 = 77 \text{ kg}$ $a_3 = 204^\circ$ $P_4 = 18 \text{ kg}$ $a_4 = 288^\circ$ $P_5 = 4,8 \text{ kg}$ $a_5 = 316^\circ$	

191. (sin und cos überstumpfer Winkel; Komponentenmethode)

In einem Punkt greifen in einer Ebene fünf Kräfte an: $P_1 = 48 \text{ kg}$; $P_2 = 57 \text{ kg}$; $P_3 = 13 \text{ kg}$; $P_4 = 38 \text{ kg}$; $P_5 = 29 \text{ kg}$. Sie bilden folgende Winkel miteinander: $\sphericalangle P_1P_2 = 63^\circ$; $\sphericalangle P_2P_3 = 100^\circ$; $\sphericalangle P_3P_4 = 71^\circ$; $\sphericalangle P_4P_5 = 85^\circ$. Wie groß ist die Ersatzkraft R , und welche Winkel bildet sie mit den Einzelkräften?

C. Algebra

I. Bestimmungsgleichungen

1. Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten

192. a) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} + \frac{1}{6} = \frac{x}{8} + \frac{1}{12}$

b) $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} - \frac{3x}{4} + \frac{4x}{5} - \frac{5x}{6} + 2 = \frac{5x}{12}$

193. a) $\frac{x}{a} - \frac{x}{3a} = 2;$

b) $a - \frac{x}{b} = \frac{x}{a} - b$

c) $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c$

d) $\frac{ax}{b} - \frac{b}{a} \cdot (x-b) = a$

e) $\frac{a}{x} - \frac{b}{x} = c$

c) $\frac{9}{x} + \frac{1}{2} = \frac{10}{x} + \frac{4}{9}$

d) $\frac{1}{6} + \frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{7}{5x} - \frac{1}{30}$

f) $\frac{a}{x} + b = \frac{b}{x} + a$

g) $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

h) $\frac{1}{p} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{q}$

i) $\frac{b}{a} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} - \frac{b}{x}$

k) $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{x} + \frac{1}{c}$

194. a) $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} = x-2$

b) $\frac{x+4}{14} + \frac{x-4}{6} = 2$

c) $\frac{x-8}{7} + \frac{x-3}{3} + \frac{5}{21} = 0$

d) $\frac{x+1}{3} - \frac{3x-1}{5} = x-2$

e) $4x - \frac{19+2x}{5} = 15 - \frac{7x+11}{4}$

f) $x-1 - \frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} = 0$

g) $\frac{3x-1}{2} - \frac{2x-5}{3} + \frac{x-3}{4} - \frac{x}{6} = x+1$

h) $\frac{5x-6}{10} - \frac{9-10x}{14} = \frac{3x-4}{5} - \frac{3-4x}{7}$

i) $\frac{7x-1}{25} - \frac{x+3}{20} = \frac{4x+9}{10} - \frac{x+5}{5}$

k) $\frac{x-3}{7} - \frac{x-25}{5} = 7 - \frac{2+x}{4}$

l) $3x - \frac{2x+5}{7} = 16 - \frac{7x+19}{2} - \frac{2x+1}{3}$

m) $\frac{4x-1}{3} - 4 = 1 - \frac{x-4}{6} + \frac{3x+5}{4} - \frac{17}{4}$

n) $\frac{7x-2}{3} - \frac{4(x+3)}{5} + 6 = \frac{3(x+2)}{2}$

195. a) $\frac{a-x}{b} = \frac{x-b}{a}$

b) $\frac{a-bx}{b} = \frac{ax-b}{a}$

c) $a - \frac{b+x}{b} = b - \frac{a+x}{a}$

d) $\frac{x+a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{x-b}{a} + \frac{a}{b}$

e) $\frac{a+b}{x} - c = d - \frac{a-b}{x}$

f) $\frac{x^2-a^2}{bx} - \frac{a-x}{b} = \frac{2x}{b} - \frac{a}{x}$

196. a) $\frac{10}{x-2} = 2$

b) $\frac{2}{x+5} = \frac{1}{3}$

c) $\frac{7x+16}{21} = \frac{x+8}{4x-11} + \frac{x}{3}$

d) $\frac{7x+26}{x+21} - \frac{17+4x}{21} = \frac{10-x}{3} + \frac{13+x}{7}$

e) $\frac{8x+23}{20} - \frac{5x+2}{3x+4} = \frac{2x+3}{5} - 1$

f) $\frac{1-x}{3} + \frac{3-x}{5} = \frac{6x+5}{8x-15} - \frac{1+8x}{15}$

g) $\frac{1}{2} - \frac{7}{2(x+3)} = \frac{5}{x+3} + \frac{3}{2(x+3)}$

h) $3 - \frac{1}{6(2x-5)} = \frac{1}{2(2x-5)} + \frac{7}{3(2x-5)}$

i) $\frac{4}{3x-6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{x-2}$

197. a) $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x-2}$

b) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-5}{x-3}$

c) $\frac{10-7x}{x-1} = \frac{5}{x+1} - 7$

d) $1 = \frac{2x+1}{3x-15} - \frac{x-11}{2x-10}$

e) $\frac{5x-7}{4x+4} + \frac{x+3}{3x+3} = 1$

f) $\frac{5}{x+2} = \frac{5}{3x+6} + \frac{2}{2x-3}$

g) $\frac{15}{2x+5} - \frac{15}{4x+10} = \frac{19}{9x-7}$

h) $3 - \frac{3x-5}{5x-5} + \frac{5x-1}{7x-7} + \frac{x-4}{x-1} = 2$

i) $\frac{7}{x-4} - \frac{12}{x-6} = \frac{10,5}{3x-12} - \frac{8}{x-6}$

k) $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x-2} = \frac{20}{4x-7}$

l) $\frac{9}{x-5} - \frac{5}{x-9} + \frac{28}{45-7x} = 0$

198. a) $\frac{1+x}{1-x} = \frac{a}{b}$ b) $\frac{1+x}{1-x} = \frac{1}{a}$ c) $\frac{ax+b}{ax-b} = \frac{1}{b}$ d) $\frac{a}{b+x} - \frac{a}{b} = a$

199. a) $\frac{a}{a-x} = \frac{b}{b-x}$ e) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{a+b}{a-b}$ e) $\frac{a+bx}{a+b} = \frac{c+dx}{c+d}$ g) $\frac{a-x}{b-x} = \frac{a+x}{b+x}$

b) $\frac{a+x}{a-x} = \frac{a+b}{a-b}$ d) $\frac{a+b}{c+x} = \frac{a-b}{xc}$ f) $\frac{a+bx}{a-b} = \frac{c+dx}{c-d}$ h) $\frac{a-b}{x} - \frac{1}{a+b} = \frac{a+b}{x} - \frac{1}{a-b}$

2. Das Umformen von Formeln

200. Ohne Klammern.

a) $A = P \cdot s$ b) $P = m \cdot b$ c) $v = s/t$ d) $I = E/R_g$

201. a) $N = \frac{P \cdot s}{t \cdot 75}$ b) $q_F = \frac{B \cdot H_u}{V_F}$ c) $R = \frac{\rho \cdot l}{F}$ d) $d_e = \frac{632}{h_o \cdot \eta_e}$

202. a) $v_2 = v_1 + b \cdot t$ b) $i_n = i' + x \cdot r$ c) $O = PR - Q\mu r - Qf$ (nach P)

203. a) $P \cdot t = m (v_2 - v_1)$ b) $Q = G \cdot c_p \cdot (t_2 - t_1)$
 c) $F = \pi \cdot r (r + s)$ nach s d) $F = 2\pi r \cdot (r + H)$ nach H auflösen
 e) $q_h = \alpha \cdot (t_2 - t_u)$ f) $q_h = k \cdot (t_o - t_u)$
 g) $U = I (R_x + R_g)$ nach R_x auflösen
 h) $R_v = R_g \cdot (n - 1)$ i) $a_1 \cdot (t_o - t_1) = a_2 \cdot (t_2 - t_u)$
 k) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ nach $\cos \gamma$ auflösen

204. a) $F = \frac{a+b}{2} \cdot h$ b) $s = \frac{v_1+v_2}{2} \cdot t$ c) $s = v_1 t + \frac{bt^2}{2}$ nach b

d) $\frac{Q}{2} \cdot \frac{R-r}{R} \cdot s = Q \cdot s_1$ nach s auflösen e) $Q_s = \frac{a(t_R - t_L)}{k_1}$

f) $Q_s = \frac{V_w(i_R - i_L)}{H_u}$ g) $\eta_K = \frac{D \cdot (i - t_w)}{B \cdot H_u}$ h) $I_a = \frac{U_k - E}{R_i}$ i) $R_N = \frac{R_G}{n-1}$

k) $c_p - \frac{R}{J} = c_v$

Mit Klammern.

205. a) $P \cdot l - N \cdot a + N \cdot \mu \cdot b = 0$ auflösen nach N
 b) $0 = P \cdot R - Q \cdot \mu \cdot r - Q \cdot f$ auflösen nach Q
 c) $R \cdot a = P_2 (a + b)$ auflösen nach a
 d) $G_1 (t_1 - t_m) = G_2 (t_m - t_2)$ auflösen nach t_m
 e) $P \cdot \cos a = G \cdot \sin a + G \cdot \mu \cdot \cos a + P \cdot \mu \cdot \sin a$ auflösen nach P

206. a) $P = \frac{N \cdot a + N \cdot \mu \cdot b}{l}$ auflösen nach N b) $P_o = \frac{Q(R-r)}{2R}$ auflösen nach R

c) $\eta_{th} = \frac{i_1 - i_2}{i_1}$ d) $\eta_{th} = \frac{T_o - T_u}{T_o}$ e) $s = \frac{c-v}{c}$

207. a) $\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ b) $\frac{1}{k} = \frac{1}{a_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{a_2}$

208. a) $s = s_1 \cdot \frac{2R}{R-r}$ b) $I = \frac{E_1 \cdot n}{R + r_1 \cdot n}$ c) $\frac{R_2}{R_1} = \frac{235 + t_2}{235 + t_1}$ d) $\lambda = \frac{n}{n - \frac{79}{21} \circ}$

e) $v_n = x \cdot v'' + v' - xv'$

209. (Nur quadratische Gleichungen)

a) $F = \pi \cdot d^2$ b) $s = \frac{bt^2}{2}$ c) $h = \frac{gt^2}{2}$ d) $P \cdot s = \frac{m \cdot v^2}{2}$

e) $\frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = p_{\text{ges}}$ f) $E_B = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2}$ g) $E = i + \frac{c^2}{2g \cdot 427}$

h) $c^2 = a^2 + b^2$ i) $s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2b}$ k) $\gamma = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R \cdot \cos \varphi$

210. (Wurzelgleichungen)

a) $v = \sqrt{2gh}$ b) $T = 2\pi \cdot \sqrt{l/g}$

II. Funktionsgleichungen und ihre zeichnerische Darstellung

1. Die Funktion des aufrechten Verhältnisses

236. ($y = ax$)

- a) $y = x$ b) $y = 2x$ c) $y = 3x$ d) $y = x/2$ e) $y = 4x/5$
 f) $y = -x$ g) $y = -2x$ h) $y = -x/3$ i) $y = -2x/3$

237. ($y = ax$)

- a) $s = v \cdot t$ b) $v = g \cdot t$ c) $G = \gamma \cdot V$ d) $U = R \cdot I$
 e) $A = P \cdot s$

238. ($y = ax$)

Das Fassungsvermögen der Heizölbunker eines Kriegsschiffes beträgt 1200 t. Der Brennstoffverbrauch ist bei

sparfamster Fahrt	16 sm/h — 3,07 t/h
Marsschfahrt	18 sm/h — 4,0 t/h
höchster Dauerfahrt	22 sm/h — 6,1 t/h

- a) Berechne für die 3 Fahrtstufen den Fahrbereich in h und in sm bei 1200 t Heizölbestand.
 b) Stelle für jede Fahrtstufe die Abhängigkeit des Fahrbereiches in sm vom Brennstoffbestand zeichnerisch dar. Was für Kurven müssen sich ergeben? (Achse des Brennstoffbestandes: waagerecht.)
 c) Stelle für jede Fahrtstufe die Abhängigkeit des Fahrbereiches in sm von der Fahrdauer in h in einem neuen Schaubild zeichnerisch dar. (Achse der Fahrdauer: waagerecht.)
 d) Beantworte mit Hilfe des Schaubildes b) folgende Fragen:
 1. Das Schiff ist mit vollem Heizölbestand ausgelaufen. Es fährt 800 sm sparsamste Fahrt, 300 sm höchste Dauerfahrt und 500 sm Marsschfahrt. Wie groß ist der Brennstoffbestand?
 2. Das Schiff läuft mit vollen Ölbunkern von Wilhelmshaven aus und hat bei 16 sm/h Fahrt bis Bilbao 1000 sm zurückgelegt. Dort erhält der Kommandant die Weisung, nach dem 1250 sm entfernten Hafen Almeria so schnell wie möglich auszulaufen und nach Erledigung dieser Aufgabe wieder so schnell wie möglich zur Stergängung nach Bilbao zurückzukehren. Welche Geschwindigkeit kann das Schiff laufen, wenn der Brennstoffbestand nur bis auf 600 t aufgebraucht sein soll?
 e) Beantworte mit Hilfe des Schaubildes c) folgende Frage: Das Schiff läuft aus und fährt 75 h mit sparsamster Fahrt und 50 h mit Marsschfahrt. Wieviel sm hat es zurückgelegt?
 f) Beantworte mit Hilfe beider Schaubilder folgende Fragen:
 1. Das Schiff läuft mit vollen Bunkern aus (18 kn) und darf höchstens 450 t verbrauchen. Wieviel h kann es in See bleiben?
 2. Das Schiff läuft mit vollem Heizölbestand aus (16 kn) und befindet sich 120 h in See. Wie groß ist der Brennstoffbestand?

239. ($y = ax + b$)

- a) $y = x + 3$ b) $y = x - 2$ c) $2x + 4 = y$ d) $y = 3x - 0,5$
 e) $y = x/3 + 3$ f) $y = 2x/3 + 4$ g) $y = -x + 3$
 h) $y = -3x - 2$ i) $y = -3x/4 - 1$ k) $y = -0,6x - 2,5$

240. Wann ist die zeichnerische Darstellung einer linearen Funktion parallel der x-Achse?

241. a) Wann sind die Geraden, die zwei lineare Funktionen $y = a_1 x + b_1$ und $y = a_2 x + b_2$ darstellen, parallel?
 b) Wann schneiden sie sich auf der y-Achse?

242. ($y = ax + b$)

- a) $s = v \cdot t + v_0$ b) $v = b \cdot t + v_0$ c) $v = -b \cdot t + v_0$

2. Die quadratische Funktion

243. Stelle die Funktion $y = ax^2$ dar, wo a) $a = 1$, b) $a = 2$, c) $a = 0,5$, d) $a = -1$, e) $a = -2$, f) $a = -0,5$ ist.

244. Beim freien Fall gilt für die Fallstrecke s in der Zeit t die Formel $s = \frac{gt^2}{2}$ ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- Stelle die Fallstrecke als Funktion der Zeit dar.
- Welcher Weg ist nach 1,3 s zurückgelegt?
- Nach wieviel Sekunden ist ein Weg von 18 m zurückgelegt?

245. Geht ein elektrischer Strom von I Ampere durch einen Leiter, der den Widerstand R Ohm hat, so ist die in der Sekunde erzeugte Wärmemenge, in cal gemessen, $Q = 0,24 \cdot I^2 \cdot R$.

- Stelle Q als Funktion von I bei einem Leiter vom Widerstand $R = 1$ dar!
- Wie groß ist die in der Sekunde erzeugte Wärmemenge bei einem Strom von 1,8 Ampere?
- Welchen Strom muß man einschalten, um in der Sekunde 1,5 cal zu erhalten?

246. Stelle die Funktionsgleichung $y = a \cdot x^2 + b$ zeichnerisch dar für $a = \pm 0,5$; $b = 2$; 3 ; -2 . Welche Bedeutung hat das absolute Glied b ? Wann schneidet die Kurve die x -Achse? Welche Bedeutung haben diese Schnittpunkte der Kurve mit der x -Achse?

247. Stelle folgende Funktionsgleichungen zeichnerisch dar und bestimme die Schnittpunkte mit der x -Achse:

$$\begin{array}{lll} y = x^2 + x - 1; & y = x^2 + 8x - 9; & y = 2x^2 - x - 15; \\ y = 7x^2 - 4x - 11; & y = 13x^2 + 9x - 5. & \end{array}$$

248. Stelle die beiden Funktionsgleichungen

$$\begin{array}{l} y = 0,6x^2 - 2,5 \\ \text{und } y = 0,75x + 3,2 \end{array}$$

zeichnerisch dar, so daß die Schnittpunkte sichtbar werden. Welche Koordinaten haben die Schnittpunkte?

249. Stelle die beiden Funktionsgleichungen $y = x^2 - 1,9x - 3,2$ und $y = \frac{2,04x - 2,8}{2,15}$ zeichnerisch dar für $x = -1,5$; 0 ; $0,5$; $1,3$; $2,4$; $3,8$. Die Schnittpunkte jeder Kurve mit der x -Achse und die Schnittpunkte der beiden Kurven miteinander sind abzulesen.

250. Für die Funktion $y = \frac{4x^2 + 2x + 1}{10} - \frac{2x^2 - 3x - 4}{6} - \frac{8x - 2}{15} - 1$ sind mit Benutzung der Werte $x = -6,5$, $-5,7$, $-4,5$, $-3,4$, $-2,2$, -1 , 0 , $+1,1$, $+2$, $+3,1$, $+4$ die zugehörigen y -Werte zu berechnen. Die Wertetabelle ist zeichnerisch darzustellen. Die Schnittpunkte der Kurve mit der x -Achse sind abzulesen.

251. Auf einem Kreuzer soll für eine Kreiselpumpe, die das Waschwasser zu den verschiedenen Abteilungen fördert, die Pumpenkennlinie im Q - H Schaubild aufgenommen werden. Die Pumpe läuft auf dem Prüfstand mit der Drehzahl 1000 U/m. Durch einen Drosselschieber werden nacheinander folgende Fördermengen eingestellt:

$$Q = 0; 8; 18; 29; 40; 49 \text{ m}^3/\text{h}.$$

Die zugehörigen manometrischen Förderhöhen H_{man} in m WS werden aus den Ablesungen an den Druckmessern (siehe Bild 21) nach folgender Beziehung errechnet:

$$H_{\text{man}} = y + \frac{10000}{\gamma} \cdot (p_a - p_e) + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2g} \quad (g = 9,81 \text{ m/s}^2)$$

Für Wasser ist $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$. Der Druck $p_e = 0,5 \text{ ata}$ im Saugestutzen soll konstant bleiben. Für p_a werden am Austrittsstutzen folgende Werte am Manometer abgelesen:

$$p_a = 3,5; 3,44; 3,34; 3,14; 2,42; 0,4 \text{ ata}.$$

Die Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten c_e und c_a sind in m/s nach der Stetigkeitsgleichung $Q = F \cdot c$ zu berechnen. Der Durchmesser der Rohrleitung beträgt am Eintritt $d_e = 100$ mm

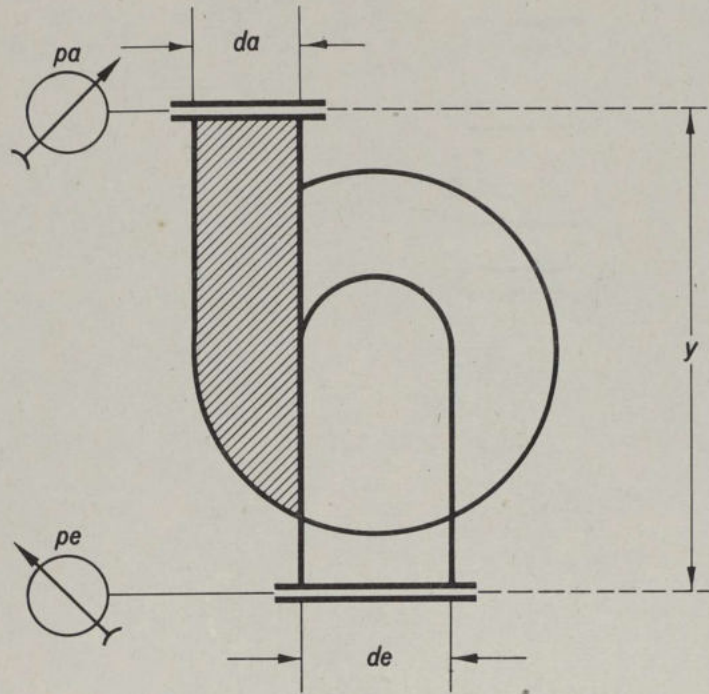


Bild 21

und am Austritt $d_a = 70$ mm. Die Höhe vom Saugstutzen bis zum Druckstutzen beträgt $y = 0,5$ m.

- Berechne die zu den verschiedenen Fördermengen Q gehörigen Eintritts- und Austrittsgeschwindigkeiten.
- Berechne mit Hilfe der errechneten Strömungsgeschwindigkeiten und der gemessenen Drücke die zu den verschiedenen Fördermengen Q gehörigen manometrischen Förderhöhen H_{man} auf Grund der oben angegebenen Formel und stelle die erhaltenen Werte in einer Tabelle zusammen.
- Zeichne die Pumpenkennlinie im Q - H Schaubild. (Waagerechte Achse Q ; Maßstab: senkrecht $1 \text{ cm} \triangleq 5 \text{ m}$; waagerecht: $1 \text{ cm} \triangleq 5 \text{ m}^3/\text{h}$).
- Auf wieviel m Höhe kann diese Pumpe $37 \text{ m}^3/\text{h}$ fördern?
- Wieviel m^3/h kann die Pumpe auf 15 m Höhe fördern?

3. Die Funktion $y = a \cdot \sqrt{x}$

252. Stelle die Funktion $y = a \cdot \sqrt{x}$ zeichnerisch dar für $a = 0,5; 2; -4!$

253. Die theoretische Ausflußgeschwindigkeit einer Flüssigkeit kann aus der Formel

$$v = \sqrt{2gH}$$

berechnet werden, wobei H die Höhe des Spiegels über der Öffnung bedeutet. Es soll eine Wertetabelle des v für

$$H = 0,364; 0,845; 1,33; 2,65; 3,84; 5,2 \text{ m}$$

berechnet und zeichnerisch dargestellt werden.

Welche Ausflußgeschwindigkeit liest man aus der Kurve für $H = 3,04 \text{ m}$ ab?

254. Die wirkliche Geschwindigkeit des Dampfes beim Ausströmen aus einer Expansionsdüse mit Reibung ergibt sich aus der Formel:

$$c_1 = 0,91 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 427 \cdot h}$$

Es soll hiernach eine Tabelle der Dampfgeschwindigkeit für die Wärmegefälle

$$h = 15; 30; 45; 60; \dots; 150 \text{ kcal}$$

berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Welches Wärmegefälle wäre nötig, um eine Dampfgeschwindigkeit von 500 m/s zu erzielen?

4. Die Funktion des umgekehrten Verhältnisses $y = a/x$

255. Stelle die Funktion $y = a/x$ zeichnerisch dar für $a = 1; 3; 5; 0,5; -1; -3; -0,5$.
256. Stelle das Mariottesche Gesetz $P \cdot V = \text{fest}$ ($T = \text{fest}$) zeichnerisch dar für den Fall, daß es sich um eine Luftmenge handelt, die bei einem Druck von 1 at einen Rauminhalt von 0,75 l hat.
257. Stelle mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes $I = E/R$ die Stromstärke I als Funktion des Widerstandes R bei einer Spannung von a) 110 Volt, b) 220 Volt (beides in einer Zeichnung) dar.

5. Die Sinus- und Cosinusfunktion

258. Stelle die Funktionsgleichungen

$$y = \sin x \text{ und } y = \cos x$$

zeichnerisch dar (im gleichen Schaubild). Maßstab auf der waagerechten Achse $1 \text{ cm} = 20^\circ$; auf der senkrechten Achse soll die Einheit 2 cm sein. x durchlaufe die Winkel von 0° bis 360° .

- Ziehe die Parallele zur Abszissenachse im Abstand 0,8. Wieviel und welche Winkel ergeben sich für eine bestimmte Sinus- bzw. Cosinusordinate?
- Wie steht es also mit der Eindeutigkeit der Winkel in bezug auf ihre Funktionen? Wie steht es mit der Eindeutigkeit der Funktionen in bezug auf die Winkel?
- Für welche Winkel sind sinus und cosinus gleich?
- Vergleiche 1) $\sin(90^\circ - a)$ und $\sin(90^\circ + a)$; 2) $\sin(180^\circ - a)$ und $\sin(180^\circ + a)$; 3) $\sin(270^\circ - a)$ und $\sin(270^\circ + a)$; 4) $\sin(360^\circ - a)$ und $\sin(360^\circ + a)$. Desgleichen für die Cosinusfunktion.
- Wie groß ist der Winkel, dessen Sinus $1/2$, wenn sein Cosinus negativ ist?
- Wie groß ist aber der Winkel, wenn sein Sinus $-1/2$ und sein Cosinus positiv ist?
- Wie groß ist das Verhältnis $\frac{\sin a}{a}$ für: $a = 90^\circ; 60^\circ; 45^\circ; 30^\circ; 10^\circ$?

Welchem Wert strebt also das Verhältnis zu, wenn x immer mehr abnimmt?

Durch welche Größe kann man demnach für kleine Winkel den Sinus ersetzen?

259. a) Zeichne die Kurven $y = A \cdot \sin a$ für 1) $A = 1$; 2) $A = 4$; 3) $A = 8$ und für $a = 0, \dots, 360^\circ$ in das gleiche Schaubild. (Waagerechte Achse: a ; 1 cm $\hat{=}$ 20° ; Einheit auf senkrechter Achse: 1 cm).

Vergleiche a) die Wellenlängen; β) die Amplituden der entstandenen Kurven miteinander. Wie könnte man die Kurven 2) und 3) aus der Kurve 1) gewinnen?

- Zeichne die Kurven $y = A \cdot \sin(k \cdot a)$ für $A = 4$ und 1) $k = 1$; 2) $k = 3$; 3) $k = 0,5$; $a = 0^\circ, \dots, 360^\circ$ in ein Schaubild (Einheiten wie in Aufgabe a). Vergleiche a) die Wellenlängen, β) die Amplituden der Kurven. Welche Perioden haben die Kurven 1), 2) und 3)?
- Zeichne die Kurven $y = A \cdot \sin(a + \varphi)$ für $A = 4$ und 1) $\varphi = 0^\circ$; 2) $\varphi = 120^\circ$; 3) $\varphi = 240^\circ$. Wie kann man sich die Kurven 2) und 3) aus 1) entstanden denken? Welche Kurve erhält man für den speziellen Fall $\varphi = 90^\circ$?
- Vergleiche die Gleichung des sinusförmigen Wechselstromes $i = i_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right)$ [i_0 ,

T und φ_0 sind gegebene Konstanten] mit der Gleichung

$$y = A \cdot \sin(a + \varphi)$$

Warum heißt i_0 Scheitelstromstärke?

Warum heißt T Periodenzeit?

Warum heißt φ_0 Anfangsphase?

Zu welchen Zeiten t wird i ein Höchstwert, ein Tiefstwert oder gleich 0, falls $T = 0,1 \text{ s}$, $\varphi_0 = 30^\circ$ ist?

260. a) Zeichne die Kurven 1) $y_1 = 4 \cdot \sin(a + 30^\circ)$
2) $y_2 = 3 \cdot \sin(a + 60^\circ)$
b) Zeichne die Kurven 3) $y = y_1 + y_2$. (Eine beliebige Ordinate von 3) ist gleich der Summe der Ordinaten von 1) und 2), die zum gleichen Winkel a gehören.) Was für eine Kurve entsteht?
c) Zeichne die Kurven 1) $y_1 = 5 \sin a$
2) $y_2 = 2 \cdot \sin(3a)$
d) Zeichne die Kurve 3) $y = 5 \sin a + 2 \sin(3a)$
e) Wann liefert die Addition zweier Sinuskurven wieder eine Sinuskurve und wann nicht?
261. Die Fliehbeschleunigung γ (in cm/s^2) eines Punktes auf einer rotierenden Kugel errechnet sich nach der Formel

$$\gamma = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R \cdot \cos a,$$

wobei T die Umdrehungszeit der Kugel in Sek., R der Radius der Kugel in cm und a der Winkel des durch den Punkt gehenden Radius mit der waagerechten Ebene ist.

- a) Es soll eine Tabelle der Fliehbeschleunigungen für $a = 0^\circ; 10^\circ; 20^\circ; \dots; 90^\circ$ berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. $T = 0,9 \text{ s}$, $R = 12,5 \text{ cm}$.
b) Ermittle die Winkel a , die zu $\gamma = 250 \text{ cm/s}^2$ und $\gamma = 550 \text{ cm/s}^2$ gehören mit Hilfe des Schaubildes und auf Grund der Gleichung.

D. Flächenlehre

I. Geradlinig begrenzte Flächen

267. Einem Kreis, $d = 10$ cm, sind einbeschrieben: ein regelmäßiges 4-, 8-, 16-, 32-, 64-Eck.
a) Wie groß sind die Flächeninhalte der einzelnen einbeschriebenen Vielecke?
b) Wie groß ist in jeden Fall das Verhältnis F/r^2 ?
Welchem Wert nähert sich F/r^2 ?
268. Aus einer kreisförmigen Blechplatte, $d = 18$ cm, soll ein möglichst großes 11-Eck hergestellt werden. Wieviel % Abfall entstehen?
269. Ein regelmäßiges 6-Eck hat einen Umfang von 27 cm.
a) Wie groß ist sein Flächeninhalt F_6 ?
b) Welchen Flächeninhalt F_{12} hat ein regelmäßiges 12-Eck von gleichem Umfang?
c) In welchem Verhältnis stehen F_{12} und F_6 zueinander?
d) In welchem Verhältnis stehen die Flächeninhalte der beiden Kreise, die dem 6-Eck bzw. 12-Eck umbeschrieben werden können?
270. Wie groß ist die Fläche von der Form eines regelmäßigen 8-Ecks, das sich mit einem Seil von 280 m Länge abstecken läßt? Wieviel m^2 würde man verlieren, wenn man die Form eines gleichseitigen Dreiecks wählen würde?
Auf welche Weise würde man mit dem Seil die größtmögliche Fläche abstecken und wie groß würde diese sein?
271. Aus einer rechteckigen Blechplatte von 1,2 m Länge und 0,8 m Breite sollen sechs regelmäßige 8-Ecke ausgestanzt werden, deren größte Diagonale 36 cm lang ist. Wieviel % beträgt der Abfall?
272. Einem Kreis, $r = 7,25$ cm, ist ein 18-Eck ein- und umbeschrieben. Berechne Flächeninhalt und Umfang der beiden Vielecke.
273. Ein 80 mm dickes Gußstück hat den Querschnitt eines regelmäßigen 9-Ecks, das in einen Kreis vom Durchmesser 7 cm eingezeichnet werden kann.
Wie schwer ist es, wenn es aus Messing ($\gamma = 8,5$) hergestellt wird?
Wieviel Nickel braucht man, um 450 solcher Stücke mit einem Überzug von 0,012 mm Dicke zu versehen? ($\gamma_{\text{Nickel}} = 9,2$).
274. Ein säulenförmiges Gußstück von 28 mm Höhe hat den Querschnitt eines regelmäßigen 15-Ecks, das in einen Kreis von 6,8 cm Durchmesser eingezeichnet werden kann.
Wieviel Kupfer ($\gamma = 8,9$) braucht man, um 577 Stück mit einem Überzug von 0,015 mm Stärke zu versehen?

II. Kreisflächen

1. Winkel im Bogenmaß

275. Wie groß ist \hat{a} für $a = 70^\circ; 90^\circ; 150^\circ; 180^\circ; 250^\circ; 270^\circ; 360^\circ$?
276. Welcher Winkel a° gehört zu $\hat{a} = 0,78$?
277. Wie lang ist der vom Mittelpunktswinkel $a = 110^\circ$ im Kreise mit dem Durchmesser $d = 8$ cm eingeschlossene Bogen?
278. Wie lang ist der Bogen, den ein Winkel von $\frac{1}{16}^\circ$ im Kreis vom Radius 1000 m einschließt? (Vorhaltewerte bei der Artillerie in Sechzehntel-Graden!)
279. Welchen Durchmesser hat der Kreis, in welchem der Mittelpunktswinkel $a = 65^\circ$ einen Bogen von 2,2 cm Länge einschließt?

280. Welchen Abstand x_0 vom Kreismittelpunkt hat der Schwerpunkt eines Kreisbogens, dessen Radius $r = 45$ mm ist und dessen Mittelpunktswinkel $\alpha = 40^\circ; 90^\circ; 130^\circ; 180^\circ$ ist? x_0 berechnet sich aus der Formel:

$$x_0 = \frac{r \cdot s}{b} \quad \begin{array}{l} s = \text{Sehne} \\ b = \text{Bogen} \end{array}$$

281. Der Schwerpunktsabstand x_0 vom Mittelpunkt eines Kreises berechnet sich beim Kreisabschnitt nach der Formel:

$$x_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \cdot s}{b}$$

Hierbei bedeuten: $r =$ Radius; $s =$ Sehne; $b =$ Bogen.

Berechne x_0 für $r = 68$ mm; $\alpha = 25^\circ; 50^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ$.

2. Kreisabschnitt

282. In einem Kreis vom Radius $r = 3,9$ cm ist der Mittelpunktswinkel α gegeben. $\alpha = 31^\circ; 154^\circ; 215^\circ$. Wie groß ist die Fläche des Kreisabschnitts?
283. In einem Kreis vom Radius $r = 7,3$ cm ist eine Sehne $s = 4,2$ cm eingezeichnet.
Welcher Mittelpunktswinkel gehört zu dieser Sehne?
Wie groß ist der Flächeninhalt des Kreisabschnitts?
284. Der Mittelpunktswinkel von 41° schneidet in einem Kreis eine Sehne von $3,3$ cm Länge aus.
Wie groß ist der Radius dieses Kreises?
Wie groß ist der Flächeninhalt des Kreisabschnitts?
285. In einem Kreis vom Radius $r = 5,3$ cm ist der Mittelpunktswinkel $\alpha = 81^\circ$ gegeben.
Wie groß ist der Flächeninhalt des Kreisabschnitts?
Wie groß ist der Radius desjenigen Kreises, in welchem der gleiche Mittelpunktswinkel α einen an Flächeninhalt doppelt so großen Kreisabschnitt liefert?
Wie lang ist in diesem größeren Kreis der zu α gehörige Bogen?
286. In einem Kreis von $r = 20$ cm ist der Flächeninhalt eines Kreisabschnitts mit 500 cm² gegeben.
Wie groß ist der Winkel α des Abschnitts?
Wie groß ist der Umfang des Abschnitts?

3. Kreisbogen

287. Der Schwerpunktsabstand x_0 vom Mittelpunkt eines Kreises wird beim Kreisbogen nach folgender Formel berechnet:

$$x_0 = \frac{s^3}{12 F} \quad (s = \text{Sehne})$$

Bestimme x_0 für $\alpha = 40^\circ; 90^\circ; 140^\circ; 180^\circ$ und $r = 85$ mm.

288. Es sollen Fläche und Umfang eines Kreisbogens berechnet werden mit der Höhe $h = 14$ cm und dem Radius $r = 18$ cm. Wieviel % fehlen noch bis zur Halbkreisfläche?
289. Berechne Fläche und Umfang eines Kreisbogens, dessen Sehne $s = 25$ cm und dessen Höhe $h = 6,3$ cm ist. Wieviel % der ganzen Kreisfläche macht die Kreisbogenfläche aus?
290. Ein Frischwassertank von der Form eines liegenden Zylinders ($D = 2,25$ m) ist noch bis zu einer Höhe von $1,85$ m gefüllt. Wie groß ist der Wasserraumquerschnitt?
Zu wieviel % ist der Tank gefüllt?
291. Eine Kesseltrommel mit kreisförmigem Querschnitt hat einen inneren Durchmesser von 900 mm.
a) Wie groß ist bei einem Wasserstand von 225 mm der Wasserraumquerschnitt, der Dampf-
raumquerschnitt und das Verhältnis des Dampf-
raumquerschnitts zum Wasserraum-
querschnitt?

- b) Welchen Wert nimmt das Verhältnis von Dampfraumquerschnitt zum Wasserraumquerschnitt an bei einem Wasserstand von 450 mm bzw. 675 mm?
292. Eine Kesseltrommel von 800 mm Durchmesser und 2 m Länge ist bis zu einer Höhe von $\frac{2}{3}$ des Durchmessers mit Wasser gefüllt? Wie groß ist der Dampfraum?
293. Ein 3 cm dickes Gußstück ($\gamma = 8,6$) hat die Gestalt eines Kreisabschnittes, dessen Sehne 24 cm lang und dessen Höhe 6 cm beträgt. Wie groß sind Gewicht und Oberfläche des Gußstückes?
294. Eine Metallplatte (Dicke 50 mm) hat die Gestalt eines Kreisabschnittes ($h = 5$ cm; $s = 18$ cm). Wieviel kg Nickel sind erforderlich, um 500 solcher Werkstücke mit einem Nickelüberzug von 0,012 mm Stärke zu versehen? ($\gamma = 9,2$).

III. Krümmförmig begrenzte Flächen

295. Berechne mit Hilfe der Simpsonschen Flächenformel die Fläche zwischen Kurve und x-Achse für folgende Funktionen:
- | | |
|---|--|
| a) $y = 120/x^2$; | $x = 0; 1; 2; \dots; 10$ |
| b) $y = 56,3/x^2$; | $x = 2; 2,5; 3; 3,5; \dots; 8$ |
| c) $y = \sqrt{1 + x^2}$; | $x = 0; 1; 2; \dots; 10$ |
| d) $y = 8,45 \cdot \sqrt[3]{x}$; | $x = 2; 2,5; 3; 3,5; \dots; 7$ |
| e) $y = 0,45 \cdot \sqrt{100 - (10-x)^2}$; | $x = 0; 1; 2; \dots; 10$ |
| f) $y = + \sqrt{x^2 + 9}$; | $x = 0; 1; 2; \dots; 10$ |
| g) $y = \sqrt[3]{x^2}$; | $x = 0,5; 1; 1,5; 2; \dots; 5,5$
(Einheit auf beiden Achsen 2 cm) |
| h) $y = 92,5/x + 1,6$ | $x = 3; 3,5; \dots; 10$ |
| i) $y = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - x^2}$ | $x = 0; 1; 2; \dots; 10$
$a = 10; b = 5$ |

Prüfung des Ergebnisses mit Hilfe der Formel

$$F = \frac{\pi \cdot a \cdot b}{4}$$

296. 1 kg Luft von $p_1 = 14$ ata und $v_1 = 0,06$ m³ dehnt sich isotherm auf $p_2 = 2$ ata aus.
- a) Wie groß ist v_2 ?
- b) Wie groß ist die Fläche zwischen der Isothermen und der v-Achse für den Bereich $v_1 \dots v_2$ ($n = 10$)?
- c) Prüfe das Ergebnis durch Vergleich mit der Formel

$$F = 2,303 \cdot p_1 \cdot v_1 \cdot \lg(p_1/p_2)$$

297. Es soll die Fläche unter der Kurve $y = \sin^2 a$ im Bereich $0 \leq \hat{a} \leq \pi$ berechnet werden.
- a) Es ist eine Wertetafel anzulegen von \hat{a} für $a = 0^\circ; 30^\circ; 60^\circ; \dots; 180^\circ$.
- b) Es ist eine Wertetafel anzulegen von $\sin a$ und $\sin^2 a = (\sin a)^2$ für $a = 0^\circ; 30^\circ; 60^\circ; \dots; 180^\circ$.
- c) Die Werte von $\sin^2 a$ sind in einem Achsenkreuz über den Werten a aufzutragen.
- d) Nach der Simpsonschen Formel ist die Fläche zwischen der Kurve und der \hat{a} -Achse im Bereich $0 \leq \hat{a} \leq \pi$ auszurechnen.
- e) Zur Probe ist die mittlere Höhe h_m dieser Fläche auszurechnen nach der Formel

$$h_m = F/\pi$$

E. Körperlehre

I. Regelmäßige Körper

298. (Zylinder)
Ein voller Holzzylinder ($\gamma_{\text{Holz}} = 0,55$) besitzt einen zylindrischen Eisenkern. Der Radius des Holzzylinders ist $R = 25$ cm; die Länge ist $l = 6,5$ m.
Welchen Radius muß der Eisenkern haben ($\gamma_E = 7,2$), damit der Körper 35 cm tief eintaucht, wenn er im Wasser schwimmt?
299. Der Schwimmer eines Speisewasserreglers ist ein auf beiden Seiten geschlossener, liegender Hohlzylinder mit einem äußeren Durchmesser von 350 mm und einer Länge von 1650 mm. Er soll 80 mm tief eintauchen. Wie schwer darf er dann nur sein?
300. Ein Rechteck von der Länge a und der Breite b wird zu einem Zylinder gerollt; wie groß ist der Inhalt V , wenn die Länge a bzw. die Länge b zur Höhe wird? $a = 26,4$ cm; $b = 19,8$ cm.
301. (Pyramide)
Von einer 5seitigen regelmäßigen geraden Pyramide sind die Höhe $H = 21$ cm und der Radius des Umkreises der Grundfläche $r = 7,4$ cm gegeben. Wie groß sind Rauminhalt, Mantelfläche und Oberfläche?
302. Die Grundkante einer quadratischen geraden Pyramide ist 3 m lang. Der Winkel zweier nicht benachbarter Seitenkanten beträgt 42° . Wie groß sind Rauminhalt und Oberfläche?
303. (Kegel)
Der Mantel eines Kegels ist ein Kreisabschnitt mit dem Radius s und dem Mittelpunktswinkel α ; wie groß ist der Rauminhalt des Kegels, wenn $s = 15,4$ cm und $\alpha = 150^\circ$ ist?
304. Wie groß ist der Mittelpunktswinkel α des aufgerollten Mantels eines gleichseitigen Kegels?
305. (Kugel)
Wieviel wiegt eine eiserne Hohlkugel ($\gamma = 7,85$) mit einem äußeren Durchmesser von 24 cm und einer Wandstärke von 6 mm?
Wieviel würde diese Kugel in Wasser eingetaucht wiegen?
Wie stark muß die Wandstärke sein, damit die Kugel, halb eingetaucht, schwimmt?
306. (Kugel)
Für jede Explosion eines 1-Liter-Verbrennungsmotors muß der Vergaser einen kugelförmigen Tropfen von 0,015 g Benzin ($\gamma = 0,74$) zerstäuben. Hierbei entstehen 1100 kleine, ebenfalls kugelförmige Tröpfchen.
a) Wie groß sind Rauminhalt und Oberfläche der unzerstäubten Kugel?
b) Wie groß sind Rauminhalt und Oberfläche einer der entstandenen 1100 Kügelchen?
c) Wie groß sind Rauminhalt und Oberfläche aller 1100 Kügelchen zusammen?
d) Wie verhalten sich die Oberflächen vor und nach der Zerstäubung zueinander?
307. (Kugel)
Eine 1 kg schwere Hohlkugel aus Eisen ($\gamma = 7,8$) schwimmt, halb eingetaucht,
a) in Wasser ($\gamma = 1$);
b) in Salzwasser ($\gamma = 1,2$).
Wie groß ist ihre Wandstärke?
308. (Kegel und Kugel)
Es sollen Bleikugeln von 20 mm Durchmesser hergestellt werden. Zur Verfügung stehen aus Altmaterial 50 Bleikegel, deren Achsenquerschnitt ein gleichseitiges Dreieck von 15 cm Seitenlänge ist.
a) Wieviel Kugeln ergeben sich?
b) Um wieviel müßte man den Kugeldurchmesser verkleinern, damit man aus dem Material doppelt soviel Kugeln erhalten kann.

309. (Zylinder, Kugel und Kegel)

Es sind drei Bojen zu berechnen, die die Gestalt einer Kugel, eines Doppelkegels mit dem Grundkreisumfang $U = 4,1$ m und eines liegenden Zylinders von der Länge $l = 1,40$ m haben. Die Kugel wiegt 900 kg, der Doppelkegel 750 kg und der Zylinder 820 kg. Im Wasser schwimmend taucht jede Boje gerade bis zur Hälfte des Rauminhaltes ein.

- a) Berechne Rauminhalt und Oberfläche jeder Boje.
- b) Drücke die Unterschiede der Rauminhalte zwischen Kugel und Doppelkegel, sowie zwischen Kugel und Zylinder in % des Kugelinhaltes aus.

II. Unregelmäßige Körper

310. Zur Vermessung eines Schiffsraumes sind 15 je 7 m voneinander entfernte senkrechte Querschnitte ausgewertet zu

0; 19,6; 31,7; 42,4; 58,9; 62,0; 60,5; 59,2; 58,8; 44,6; 38,3; 33,7; 29,1; 16,3; 0 m².

Berechne mit Hilfe der Simpsonschen Formel den gesamten Schiffsraum in m³. Wie groß ist er in BRZ.? (1 BRZ. = 2,82 m³)

311. Bei einer erweiterten Düse sind in gleichen Abständen von 2,5 cm die Umfänge der kreisförmigen Querschnitte gemessen worden. Es ergeben sich folgende Werte:

39,3; 23,6; 15,7; 14,1; 14,9; 15,7; 17,0; 18,2; 19,5; 20,8; 22 cm.

Berechne mit Hilfe der Simpsonschen Formel den Rauminhalt dieser Düse unter Vernachlässigung der Dicke des Bleches.

312. Bei einem Stromlinienkörper, der senkrecht zu seiner Längsachse kreisförmige Querschnitte hat und 1,90 m lang ist, hat man zur Berechnung seines Rauminhaltes mit der Simpsonschen Formel an fünf Stellen den Umfang des Körpers ausgemessen und dabei von vorn nach hinten folgende Werte gefunden:

127; 132,5; 104,2; 70,7; 37,2 cm.

Die Abstände der aufeinanderfolgenden Meßstellen sind gleich lang und auch gleich dem Abstand des Anfangs- bzw. Endpunktes des Körpers von dem nächstgelegenen ausgemessenen Querschnitt. Berechne den Rauminhalt und die Dichte des Körpers, wenn sein Gewicht 347 kg beträgt.

313. Anfangs-, Mittel- und Endquerschnitt eines Bunkers werden ausgemessen. Von jedem Querschnitt werden fünf Breiten gemessen. Der Abstand je zweier aufeinanderfolgender Breiten ist

a) $h = 0,75$ m; b) 0,80 m.

Der Abstand der Querschnittsflächen ist

a) $l = 3,25$ m; b) $l = 2,75$ m.

Die Breiten der einzelnen Flächen in der Reihenfolge von unten nach oben sind:

- | | |
|-----------------------|---------------------------------|
| a) Anfangsquerschnitt | 1,00; 1,75; 2,15; 2,00; 2,00 m; |
| Mittelquerschnitt | 1,25; 1,95; 2,30; 2,25; 2,10 m; |
| Endquerschnitt | 0,95; 1,63; 1,95; 1,80; 1,75 m; |
| b) Anfangsquerschnitt | 0,95; 1,50; 2,12; 2,05; 2,00 m; |
| Mittelquerschnitt | 1,20; 1,65; 2,33; 2,20; 2,20 m; |
| Endquerschnitt | 0,80; 1,45; 1,90; 1,85; 1,80 m; |

Welchen Rauminhalt hat der Bunker?

Wieviel t Heizöl vermag er bei 85% Füllung zu fassen? ($\gamma = 0,91$)

Faßaufgaben

314. Wie groß ist der Inhalt eines 0,8 m hohen Fasses, dessen kleinster innerer Durchmesser $d = 0,45$ m und dessen größter innerer Durchmesser $D = 0,55$ m beträgt?
315. Welchen Rauminhalt hat ein hölzernes Ölfaß mit $H = 155$ cm; $D = 95$ cm; $d = 65$ cm?
Wieviel faßt dagegen ein eisernes Faß von zylindrischer Form mit derselben Grundfläche und Höhe?
a) Wieviel Holzfässer und
b) wieviel Eisenfässer wären nötig, um 50 t Treiböl ($\gamma = 0,88$) zu verladen?
316. Der Druckkörper eines U-Bootes hat die Form eines liegenden Fasses. Berechne seinen Rauminhalt, wenn seine Länge 25 m, sein Umfang in der Mitte 15 m und an den Enden je 6 m beträgt.