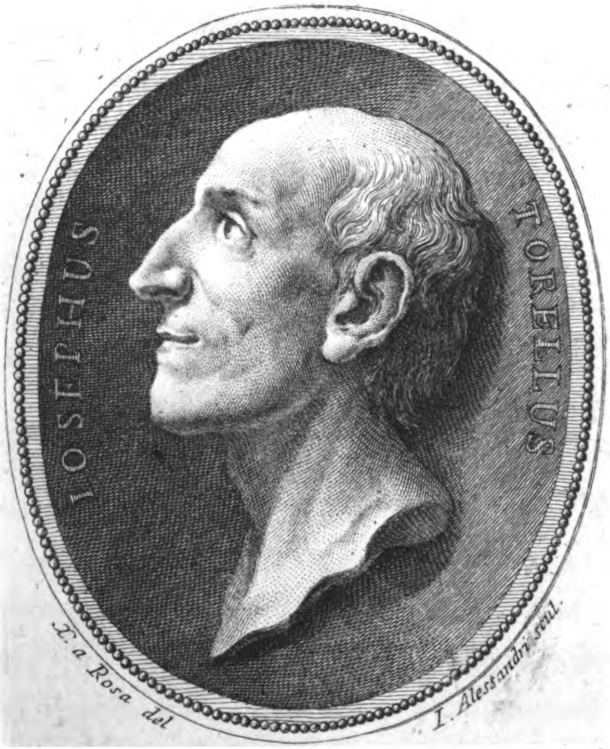
h4 15

4/-

IOSEPHI TORELLI
VERONENSIS
ELEMENTORUM PROSPECTIVÆ
LIBRI II.

OPUS POSTHUMUM.

RECENSUIT ET EDIDIT
IOANNES BAPTISTA BERTOLINI
CENTURIO ARCHITECTUS AC IN MILITARI COLLEGIO
VERONENSI GRAPHIDOS PROFESSOR.



VERONÆ
EX OFFICINA MORONIANA

IOANNI BAPTISTÆ
COMITI DE ARCO
IN MANTUANO DUCATU POLITICES REGIÆQUE ACADEMIÆ PRÆFECTO CÆS. SACR. MAI. CAMERARIO &C. &C. &C.

HÆRES MARCI MORONI.

IOSEPHI TORELLI *de Proſpectivæ elementis, doctorum hominum ſententia, pulcherrimos ſane libros in lucem emittere, tibique, ſumme vir, nuncupare, æquiſſimum judicavi. Quidquid enim doctiſſimus homo ea de re, qua plurimæ adjuvantur artes, prudenter diligenterque conſcripſerat, id omne ſibi communis hominum ſocietas proprio jure vindicabat, jubebatque privatis educi parietibus; præſertim quod metuebat, ne qua oblivionis cauſa pleroſque immortalium virorum libros periiſſe dolemus, eadem olim Torelli opus fuiſſe ablatum poſteritas indignaretur. Quapropter, ut communi omnium utilita-*

ti conſultum eſſet, id præſtitum eſt, ut IOANNE BAPTISTA BERTOLINI *recenſente, in Veronenſi militaris inſtitutionis Collegio de re graphica præceptore, Torelloque dum vivebat familiari, ea demum elementa publicis velut literarum monumentis commendarentur. Quod vero eadem tibi inſcripta præcipue vellem, tua in doctrinis ratio, Torellique mens in cauſa fuerunt. Singularis etenim tibi eſt ad cognoſcendum & procurandum omne diſciplinarum genus prudentia, atque adeo voluntas, de quibus non id mihi ſumam ut pluribus diſſeram; præſertim quod jam diu eſt, cum egregiis doctrinæ ingeniique documentis auctoritas hac in re tua confirmata eſt, ut non florentiſſimæ tantum cultis in Europæ regionibus Academiæ te ſocium cooptaverint, ſed & ipſa Mantuana Academia, quod maximum eſt, parentem, fere dixerim, & moderatorem habeat. Quæ tua cum literis, ſtudioſiſque literarum conjunctio, magna mihi equidem cauſa fuit, ut in Torelliani operis editione jam ſtatim a principio de te cogitaverim: ea tamen cum pleriſque communis eſt; illa vero præcipua, quod Torellus ipſe conſilium ceperat, & cum amicis ſæpius communicaverat, de ſuo tibi opere nuncupando, eam ſecutus rationem, ut quanti te faceret, & quam honeſtam familiaritatem ſibi tuam eſſe exiſtimaret, publico perennique monumento profiteretur. Quod cum ille facere judicaſſet, & feciſſet quidem, niſi incœpta maturantem mors præoccupaſſet, perficiam ego, minime veritus, ne mortui familiaris officium me, veterem familiæ tuæ clientem, præſtitiſſe, tibi gratiſſimum futurum ſit. Quamvis enim antiquiſſima Majorum gloria, & quod magis commendandum eſt, parta tuis virtutibus dignitate plurimos in Italia præſtes, concedas nemini; attamen Torellum, hominem egregiis naturæ artiumque* *bonis excultum pro tui animi æquitate, dum tecum una fuit, perinde ac tibi frater eſſet, amaſti. Si quando enim Veronæ apud ſocerum tuum, primarium hominem, diverſabaris, meminimus, te, ſingulis fere diebus, Torelli domum adire; in cujus ſermone antemeridianas ſæpe horas collocares, veſpertinas ſæpius traheres in noctem. Nunc autem, quod ille a te longiſſime atque e vita abiit; quæ præclariſſimi ingenii reliqua ſunt, pro tua in amicitiis conſtantia peramanter complecteris. Hæc tua cum Torello ratio eſt. Ego vero jam inde in veſtram clientelam receptus ſum, cum pater tuus, vir graviſſimus, quidquid in univerſa latinorum carminum, quæ veſter proavus Nicolaus Archius eleganter ſcripſerat (quorum pleraque tertium pene in ſæculum, ægre ferentibus literatis hominibus, premebantur) editione procuranda ad veſtræ gentis celebritatem contuli, quod certe minimum fuit, perhumaniſſime accepit; ex quo intellexi, me ſi quid ejuſmodi unquam expertus fuiſſem, rem vobis non injucundam, a me vero debitam facturum eſſe. Habes itaque, ſumme vir, cur id operis tibi maxime dicatum velim; qua in re ſi unum mihi ex voto ſucceſſerit, ut voluntatem probes meam, ampliſſimum meis laboribus induſtriæque fructum omnino conſtitiſſe arbitrabor. Vale.*

NOI
RIFORMATORI
DELLO STUDIO DI PADOVA.

AVendo veduto per la Fede di Reviſione, ed Approvazione del P. F. *Ercole Pio Pavoni* Inquiſitor General del Santo Offizio di *Verona* nel Libro intitolato *Ioſephi Torelli Veronenſis Elementorum Proſpectivæ Libri II. &c.* non vi eſſer coſa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Atteſtato del Segretario Noſtro, niente contro Principi, e Buoni Coſtumi, concediamo Licenza agli *Eredi di Marco Moroni* Stampatori *di Verona* che poſſi eſſere ſtampato, oſſervando gli ordini in materia di Stampe, e preſentando le ſolite Copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 29. Novembre 1787.

(MARCO QUERINI Rif.
(ZACCARIA VALLERESO Rif.
(FRANCESCO PESARO Cav. Proc. Riſ.

Regiſtrato in Libro a Carte 241. al Num. 2252.

Giuſeppe Gradenigo Segr.

IOSEPHI TORELLI
VERONENSIS
ELEMENTORUM PROSPECTIVÆ
LIBRI II.

SI tenebræ forent, oculuſque eſſet in tenebris conſtitutus, eorum, quæ ſunt, nihil omnino cerneretur. Quoniam igitur multa cernuntur, neceſſe eſt lucem eſſe, oculumque ipſum in luce verſari. Porro omne aſpectabile eatenus aſpectabile eſt, quatenus eſt ſolidum; ideſt extenſum in longum, latum, ac profundum. Quidquid vero hujuſmodi eſt figuram habet: omniſque figura aut uno, aut pluribus terminis concluditur; qui quidem termini, ſi ea ſolida eſt, ſunt ſuperficies. Itaque omne aſpectabile, dum apparet, ita eſt comparatum, ut ab una ſuperficie, aut pluribus ad oculum lucem tranſmittat. Hinc, cum ea lucis natura ſit, ut ſecundum rectam lineam feratur, oritur pyramis luminoſa, cujus ſunt baſis eæ, quas diximus, ſuperficies, vertex oculus ipſe. Quod ſi, manente pyramide, aſpectabile auferatur, tamen uſque apparebit, ejuſque ſpecies eadem erit, eodemque loco poſita. Neque enim ipſum per ſe, ſed per collectam in pyramide lucem cernitur. Quin immo ſi eadem pyramis ſuperficie aliqua ſecetur, auferaturque tum aſpectabile, tum ea pyramidis portio, quæ eſt ad eaſdem partes, ita ut portionis, quæ relinquitur, baſis ſit totius pyramidis ſectio, quæ ab ea ſuperficie fit, idem prorſus eveniet; quippe oculus a luce eodem modo afficitur. Atque hæc ita vera ſunt, quocunque tandem intervallo aſpectabile, & oculus inter ſe diſtent; niſi quod, ſi ſatis illud fuerit longum, pyramis luminoſa intelligitur in ſolidum verti eandem habens baſim, ac latera inter ſe invicem parallela. Hiſce poſitis, ea diſciplina, quæ docet quomodo eæ, quas modo diximus, ſectiones inveniantur, PROSPECTIVA vocatur, cujus elementa hoc libello traduntur.

ELEMENTORUM PROSPECTIVÆ

LIBER I.

DEFINITIONES.

SI fuerit planum ſubjecto plano perpendiculare: dataque ſit poſitione & magnitudine ultra id planum figura aliqua ſolida; ducanturque ab ejus angulis rectæ lineæ priori illi plano perpendiculares; quæ oritur delineatio e communibus planorum ſectionibus tum perpendicularis, tum eorum, quæ a binis earum, quas diximus, perpendicularium utrinque terminantur, ita ut communis unaquæque ſectio oppoſito figuræ lateri reſpondeat; figuræ eiuſdem ORTHOGRAPHIA vocetur.

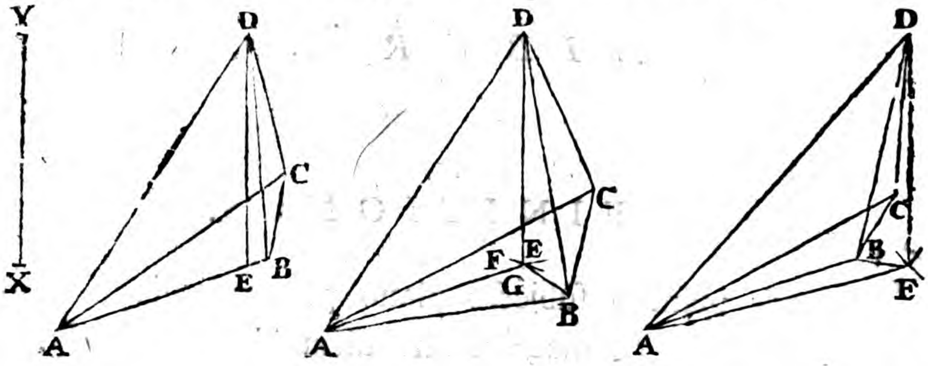
Si ab angulis figuræ, quam diximus, ducantur rectæ lineæ ſubjecto plano perpendiculares, puncta, in quæ eædem incidunt, angulorumque extrema, ſiqua ſunt in ſubjecto plano, vocentur figuræ VESTIGIUM.

Ipſæ vero perpendiculares, ANGULORUM ALTITUDINES.

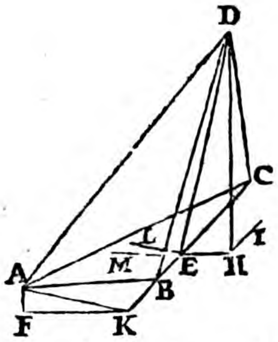
PROPOSITIO I.

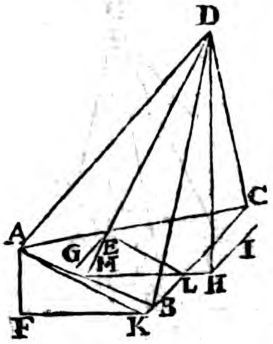
Data poſitione & magnitudine pyramide triangularem baſim habente, ejus veſtigium, angulorumque altitudines invenire. Hujus autem pyramidis poſitio hujuſmodi eſſe poteſt, ut aut ejus baſis ſit in ſubjecto plano, aut unum latus, aut extremum unius anguli.

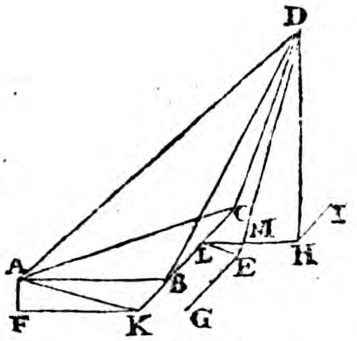
Data ſit poſitione & magnitudine pyramis ABCD, cujus baſis triangulum ABC, vertex D, altitudo XY. Oportet invenire veſtigium, & altitudines angulorum pyramidis ABCD.



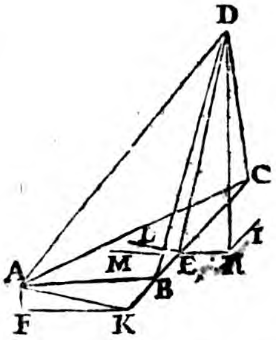
Sit primo baſis ABC in ſubjecto plano. Ducatur autem recta DE eidem plano perpendicularis; quæ quidem cadet aut in uno latere baſis ABC, ut AB, aut intra baſim ABC, aut extra. Cadat primo in AB, ut DE. Atque erit DE ipſi XY æqualis, ideoque magnitudine data. Data eſt autem magnitudine & AD. Quoniam igitur trianguli rectanguli ADE latera AD, DE circa unum acutorum angulorum ADE magnitudine data ſunt, triangulum
per cor. 43. dat. ADE ſpecie ac magnitudine datum eſt; ideoque AE magnitudine eſt data. Data eſt autem & poſitione; datumque unum ejus ex-
per 27. dat. tremum A. Igitur & alterum E datum eſt. Cadat modo recta DE intra baſim ABC, ut in E; junganturque rectæ AE, BE. Eodem modo demonſtrabitur rectas AE, BE magnitudine datas eſſe. Itaque deſcribantur centro A, atque intervallo AE,
per 6. def. dat. circulus EF; centroque B, atque intervallo BE, circulus EG. Uterque igitur circulus poſitione & magnitudine datus eſt; ideo-
per 25. dat. que punctum E eſt datum. Cadat denique recta DE extra baſim ABC, ut in E; junganturque rectæ AE, BE. Eodem modo demonſtrabitur punctum E datum eſſe. Quoniam igitur in tribus hiſce figuris puncta A, B, C, E data ſunt, dataque item per-
per def. pendicularis DE: & puncta quidem A, B, C, E vocantur pyramidis ABCD veſtigium, DE vero eſt anguli D altitudo; ideo inventa hæc ſunt, veſtigium pyramidis ABCD, & altitudo anguli D.

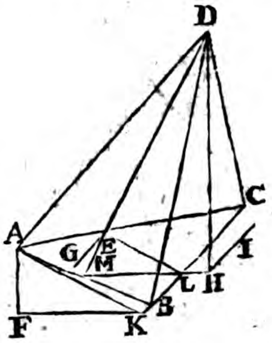


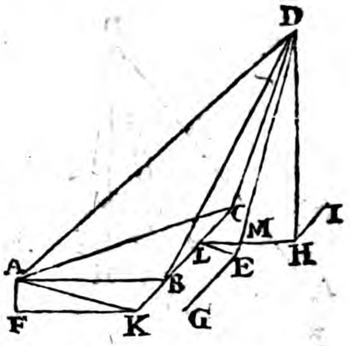




At vero baſis ABC latus BC ſit in ſubjecto plano. Ducatur autem a vertice D recta DE baſi ABC perpendicularis; quæ quidem cadet aut in latere BC, aut intra baſim ABC, aut extra, in eodem, in quo ipſa eſt, plano. Cadat primo in BC, ut DE. Ducantur autem a puncto E, quod quidem, ut ſupra, datum eſſe demonſtrabitur, ipſi BC perpendiculares rectæ EL, EM, altera quidem in baſi ABC, altera vero in plano ſubjecto. Atque erit angulus LEM inclinatio baſis ABC ad planum ſubjectum, ideoque ob datam poſitione pyramidem ABCD, datus. Producatur ME ad H; ducaturque a vertice D recta DH ipſi MH perpendicularis. Et quoniam DE perpendicularis eſt baſi ABC, angulus DEL rectus erit, ideoque datus. Datus eſt autem etiam angulus LEM. Igitur angulus, qui ex utriſque componitur, DEM per 3. dat. eſt datus; ideoque & qui deinceps ponitur, DEH. Et quoniam per 4. dat. in triangulo rectangulo DEH dati ſunt anguli DEH, DHE, tertius quoque EDH erit datus. Triangulum igitur DEH ſpecie per 40. dat. datum eſt. Data eſt autem DE magnitudine. Igitur triangulum DEH ſpecie & magnitudine eſt datum; ideoque datæ ſunt magnitudine Per cor. 40. dat. rectæ DH, & EH. Data eſt autem EH & poſitione, datumque unum ejus extremum E. Igitur & alterum H eſt da- per 27. dat. tum. Ducatur modo per punctum H recta HI ipſi BC parallela. Et quoniam BE cum DE & EH, quæ in puncto E ſe ſe invicem ſecant, rectos angulos facit, ea utique plano, quod per ipſas agitur, ad rectos angulos erit. At vero HI ipſi BE eſt parallela. Igitur & HI eidem plano erit ad rectos angulos; ideoque DH cum HI rectos angulos faciet. At vero eadem DH rectos angulos facit etiam cum EH. Igitur DH rectos angulos facit





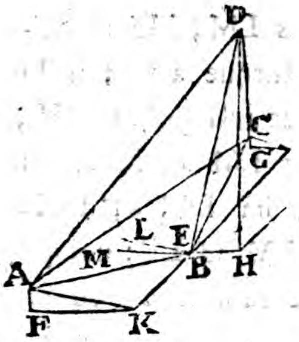


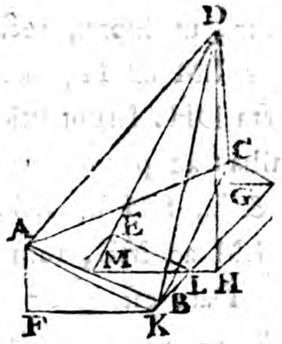
cum plano, quod agitur per EH, & HI. Hoc autem planum planum eſt ſubjectum. Igitur DH ad rectos angulos eſt plano ſubjecto, hoc eſt anguli D altitudo. Ducatur ab angulo A ipſi BC perpendicularis recta AK. Et quoniam a dato puncto A ad BC poſitione datam ducta eſt AK datum angulum faciens AKC, per 30. dat. data utique eſt poſitione AK. Igitur punctum K datum eſt; & per 25. & 26. dat. quæ poſitione data eſt AK, ea data etiam eſt magnitudine. Ducatur a puncto K in ſubjecto plano ipſi BC ad rectos angulos recta KF; & ab angulo A ipſi KF perpendicularis AF. Demonſtrabitur eodem modo, quo ſupra, punctum F datum eſſe, datamque item magnitudine rectam AF, eamque ſubjecto plano eſſe ad rectos angulos, hoc eſt anguli A altitudinem. Cadat modo recta DE in baſi ABC, ut in E; quod quidem, ut ſupra, datum eſſe demonſtrabitur: ducaturque ab E ipſi BC perpendicularis recta EL; datumque erit punctum L, ideoque data ipſa EL poſitione & magnitudine. Producatur DE ad punctum M in ſubjecto plano; junctaque ML, ducatur per E recta EG ipſi BL parallela. Et quoniam EG parallela eſt ipſi BL, rectuſque angulus BLE, rectus utique erit etiam angulus LEG. At vero angulus GEM eſt rectus. Igitur EG duabus LE, EM in puncto E ſe ſe invicem ſecantibus ad rectos angulos inſiſtit; ideoque ad rectos angulos eſt etiam plano, quod per ipſas agitur. Igitur & quæ ipſi EG parallela eſt BL, eidem plano ad rectos angulos erit, ideoque rectos angulos faciet cum LE & LM. Angulus igitur ELM eſt inclinatio baſis ABC ad planum ſubjectum; ideoque ob datam poſitione pyramidem ABCD, datus eſt. Et quoniam in triangulo rectangulo LEM dati ſunt anguli ELM, LEM; dataque eſt magnitudine EL, demonſtrabitur, ut ſupra, rectas LM, ME magnitudine datas eſſe. Producatur LM ad H; ducaturque a vertice D ipſi MH perpendicularis recta DH. Erunt utique triangula DMH, LME inter ſe invicem ſimilia: ac propterea ut LM ad ME, ita ſe habebit DM ad MH; & ut LM ad LE, ita DM ad DH. Data eſt autem ratio tum LM ad ME, tum LM ad LE; quippe harum unaquæque eſt data. Data eſt igitur & ratio tum DM ad MH, tum DM ad DH. At vero DM eſt data, utpote quæ componitur ex datis duabus DE, & EM. Igitur data eſt utraque MH, & DH magnitudine. Data eſt autem MH & poſitione, datumque unum ejus extremum M. Igitur & alterum H eſt datum. Quod ſi per punctum H recta ducatur HI ipſi BC parallela, demonſtrabitur, ut ſupra, ipſam DH plano ſubjecto eſſe ad rectos angulos, hoc eſt anguli D altitudinem. Ducatur ab angulo A ipſi BC perpendicularis recta AK; & reliqua fiant, ut ſupra. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur punctum F in ſubjecto plano datum eſſe, datamque item anguli A altitudinem AF. Cadat denique recta DE extra baſim ABC in eodem plano, in quo eſt ipſa ABC, ut in E; quod quidem, ut ſupra, datum eſſe demonſtrabitur. Ducatur autem ab E ipſi BC perpendicularis recta EL; jungaturque a puncto L ad M, in quo DE ſecat planum ſubjectum, recta LM; eademque producta ad H, ducatur ab angulo D ipſi LH perpendicularis DH. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur, data quidem DM utpote reliqua, ſi a data DE auferatur data EM, punctum H in ſubjecto plano datum eſſe, datamque item anguli D altitudinem DH. Quod ſi ab angulo A ducatur AK ipſi BC perpendicularis; & reliqua fiant, ut ſupra, demonſtrabitur item eodem modo, quo ſupra, datum eſſe punctum F in ſubjecto plano, datamque ſimul anguli A altitudinem AF. Quoniam igitur in tribus hiſce figuris puncta B, C, H, F data ſunt, datæque item perpendiculares DH, & AF; & puncta quidem B, C, H, F vocantur pyramidis ABCD veſtigium; DH vero, & AF angulorum D, & A altitudines; ideo inventa hæc ſunt, veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum D, & A.

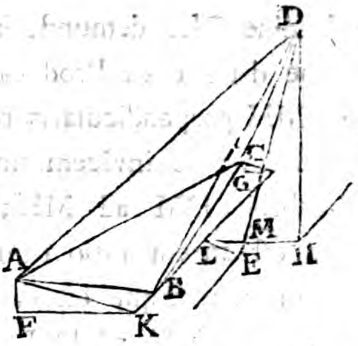
per 1. dat.

per 3. dat.

per 4. dat.







Sit denique pyramidis ABCD angulus B in ſubjecto plano. Ducatur autem a vertice D recta DE baſi ABC perpendicularis; quæ quidem cadet aut in angulo B, aut intra baſim ABC, aut extra, in eodem, in quo ipſa eſt, plano. Cadat primo in B. Sit autem BK communis planorum ſectio tum ſubjecti, tum ejus, in quo eſt baſis ABC. Et punctum quidem H, in quod recta incidit DH ſubjecto plano perpendicularis, demonſtrabitur, ut ſupra, datum eſſe. Ducatur modo ab angulo A ipſi BK perpendicularis AK. Et quoniam in triangulo rectangulo ABK angulus rectus AKB datus eſt, datuſque item, ob pyramidem ABCD poſitione datam, per 40. dat. angulus ABK, datus utique erit & tertius BAK. Triangulum igitur ABK ſpecie datum eſt. Data eſt autem AB magnitudine. Igitur per cor. 40. dat. triangulum ABK ſpecie & magnitudine eſt datum; ideoque datæ ſunt magnitudine rectæ BK & AK. At vero BK data eſt etiam per 27. dat. poſitione, datumque unum ejus extremum B. Igitur datum eſt etiam alterum K. Ducatur a puncto K in ſubjecto plano ipſi BK ad rectos angulos recta KF; & ab angulo A ipſi KF perpendicularis recta AF. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur punctum F datum eſſe, datamque item rectam AF, eamque ſubjecto plano eſſe perpendicularem, ideſt anguli A altitudinem. Eadem ratio eſt puncti G, atque altitudinis CG. Quod ſi recta DE cadat intra baſim ABC, aut extra, in eodem plano, in quo eſt ipſa ABC, deſcriptis figuris, demonſtrabitur item, ut ſupra in ſecunda poſitione, data eſſe puncta H, F, G, atque altitudines DH, AF, CG; ut nihil attineat eadem repetere. Quoniam igitur in tribus hiſce figuris, & quæ ſequuntur; ideo inventa hæc ſunt, veſtigium pyramidis ABCD, atque altitudines angulorum D, A, C. Quod oportebat facere.

COROL-

COROLLARIUM.

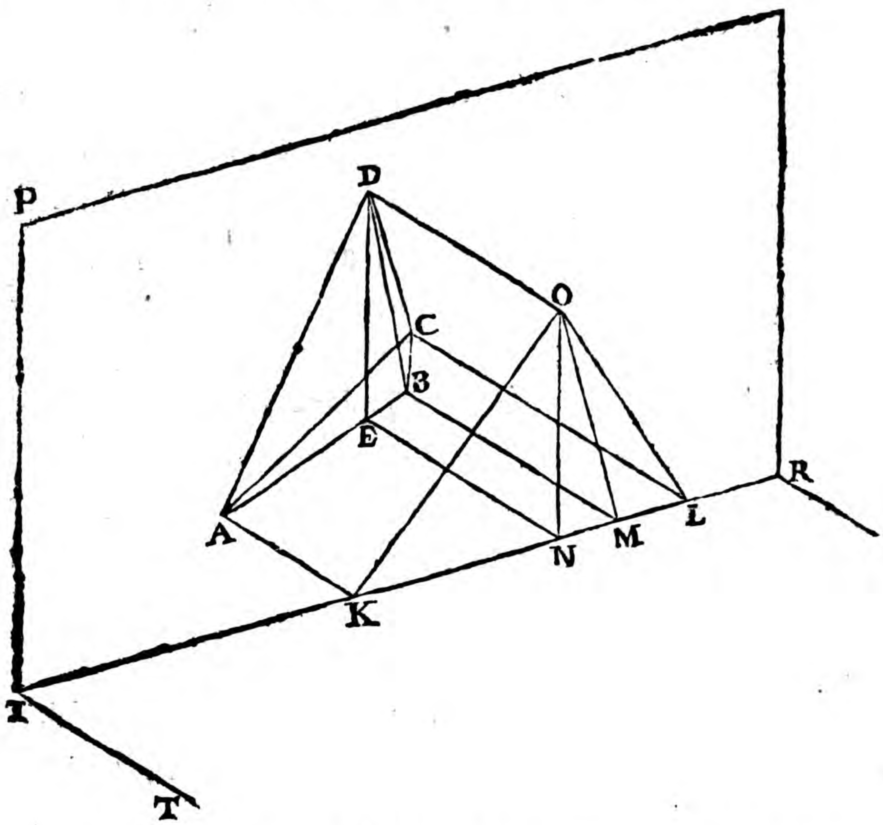
Si ab angulo B recta ducatur perpendicularis plano ei, quod ſubjicitur, parallelo; producanturque ad idem planum rectæ AF, CG, DH; erunt utique puncta, in quæ eædem incidunt, ſimiliter poſita ac puncta B, F, G, H: quæ vero rectæ productæ fuerint, æquales erunt rectis compoſitis ex ipſis AF, CG, DH, rectaque a puncto B perpendiculari; quæ quidem eſt planorum, quæ diximus, diſtantia, ideoque data. Ex quo patet quomodo pyramidis ABCD, ſi ea fuerit in ſublimi, veſtigium, angulorumque altitudines inveniantur.

PROPOSITIO II.

Data poſitione & magnitudine ultra planum ſubjecto plano perpendiculare pyramide triangularem baſim habente, ejuſdem orthographiam conficere.

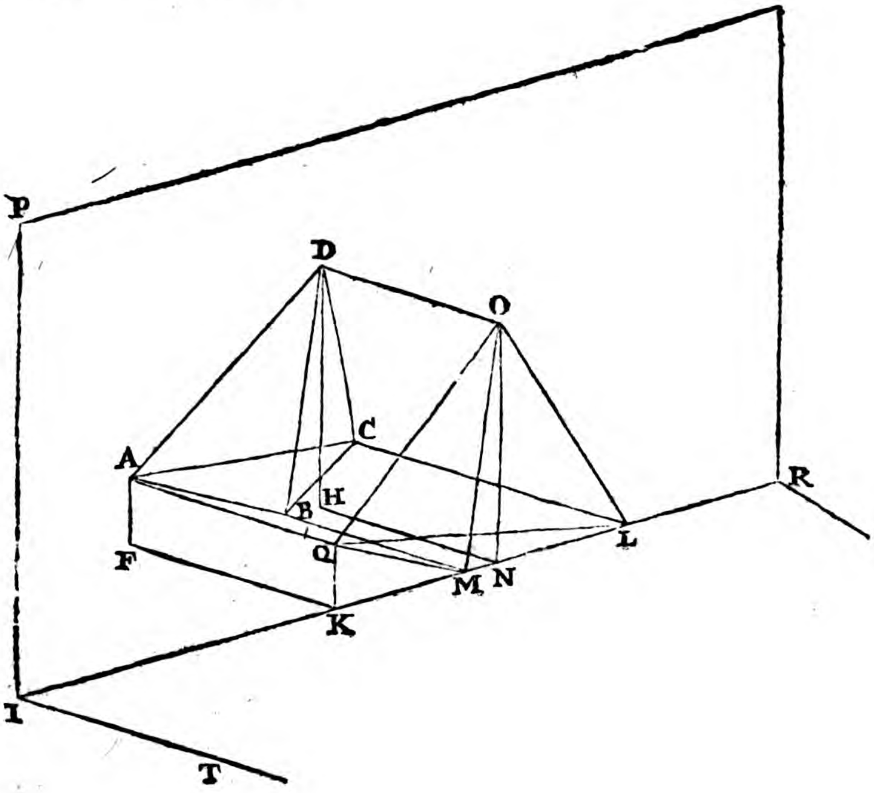
Data ſit poſitione & magnitudine ultra planum PR perpendiculare plano RT pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Oportet conficere orthographiam pyramidis ABCD.

Sit primo baſis ABC in plano RT. Inveniatur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C, E, per 1.prop. rectaque DE. Ducatur autem a puncto E perpendicularis ipſi IR, communi ſectioni planorum PR, RT, recta EN. Et quoniam a dato puncto E ad datam poſitione rectam IR ducta eſt recta EN in dato angulo ENI, ea utique erit poſitione data. per 30. dat. Punctum igitur N datum eſt. Ducatur ab N ipſi IR ad rectos per 25. dat. angulos in plano PR recta NO ipſi DE æqualis. Et quoniam ad datam poſitione rectam IR, datumque in ea punctum N recta ducta eſt NO rectum angulum faciens INO, ea utique erit poſitione data. per 29. dat. Atqui data eadem eſt etiam magnitudine, datumque unum ejus extremum N. Igitur & alterum O datum eſt. per 27. dat. Du-

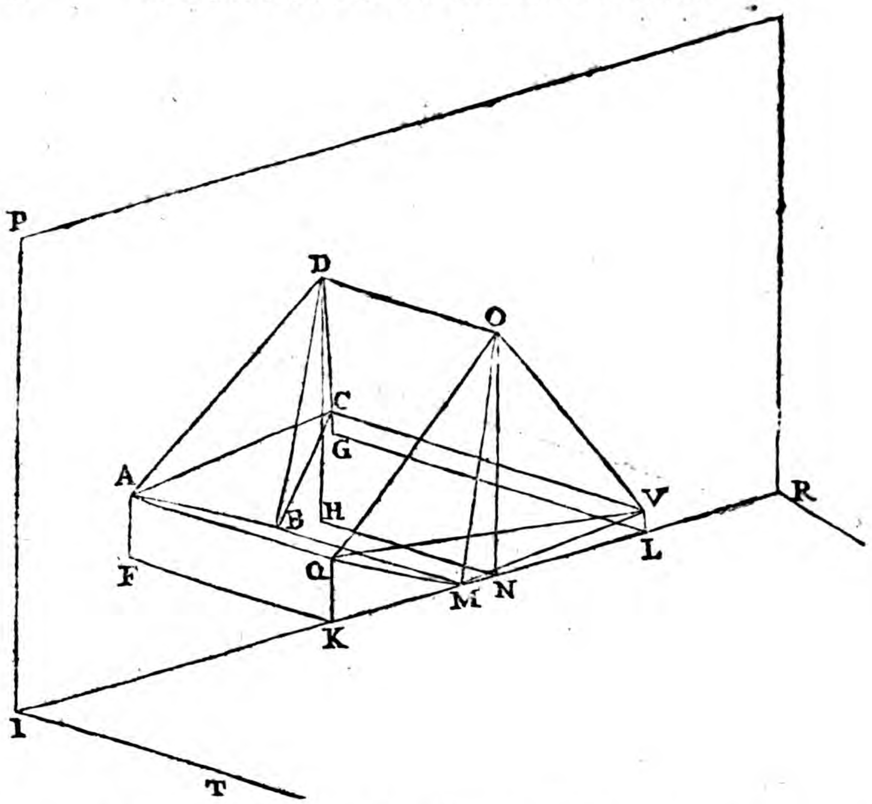


catur a puncto D ad O recta DO. Quoniam igitur planum PR rectum eſt ad planum TR; ductaque eſt in plano PR communi planorum ſectioni IR ad rectos angulos recta ON, hæc utique ad rectos angulos erit plano RT. At vero recta DE eidem plano RT eſt ad rectos angulos. Rectæ igitur DE, ON ſunt parallelæ. Sunt autem etiam æquales. Igitur EN parallela eſt ipſi DO. At vero EN perpendicularis eſt plano PR. Igitur etiam DO eidem plano eſt perpendicularis. Ducantur modo a punctis A, B, C ipſi IR perpendiculares rectæ AK, BM, CL. Hæ utique perpendiculares erunt plano PR; punctaque K, M, L erunt data. Itaque ſi rectæ jungantur OK, OM, OL, erunt KM, ML, KL, OK, OM, OL communes ſectiones planorum tum PR, tum AM, BL, AL, AO, BO, CO: quorum primum terminatur a perpendicularibus AK, BM; ſecundum a perpendicularibus BM, CL; tertium a perpendicularibus AK, CL; quartum a perpendicularibus DO, AK; quintum a perpendicularibus DO, BM; ſextum a perpendicularibus DO, CL. Ac pyramidis ABCD lateri AB reſpondet ſectio KM; lateri BC ſectio ML; lateri AC ſectio KL; lateri AD ſectio KO; lateri BD ſectio MO; lateri CD ſectio LO. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, figuræ orthographia vocatur. Igitur delineatio KMLO eſt orthographia pyramidis ABCD.

per 1. def.



At vero baſis ABC latus BC ſit in plano RT. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum D, A; ideſt puncta F, B, C, H, rectæque AF, DH; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur delineationem QMLO eſſe orthographiam pyramidis ABCD.



Sit denique pyramidis ABCD angulus B in plano RT. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum A, C, D; ideſt puncta F, B, G, H, rectæque AF, CG, DH; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur delineationem QMVO eſſe orthographiam pyramidis ABCD.

Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

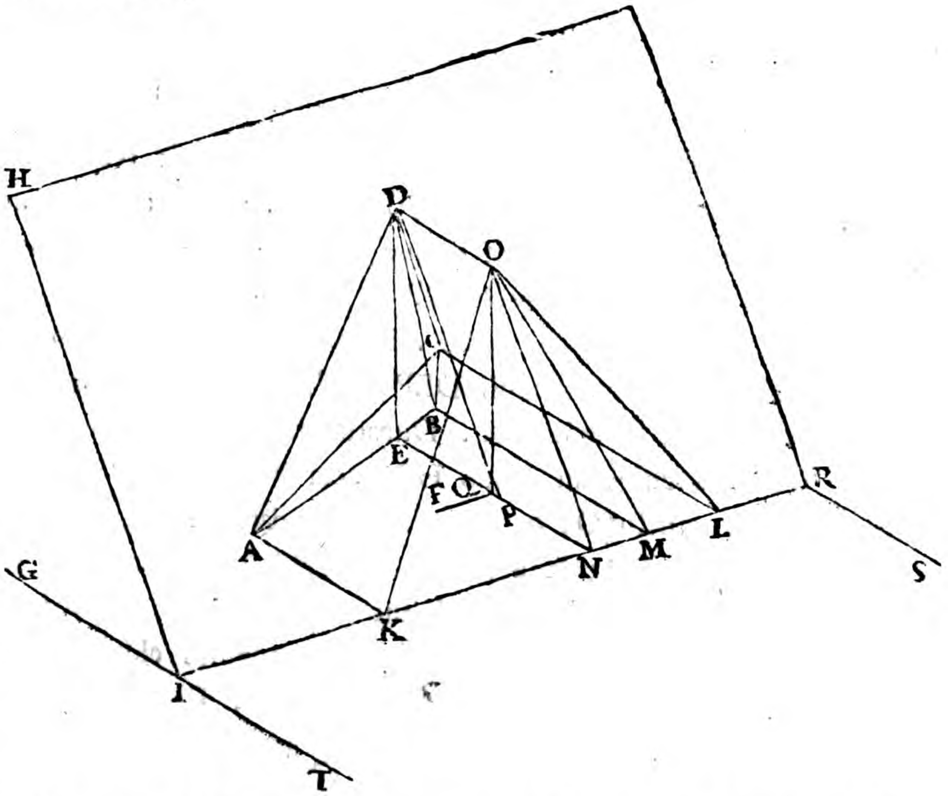
DEFINITIO.

Si fuerit planum ad ſubjectum planum inclinatum: dataque ſit poſitione & magnitudine ultra id planum figura aliqua ſolida; ducanturque ab ejus angulis rectæ lineæ rectæ cuidam parallelæ, quæ in ſubjecto plano cum communi planorum ſectione æquales angulos facit; quæ oritur delineatio e communibus planorum ſectionibus tum inclinati, tum eorum, quæ a binis earum, quas diximus, parallelarum utrinque terminantur , ita ut communis unaquæque ſectio oppoſito figuræ lateri reſpondeat; figuræ ejuſdem ORTHOGRAPHIA PROCUMBENS vocetur.

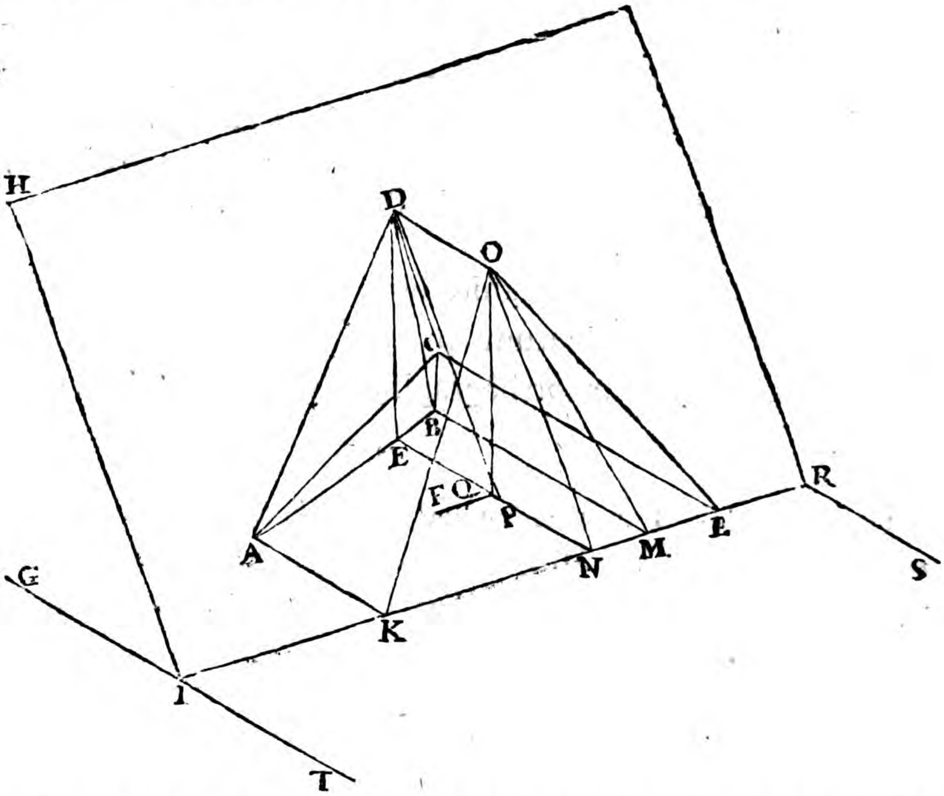
PROPOSITIO III.

Data poſitione & magnitudine ultra planum ad ſubjectum planum inclinatum pyramide triangularem baſim habente, ejuſdem orthographiam procumbentem conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine ultra planum HR inclinatum ad planum IS pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Oportet conficere orthographiam procumbentem pyramidis ABCD.



Sit primo baſis ABC in plano IS. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C, E, per 1.Prop.



rectaque DE. Ducatur autem a puncto E parallela rectæ IT, quæ cum communi planorum HR, IS ſectione IR æquales an-
per 30. dat. gulos facit, recta EN. Datum utique erit punctum N. Ducatur item ab angulo D ad EN recta DP in angulo DPE æquali planorum HR, IS inclinationi HIG. Et quoniam in triangulo rectangulo DPE dati ſunt anguli DEP, DPE, dataque item recta
per cor. 40. dat. DE, ideo recta DP erit data. Ducatur modo a puncto N ipſi IR ad rectos angulos in plano HR recta NO ipſi DP æqualis;
per 29. dat. ducaturque a puncto O, quod quidem eſt datum, ipſi EN perpendicularis recta OQ; & a puncto Q QF ipſi IR parallela; jungaturque recta DO. Quoniam igitur IN ad rectos angulos eſt plano ONQ, erit ipſa etiam QF ad rectos angulos eidem plano. Recta igitur OQ cum QF rectos angulos facit. Facit autem rectos angulos etiam cum EN. Igitur OQ ad rectos angulos eſt plano IS. At vero etiam DE eidem plano IS eſt ad rectos angulos. Rectæ igitur OQ & DE ſunt parallelæ, ideoque in uno eodemque plano. At vero NO in eodem eſt plano atque OQ;

& DP in eodem atque DE. Igitur in uno eodemque plano ſunt NO & DP. Aequalis eſt autem angulus ONQ angulo DPE. Igitur ON & DP ſunt parallelæ. At vero ſunt etiam æquales. Igitur DO parallela eſt ipſi PN. Parallela eſt autem PN ipſi IT. Parallela eſt igitur & DO ipſi IT. Ducantur modo a punctis A, B, C ipſi IT parallelæ rectæ AK, BM, CL; eruntque puncta K, M, L data. Itaque ſi rectæ jungantur OK, OM, OL, erunt KM, ML, KL, OK, OM, OL communes ſectiones planorum tum HR, tum AM, BL, AL, AO, BO, CO: quorum primum terminatur a parallelis AK, BM; & cætera, ut in ſecunda Propoſitione. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, figuræ orthographia procumbens vocatur. Igitur delineatio KMLO orthographia procumbens eſt pyramidis ABCD. Quod ſi pyramidis ABCD ſit in plano IS latus BC, aut angulus B, inventis veſtigiis, & angulorum altitudinibus, deſcriptiſque figuris, demonſtratio eodem modo conficitur.

per 28., & 25. dat.

Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

DEFINITIO.

Si fuerit planum ſubjecto plano perpendiculare: dataque ſit poſitione & magnitudine ultra id planum figura aliqua ſolida; ducanturque ab ejus angulis rectæ lineæ rectæ cuidam parallelæ, quæ cum communi planorum ſectione in ſubjecto plano inæquales angulos facit, aut quoſcunque in ſublimi; quæ oritur delineatio e communibus planorum ſectionibus tum perpendicularis, tum eorum, quæ a binis earum, quas diximus, parallelarum utrinque terminantur, ita ut communis unaquæque ſectio oppoſito figuræ lateri reſpondeat; figuræ ejuſdem SCENOGRAPHIA PARALLELA vocetur.

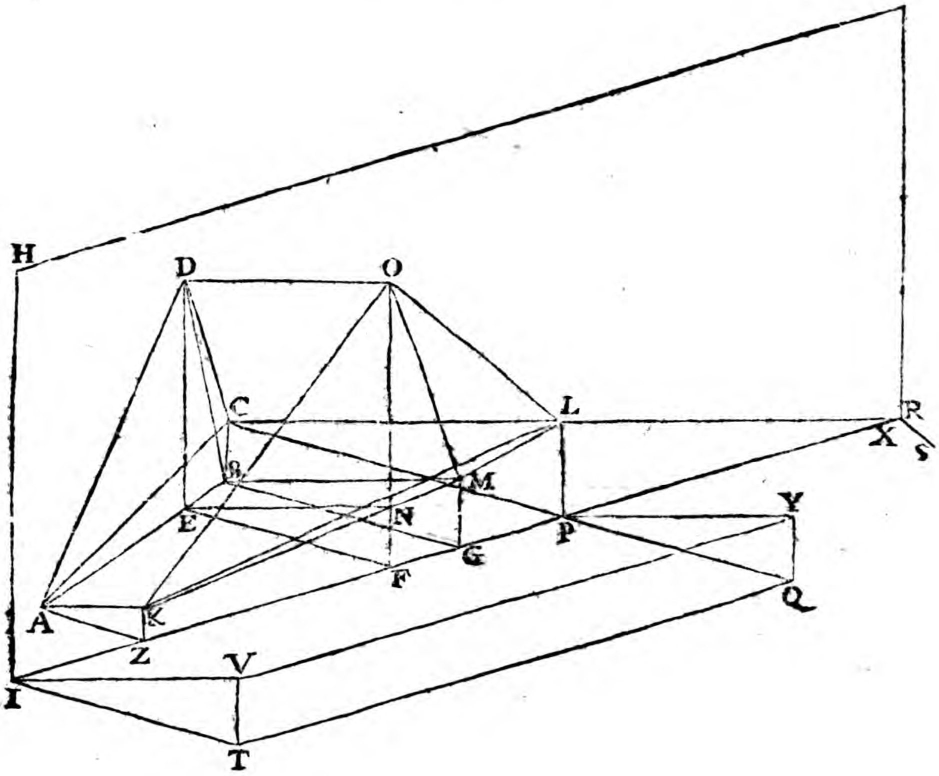
PROPOSITIO IV.

Data poſitione & magnitudine ultra planum ſubjecto plano perpendiculare pyramide triangularem baſim habente, ejuſdem ſcenographiam parallelam conficere.

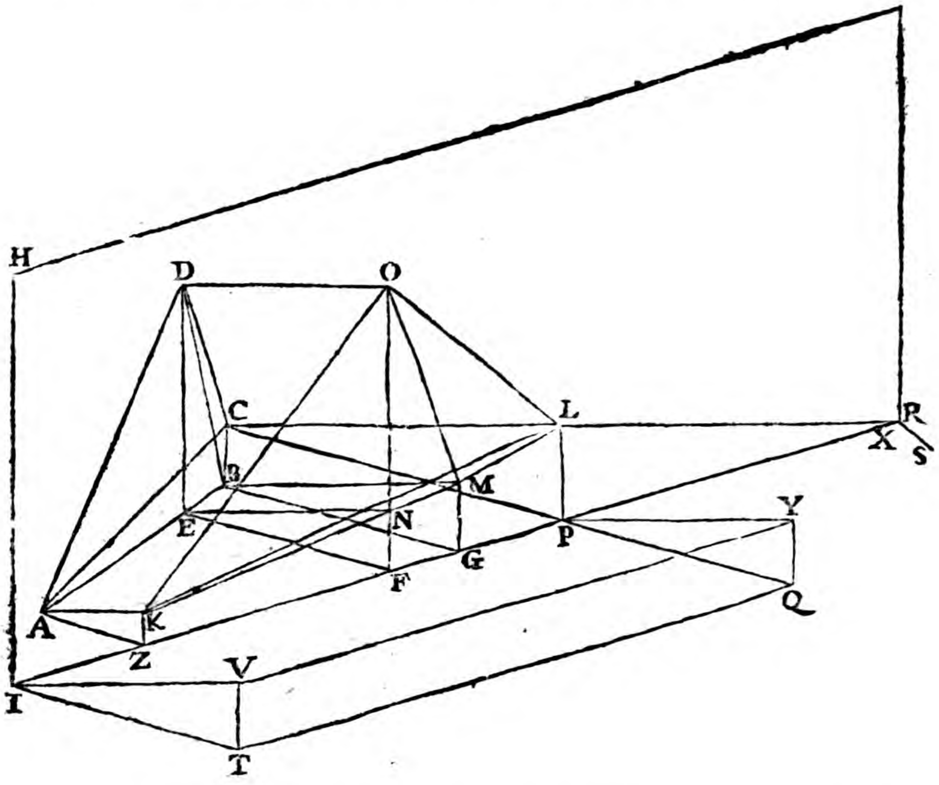
Data ſit poſitione & magnitudine ultra planum HR perpendiculare plano IS pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam parallelam pyramidis ABCD.

Sit primo baſis ABC in plano IS. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C, per 1.Prop. E, rectaque DE. Erit autem recta linea, quæ cum communi planorum HR, IS ſectione IR angulos facit, aut in ſubjecto plano, aut in ſublimi. Sit primo in ſubjecto plano, cujuſmodi eſt IT inæquales angulos faciens cum IR; ducanturque a punctis A, E, B, C eidem IT parallelæ rectæ AZ, EF, BG, CP; eademque fiant quæ in Propoſitione ſecunda. Sane parallela pyramidis ABCD ſcenographia haud ſecus conficietur, atque ejuſdem orthographia confecta ſit. At vero recta, quam modo diximus, ſit in ſublimi, cujuſmodi eſt IV quoſcunque angulos faciens cum IR, æquales nempe, ſive inæquales. Ducatur autem a puncto V plano IS perpendicularis recta VT, jungaturque IT. Erit utique angulus acutus TIV rectæ IV ad planum IS inclinatio, ideoque datus; rectaque IT ſecundum ipſam IV ſive æquales, ſive inæquales angulos faciet cum IR. Ducatur a puncto C ipſi IT parallela re- per 25. dat. cta CP; & a dato puncto P ad rectos angulos ipſi PR in plano HR recta PL, quæ itidem erit ad rectos angulos ipſi PC; deinde ſumpta in PR PX æquali ipſi CP, ducatur a puncto X per 27. dat. item dato ad angulum ipſi TIV æqualem recta XL ipſam PL per 25. dat. ſecans in puncto L. Atque erit datum id punctum. Producatur modo recta CP ad punctum Q, ut ſit PQ ipſi IT æqualis, ducaturque a Q plano IS perpendicularis æqualiſque ipſi TV recta QY, rectæque jungantur PY, YV, TQ. Et quoniam TV, YQ æquales ſunt ac parallelæ, ideo QT æqualis eſt ac parallela ipſi

VY.



VY. Aequalis eſt autem ac parallela TQ ipſi IP. Aequalis eſt igitur ac parallela etiam VY ipſi IP; ac propterea PY parallela eſt ipſi IV. Jungatur a puncto C ad L recta CL. Quoniam igitur triangula TIV, QPY ſimilia ſunt, erit angulus QPY æqualis angulo TIV: eademque ratione quoniam ſimilia ſunt triangula XPL, CPL, erit angulus LXP æqualis angulo PCL. Aequalis eſt autem angulus LXP angulo TIV. Aequalis eſt igitur etiam angulus QPY angulo PCL. At vero rectæ PY, CL in eodem ſunt plano. Igitur CL parallela eſt ipſi PY. Parallela eſt autem PY ipſi IV. Parallela eſt igitur etiam CL ipſi IV. Ducantur modo a punctis A, E, B ipſi IT parallelæ rectæ AZ, EF, BG, eademque fiant quæ ſupra. Eodem modo demonſtrabitur puncta K, N, M data eſſe; & quæ rectæ junguntur AK, EN, BM, eas eſſe ipſi IV parallelas. Jam vero producatur FN ad O, ut ſit NO ipſi DE æqualis; jungaturque a puncto D ad O, quod per 27. dat. quidem eſt datum, DO. Quoniam igitur DE, NO ſunt æqua-



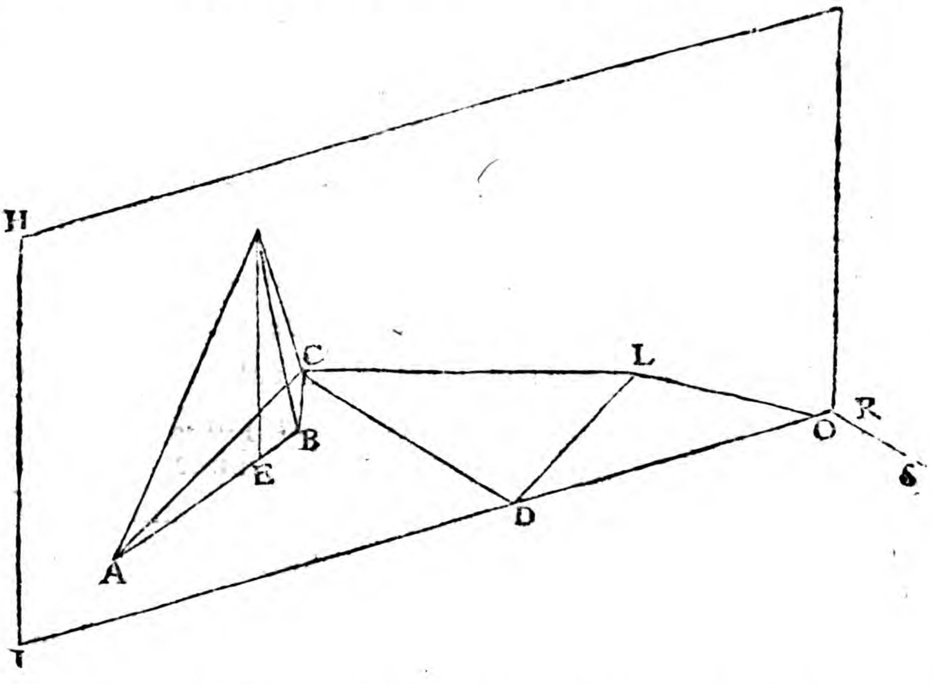
les ac parallelæ, erit DO parallela ipſi EN, ideoque ipſi etiam IV. Itaque ſi rectæ jungantur KM, ML, KL, itemque KO, MO, LO, erunt KM, ML, KL, KO, MO, LO communes ſectiones planorum tum HR, tum AM, BL, AL, AO, BO, CO: quorum primum terminatur a parallelis AK, BM; & cætera, ut in ſecunda Propoſitione. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, figuræ ſcenographia parallela vocatur. Igitur delineatio KMLO ſcenographia parallela eſt pyramidis ABCD. Quod ſi pyramidis ABCD ſit in plano IS latus BC, aut angulus B, inventis veſtigiis & angulorum altitudinibus, deſcriptiſque figuris, demonſtratio eodem modo conficitur.

Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO V.

Si a puncto quovis C veſtigii A, B, C, E ad communem planorum HR, IS ſectionem IR ducatur recta CD ad datum angulum CDI; ſumptaque in DR ipſi CD æquali DO, jungantur ad datum punctum L, in quod parallela incidit CL, rectæ DL, LO; anguli LDO, LOD erunt uterque dati.

Quoniam enim a dato puncto C ad datam poſitione IR ducta eſt CD datum angulum faciens CDI, ea utique data erit poſi- per 30. dat.
tione; ideoque punctum D erit datum. At vero DO data eſt po- per 25. dat.



ſitione & magnitudine. Punctum igitur O datum eſt. Datum eſt per 27. dat.
autem punctum L. Utraque igitur DL, OL poſitione & magni- per 26. dat.
tudine data eſt. Igitur triangulum DOL ſpecie datum eſt; ac per 39. dat.
propterea dati ſinguli ejus anguli. Dati ſunt igitur anguli LDO, per 3. def.
LOD. Quod ſi ab alio quovis veſtigii puncto recta ducatur ad dat.
ſectionem IR ipſi CD parallela, ſumptaque in IR recta eidem

æquali, & ad eaſdem partes, ad quas ſumpta fuit DO, jungantur ab ejus extremis ad id punctum plani HR, in quod recta incidit parallela ipſi CL, duæ rectæ; quos hæ angulos faciunt cum IR, hi erunt æquales angulis LDO, DOL, alter alteri. Hoc autem infra demonſtrabitur.

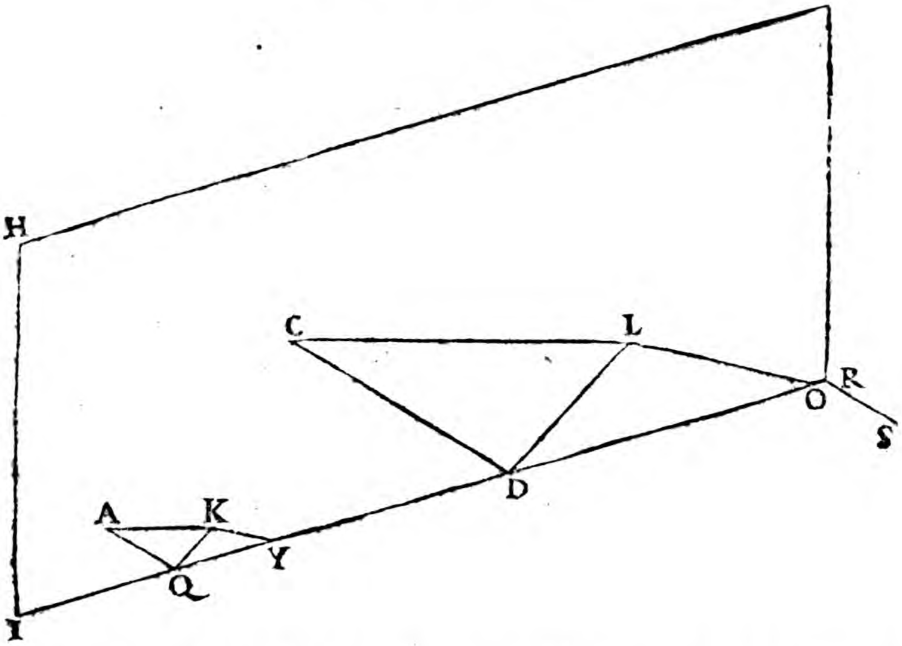
COROLLARIUM.

Ex hoc manifeſtum eſt, in quarta Propoſitione puncta K, N, M delineationis KMLO aliter inveniri poſſe atque illa inventa ſint.

LEMMA.

Si duo plana ſe ſe invicem ſecent; ducanturque a duobus punctis in eorum altero ſumptis ad communem planorum ſectionem duæ rectæ parallelæ, aliæque duæ ad planum alterum itidem parallelæ; ſumantur autem in communi planorum ſectione a punctis, in quibus priores parallelæ eandem ſecant, duæ rectæ iis, quas modo diximus, parallelis æquales & ad eaſdem partes, & jungantur ab utriuſque extremis ad ea puncta, in quæ ſecundæ parallelæ incidunt, duæ rectæ, binæ ad unum; anguli, quos iſtæ faciunt cum communi planorum ſectione, æquales erunt, quo ſunt ordine deinceps poſiti.

Secent ſe ſe invicem plana HR, IS; ſumptiſque in plano IS punctis A, C, ducantur ab iiſdem ad IR communem planorum HR, IS ſectionem parallelæ AQ, CD, & ad planum HR parallelæ item AK, CL; ſumatur autem a puncto Q ipſi AQ æqualis recta QY, æqualiſque ipſi CD a puncto D recta DO, & jungantur a punctis Q, Y ad K rectæ QK, YK, & a punctis D, O ad L rectæ DL, OL. Dico æquales eſſe angulum KQY angulo LDO, & angulum QYK angulo DOL.



Quoniam enim duæ rectæ AQ, AK parallelæ ſunt duabus rectis CD, CL, quæ plana per ipſas aguntur AQK, CDL erunt parallela. Et quoniam duo plana parallela AQK, CDL ſecantur a plano HR, communes ipſorum ſectiones QK, DL ſunt parallelæ. Angulus igitur KQY æqualis eſt angulo LDO. Rurſus quoniam parallelæ ſunt AQ ipſi CD, & AK ipſi CL, erit angulus QAK æqualis angulo DCL. Eadem ratione quoniam parallelæ ſunt AQ ipſi CD, & QK ipſi DL, angulus AQK æqualis eſt angulo CDL. Triangulum igitur AQK ſimile eſt triangulo CDL: ac propterea ut AQ ad QK, ita ſe habet CD ad DL. At vero æqualis eſt AQ ipſi QY, & CD ipſi DO. Ut igitur QY ad QK, ita ſe habet DO ad DL. Aequalis eſt autem angulus KQY angulo LDO. Igitur triangulum KQY ſimile eſt triangulo LDO; ac propterea angulus QYK æqualis angulo DOL.

Si duo igitur plana ſe ſe invicem ſecent; & quæ ſequuntur. Quod oportebat demonſtrare.

DEFINITIO.

Si fuerit planum ad ſubjectum planum inclinatum: dataque ſit poſitione & magnitudine ultra id planum figura aliqua ſolida; ducanturque ab ejus angulis rectæ lineæ rectæ cuidam parallelæ, quæ cum communi planorum ſectione in ſubjecto plano inæquales angulos facit, aut quoſcunque in ſublimi; quæ oritur delineatio e communibus planorum ſectionibus tum inclinati, tum eorum, quæ a binis earum, quas diximus, parallelarum utrinque terminantur, ita ut communis unaquæque ſectio oppoſito figuræ lateri reſpondeat, figuræ ejuſdem SCENOGRAPHIA PARALLELA PROCUMBENS vocetur.

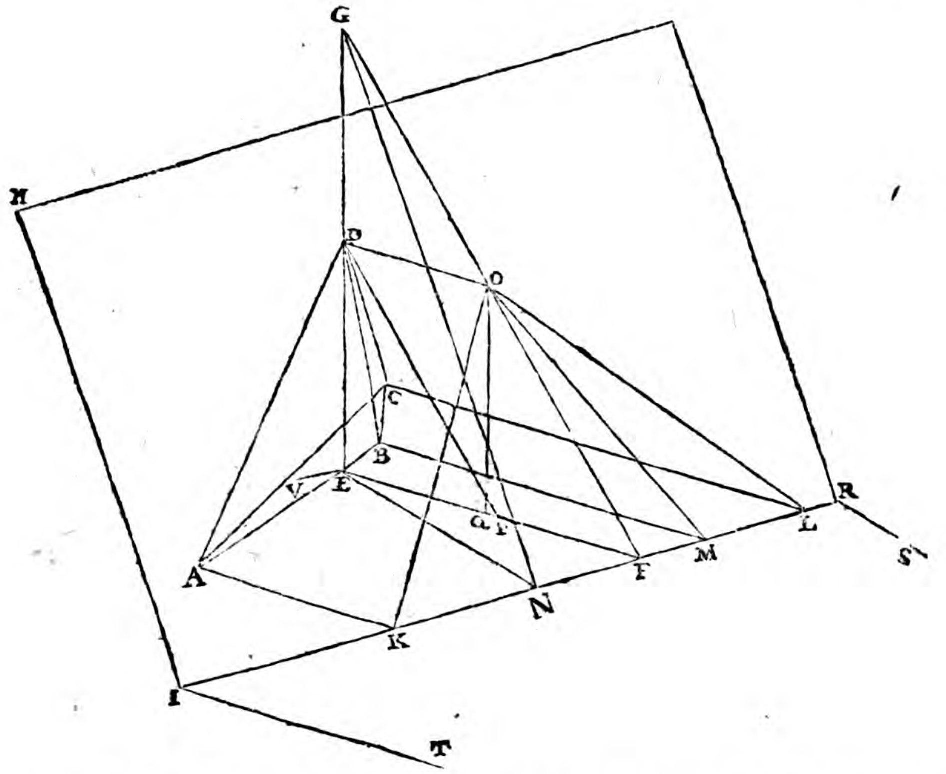
PROPOSITIO VI.

Data poſitione & magnitudine ultra planum ad ſubjectum planum inclinatum pyramide triangularem baſim habente, ejuſdem ſcenographiam parallelam procumbentemque conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine ultra planum HR inclinatum ad planum IS pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam parallelam procumbentem pyramidis ABCD.

per 1.prop.

Sit primo baſis ABC in plano IS. Inveniatur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C, E, rectaque DE. Erit autem recta linea, quæ cum communi planorum HR, IS ſectione IR angulos facit, aut in ſubjecto plano, aut in ſublimi. Sit primo in ſubjecto plano, cujuſmodi eſt IT inæquales angulos faciens cum IR. Ducantur autem a puncto E ad IR rectæ EF, EN altera parallela ipſi IT, altera ad rectos angulos ipſi IR; atque DE producta plano HR occurrat



in punčto G, junganturque ab eodem ad data punčta F, N, rečtæ GF, GN; & ducatur a punčto E rečta EV parallela ipſi IR. Et quoniam GE rečta eſt ad planum IS, ea utique cum EV rečtos angulos facit. Facit autem etiam EN rečtos angulos cum EV. Igitur EV ad rečtos angulos eſt plano NEG. At vero NI parallela eſt ipſi EV. Igitur ipſa etiam NI eidem plano NEG ad rečtos eſt angulos; ideoque rečtos angulos facit cum utraque EN & NG. Angulus igitur ENG eſt plani HR ad planum IS inclinatio, ideoque datus. Quoniam igitur in triangulo NEG dati ſunt anguli NEG, ENG, datus erit & tertius NGE; ideoque triangulum NEG datum erit ſpecie. Data eſt autem magnitudine rečta EN. Igitur triangulum NEG datum eſt ſpecie & magnitudine; ideoque data magnitudine utraque EG, NG. Et quoniam triangulum GNF habet angulum GNF datum, dataſque circa illum magnitudine GN, NF, erit triangulum GNF datum ſpecie & magnitudine; ideoque datus uterque angulus NGF, NFG, itemque magnitudine rečta FG. At vero data eſt poſitio-

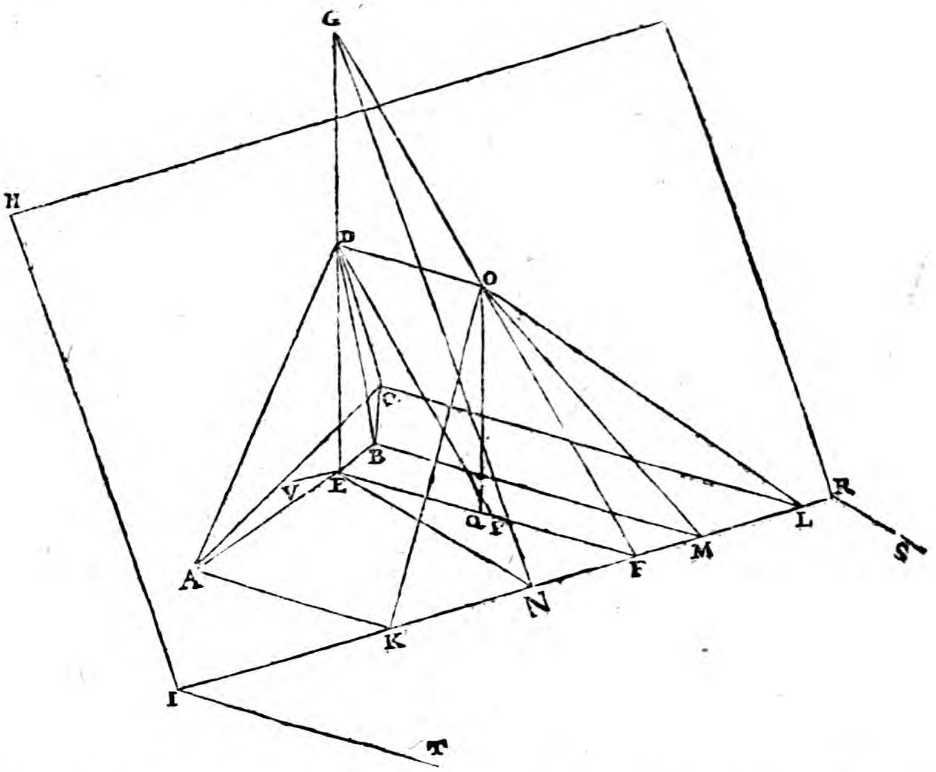
per 30. & 25. dat.

per 40 dat.

Per cor. 40. dat.

per 30, 25, & 26. dat.

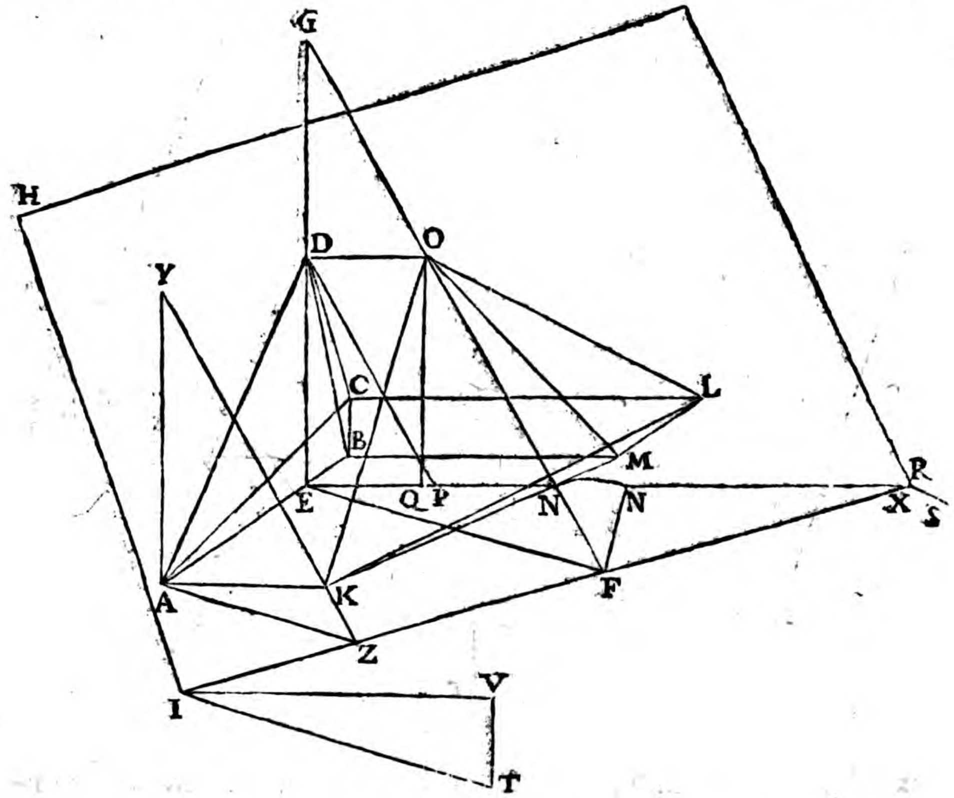
per cor. 41. dat.



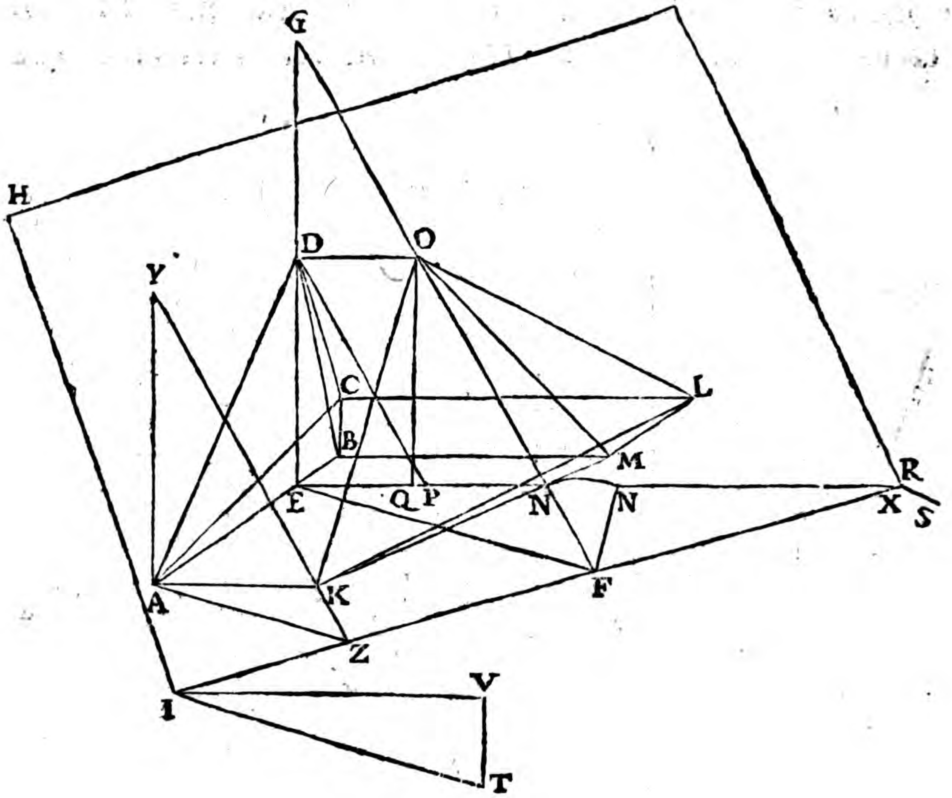
ne recta IR, datumque in ea punctum F. Recta igitur FG po-
per 29. dat. ſitione quoque eſt data. Quoniam vero in triangulo GEF datæ
per cor. 42. dat. ſunt magnitudine rectæ GE, EF, FG, erit triangulum GEF datum ſpecie & magnitudine, ideoque datus angulus EFG. Ducatur modo a puncto D recta DP ipſi GF parallela. Erit utique angulus DPE æqualis angulo EFG, ideoque datus. Et quoniam in triangulo DEP dati ſunt anguli DEP, DPE, datus erit & ter-
per 40. dat. tius PDE; ideoque triangulum DEP datum ſpecie. Data eſt au-
per cor. 40. dat. tem magnitudine recta DE. Igitur triangulum DEP datum eſt ſpecie & magnitudine; ideoque DP magnitudine data. Sumatur
per 29. dat. FO in FG ipſi DP æqualis; ducaturque a puncto O dato recta OQ ipſi DE parallela, & jungatur DO. Quoniam igitur in triangulis DPE, OFQ angulus DPE æqualis eſt angulo OFQ, & angulus DEP æqualis angulo OQF, æqualiſque DP ipſi OF, erit utique etiam DE æqualis ipſi OQ. Eſt autem DE ipſi OQ etiam parallela. Igitur DO parallela eſt ipſi EQ. Parallela eſt autem EQ ipſi IT. Parallela eſt igitur DO eidem IT. Ducantur modo

a punctis

a punctis A, B, C ipſi IT parallelæ rectæ AK, BM, CL; rectæque jungantur KO, MO, LO. At vero recta linea, quæ



cum communi planorum HR, IS ſectione IR angulos facit, ſit in ſublimi, cujuſmodi eſt IV quoſcunque angulos faciens cum IR, æquales nempe, ſive inæquales. Ducatur autem a puncto V plano IS perpendicularis recta VT; jungaturque IT. Erit utique angulus acutus TIV rectæ IV ad planum IS inclinatio, ideoque datus; rectaque IT ſecundum ipſam IV ſive æquales, ſive inæquales angulos faciet cum IR. Ducatur a puncto E ipſi IT parallela recta EF; jungaturque a puncto G, in quod DE ad planum HR producta incidit, ad datum punctum F recta GF. Demonſtrabitur, per. 30. & 25. dat. ut ſupra, angulum EFG eſſe datum. Conſtituatur modo ad rectam lineam FR, datumque in ipſa punctum F in plano HR angulus RFN angulo EFG æqualis, ſumptaque in FR FX æquali ipſi EF, ducatur item a dato puncto X ad angulum æqualem ipſi TIV recta XN. Erunt utique FN, XN utraque poſitione per 29. dat.



per 25. dat. datæ; ideoque datum erit punctum N. Datum eſt autem & punctum F. Recta igitur FN magnitudine eſt data. Itaque centro F, atque intervallo FN, deſcribatur circulus NN. Erit utique circulus NN poſitione datus. Data eſt autem poſitione etiam recta FG. Igitur punctum N eſt datum. Ducatur a puncto E ad N recta EN. Demonſtrabitur, ut in quarta Propoſitione, angulum FEN æqualem eſſe angulo TIV, ideoque datum, rectamque EN ipſi IV eſſe parallelam. Et quoniam dati ſunt anguli EFN, FEN, dati erunt utique etiam anguli ENG, NED. Itaque ducatur a puncto D recta DP ipſi GN parallela. Erit utique angulus DPE æqualis angulo ENG, ideoque datus. Demonſtrabitur autem, ut ſupra, rectam DP magnitudine datam eſſe. Itaque ſi ſumatur in NG NO ipſi DP æqualis, ducaturque a per 27. dat. puncto O dato recta OQ ipſi DE parallela, & jungatur DO, demonſtrabitur, ut ſupra, rectam DO ipſi EN, ideoque ipſi IV parallelam eſſe. Ducatur a puncto A ipſi IT parallela recta AZ;

& ab eodem puncto plano IS ad rectos angulos recta AY, quæ plano HR occurrat in puncto Y; jungaturque a puncto Y ad datum Z recta YZ. Quoniam igitur duæ rectæ ZA, AY parallelæ ſunt duabus rectis FE, EG, quæ plana per ipſas aguntur ZAY, FEG, ea erunt parallela. Et quoniam duo plana parallela ZAY, FEG ſecantur a plano HR, communes ipſorum ſectiones ZY, FG ſunt parallelæ. Igitur angulus RZY æqualis eſt angulo RFG. Rurſus quoniam duæ rectæ AZ, ZY parallelæ ſunt duabus rectis EF, FG, erit angulus AZY æqualis angulo EFG. Itaque ſi quæ ad punctum F præparata ſunt, eadem præparentur ad punctum Z, demonſtrabitur, ut ſupra, punctum K datum eſſe, rectamque AK rectæ IV eſſe parallelam. Idem vero dicendum de punctis M, L, rectiſque BM, CL. Itaque rectæ jungantur KM, ML, KL, itemque KO, MO, LO. Atque erunt in utraque figura KM, ML, KL, KO, MO, LO communes ſectiones planorum tum HR, tum AM, BL, AL, AO, BO, CO: quorum primum terminatur a parallelis AK, BM; & cætera, ut in ſecunda Propoſitione. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, figuræ ſcenographia parallela procumbens vocatur. Igitur delineatio KMLO ſcenographia parallela procumbens eſt pyramidis ABCD. Quod ſi pyramidis ABCD ſit in plano IS ſive latus BC, ſive angulus B, inventis veſtigiis, & angulorum altitudinibus, deſcriptiſque figuris, demonſtratio eodem modo conficitur.

per 30. & 25. dat.

Data igitur poſitione & magnitudine, & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM.

Illud vero manifeſtum eſt, puncta K, M, L delineationis KMLO haud ſecus in hac Propoſitione inveniri poſſe, atque in quarta, per quintam Propoſitionem, inventa ſint.

DEFINITIO.

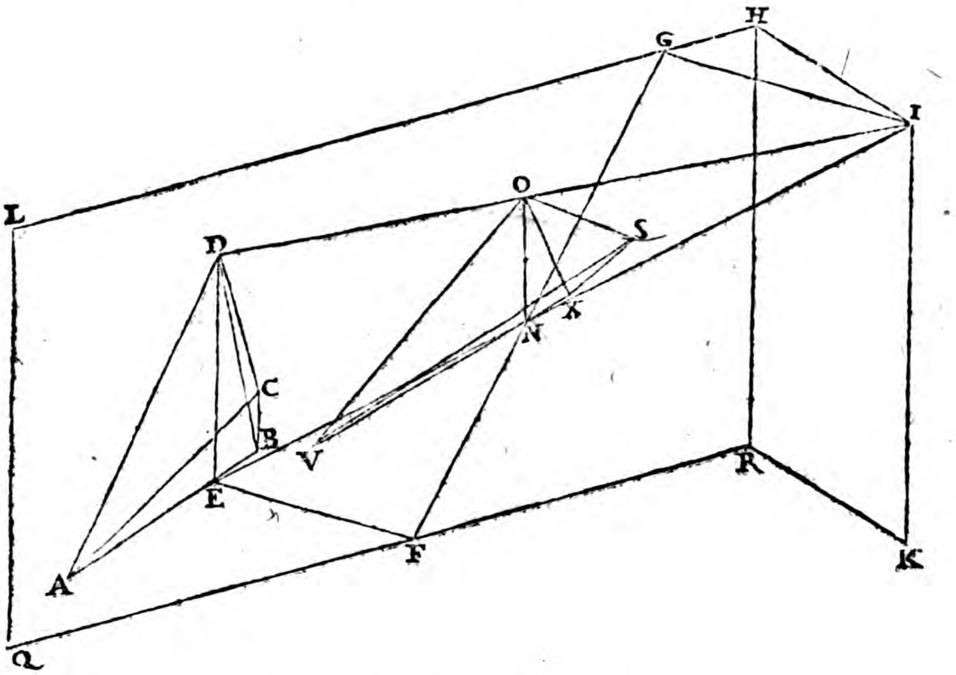
Si fuerit planum ſubjecto plano perpendiculare: dataque ſit poſitione & magnitudine ultra id planum figura aliqua ſolida; ducanturque ab ejus angulis ad punctum citra idem planum datum rectæ lineæ; quæ oritur delineatio e communibus ſectionibus plani perpendicularis, ac triangulorum, quorum unumquodque baſim habet unum figuræ latus, verticem punctum datum, figuræ ejuſdem SCENOGRAPHIA CONCURRENS vocetur.

PROPOSITIO VII.

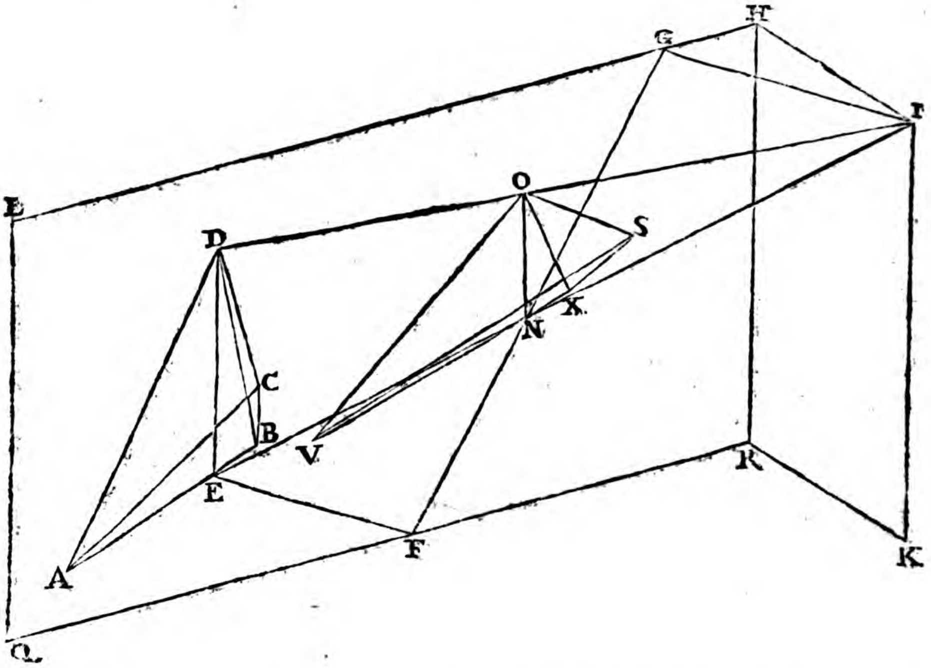
Data poſitione & magnitudine ultra planum ſubjecto plano perpendiculare pyramide triangularem baſim habente, datoque citra id planum puncto aliquo, ejuſdem ſcenographiam concurrentem conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine ultra planum LR perpendiculare plano QK pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Datum autem ſit citra planum LR punctum I. Oportet conficere ſcenographiam concurrentem pyramidis ABCD.

Sit primo baſis ABC in plano QK. Inveniantur veſtigium py-
per 1. prop. ramidis ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C,
E, rectaque DE. Ducatur autem a puncto I plano QK perpen-
per 30. 25. & 29. dat. dicularis recta IK. Erit utique datum punctum K. Datum eſt
per 26. dat. autem & punctum I. Igitur IK data eſt poſitione & magnitudi-
ne. Ducatur item a puncto K, communi planorum LR, QK
ſectioni QR perpendicularis, recta KR; & in plano LR a da-
per 30. & 25. dat. to puncto R, ipſi QR ad rectos angulos, rectæque IK æqualis,
per 29. dat. RH. Atque erit RH data poſitione, & magnitudine; ideoque
per 27. dat. datum punctum H. Jungatur HI. Et quoniam IK, HR uni ei-
demque plano QK ad rectos ſunt angulos, eæ utique ſunt inter
ſe invicem parallelæ. At vero eædem ſunt æquales. Igitur pe-

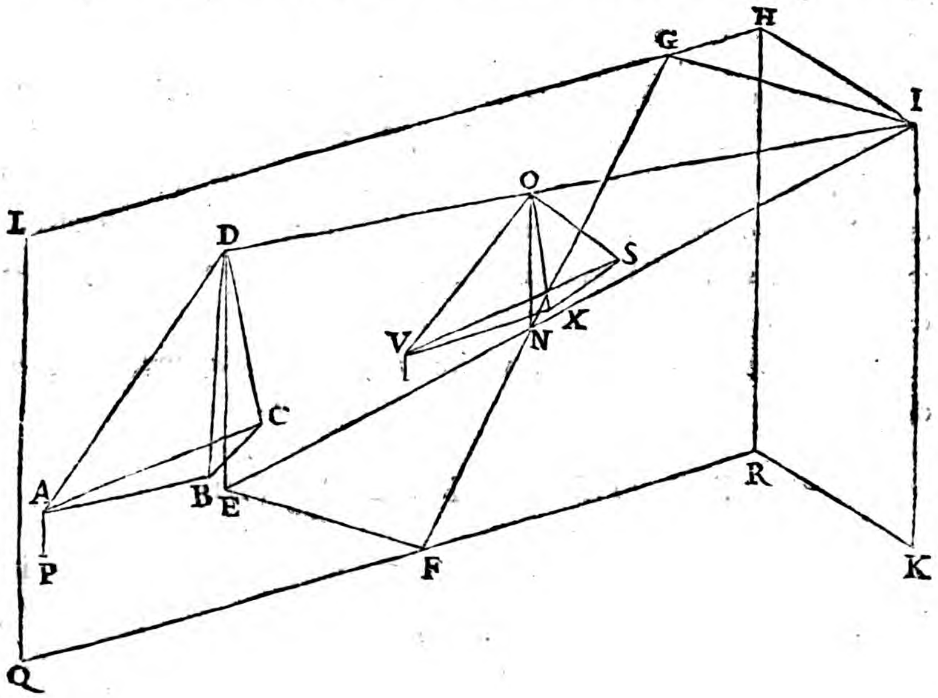


rallelæ & æquales ſunt etiam RK, HI. Data eſt autem magnitudine RK. Data eſt igitur magnitudine & HI. Ducatur a puncto H ipſi QR parallela recta HL. Et quoniam duæ IH, HL parallelæ ſunt duabus KR, RQ, erit angulus IHL æqualis angulo KRQ, ideoque datus. Ducatur a puncto I ad HL recta IG ad angulum IGH dato cuivis æqualem. Et quoniam in triangulo IGH dati ſunt anguli IHG, IGH, dataque magnitudine etiam IH, ideo triangulum IGH ſpecie & magnitudine datum eſt. Igitur utraque IG, GH magnitudine data eſt. per cor.40. dat. Data eſt autem HG etiam poſitione, datumque unum ejus extremum H. Igitur etiam alterum G eſt datum. per 27. dat. Ducatur modo a puncto E ad QR recta EF ad angulum EFQ ipſi IGH æqualem, ut ſit EF ipſi IG parallela; (hoc enim fieri poteſt, quoniam plana QK, IHG ſunt parallela) & per EF, IG agatur planum EFIG. Erit utique communis planorum LR, EFIG ſectio FG recta linea. Jungatur EI. Et quoniam rectæ FG, EI ſunt in uno eodemque plano EFIG, ſecabunt ſe ſe invicem in puncto aliquo N. Jam vero in triangulis IGN, NFE cum angulus IGN æqualis ſit angulo NFE, angulusque ING æqualis angulo ENF, erunt triangula

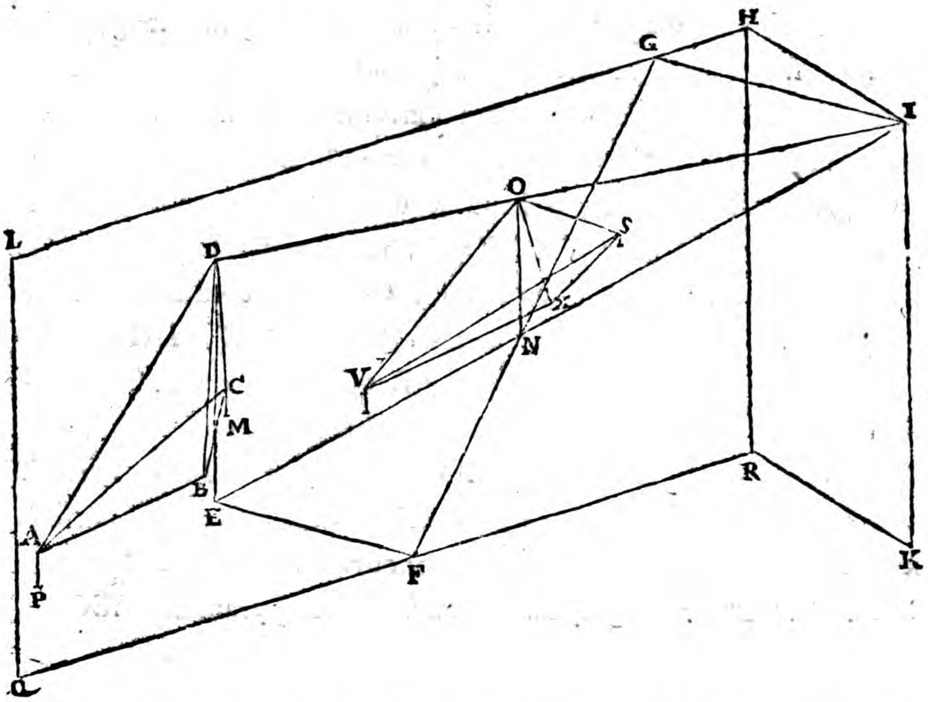


IGN, NFE æquiangula. Ut igitur IG ad EF, ita ſe habet GN ad NF. Et componendo, ut recta compoſita ex IG & EF ad EF, ita ſe habet recta compoſita ex GN & NF, hoc eſt GF, ad NF. At vero ratio, quam habet recta compoſita ex IG & per 3. & 1. dat. EF ad EF, eſt data. Igitur & ratio data eſt, quam GF habet ad NF. Data eſt autem magnitudine GF. Data eſt igitur ma- per 2. dat. gnitudine & NF. Atqui data eadem eſt & poſitione, datumque per 27. dat. unum ejus extremum F. Igitur & alterum N eſt datum. Jungatur modo recta DI, eaque plano LR occurrat in puncto O; jungaturque NO. Quoniam igitur DE plano QK ad rectos angulos eſt, ideo & planum, quod per ipſam agitur, DEI eidem plano ad rectos angulos erit. At vero etiam planum LR plano QK ad rectos eſt angulos. Igitur communis planorum LR, DEI ſectio NO, ſi producatur, ad rectos angulos erit eidem plano QK; ideoque poſitione data. Et quoniam ED, NO ſunt parallelæ, ut EI ad IN, ita ſe habebit ED ad NO. Ut autem EI ad IN, ita ſe habet FG ad GN. Ut igitur FG ad GN; ita ſe habet ED ad NO. At vero ratio, quam FG habet ad GN, per 5. dat. eſt data. Igitur & ratio data eſt, quam ED habet ad NO.

Data eſt autem magnitudine ED. Data eſt igitur magnitudine per 2. dat. & NO. Atqui data eadem eſt & poſitione; datumque unum ejus extremum N. Igitur & alterum extremum O eſt datum. Vo- per 27. d. t. cetur autem NO SCENOGRAPHICA anguli D ALTITUDO. Inveniantur puncta V, X, S haud ſecus ac punctum N inventum ſit; rectæque jungantur VX, XS, VS, itemque OV, OX, OS. Erunt utique VX, XS, VS, OV, OX, OS communes ſectiones plani LR, ac triangulorum IAB, IBC, IAC, IAD, IBD, ICD. Ac pyramidis ABCD latus AB eſt baſis trianguli IAB; latus BC baſis trianguli IBC; latus AC baſis trianguli IAC; latus AD baſis trianguli IAD; latus BD baſis trianguli IBD; latus CD baſis trianguli ICD. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, figuræ ſcenographia concurrens vocatur. Igitur delineatio VXSO ſcenographia concurrens eſt pyramidis ABCD.



At vero baſis ABC latus BC ſit in plano QK. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum D, A; ideſt puncta B, C, P, E, rectæque AP, DE; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur, delineationem VXSO eſſe ſcenographiam concurrentem pyramidis ABCD.

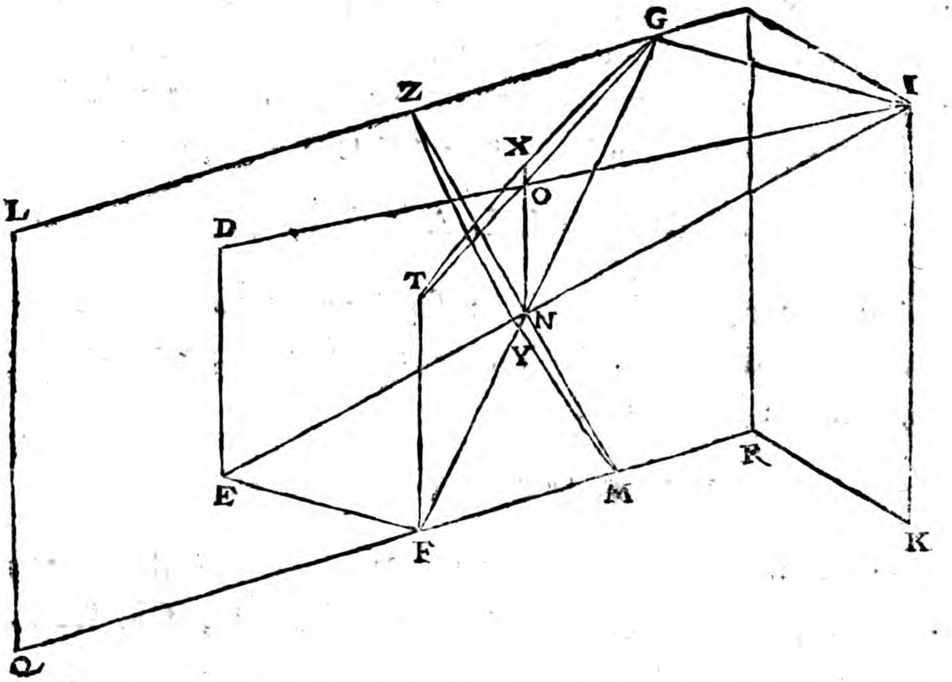


Sit denique pyramidis ABCD angulus B in plano QK. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum A, C, D; ideſt puncta B, P, M, E, rectæque AP, CM, DE; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur delineationem VXSO eſſe ſcenographiam concurrentem pyramidis ABCD.

Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO VIII.

Si in prima figura ſuperioris Propoſitionis ſumatur in FR, communi planorum LR, QK ſectione, recta FM ipſi EF æqualis, & in GL recta GZ æqualis ipſi GI, jungaturque recta MZ, ea per punctum N tranſibit. Item ſi a puncto F ducatur recta FT æqualis ipſi ED, eademque ipſi NO parallela, jungaturque recta TG, ea tranſibit per punctum O.



Si enim recta MZ per punctum N non tranſit, ea ſecet, ut in appoſita figura, rectam FG in puncto Y. Erunt utique triangula GZY, YMF æquiangula. Ut igitur GZ ad FM, ita ſe habet GY ad YF. Et componendo, ut recta compoſita ex GZ & FM ad FM, ita recta compoſita ex GY & YF, hoc eſt GF, ad FY. Ut autem recta compoſita ex GZ & FM ad FM, ita ſe habet recta compoſita ex IG & EF ad EF: quoniam GZ æqualis eſt ipſi IG, & FM æqualis ipſi EF; demonſtratumque eſt rectam compoſitam ex IG & EF ita ſe habere ad EF, ut GF ad FN. Igitur ut GF ad FY, ita ſe habet GF ad FN; ideoque FY æqualis eſt ipſi FN, minor majori; quod fieri non poteſt. Non igitur recta MZ ſecat rectam GF in puncto Y. Sed neque in alio quovis puncto, præterquam in N. Igitur recta MZ tranſit per punctum N. Jam vero neque recta TG tranſeat per punctum O; ſed ſecet rectam NO, ſi oportuerit, productam in puncto aliquo X. Quoniam igitur FT, NX ſunt parallelæ, ut FG ad GN, ita ſe habebit FT ad NX. Ut autem FG ad GN, ita ſe habet etiam FT ad NO; quoniam FT ipſi ED eſt æqualis. Igitur ut FT ad NX, ita ſe habet FT ad NO;

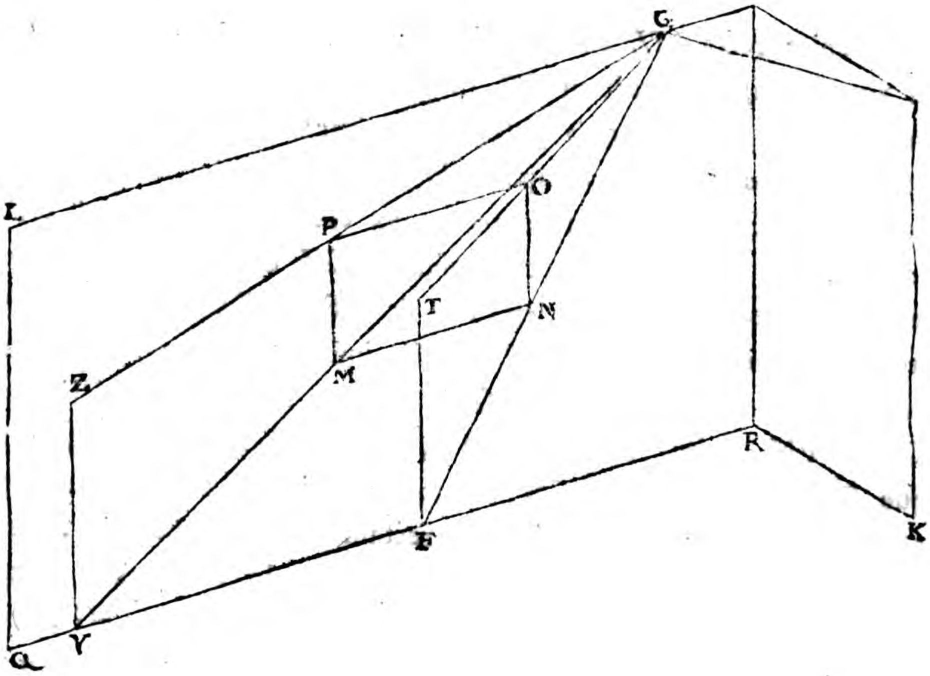
ideoque NX æqualis eſt ipſi NO, major minori; quod fieri non poteſt. Non igitur recta TG ſecat rectam NO in puncto X. Sed neque in alio quovis puncto, præterquam in O. Igitur recta TG tranſit per punctum O. Quod oportebat demonſtrare.

COROLLARIUM.

Ex hoc manifeſtum eſt in ſeptima Propoſitione puncta N, O delineationis VXSO aliter inveniri poſſe, atque in illa inventa ſint.

PROPOSITIO IX.

Si in prima figura ſeptimæ Propoſitionis ducatur a puncto aliquo Y communis planorum LR, QK ſectionis QF recta YZ ipſi FT æqualis & parallela, junganturque ab ejus extremis Y, Z rectæ YG, ZG; tum vero a dato puncto N ipſi QF parallela ducatur NM, & a



puncto M MP parallela ipſi NO; erit MP data poſitione & magnitudine, ipſique NO æqualis.

Quoniam enim rectæ YG extrema Y, G poſitione data ſunt, erit utique YG data poſitione & magnitudine. Rurſus quoniam per datum punctum N ſecundum datam poſitione QF ducta eſt NM, data utique erit NM poſitione. Datum eſt igitur punctum M. Eodem modo demonſtrabitur etiam punctum P datum eſſe. Igitur MP data eſt poſitione & magnitudine. Jam vero quoniam in triangulo YFG YF, MN ſunt parallelæ, ut FG ad GN, ita ſe habebit YG ad GM. Ut autem FG ad GN, ita ſe habet FT ad NO; & ut YG ad GM, ita YZ ad MP. Igitur ut FT ad NO, ita ſe habet YZ ad MP. Æqualis eſt autem FT ipſi YZ. Æqualis eſt igitur etiam NO ipſi MP. Quod oportebat demonſtrare.

per 26. dat.

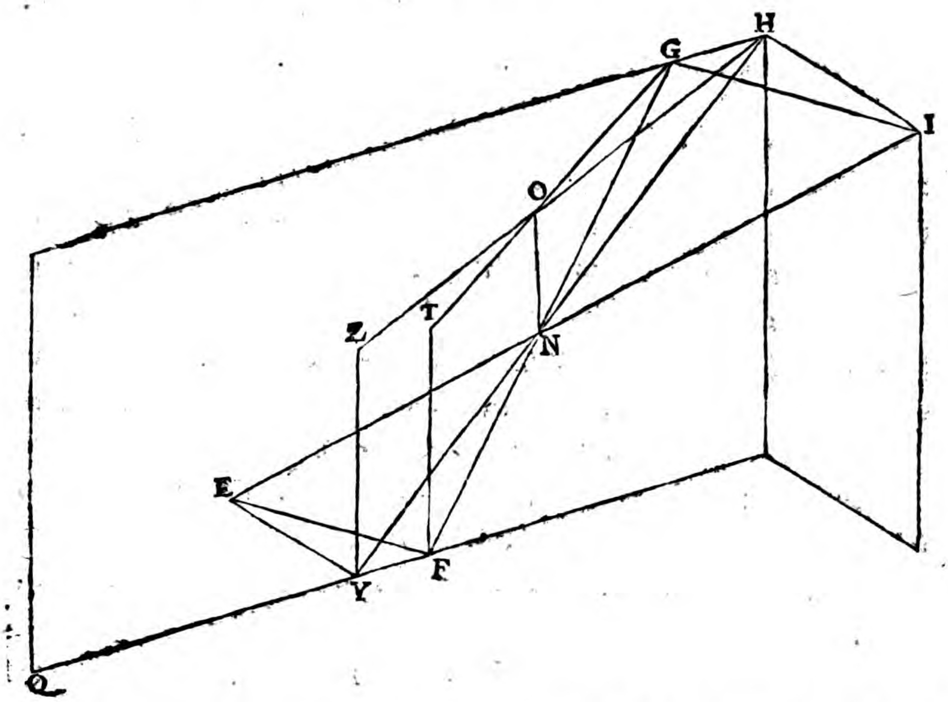
per 28. dat.
per 25. dat.

COROLLARIUM.

Quod ſi recta jungatur PO, ea erit ipſi MN parallela. Ex quo manifeſtum eſt in ſeptima Propoſitione punctum O, atque ideo rectam NO delineationis VXSO aliter poſſe inveniri, atque ibi, & in Corollario octavæ Propoſitionis inventa ſit; ita nempe ut omnes altitudines, cujuſmodi eſt YZ, ſi plures ſint, in una eademque recta poſitione data ſumantur.

PROPOSITIO X.

Si in prima figura ſeptimæ Propoſitionis a puncto I ducatur utcunque ad GH recta IH, & a puncto E ad QF EY angulum faciens EYF æqualem angulo IHG; quæ rectæ junguntur HN, YN, in directo ſibi invicem erunt. Quod ſi a puncto Y ipſi FT parallela ducatur YZ, jungaturque recta HO, ea ſi producatur, abſcindet YZ æqualem ipſi FT.



Quoniam enim parallelæ ſunt EF ipſi IG, & EY ipſi IH, erit utique angulus FEY æqualis angulo GIH. Æqualis eſt autem etiam angulus EYF angulo IHG. Igitur triangulum EYF æquiangulum eſt triangulo IHG; ac propterea ut EY ad EF, ita ſe habet IH ad IG. At vero EF ad EN ita ſe habet, ut IG ad IN. Igitur ex æqua eademque ordinata proportione, ut EY ad EN, ita ſe habet IH ad IN. Æqualis eſt autem angulus NEY angulo NIH. Igitur triangulum EYN triangulo IHN eſt æquiangulum; ideoque angulus ENY æqualis angulo INH. Erit igitur YN in directo ipſi NH. Rurſus quoniam æquiangula ſunt triangula FNY, GNH, ut FN ad NG, ita ſe habebit YN ad NH. Et componendo, ut FG ad GN, ita YH ad HN. Ut autem FG ad GN, ita ſe habet FT ad NO; & ut YH ad HN, ita YZ ad NO. Igitur ut FT ad NO, ita ſe habet YZ ad NO; ideoque æqualis eſt TF ipſi YZ. Quod oportebat demonſtrare.

COROLLARIUM.

Ex hoc manifeſtum eſt punctum N quæri poſſe ſive per rectas IG, EF, ſive per IH, EY; punctumque O poſſe item quæri ſive per rectas FT, TG, ſive per YZ, ZH: utrovis autem modo quærantur, eodem loco poſita inventum iri. Quod vero de puncto N dictum eſt, idem dicendum de punctis V, X, S. Quocirca delineatio VXSO in utroque caſu eadem erit, eodemque loco poſita.

DEFINITIO.

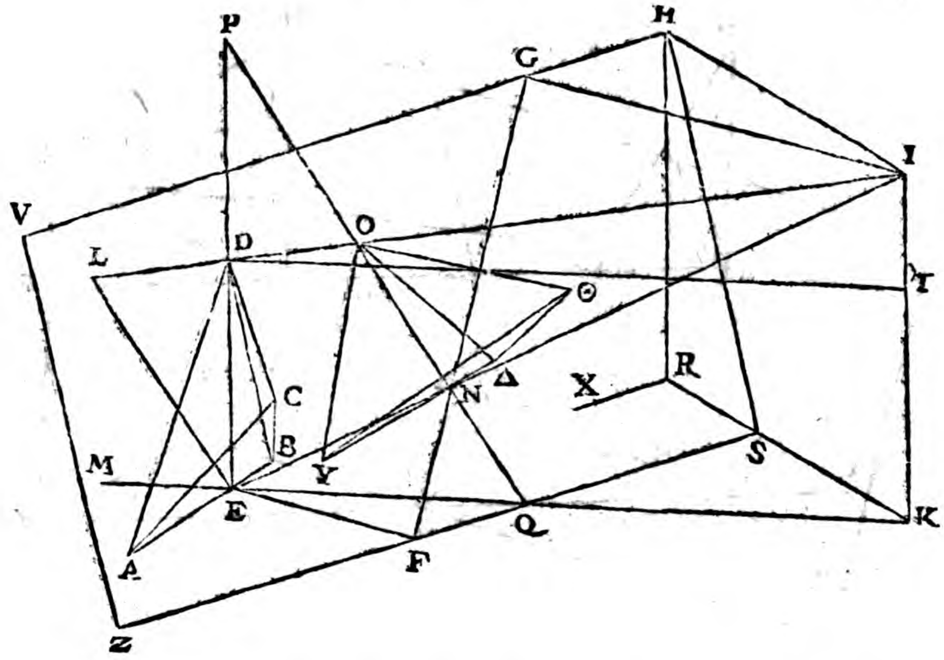
Si fuerit planum ad ſubjectum planum inclinatum: dataque ſit poſitione & magnitudine ultra id planum figura aliqua ſolida: ducanturque ab ejus angulis ad punctum citra id planum datum rectæ lineæ; quæ oritur delineatio e communibus ſectionibus plani inclinati, ac triangulorum, quorum unumquodque baſim habet unum figuræ latus, verticem punctum datum; figuræ ejuſdem SCENOGRAPHIA CONCURRENS PROCUMBENSQUE vocetur.

PROPOSITIO XI.

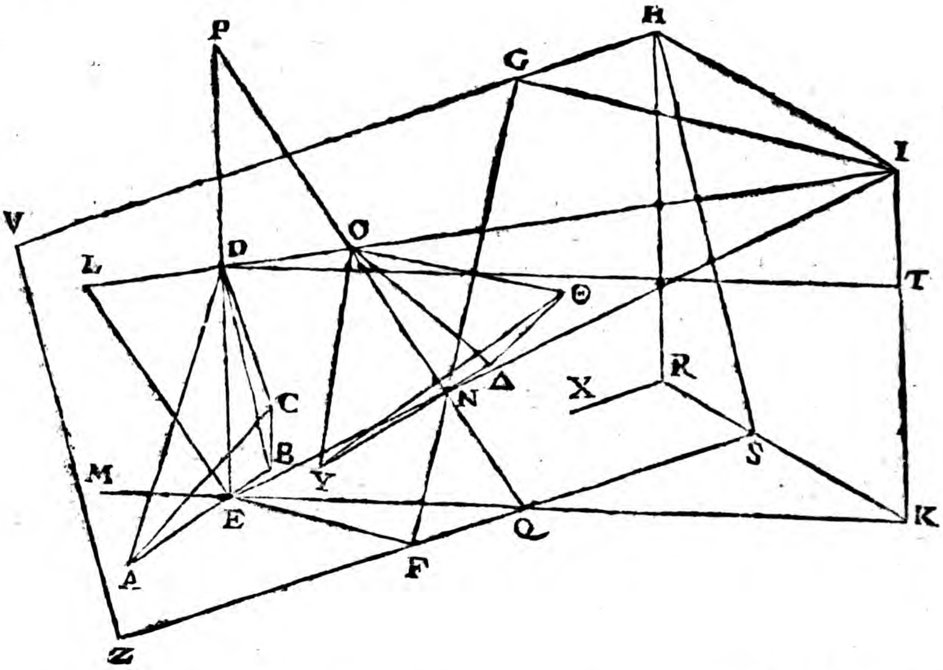
Data poſitione & magnitudine ultra planum ad ſubjectum planum inclinatum pyramide triangularem baſim habente, ejuſdem ſcenographiam concurrentem procumbentemque conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine ultra planum VS inclinatum ad planum ZK pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Datum autem ſit citra planum VS punctum I. Oportet conficere ſcenographiam concurrentem procumbentemque pyramidis ABCD.

Sit primo baſis ABC in plano ZK. Inveniantur veſtigium py- per 1.prop. ramidis ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C, E, rectaque DE. Ducatur autem a puncto I plano ZK perpen- per 30. 25. & 29. dat. dicularis recta IK. Erit utique datum punctum K. Datum eſt per 26. dat. autem & punctum I. Igitur IK data eſt poſitione & magnitudine. Ducantur item a puncto K communi planorum VS, ZK ſectioni ZS perpendicularis recta KS; atque a puncto I ipſi KS parallela ad planum VS recta IH; & a puncto H recta HR parallela ipſi IK, atque ipſi KS productæ occurrens in puncto R; jungaturque HS. Quoniam igitur HR recta eſt ad planum ZK, ea utique cum rectis omnibus, quæ ipſam contingentes in eodem ſunt plano, rectos angulos faciet. Itaque recta ducatur RX parallela ipſi ZS; eritque RX ipſi HR ad rectos angulos. Eſt autem RX ad rectos angulos ipſi etiam RS. Igitur RX plano HRS ad rectos angulos eſt. At vero RX, ZS ſunt parallelæ. Igitur etiam ZS eidem plano HRS ad rectos eſt angulos; ideoque utraque HS, RS cum ZS rectos angulos facit. Angulus igitur HSR eſt planorum VS, ZK inclinatio, ideoque datus. Jam vero quoniam in triangulo HRS dati ſunt anguli HRS, HSR, dataque per cor.40. dat. item magnitudine HR utpote quæ ipſi IK eſt æqualis, erit uti- per 30. 25. & 26. dat. que RS magnitudine data. At vero data eſt magnitudine etiam per 3. dat. KS. Igitur & KR magnitudine data eſt, nec non eidem æqualis IH. Ducantur a puncto H ipſi ZS parallela recta HV; atque a puncto I ad HV recta IG ad angulum IGH dato cuivis æqua- per cor.40. dat. lem. Erit utique IG data magnitudine. Itaque ducatur a puncto E ad ZS recta EF ad angulum EFZ ipſi IGH æqualem, ut ſit EF ipſi IG parallela; eademque fiant, quæ in Propoſitione ſeptima. Eodem modo demonſtrabitur, punctum N, in quo rectæ FG, IE ſe ſe invicem ſecant, datum eſſe. Ducatur modo ab E ad K recta EK ipſam ZS ſecans in puncto Q, eaque producatur ad M; atque DE producta plano VS occurrat in puncto P, jungaturque ab eodem ad datum punctum Q recta PQ, quæ quidem per punctum N tranſibit; eritque poſitione data. Hoc enim haud ſecus demonſtrabitur, atque in Propoſitione ſexta demonſtratum eſt. Jungatur denique recta ID, ducaturque DT parallela ipſi



EK, atque EL parallela ipſi NQ. Et quoniam triangulum DIT
habet angulum DTI datum, dataſque circa illum magnitudine
IT, TD, erit triangulum DIT datum ſpecie & magnitudine, per cor. 41. dat.
ideoque datus angulus IDT. Datus eſt autem etiam angulus EDT.
Igitur angulus EDI eſt datus, ideoque & qui deinceps ponitur per 3. dat.
EDL. Quoniam vero datus eſt uterque angulus MED, MEL,
erit utique datus angulus DEL. Igitur triangulum DEL ſpecie per 4. dat.
datum eſt. Data eſt autem magnitudine DE. Igitur triangulum per 40. dat.
DEL ſpecie & magnitudine eſt datum; ideoque data magnitudine per. cor. ejusd.
EL. Jam vero quoniam EL, NO ſunt parallelæ, ut EI ad
IN ita ſe habebit EL ad NO. Ut autem EI ad IN, ita ſe habet
FG ad GN. Ut igitur FG ad GN, ita ſe habet EL ad NO.
At vero ratio, quam FG habet ad GN, eſt data. Igitur & ratio per 5. dat.
data eſt, quam EL habet ad NO. Data eſt autem magnitudine
EL. Data eſt igitur magnitudine etiam NO. Atqui data eadem per 2. dat.
eſt etiam poſitione, datumque unum ejus extremum N. Igitur
& alterum extremum O datum eſt. Inveniantur puncta Y, per 27. dat.
Δ, Θ haud ſecus ac punctum N inventum eſt, rectæque junguntur
YΔ, ΔΘ, YΘ, itemque OY, OΔ, OΘ. Erunt utique YΔ,



ΔΘ, YΘ, OY, OΔ, OΘ communes ſectiones plani VS, ac triangulorum IAB, IBC, IAC, IAD, IBD, ICD. Ac pyramidis ABCD latus AB eſt baſis trianguli IAB; & cætera, ut in ſeptima Propoſitione. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus figuræ ſcenographia concurrens procumbenſque vocatur. Igitur delineatio YΔΘO ſcenographia concurrens procumbenſque eſt pyramidis ABCD. Quod ſi pyramidis ABCD ſit in plano ZK ſive latus BC, ſive angulus B, inventis veſtigiis, & angulorum altitudinibus, deſcriptiſque figuris, demonſtratio eodem modo conficietur.

Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM I.

Illud vero manifeſtum eſt, puncta N, O delineationis ΥΔΘΟ haud ſecus in hac Propoſitione inveniri poſſe, atque in ſeptima, per Propoſitiones octavam & nonam, inventa ſint; ſi ad punctum O quod attinet pro DE ſumatur LE, eaque a puncto quovis communis planorum VS, ZK ſectionis ita ducatur, ut ipſi PQ ſit parallela. Ex quo ſequitur non omnes rectas, cujuſmodi eſt LE, ſi plures ſint, in una eademque recta poſitione data ſumi poſſe, ſed eas tantum, quas inter ſe invicem parallelas eſſe contigerit.

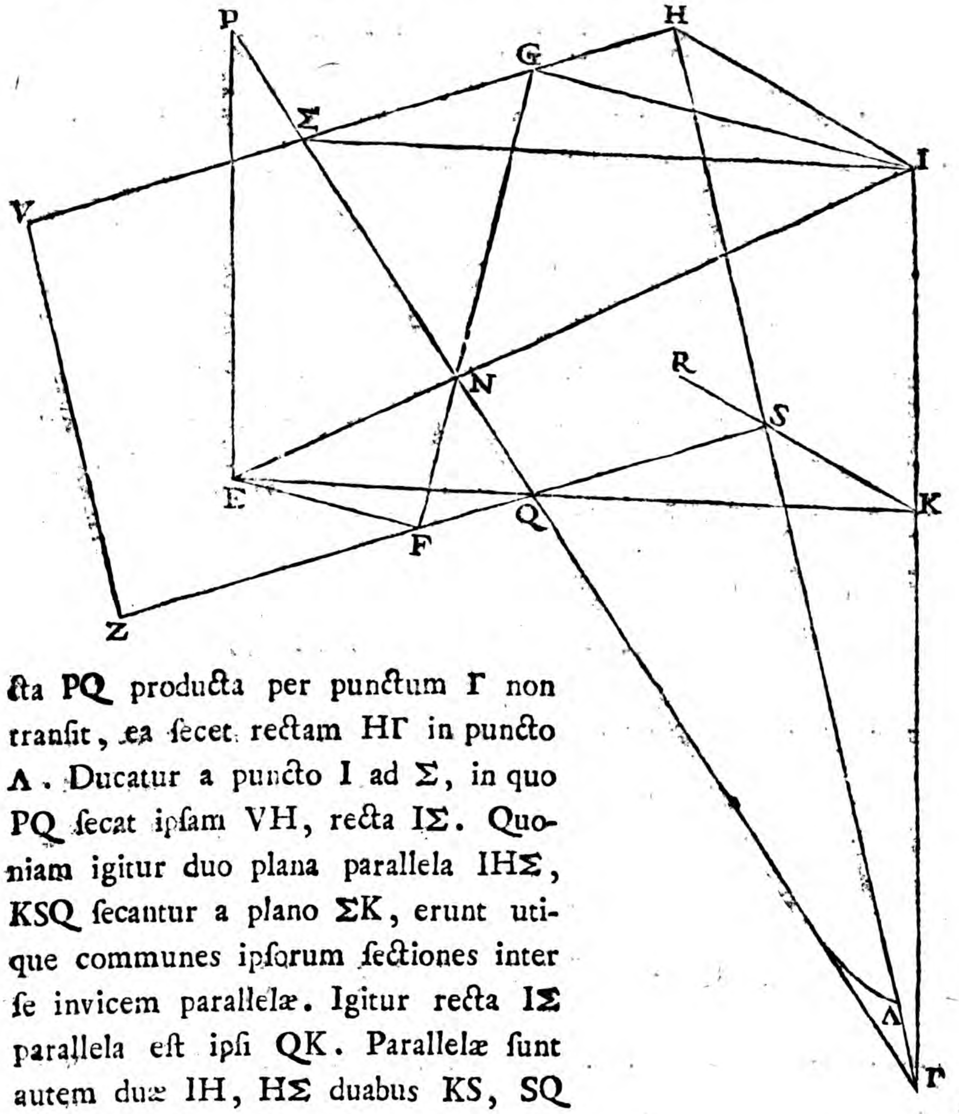
COROLLARIUM II.

Quin etiam illud eſt manifeſtum, quod de ſcenographia concurrente pyramidis ABCD in Propoſitione decima demonſtratum eſt, idem de concurrente procumbenteque poſſe demonſtrari.

PROPOSITIO XII.

Si in figura ſuperioris Propoſitionis producantur rectæ HS, IK, quouſque conveniant invicem in puncto Γ, punctum Γ datum erit; rectaque PQ producta tranſibit per punctum Γ.

Quoniam enim in triangulo IHΓ datus eſt angulus HIΓ, item-
que ipſi RSH æqualis IHΓ, triangulum utique IHΓ ſpecie datum per 40 dat.
erit; data eſt autem magnitudine recta IH. Igitur triangulum
IHΓ ſpecie & magnitudine datum eſt, ideoque HΓ magnitudine per cor. ejuſd.
data. Data eſt autem HΓ etiam poſitione, datumque unum ejus
extremum H. Igitur & alterum Γ eſt datum. Jam vero ſi re- per 27. dat.



cta PQ producta per punctum Γ non tranſit, ea ſecet rectam HΓ in puncto Λ. Ducatur a puncto I ad Σ, in quo PQ ſecat ipſam VH, recta IΣ. Quoniam igitur duo plana parallela IHΣ, KSQ ſecantur a plano ΣK, erunt utique communes ipſorum ſectiones inter ſe invicem parallelæ. Igitur recta IΣ parallela eſt ipſi QK. Parallelæ ſunt autem duæ IH, HΣ duabus KS, SQ altera alteri. Igitur triangulum IHΣ æquiangulum eſt triangulo KSQ; ac propterea, ut IH ad KS, ita ſe habet HΣ ad SQ. Ut autem IH ad KS, ita ſe habet HΓ ad ΓS, & ut HΣ ad SQ, ita ſe habet HΛ ad ΛS. Igitur, ut HΓ ad ΓS, ita ſe habet HΛ ad ΛS. Et dividendo, HS ad SΓ ita ſe habet, ut HS ad SΛ; ideoque SΓ æqualis eſt ipſi SΛ, major minori; quod fieri non poteſt. Non igitur recta PQ producta ſecat rectam HΓ in puncto Λ. Sed neque in alio quovis puncto præterquam in Γ. Igitur recta PQ producta tranſit per punctum Γ. Quod oportebat demonſtrare.

COROLLARIUM.

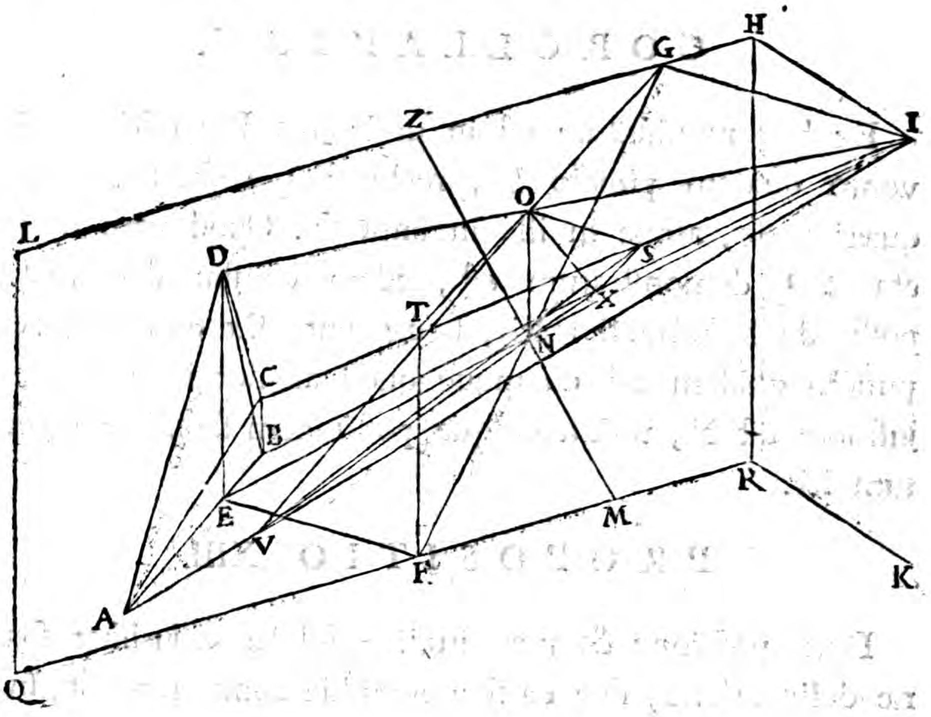
Ex hoc manifeſtum eſt in undecima Propoſitione, invento quidem puncto N, rectæ PQ poſitionem aliter quæri poſſe, atque in illa inventa ſit. Quod vero de recta PQ demonſtratum eſt, idem conſtat demonſtrari poſſe de hujuſmodi rectis, ſiquæ ſint. Ex quo ſequitur, puncto quidem ad quamque quod attinet invento, cujuſmodi eſt N, uniuſcujuſque poſitionem facillime inventum iri.

PROPOSITIO XIII.

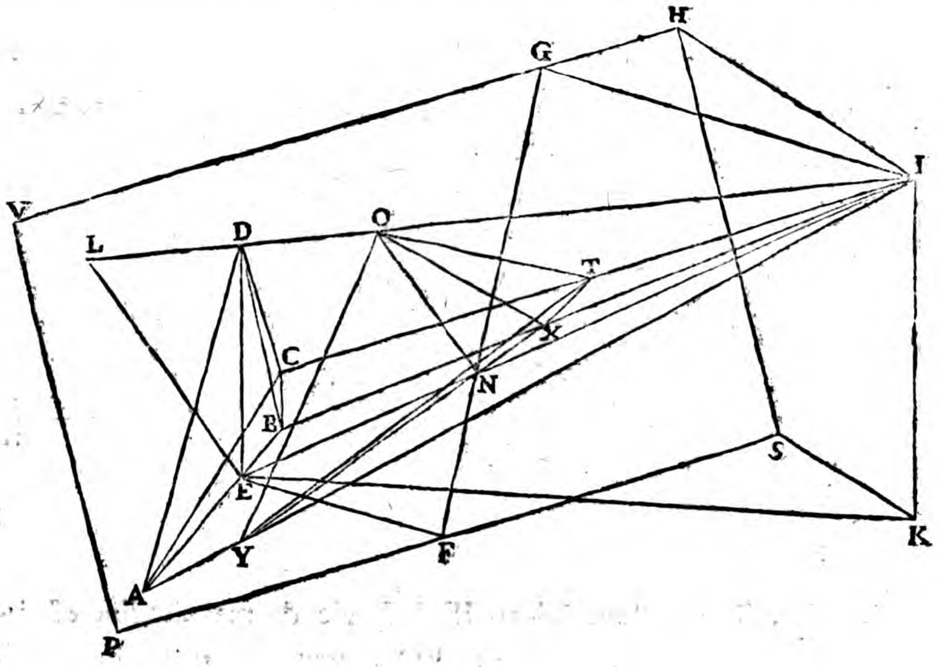
Datis poſitione & magnitudine ſolidæ cujuslibet figuræ delineatione, ſive ea ſcenographia concurrens ſit, ſive concurrens procumbenſque, & ſcenographica cujuſque anguli ejuſdem figuræ altitudine; datoque puncto, unde ea delineatio confecta eſt, figuram ipſam invenire.

Sit in plano LR perpendiculari plano QK delineatio VXSO ſcenographia concurrens pyramidis triangularem baſim habentis; NO altitudo ſcenographica anguli O; I punctum, unde ea delineatio confecta eſt. Oportet invenire ipſam pyramidem.

Quærantur, ut in Propoſitione ſeptima, recta IG, punctum
G, anguluſque IGH. Ducatur autem per data puncta G, N re- per 4. def. dat.
cta GF. Ea erit utique poſitione data. Data eſt autem poſitione per 26. dat.
etiam QR. Igitur punctum F eſt datum. Sumatur modo in GL per 25. dat.
ipſi IG æqualis GZ, ducaturque per data puncta Z, N recta per 27. dat.
ZM. Erit utique datum punctum M. Datum eſt autem & pun- per 25. dat.
ctum F. Igitur FM magnitudine eſt data. Ducatur FE ipſi IG per 26. dat.
parallela, eadem æqualis ipſi FM; eritque FE poſitione data & per 28. dat.
magnitudine. Datum eſt autem unum ejus extremum F. Igitur
& alterum E eſt datum. Jungantur rectæ IN, NE. Et quoniam per 27. dat.
ut GN ad NF, ita ſe habet GZ ad FM, æqualeſque ſunt GZ



ipſi GI, & FM ipſi FE; ſe habebit utique ut GN ad NF, ita GI ad FE. Et permutando, ut GN ad GI, ita NF ad FE. At vero angulus IGN æqualis eſt angulo NFE. Igitur triangulum IGN triangulo NFE eſt æquiangulum; ideoque angulus ING æqualis angulo ENF. Erit igitur IN in directo ipſi NE. Eodem modo invenientur puncta A, B, C; ac demonſtrabitur rectas IV, VA; IS, SC; IX, XB ſibi invicem eſſe in directo. Ducatur modo a puncto F ipſi NO parallela recta FT, & a puncto per 4. def. dat. G per O recta GT. Atque erunt FT, GT poſitione datæ. Punper 25. dat. ctum igitur T eſt datum. Datum eſt autem & punctum F. Igiper 26. dat. tur FT magnitudine eſt data. Ducatur denique a puncto E ipſi FT æqualis & parallela, ideoque plano QK ad rectos angulos recta DE; junganturque rectæ IO, OD. Et quoniam ut FG ad GN, ita ſe habet tum EI ad IN, tum FT, ſive eidem æqualis ED, ad NO; ſe habebit utique ut EI ad IN, ita ED ad NO. At vero ED parallela eſt ipſi NO. Igitur recta IO in directo quidem eſt ipſi OD. Itaque ſi rectæ jungantur AB, BC, CA, itemque AD, BD, CD, erit ABCD pyramis triangularem baſim habens ABC, altitudinem ED; ex qua a dato puncto I ejuſdem pyramidis ſcenographia concurrens confecta eſt VXSO.

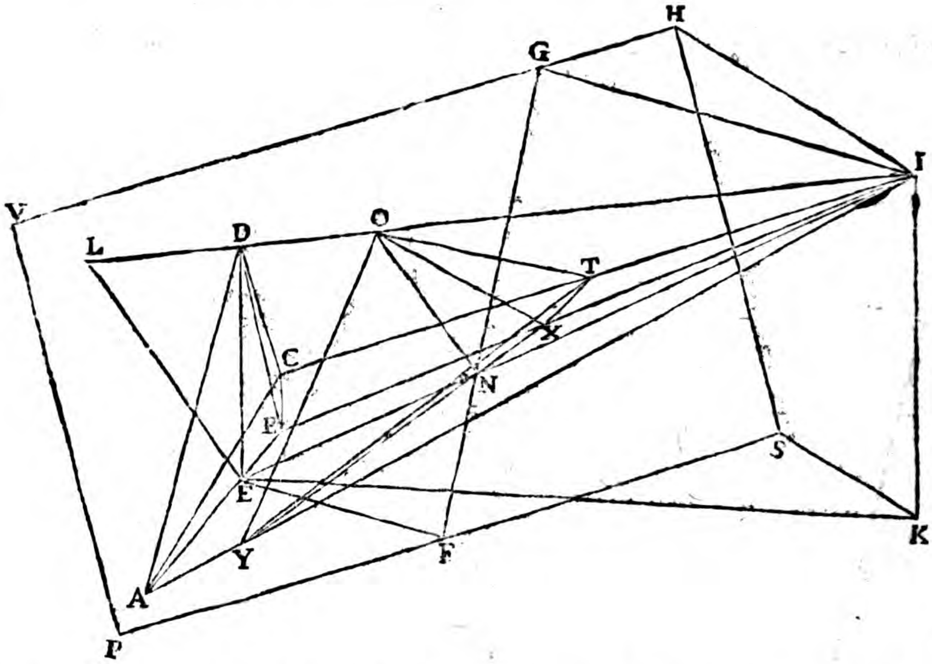


Sit modo in plano VS inclinato ad planum PK delineatio YXTO ſcenographia concurrens procumbenſque pyramidis triangularem baſim habentis; NO altitudo ſcenographica anguli O; I punctum, unde ea delineatio confecta eſt. Quærantur, ut in Propoſitione undecima, recta IG, punctum G, angulusque IGH. Invenientur autem in hac ſcenographia haud ſecus, atque in concurrente inventa ſint, puncta E, A, B, C, rectaque EL ipſi NO parallela; ac demonſtrabitur in directo ſibi invicem eſſe rectas IN, NE; IY, YA; IX, XB; IT, TC; IO, OL. Ducatur a puncto E ipſi IK parallela, ideoque plano PK ad rectos angulos recta ED; jungaturque EK. Et quoniam trianguli ILE datus eſt angulus IEL, datæque circa illum magnitudine IE, EL, erit utique datum ſpecie & magnitudine triangulum ILE; ideoque datus angulus EIL. Rurſus quoniam trianguli IDE dati ſunt anguli tum EID, tum IED, ob datum utrumque angulum DEK, IEK, erit triangulum IDE datum ſpecie. Data eſt autem magni-

per cor. 41. dat.

per 4. dat.

per 40. dat.



per cor. 40. dat. tudine EI. Triangulum igitur IDE ſpecie & magnitudine eſt datum; ideoque data magnitudine ED. Itaque ſi rectæ jungantur AB, BC, CA, itemque AD, BD, CD, erit ABCD pyramis triangularem habens baſim ABC, altitudinem ED; ex qua a dato puncto I ejuſdem pyramidis ſcenographia concurrens procumbenſque YXTO confecta eſt. Eodem modo, datis poſitione & magnitudine ſolidæ alius cujuslibet figuræ delineatione, ſive ea ſcenographia concurrens ſit, ſive concurrens procumbenſque, & ſcenographica cujuſque anguli ejuſdem figuræ altitudine, datoque puncto, unde ea delineatio confecta eſt, figuram ipſam inveniemus.

DEFINITIO.

Si fuerit planum ſubjecto plano parallelum, idemque poſitione datum: dataque ſit poſitione & magnitudine ultra id planum figura aliqua ſolida; ducanturque ab ejus angulis rectæ lineæ priori illi plano perpendiculares; quæ oritur delineatio e communibus planorum ſectionibus, tum paralleli, tum eorum, quæ a binis earum, quas diximus, perpendicularium utrinque terminantur, ita ut communis unaquæque ſectio oppoſito figuræ lateri reſpondeat; figuræ ejuſdem ORTHOGRAPHIA HORIZONTALIS vocetur.

PROPOSITIO XIV.

Data poſitione & magnitudine ultra planum ſubjecto plano parallelum, idemque poſitione datum pyramide triangularem baſim habente, ejuſdem orthographiam horizontalem conficere.

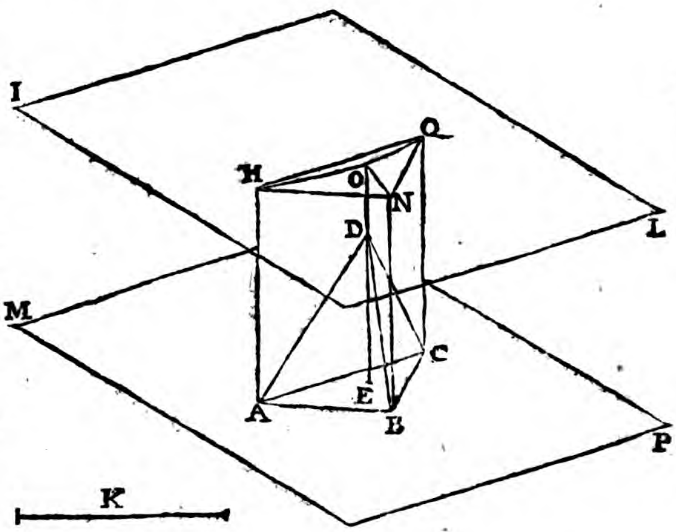
Data ſit poſitione & magnitudine ultra planum IL parallelum plano MP, idemque diſtans ab eodem intervallo K, pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Oportet conficere orthographiam horizontalem pyramidis ABCD.

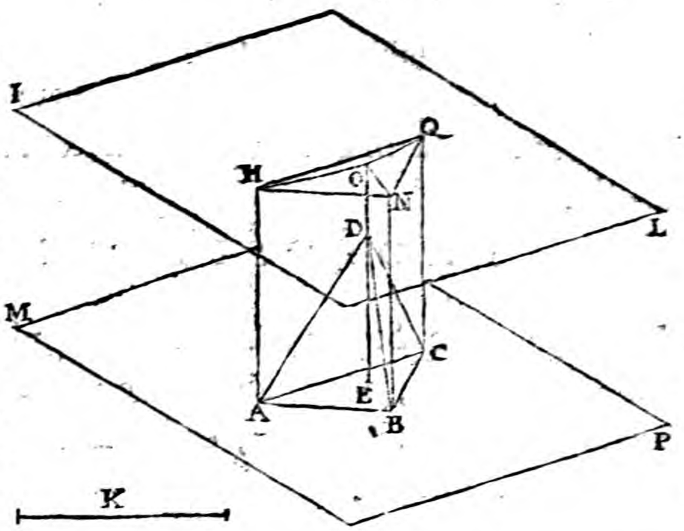
Sit primo baſis ABC in plano MP. Inveniatur veſtigium pyramidis ABCD; ideſt puncta A, B, C, E; ducanturque ab hiſce punctis plano IL ad rectos angulos rectæ AH, BN, CQ, EO, quæ quidem eidem occurrant in punctis H, N, Q, O. Et quoniam a punto A plano IL ad rectos angulos ducta eſt AH, ea utique erit poſitione data. Data eſt autem & magnitudine, utpote quæ ipſi K eſt æqualis; datumque unum ejus extremum A. Igitur & alterum H eſt datum. Eodem modo demonſtrabitur puncta N, Q, O data eſſe. Itaque

per 1. prop.

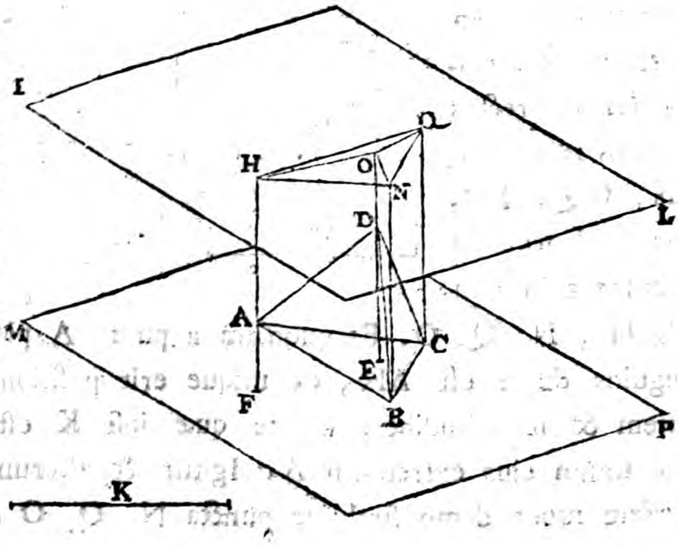
per 29. dat.

per 27. dat.





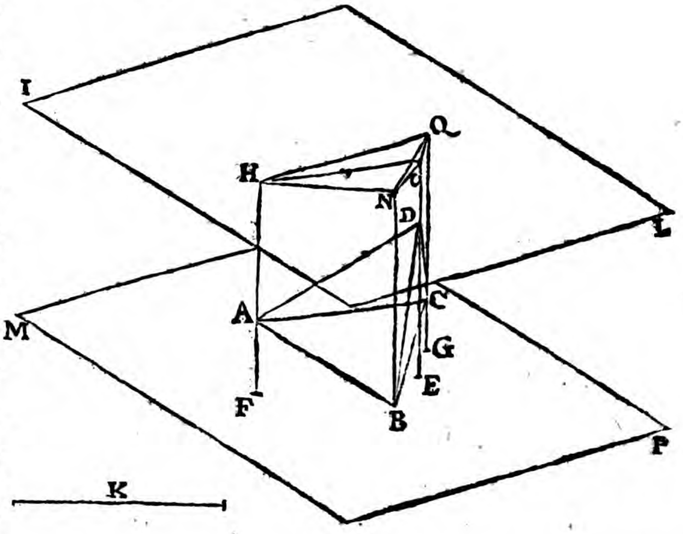
ſi rectæ jungantur HN, NQ, QH, itemque HO, NO, QO, eæ communes erunt ſectiones planorum tum IL, tum AN, BQ, CH, AO, BO, CO: quorum primum terminatur a perpendicularibus AH, BN; ſecundum a perpendicularibus BN, CQ; tertium a perpendicularibus AH, CQ; quartum a perpendicularibus DO, AH; quintum a perpendicularibus DO, BN; ſextum a perpendicularibus DO, CQ. Ac pyramidis ABCD lateri AB reſpondet ſectio HN; lateri BC ſectio NQ; lateri AC ſectio HQ; lateri AD ſectio OH! lateri BD ſectio ON; lateri CD ſectio OQ. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, figuræ orthographia horizontalis vocatur. Igitur delineatio HNQO orthographia horizontalis eſt pyramidis ABCD.



At vero baſis ABC latus BC ſit in plano MP. Inveniatur veſtigium pyramidis ABCD; ideſt puncta F, B, C, E: ducanturque ab hiſce punctis plano IL ad rectos angulos rectæ FH, BN, CQ, EO, quæ quidem eidem oc-

currant

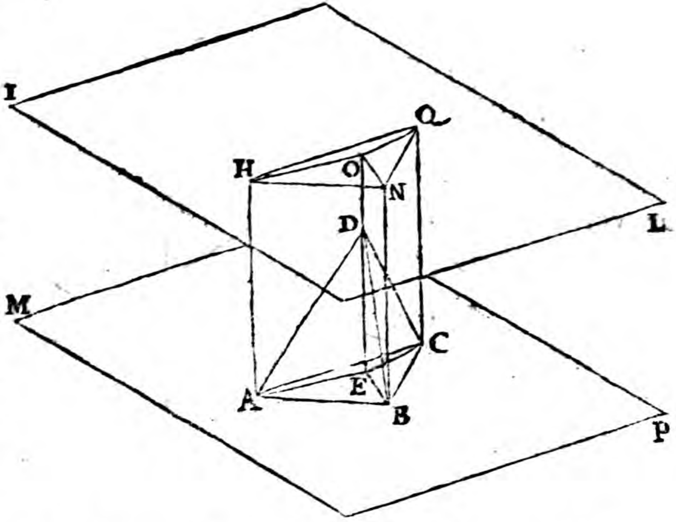
currant in punctis H, N, Q, O; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur delineationem HNQO eſſe orthographiam horizontalem pyramidis ABCD.



Sit denique pyramidis ABCD angulus B in plano MP. Inveniatur veſtigium pyramidis ABCD; ideſt puncta F, B, G, E: ducanturque ab hiſce punctis plano IL ad rectos angulos rectæ FH, BN, GQ, EO, quæ quidem eidem occurrant in punctis H, N, Q, O; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur delineationem HNQO eſſe orthographiam horizontalem pyramidis ABCD.

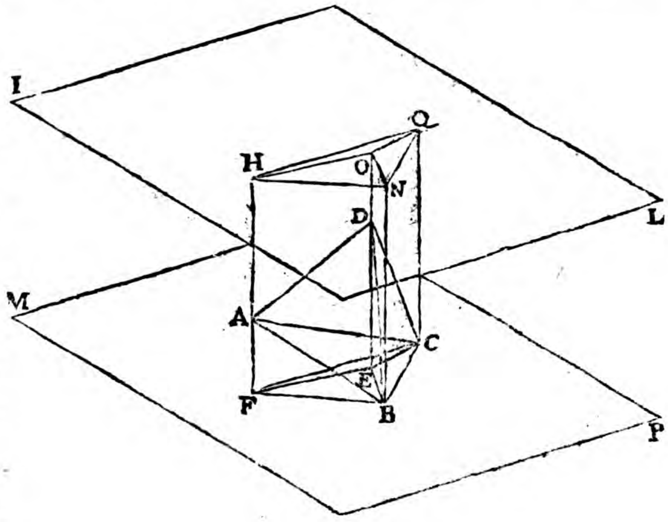
Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM.

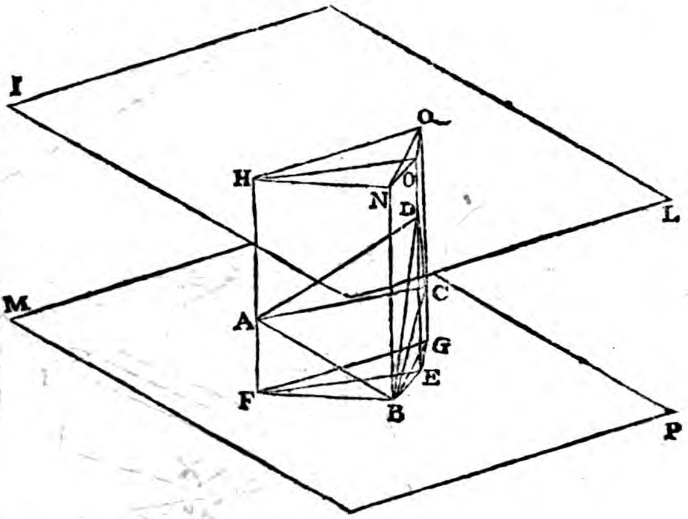


Quoniam in prima figura AB, BC parallelæ ſunt & æquales ipſis HN, NQ, anguluſque ABC æqualis eſt angulo HNQ; erit utique triangulum ABC æquale triangulo HNQ, eidemque ſimile ac ſimiliter poſitum. Idem, ſi rectæ jungantur AE, BE, CE, concluditur de triangulis tum AEB, HON, tum BEC, NOQ, tum AEC, HOQ. Ex quo illud manifeſtum eſt, figuram ABCE, quæ in ſubjecto plano MP deſcribitur, delineationem repræſentare, quæ in plano parallelo IL utique conficienda erat.

Haud ſecus res habet in figuris ſecunda, & tertia; ſi junctis in earum altera rectis BF, FC, FE, BE, CE figuræ inter ſe invicem comparentur FBCE, HNQO; in al-



tera junctis rectis FB, BG, GF, FE, BE, GE comparentur inter ſe invicem figuræ FBGE, HNQO.



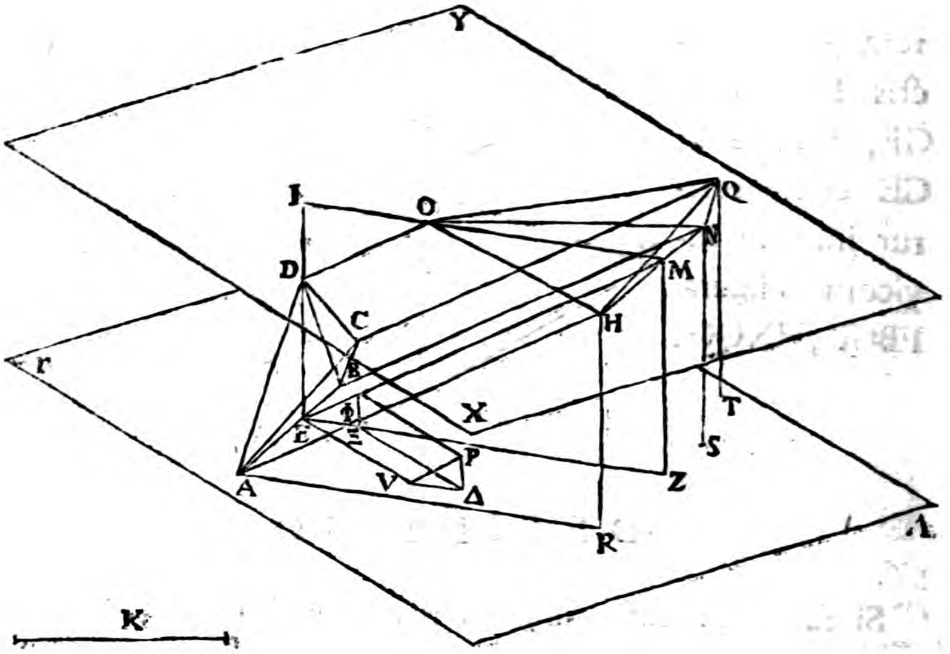
DEFINITIO.

Si fuerit planum ſubjecto plano parallelum, idemque poſitione datum; dataque ſit poſitione & magnitudine ultra id planum figura aliqua ſolida; ducanturque ab ejus angulis rectæ lineæ rectæ cuidam parallelæ ad ſubjectum planum inclinatæ; quæ oritur delineatio e communibus planorum ſectionibus tum paralleli, tum eorum, quæ a binis earum, quas diximus, parallelarum utrinque terminantur, ita ut communis unaquæque ſectio oppoſito figuræ lateri reſpondeat, figuræ ejuſdem SCENOGRAPHIA PARALLELA HORIZONTALIS vocetur.

PROPOSITIO XV.

Data poſitione & magnitudine ultra planum ſubjecto plano parallelum, idemque poſitione datum pyramide triangularem baſim habente, ejuſdem ſcenographiam parallelam horizontalem conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine ultra planum YX parallelum plano ΓΛ, idemque diſtans ab eodem intervallo K, pyramis



ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam parallelam horizontalem pyramidis ABCD.

Sit primo baſis ABC in plano ΓΛ. Inveniatur veſtigium py-
per 1.prop. ramidis ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C,
E, rectaque DE. Sit autem rectæ PV ad planum ΓΛ inclinatio
angulus PVΔ; ſitque recta PΔ perpendicularis plano ΓΛ. Jun-
gatur recta EV; ducaturque EZ ipſi VΔ parallela, & ΔΞ *pa-*
per 25. dat. rallela ipſi EV. Erit utique punctum Ξ datum. Ducatur ab
Ξ plano ΓΛ ad rectos angulos, eademque ipſi ΔP æqualis recta
ΞΦ; junganturque EΦ, ΦP. Quoniam igitur ΞΦ, ΔP ſunt æ-
quales & parallelæ, erit utique ΦP æqualis & parallela ipſi ΞΔ.
Eſt autem ΞΔ ipſi EV æqualis & parallela. Igitur ΦP æqualis
eſt & parallela eidem EV; ideoque EΦ æqualis & parallela ipſi
VP. Producatur EΦ, ita ut plano YX occurrat in puncto M;
atque ab eo ducatur MZ ipſi ΦΞ parallela. Et quoniam trian-
guli EMZ dati ſunt anguli ZEM, MZE, erit triangulum EMZ
per 40. dat. datum ſpecie. Data eſt autem magnitudine ZM. Triangulum igi-
per cor. ejuſd. tur EZM ſpecie & magnitudine eſt datum; ideoque data magni-

tudine EZ. Atqui datum eſt unum ejus extremum E. Igitur &
alterum Z eſt datum. Data eſt igitur poſitione ZM. At vero per 27. dat.
data eadem eſt & magnitudine; datumque unum ejus extremum
Z. Igitur & alterum M eſt datum. Eodem modo inventis punctis R, S, T, demonſtrabitur puncta H, N, Q data eſſe. Producatur ED, ita ut plano YX occurrat in puncto I. Erit utique datum punctum I. Datum eſt autem & punctum M. Igitur per 30. dat.
ſi recta jungatur IM, ea poſitione & magnitudine data erit. Fiat per 26. dat.
modo ut IE ad ED, ita IM ad MO. Et quoniam ratio data eſt, per 1. dat.
quam IE habet ad ED, data erit & ratio, quam habet IM ad
MO. Data eſt autem magnitudine IM. Igitur etiam MO, quæ
poſitione data eſt, magnitudine eſt data. Atqui datum eſt unum per 2. dat.
ejus extremum M. Igitur & alterum O eſt datum. Itaque ſi rectæ jungantur HN, NQ, QH, itemque HO, NO, QO, eæ erunt communes ſectiones planorum tum YX, tum AN, BQ, CH, AO, BO, CO: quorum primum terminatur a parallelis AH, BN; & cætera, ut in Propoſitione decima quarta. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, ſcenographia parallela horizontalis vocatur. Igitur delineatio HNQO ſcenographia parallela horizontalis eſt pyramidis ABCD. Quod ſi pyramidis ABCD ſit in plano ΓΛ ſive latus BC, ſive angulus B, inventis veſtigiis, & angulorum altitudinibus, deſcriptiſque figuris, demonſtratio eodem modo conficitur.

Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM I.

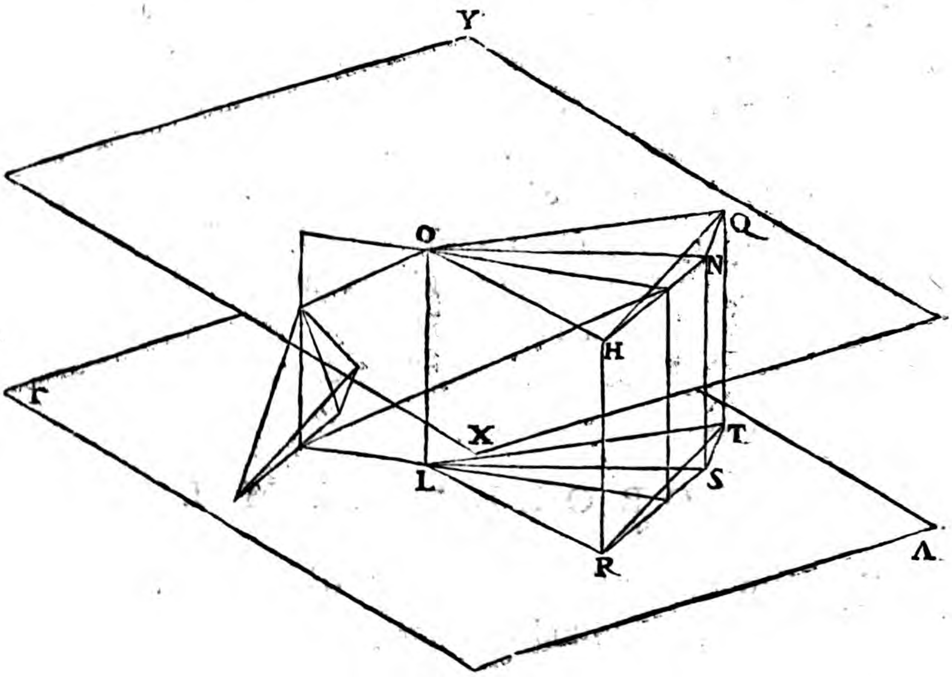
Quoniam demonſtratum eſt, ut IE ad ED, ita ſe habere IM ad MO, illud conſtat, ſi IE ipſi IM æqualis fuerit, ſive angulus IEM dimidium anguli recti, etiam DE ipſi MO æqualem fore.

COROLLARIUM II.

Quin etiam quoniam in triangulis AHR, EMZ anguli RAH, HRA æquales ſunt angulis ZEM, MZE alter alteri, æqualisque RH ipſi ZM, erit utique AR æqualis ipſi EZ. Eodem quoque modo concluditur utramque rectam BS, CT, itemque aliam hujuſmodi quamlibet, ſiqua ſit, ipſi EZ æqualem eſſe.

COROLLARIUM III.

Quod ſi rectæ jungantur RS, ST, TR, ductaque OL plano ΓΛ perpendiculari eidemque occurrente in puncto L dato, jungantur item rectæ RL, SL, TL, demonſtrabitur, ut in Corollario Propoſitionis decimæ quartæ, triangula tum RST, HNQ; tum RLS, HON; tum SLT,



NOQ; tum RLT, HOQ æqualia inter ſe invicem eſſe, eademque ſimilia ac ſimiliter poſita. Ex quo illud manifeſtum eſt, figuram RSTL, quæ in ſubjecto plano ΓΛ deſcribitur, delineationem repræſentare, quæ in plano parallelo YX utique conficienda erat. Idem demonſtrabitur in figura ſecunda & tertia, ſi figuræ, in ſuo quæque plano, eodem modo inter ſe invicem comparentur.

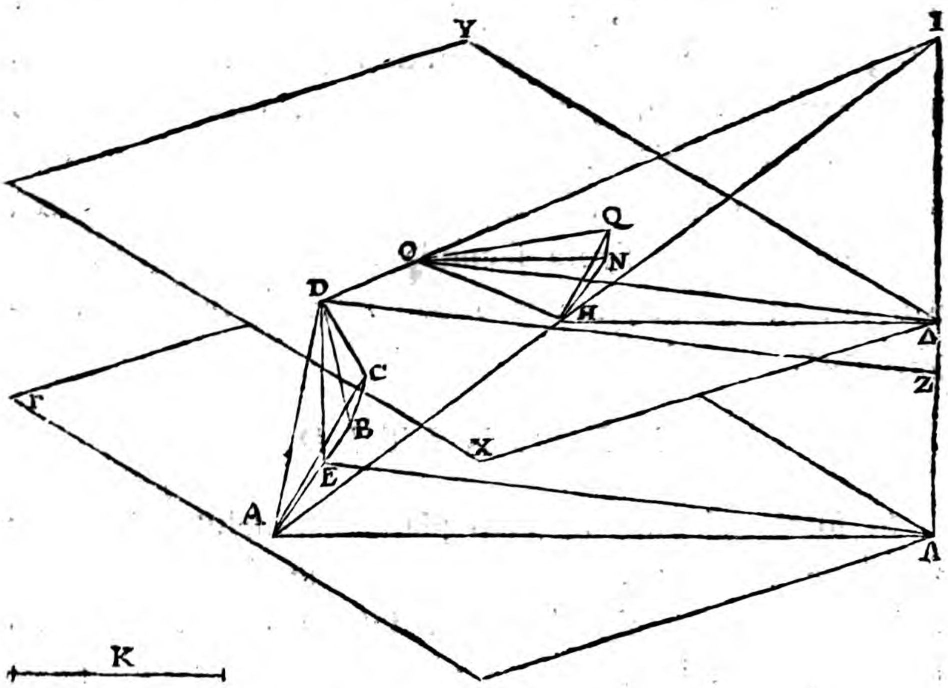
DEFINITIO.

Si fuerit planum ſubjecto plano parallelum, idemque poſitione datum; dataque ſit poſitione & magnitudine ultra id planum figura aliqua ſolida: ducanturque ab ejus angulis ad punctum citra id planum datum rectæ lineæ; quæ oritur delineatio e communibus ſectionibus plani paralleli, ac triangulorum, quorum unumquodque baſim habet unum figuræ latus, verticem punctum datum, figuræ ejuſdem SCENOGRAPHIA CONCURRENS HORIZONTALIS vocetur.

PROPOSITIO XVI.

Data poſitione & magnitudine ultra planum ſubjecto plano parallelum, idemque poſitione datum pyramide triangularem baſim habente, datoque citra id planum puncto aliquo, ejuſdem ſcenographiam concurrentem horizontalem conficere.

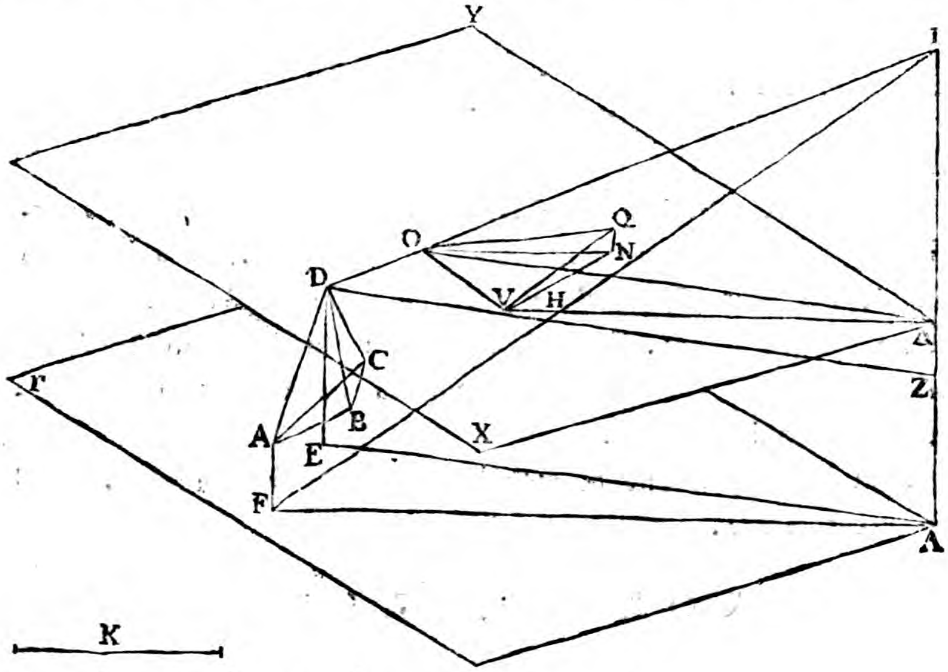
Data ſit poſitione & magnitudine ultra planum YX parallelum plano ΓΛ, idemque diſtans ab eodem intervallo K, pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Datum autem ſit citra planum YX punctum I. Oportet conficere ſcenographiam concurrentem horizontalem pyramidis ABCD.



Sit primo baſis ABC in plano ΓΛ. Inveniatur veſtigium pyramidis
per 1.prop. ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C,
E, rectaque DE. Ducatur autem a puncto I plano ΓΛ perpendicularis
recta IΛ, quæ plano YX occurrat in puncto Δ. Erunt
per. 30. 25. & 26. dat. utique IΛ, IΔ poſitione & magnitudine datæ. Ducatur recta
IA, eaque plano YX occurrat in puncto H; junganturque AΛ,
HΔ, quæ quidem erunt communes ſectiones planorum ΓΛ, YX,
& trianguli AIΛ, ideoque ſibi invicem parallelæ. Quoniam igitur
per 1. dat. ut ΛI ad IΔ, ita ſe habet AΛ ad HΔ; ratioque data eſt,
quam habet ΛI ad IΔ, erit utique data & ratio, quam AΛ habet
per 26. dat. ad HΔ. Data eſt autem magnitudine AΛ. Data eſt igitur
per 2. dat. per 28. dat. magnitudine etiam HΔ. Atqui data eadem eſt & poſitione, datumque
per 27. dat. unum ejus extremum Δ. Igitur & alterum H eſt datum.
Eodem modo demonſtrabitur puncta N, Q data eſſe. Jungatur
recta EΛ, ducaturque a puncto D eidem parallela DZ.
Erunt utique ZΛ, DZ magnitudine datæ, utpote quæ æquales
ſunt altera ipſi DE, altera ipſi EΛ. Quod ſi a puncto I ducatur
ID plano YX occurrens in puncto O, jungaturque OΔ, ea erit
ipſi DZ parallela. Quoniam igitur ut ZI ad IΔ, ita ſe habet DZ

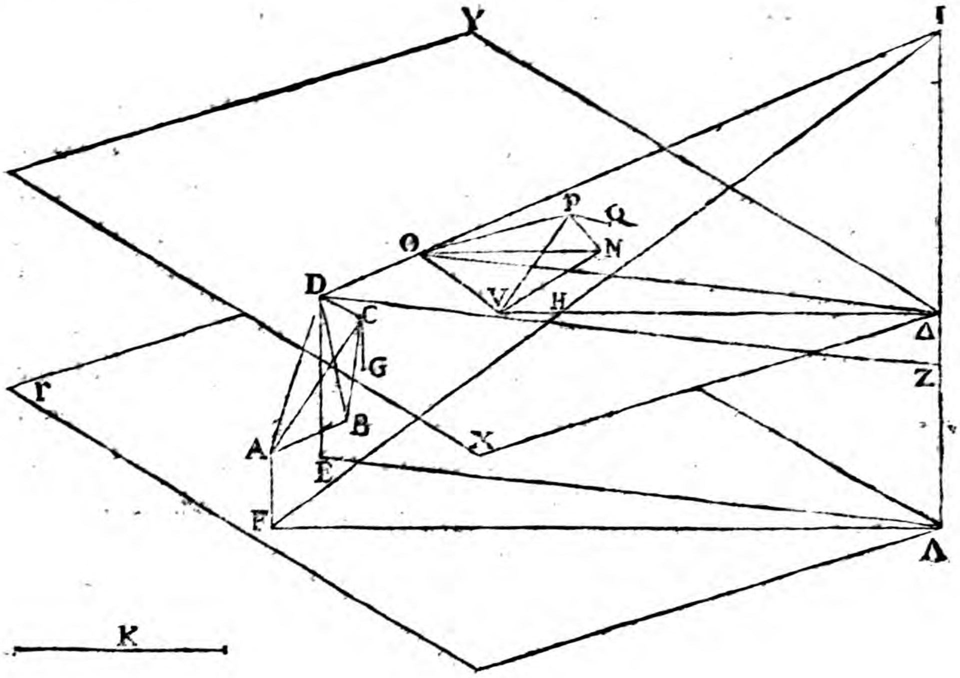
ad

ad OΔ, ratioque data eſt, quam habet ZI ad IΔ; quando utraque magnitudine eſt data; erit utique data & ratio, quam DZ habet ad OΔ. per 4. & 1. dat. Data eſt autem magnitudine DZ. Data eſt igitur magnitudine & OΔ. Atqui data eadem eſt & poſitione, datumque unum ejus extremum Δ. per 28. dat. Igitur & alterum O eſt datum. per 27. dat. Itaque ſi rectæ jungantur HN, NQ, QH, itemque HO, NO, QO, hæ erunt communes ſectiones plani YX, ac triangulorum IAB, IBC, IAC, IAD, IBD, ICD. Ac pyramidis ABCD latus AB eſt baſis trianguli IAB; latus BC baſis trianguli IBC; latus AC baſis trianguli IAC; latus AD baſis trianguli IAD; latus BD baſis trianguli IBD; latus CD baſis trianguli ICD. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, figuræ ſcenographia concurrens horizontalis vocatur. Igitur delineatio HNQO ſcenographia concurrens horizontalis eſt pyramidis ABCD.



At vero baſis ABC latus BC ſit in plano ΓΛ. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum D, A ideſt puncta B, C, F, E, rectæque DE, AF; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur, delineationem

VNQO eſſe ſcenographiam concurrentem horizontalem pyramidis ABCD.

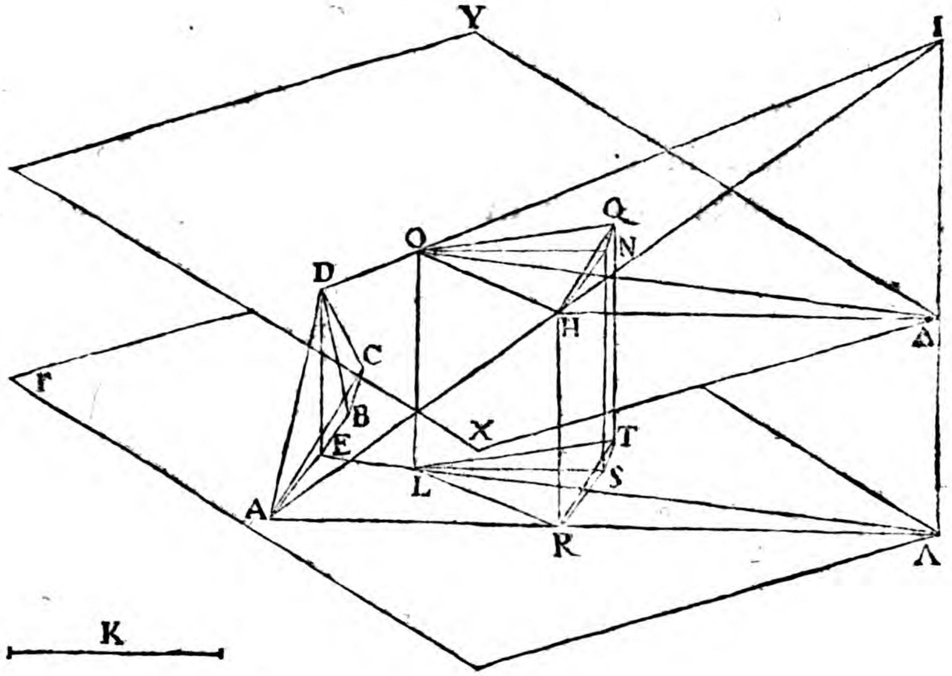


Sit denique pyramidis ABCD angulus B in plano ΓΛ. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum A, C, D; ideſt puncta B, F, G, E, rectæque AF, CG, DE; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur, delineationem VNPO eſſe ſcenographiam concurrentem horizontalem pyramidis ABCD.

Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebit facere.

COROLLARIUM.

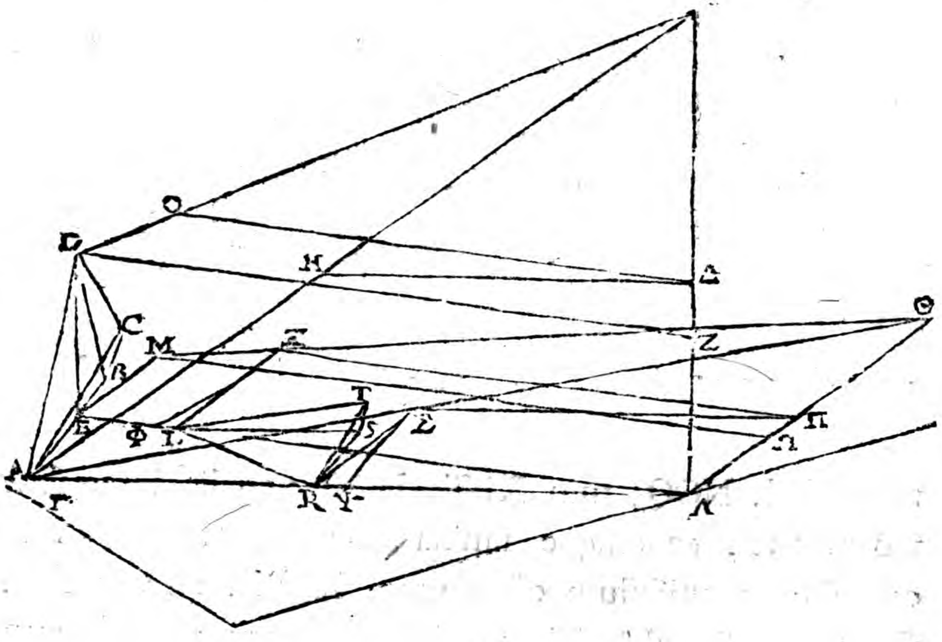
Quod ſi in prima figura a punctis H, N, Q, O plano ΓΛ perpendiculares ducantur rectæ HR, NS, QT, OL, junganturque RS, ST, TR, itemque SL, TL, RL, demonſtrabitur, ut in Corollario Propoſitionis decimæ quartæ, triangula tum RST, HNQ; tum RLS, HON;



tum SLT, NOQ; tum RLT, HOQ æqualia inter ſe invicem eſſe, eademque ſimilia, ac ſimiliter poſita. Ex quo illud manifeſtum eſt figuram RSTL, quæ in ſubjecto plano ΓΛ deſcribitur, delineationem repræſentare, quæ in plano parallelo YX utique conficenda erat. Idem demonſtrabitur in figura ſecunda & tertia, ſi figuræ, in ſuo quæque plano, eodem modo inter ſe invicem comparentur.

PROPOSITIO XVII.

Si in prima figura ſuperioris Propoſitionis, Corollarii diagrammate in ea deſcripto, ducatur a puncto Λ in plano ΓΛ recta ΛΘ ipſi IΛ æqualis, anguloſque cum AΛ



quoſcumque faciens; deinde vero a ΛΘ auferatur ΛΠ æqualis ipſi ΛΔ, junctaque AΘ, ducatur a puncto Π ipſi AΛ parallela recta ΠΣ ipſi AΘ occurrens in Σ; quæ recta ab hoc puncto ducitur parallela ipſi ΛΘ, ea per punctum R tranſibit. Item ſi a puncto E in plano ΓΛ ducatur recta EM æqualis ipſi ED, eademque parallela ipſi ΛΘ, junctaque MΘ, a puncto Π ducatur ΠΞ parallela ipſi EΛ, occurrenſque ipſi MΘ in Ξ; quæ recta ducitur ab hoc puncto parallela ipſi ΛΘ, ea tranſibit per punctum L.

Si enim recta, quæ a puncto Σ ducitur ipſi ΛΘ parallela, per punctum R non tranſit, ea ſecet rectam AΛ in puncto Υ, ut

ΣΨ. Quoniam igitur ut ΛI ad IΔ, ita ſe habet AΛ ad ΔH ſive ad ΛR, æqualeſque ſunt ΛI ipſi ΛΘ, & IΔ ipſi ΘΠ; ideo ſe habebit ut ΛΘ ad ΘΠ, ita AΛ ad ΛR. Ut autem ΛΘ ad ΘΠ, ita ſe habet AΛ ad ΣΠ. Ut igitur AΛ ad ΣΠ, ita ſe habet AΛ ad ΛR. Igitur ΣΠ æqualis eſt ipſi ΛR. Æqualis eſt autem ΣΠ ipſi ΨΛ; quoniam ΛΠΣΨ eſt parallelogrammum. Æqualis eſt igitur RΛ ipſi ΨΛ, major minori; quod fieri non poteſt. Non igitur recta ΣΨ ſecat rectam AΛ in puncto Ψ. Sed neque in alio quovis, præterquam in R. Igitur recta ΣΨ tranſit per punctum R. Quod erat unum. Jam vero recta, quæ a puncto Ξ ducitur ipſi ΛΘ parallela, non tranſeat per punctum L, ſed ſecet rectam EΛ in puncto Φ, ut ΞΦ. Ducatur a puncto M recta MΩ parallela ipſi EΛ. Et quoniam, ut IZ ad IΔ, ita ſe habet EΛ ad OΔ ſive ad LΛ; æqualeſque ſunt IZ ipſi ΘΩ, & IΔ ipſi ΘΠ; ideo ſe habebit, ut ΘΩ ad ΘΠ, ita EΛ ad LΛ. Ut autem ΘΩ ad ΘΠ, ita ſe habet MΩ ſive EΛ ad ΞΠ. Ut igitur EΛ ad ΞΠ, ita ſe habet EΛ ad LΛ. Igitur ΞΠ æqualis eſt ipſi LΛ. Æqualis eſt autem ΞΠ ipſi ΦΛ; quoniam ΦΛΠΞ eſt parallelogrammum. Æqualis eſt igitur ΦΛ ipſi LΛ, major minori; quod fieri non poteſt. Non igitur recta ΞΦ ſecat rectam EΛ in puncto Φ. Sed neque in alio quovis, præterquam in L. Igitur recta ΞΦ tranſit per punctum L. Quod erat alterum.

COROLLARIUM.

Ex hoc manifeſtum eſt puncta R, S, T, L delineationis RSTL aliter inveniri poſſe, atque in Corollario Propoſitionis decimæ ſextæ inventa ſunt.

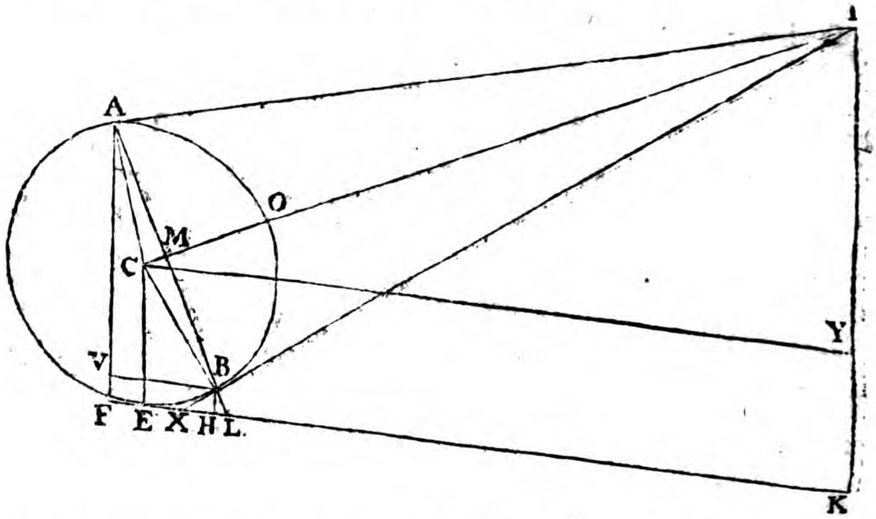
PETITIO.

Petimus ſolidam figuram curva ſuperficie comprehenſam per figuram eidem inſcriptam poſſe repræſentari.

PROPOSITIO XVIII.

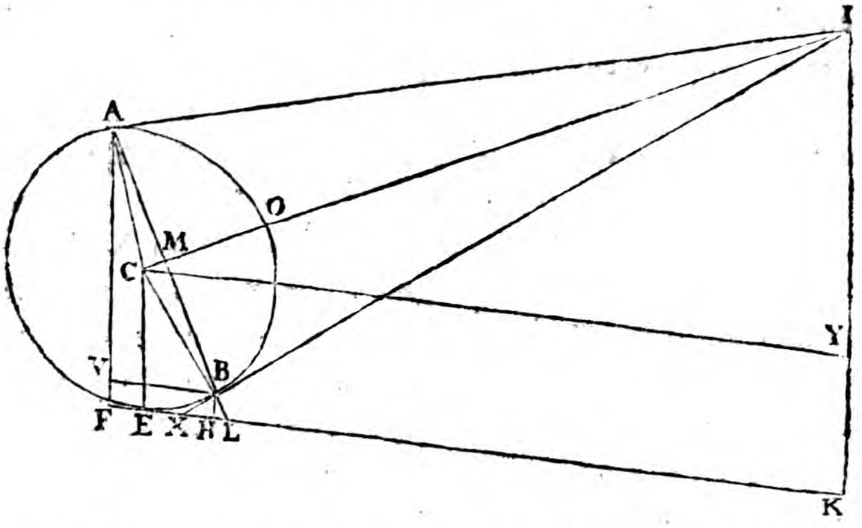
Data ſphæra poſitione & magnitudine, datoque extra ipſam puncto aliquo, figuram ejus ſegmento inſcribere, cujus ſit baſis circulus, ad quem rectæ ſphæram a dato puncto contingentes pertingunt, vertex ad punctum datum; tum ejuſdem figuræ veſtigium, angulorumque altitudines invenire.

Data ſit poſitione & magnitudine ſphæra, cujus centrum C, ſemidiameter CE, ſubjectum planum in puncto E contingens, datumque ſit extra ipſam punctum I. Agatur autem per punctum I, centrum C, ac punctum E planum ſectionem faciens in ſphæra circulum AEB, & in ſubjecto plano rectam EK; atque intelligantur ductæ eſſe a puncto I rectæ IA, IB circulum AEB contingentes, junctæque rectæ tum AB, tum CI ipſam AB ſecans in puncto M. Erunt utique anguli ad M uterque recti. Itaque ſi MI manente triangulum AMI circumagatur, quouſque eodem redeat, unde moveri cœpit, punctum A circulum in ſphæra deſcribet per puncta tranſiens A, B, ad quem rectæ omnes pertingent, quæ a puncto I ducuntur ſphæram contingentes, cujuſmodi ſunt IA, IB. Oportet igitur ſphæræ ſegmento, cujus

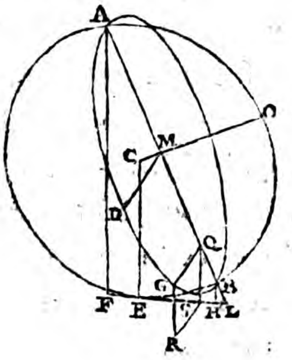


baſis eſt circulus circa AB deſcriptus, vertex O, figuram inſcribere, atque invenire ejuſdem veſtigium, & angulorum altitudines.

Ducatur a puncto I recta IK ipſi CE parallela, eademque ſubjecto plano perpendicularis, & a puncto C recta CY parallela ipſi EK; deinde vero producantur IB, AB ad puncta X, L, rectæque jungantur CA, CB. Quoniam igitur IK magnitudine data per 30. 25. & 26. dat. eſt, dataque item magnitudine YK, utpote quæ ipſi CE eſt æqualis; ſi ab IK YK auferatur, & quæ relinquitur IY erit magnitudine per 4. dat. data. Data eſt autem magnitudine etiam CY, utpote quæ ipſi EK æqualis eſt, datuſque angulus CYI. Igitur triangulum CYI ſpecie & magnitudine eſt datum; ideoque data CI, datuſque per cor. 40. dat. item angulus CIY. Et quoniam in triangulo rectangulo CBI datæ ſunt magnitudine tum CB, tum CI, eæ utique datam per 1. dat. inter ſe invicem rationem habebunt. Triangulum igitur CBI ſpecie & magnitudine datum eſt; ideoque data magnitudine IB, datuſque per cor. 43. dat. item angulus CIB. At vero datus eſt angulus CIY. Igitur ſi minor a majore auferatur, qui relinquitur XIK erit datus per 4. dat. . Jam vero cum in triangulo XIK dati ſint anguli XKI, KIX, datus erit & tertius IXK, ideoque triangulum XIK datum per 40. dat. ſpecie. Data eſt autem IK magnitudine. Igitur triangulum XIK magnitudine etiam datum eſt; ideoque XK magnitudine eſt data. per. cor. ejusd. Data eſt autem magnitudine etiam EK. Igitur EX magnitudine data eſt. Æqualis eſt autem EX ipſi XB. Igitur XB magnitudine per 4. dat. eſt data. Et quoniam in triangulo IBM dati ſunt anguli BMI, MIB, dataque etiam magnitudine BI, data erit magnitudine BM, per cor. 40. dat. datuſque item angulus MBI. At vero angulus XBL æqualis eſt angulo MBI. Igitur & angulus XBL eſt datus. Datus eſt autem & angulus BXL, dataque magnitudine BX. Igitur etiam angulus BLX datus eſt, dataque magnitudine utraque BL, XL. Data eſt autem magnitudine etiam EX. Igitur & quæ ex iiſdem componitur per 3. dat. EL magnitudine eſt data. Atqui data eſt etiam poſitione, datumque unum ejus extremum E. Igitur & alterum extremum L datum eſt. per 27. dat. Ducantur modo a punctis A, B rectæ AF, BH ipſi CE parallelæ; & a puncto B recta BV parallela ipſi KE,



quæ producatur ad F. Quoniam igitur in triangulo AFL dati ſunt anguli AFL, ALF, dataque magnitudine AL, utpote quæ componitur ex BL & AB magnitudine datis; ideo data eſt magnitudine utraque AF, FL. Atqui FL data eſt etiam poſitione; datumque unum ejus extremum L. Igitur & alterum extremum F eſt datum. Porro cum in triangulo AFL, ut AL ad AB, ita per 1. dat. ſe habeat FL ad VB, dataque ſit ratio ipſius AL ad AB; quippe utraque magnitudine data; ideo data erit etiam ratio ipſius FL per 2. dat. ad VB. Data eſt autem magnitudine FL. Data eſt igitur magnitudine etiam BV; ideoque eidem æqualis FH. Atqui FH data eſt etiam poſitione; datumque unum ejus extremum F. Igitur & alterum extremum H eſt datum.

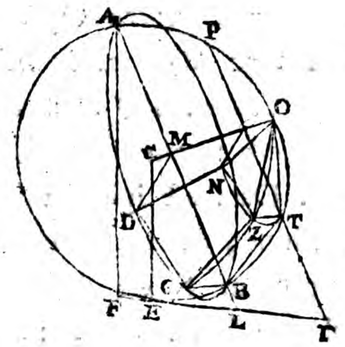


Adverte nunc animum ad ſecundam figuram. Quoniam AM magnitudine data eſt, datus utique erit magnitudine circulus ADB. Itaque ſi a centro M in circulo ADB ducatur ipſi AB ad rectos angulos recta MD, erit quadrans BD magnitudine datus. Secetur quadrans BD in æquas quot libuerit partes, puta in duas, quarum una ſit DG; eritque DG per 26. dat. per 30. & 26. dat. data magnitudine. Ducatur autem a puncto G ipſi AB poſitione datæ perpendicularis recta GQ. Erunt utique GQ, BQ magnitu-

dine

dine datæ. Eadem ratione datæ erunt magnitudine DM, MQ.
Ducatur a puncto Q ad FL QS ipſi AF parallela. Et quoniam
ut LB ad BQ, ita ſe habet LH ad HS, ratioque data eſt, quam per 1. dat.
habet LB ad BQ, data erit & ratio, quam LH habet ad HS.
Data eſt autem magnitudine LH, quando data eſt utraque LF, per 4. dat.
FH. Data eſt igitur magnitudine HS. Atqui data eadem eſt etiam per 2. dat.
poſitione, datumque unum ejus extremum H. Igitur & alterum per 27. dat.
extremum S eſt datum. Quoniam vero ut LF ad LH, ita ſe
habet AF ad BH, ratioque data eſt, quam habet LF ad LH, per 1. dat.
data erit & ratio, quam AF habet ad BH. Data eſt autem magnitudine per 2. dat.
AF. Data eſt igitur magnitudine BH. Eodem modo
demonſtrabitur magnitudine datam eſſe & ipſam QS. Ducatur
modo a puncto S in ſubjecto plano ipſi GQ æqualis, ipſique FL
ad rectos angulos recta SR. Datum utique erit punctum R. Et per 27. dat.
quoniam MO plano ADB eſt ad rectos angulos, & quod per
ipſam agitur planum AFL eidem plano ad rectos angulos erit.
Igitur GQ ad rectos angulos eſt plano AFL. Eadem ratione etiam
SR ad rectos eſt angulos eidem plano; ac propterea GQ, RS
ſunt parallelæ. Sunt autem etiam æquales. Si igitur intelligatur
juncta eſſe recta GR, ea erit ipſi QS parallela & æqualis. At
vero QS ſubjecto plano ad rectos eſt angulos eademque magnitudine
data. Igitur etiam GR ad rectos angulos eſt eidem plano,
eademque data magnitudine. Quod ſi a puncto D recta ducta
eſſe intelligatur, cujuſmodi eſt GR, eodem modo demonſtrabitur,
punctum, in quod inciderit, datum eſſe, rectamque ipſam tum
ſubjecto plano eſſe ad rectos angulos, tum magnitudine datam.

Denique animum adverte ad figuram tertiam. Agatur per pun-



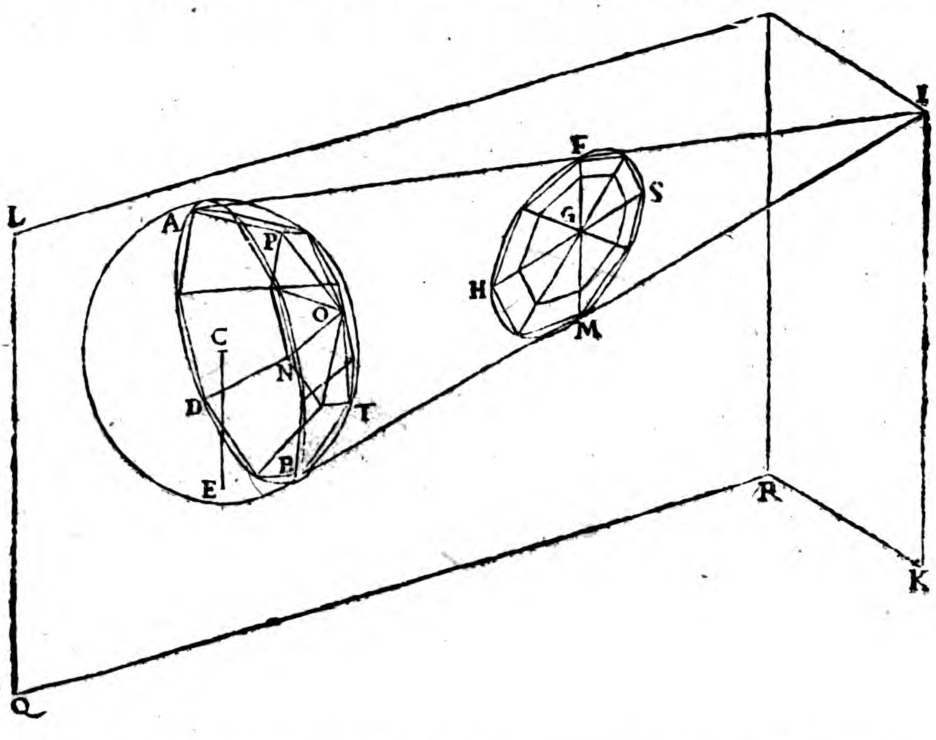
ctum G, rectamque MO planum ſectionem faciens in ſphæra circulum, cujus quidem circumferentia OZG æqualis ſimilisque eſt ipſi AO; deinde vero ſecta AO in æquas quot libet partes veluti in duas AP, PO, per punctum P agatur item planum plano ADB parallelum, quod in ſphæra quidem ſectionem faciat circulum, cujus eſt quadrans NZT, in plano vero AFL rectam PΓ. Quoniam igitur per datum punctum P per 28. dat. ducta eſt PΓ poſitione datæ AL parallela, erit PΓ poſitione data. At vero datus eſt poſitione etiam circulus AEB. Igitur punper 25. dat. ctum T, in quo PΓ, AEB ſeſe invicem ſecant, datum eſt. Daper 26. dat. tum eſt autem & punctum P. Igitur PT magnitudine eſt data. per 4. dat. Eadem ratione PΓ, ideoque etiam ΓT magnitudine eſt data. Quoniam igitur poſitione & magnitudine datæ ſunt PΓ, ΓT, datuſque item ad punctum Γ angulus PΓF, utpote qui angulo ALF eſt æqualis, demonſtrabitur, ut in ſecunda figura, puncta, in quæ incidunt rectæ, quæ a punctis T, Z, N ſubjecto plano perpendiculares ducuntur, data eſſe, rectaſque item ipſas eſſe magnitudine datas. Quod ſi a puncto O ducta eſſe intelligatur recta circulum AEB contingens ipſique FΓ occurrens, ea utique data erit magnitudine, datumque item punctum, in quo occurrit. Ex quo ſequitur datam eſſe magnitudine rectam, quæ a puncto O ducitur ſubjecto plano perpendicularis. Itaque ſi rectæ jungantur BG, GD, TZ, ZN, itemque BT, TO, GZ, ZO, DN, NO: & quæ in quarta ſegmenti ADBAO parte facta ſunt, eadem facta eſſe intelligantur in tribus reliquis, orietur utique figura ei, quod diximus, ſegmento inſcripta ex trapetiis octo compoſita, totidemque triangulis inter ſe invicem æqualibus. Cujus figuræ veſtigium erit datum, una cum angulorum altitudinibus.

Data igitur ſphæra poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

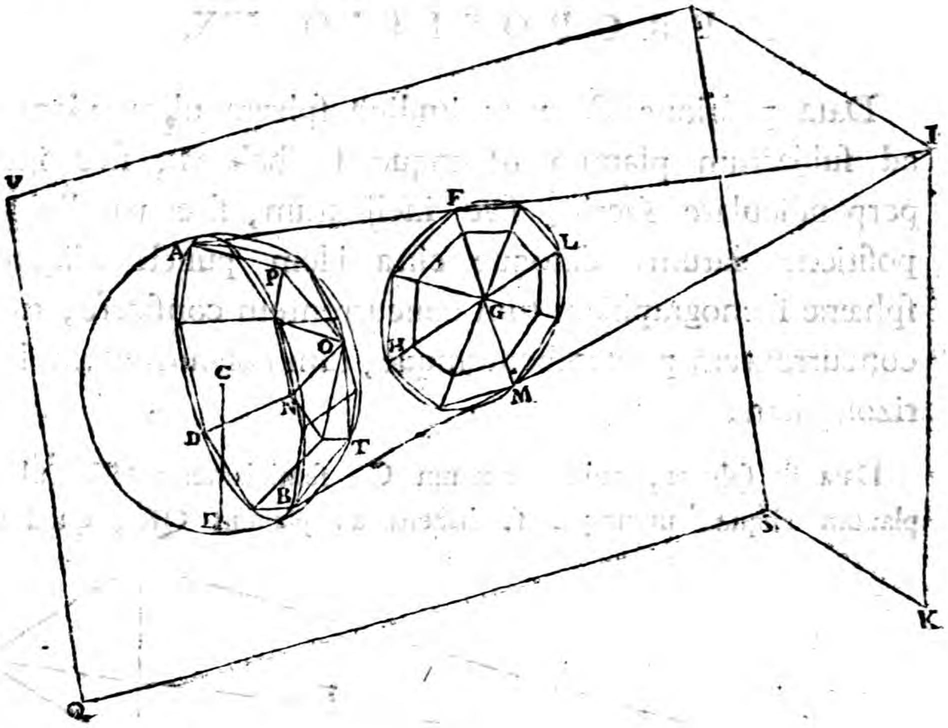
PROPOSITIO XIX.

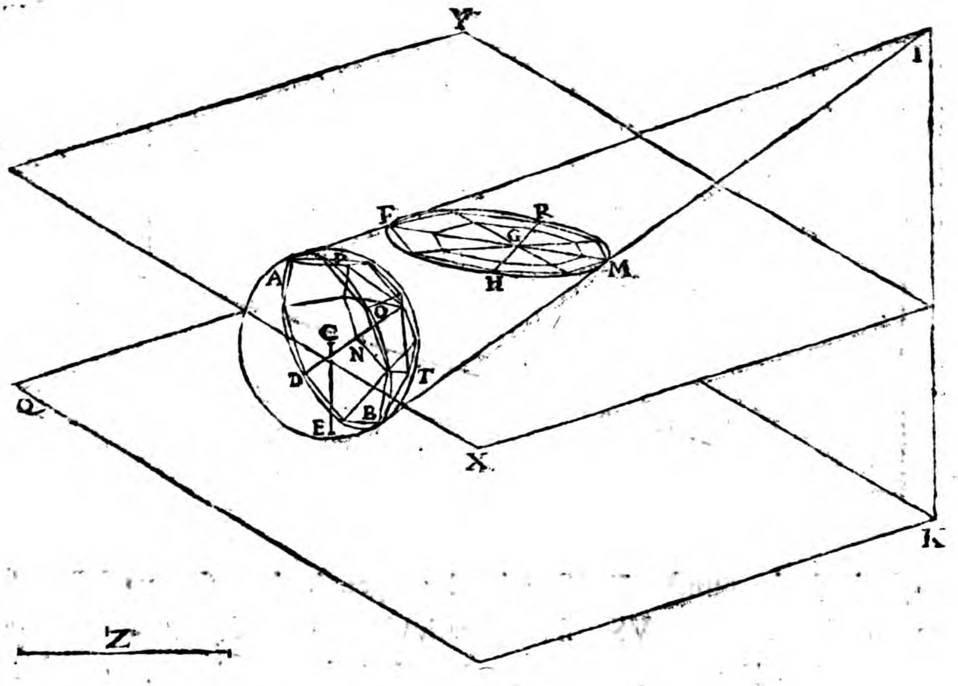
Data poſitione & magnitudine ſphæra ultra planum ad ſubjectum planum utcunque ſe habens, ſive illud perpendiculare fuerit, ſive inclinatum, ſive parallelum poſitione datum, datoque citra idem puncto aliquo, ſphæræ ſcenographiam tum concurrentem conficere, tum concurrentem procumbentemque, tum concurrentem horizontalem.

Data ſit ſphæra, cujus centrum C, ſemidiameter CE, ultra planum aliquod utcunque ſe habens ad planum QK, quod ea



contingit in puncto E, ſive illud perpendiculare ſit, ut LR, ſive inclinatum, ut VS, ſive parallelum, ut YX, diſtans a QK intervallo Z; datumque ſit citra hujuſmodi planum punctum I. Oportet conficere ſphæræ, quam diximus, ſcenographiam tum concurrentem, tum concurrentem procumbentemque, tum concurrentem horizontalem.





Sit ADBAO ſphæræ ſegmentum, cujus baſis eſt circulus ADBA, ad quem rectæ omnes pertingunt ſphæram a puncto I contingentes, cujuſmodi ſunt AI, BI; vertex punctum O. Inſcribatur autem ſegmento ADBAO figura ADBAPNTPO, invenianturque ejus veſtigium, atque angulorum altitudines; deinde vero figuræ ADBAPNTPO ſcenographiæ, in ſuo quæque plano, conficiantur, eæque ſint in plano quidem LR, ſcenographia concurrens FHMSFG; in plano vero VS, ſcenographia concurrens procumbenſque FHMLFG; denique in plano YX, ſcenographia concurrens horizontalis FHMRFG. Hoc autem quomodo fiat ſuo loco demonſtratum eſt. Erunt utique eædem hæ, per petitionem ſuperiori Propoſitioni præmiſſam, ſcenographiæ tum concurrens, tum concurrens procumbenſque, tum concurrens horizontalis ſegmenti ADBAO, ſive ſphæræ; cujus centrum C, ſemidiameter CE.

per ſup. prop.

Data igitur poſitione & magnitudine ſphæra; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

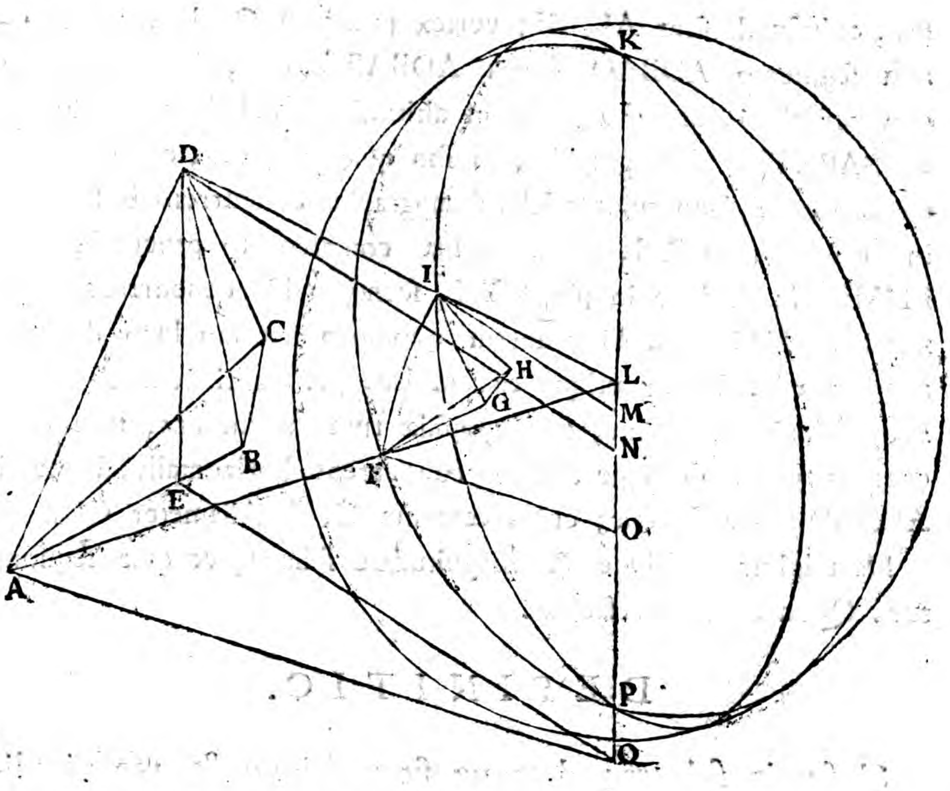
DEFINITIO.

Si fuerit ſphæra; dataque ſit poſitione & magnitudine ultra concavam ejus ſuperficiem figura aliqua ſolida; ducanturque ab ejus angulis ad ſphæræ centrum rectæ lineæ; quæ oritur delineatio e communibus ſectionibus ſphæræ ac triangulorum, quorum unumquodque baſim habet unum figuræ latus, verticem id quod diximus centrum, figuræ ejuſdem SPHÆRICA ORTHOGRAPHIA vocetur.

PROPOSITIO XX.

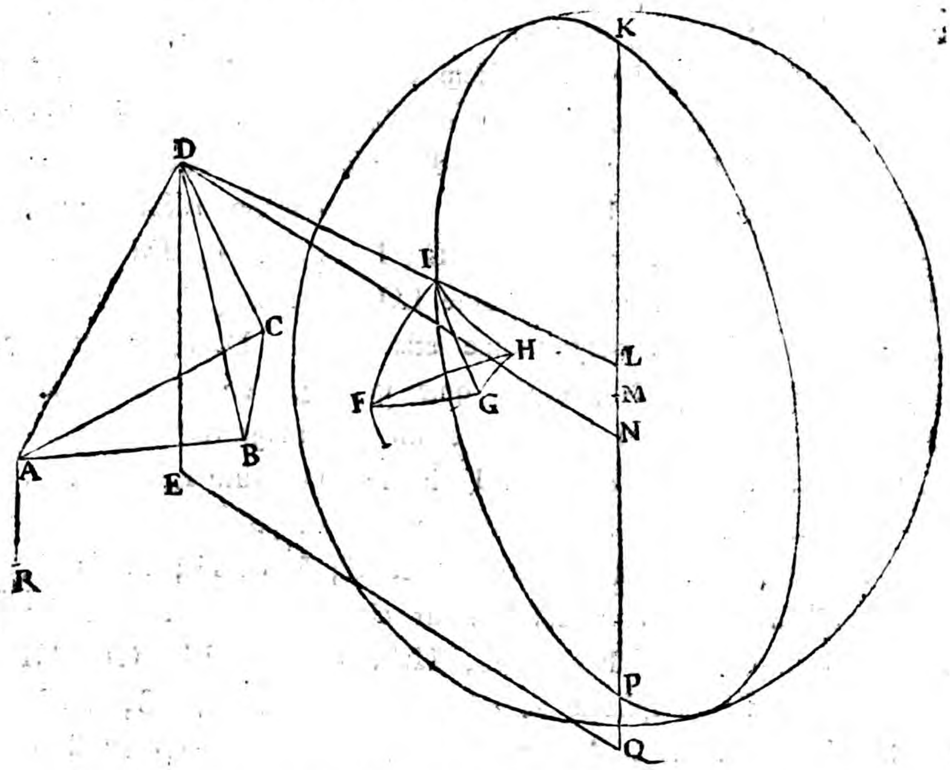
Data poſitione & magnitudine ultra concavam ſphæræ ſuperficiem pyramide triangularem baſim habente, ejuſdem ſphæricam orthographiam conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine ultra concavam ſuperficiem ſphæræ, cujus centrum L, diameter KP, pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Oportet conficere ſphæricam orthographiam pyramidis ABCD.

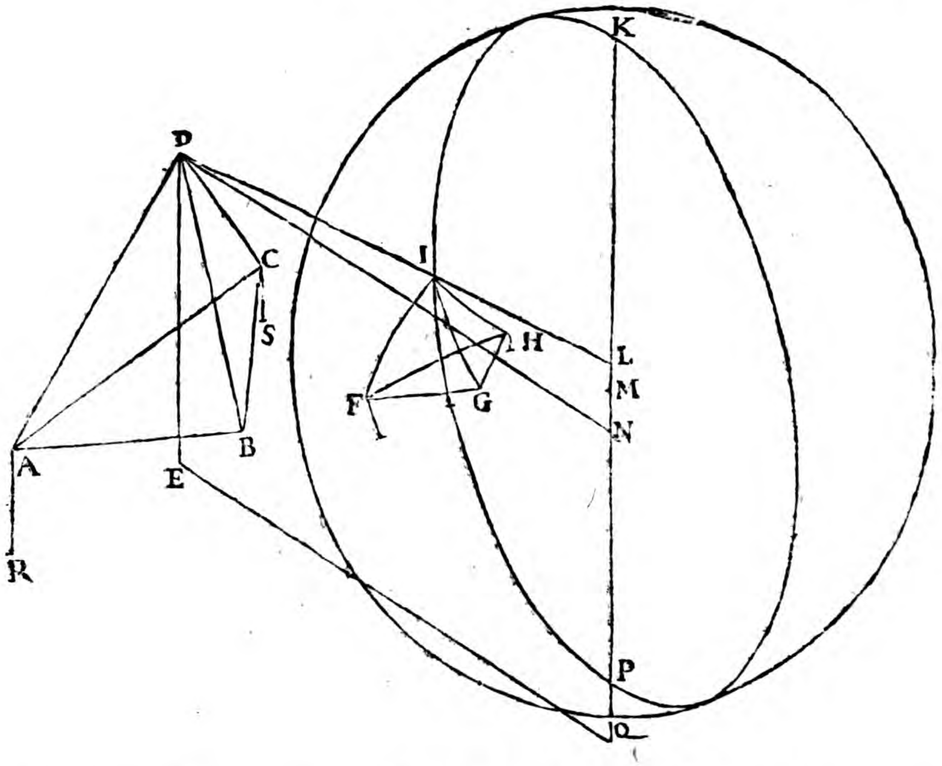


Sit primo baſis ABC in ſubjecto plano. Inveniantur veſtigium
per 1. prop. pyramidis ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C,
E, rectaque DE. Ducatur autem a puncto L ſubjecto plano
perpendicularis recta LQ; deinde vero per LQ, punctumque A
agatur planum ſectionem faciens in ſphæra circulum FKP, atque
in ſubjecto plano rectam AQ; junctaque AL, per punctum F
ducatur FO parallela ipſi AQ. Quoniam igitur triangulum ALQ
per. 30. 25. & 26. dat. angulum habet LQA datum, dataſque circa illum magnitudine LQ,
per cor. 41. dat. QA, erit utique data magnitudine etiam AL. Data eſt autem magnitudine etiam LF, utpote quæ ſphæræ ſemidiametro eſt æqualis.
per 1. dat. Igitur ratio data eſt, quam AL habet ad LF. At vero ut AL
ad LF, ita ſe habet QL ad LO. Igitur data eſt etiam ratio,
quam QL habet ad LO. Data eſt autem magnitudine QL. Data
per 2. dat. eſt igitur magnitudine etiam LO. Atqui data eadem eſt & poſi-
per 28. dat. tione, datumque unum ejus extremum L. Igitur & alterum O
per 27. dat. eſt datum. Quoniam vero ut AL ad LF, ita ſe habet AQ ad
FO, eadem ratione data erit magnitudine ipſa FO. Atqui data

eadem eſt & poſitione, datumque unum ejus extremum O. Igitur per 28. dat.
& alterum F eſt datum. Iiſdem confectis, ad puncta quod per 27. dat.
attinet B, C, eodem modo demonſtrabitur puncta G, H data
eſſe. Agatur modo per rectas LQ, DE planum ſectionem faciens
in ſphæra circulum PKI, atque in ſubjecto plano rectam QE;
junctaque DL, ducantur a punctis D, I rectæ DN, IM parallelæ
ipſi QE. Et quoniam utraque LQ, DE magnitudine data
eſt, erit utique data magnitudine etiam LN. Data eſt autem per 4. dat.
magnitudine etiam DN, utpote quæ ipſi QE eſt æqualis; datuſque
angulus DNL. Igitur ipſi etiam DL magnitudine eſt data. per cor. 41. dat.
Quoniam igitur ut DL ad LI, ita ſe habet tum LN ad LM,
tum DN ad IM, demonſtrabitur, ut ſupra, punctum I datum
eſſe. Itaque per data duo puncta F & G; G & H; H & F;
F & I; G & I; H & I deſcribantur circuli maximi. Erunt per 20. l. 1. ſphæric.
utique circumferentiæ FG, GH, HF; itemque FI, GI, HI
communes ſectiones ſphæræ ac triangulorum LAB, LBC, LAC,
LAD, LBD, LCD. Ac pyramidis ABCD latus AB eſt baſis
trianguli LAB; latus BC baſis trianguli LBC; latus AC baſis
trianguli LAC; latus AD baſis trianguli LAD; latus BD baſis
trianguli LBD; latus CD baſis trianguli LCD. Quæ autem oritur
delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, figuræ ſphærica orthographia
vocatur. Igitur delineatio FGHI ſphærica orthographia eſt
pyramidis ABCD.



At vero baſis ABC latus BC ſit in ſubjecto plano. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum D, A; ideſt puncta B, C, E, R, rectæque DE, AR; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur delineationem FGHI eſſe ſphæricam orthographiam pyramidis ABCD.

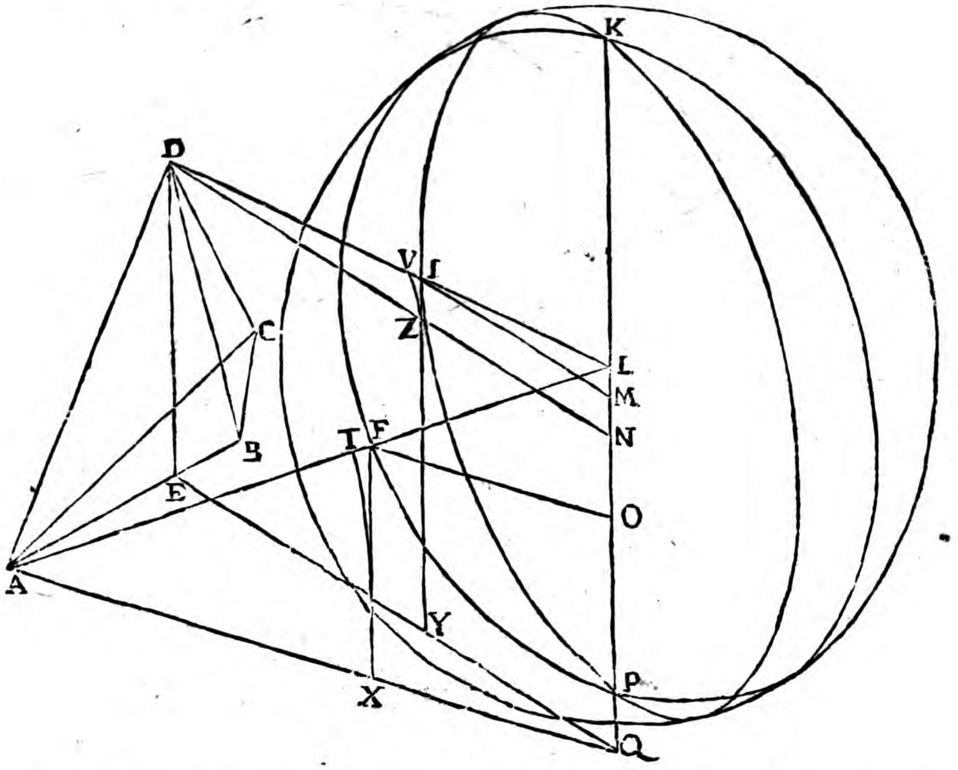


Sit denique pyramidis ABCD angulus B in ſubjecto plano. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum D, A, C; ideſt puncta B, E, R, S, rectæque DE, AR, CS; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur delineationem FGHI eſſe ſphæricam orthographiam pyramidis ABCD.

Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO XXI.

Si in prima figura ſuperioris Propoſitionis ſumatur in AQ recta QX æqualis ipſi OF; quæ recta ducitur a puncto X ſubjecto plano ad rectos angulos, ea per punctum F tranſibit. Item ſi in EQ ſumatur recta QY ipſi IM æqualis; quæ recta a puncto Y ſubjecto plano ad rectos angulos ducitur, ea tranſibit per punctum I.



Si enim recta, quæ a puncto X ducitur ſubjecto plano ad rectos angulos, quæ quidem erit in plano AQL, per punctum F non tranſit, ea ſecet rectam AL in puncto T, ut XT. Quoniam igitur rectæ XT, QL uni eidemque plano ad rectos ſunt angulos, hæ utique erunt inter ſe invicem parallelæ, idcirco in triangulo ALQ ut AX ad XQ, ita ſe habet AT ad TL. Et componendo, ut AQ ad QX, ita ſe habet AL ad LT; æqualis eſt autem QX ipſi FO. Igitur ut AQ ad FO, ita ſe habet AL ad LT. Ut autem AQ ad FO, ita etiam ſe habet AL ad LF. Igitur LT æqualis eſt ipſi LF, major minori; quod fieri non poteſt. Non igitur recta XT ſecat rectam AL in puncto T. Sed neque in alio quovis, præterquam in F. Igitur recta XT tranſit per punctum F. Quod erat unum. Jam vero recta, quæ a puncto Y ſubjecto plano ad rectos angulos ducitur, quæ quidem erit in plano DEQL, non tranſeat per punctum I, ſed ſecet rectam DL in puncto V, ut YV. Quoniam igitur rectæ YV, QL uni eidemque plano ad rectos ſunt angulos, erunt hæ utique inter ſe invicem parallelæ; parallela eſt autem DN ipſi QY. Igitur YZNQ eſt parallelogrammum, ideoque ZN æqualis ipſi QY. Et quoniam in triangulo DNL recta ZV parallela eſt ipſi NL, ut DZ ad ZN, ita ſe habebit DV ad VL. Et componendo, ut DN ad NZ, ita ſe habebit DL ad LV; æqualis eſt autem NZ ipſi IM, quippe utraque æqualis eſt ipſi QY. Igitur ut DN ad IM, ita ſe habet DL ad LV. Ut autem DN ad IM, ita etiam ſe habet DL ad LI. Igitur LV æqualis eſt ipſi LI, major minori; quod fieri non poteſt. Non igitur recta YV ſecat rectam DL in puncto V. Sed neque in alio quovis, præterquam in I. Igitur recta YV tranſit per punctum I. Quod erat alterum.

COROLLARIUM.

Quoniam recta QX parallela eſt & æqualis ipſi FO, tum QY ipſi IM, erit utraque XF, YI æqualis altera quidem ipſi QO, altera vero ipſi QM utrique magnitudine datæ, utpote reliquæ, ſi ab LQ auferatur recta LO, itemque LM. Ex quo manifeſtum eſt puncta F, I delineationis FGHI aliter inveniri poſſe, atque illa in Propoſitione viceſima inventa ſint.

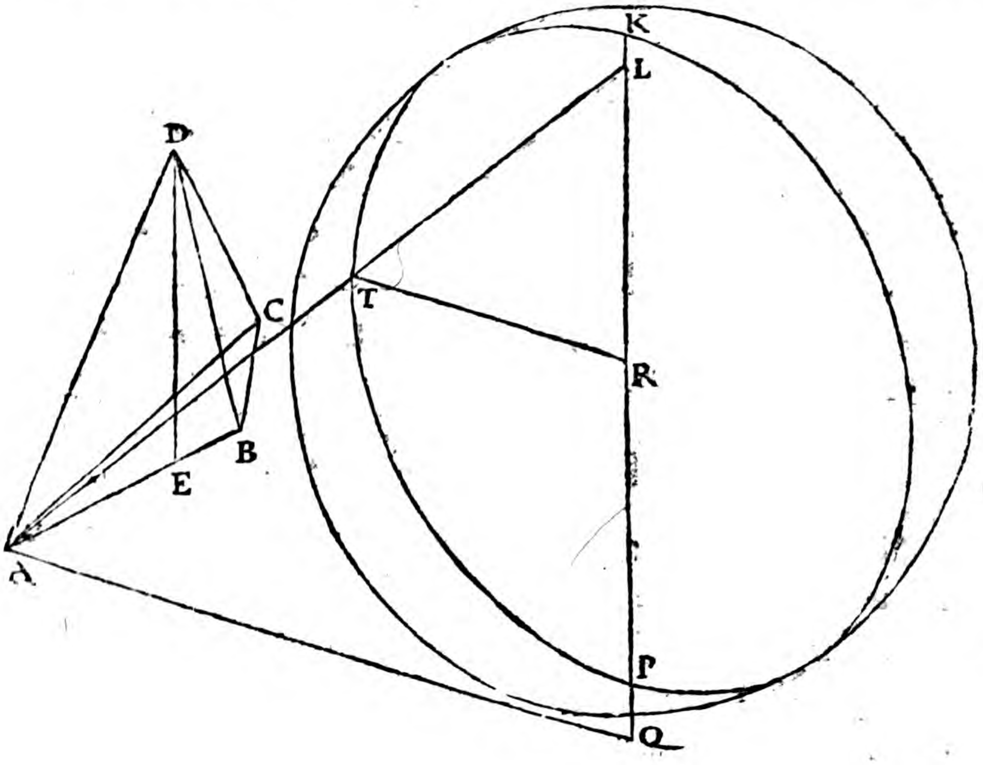
DEFINITIO.

Si fuerit ſphæra; dataque ſit poſitione & magnitudine ultra concavam ejus ſuperficiem figura aliqua ſolida; ducanturque ab ejus angulis ad punctum citra eandem ſuperficiem datum, quod non ſit ſphæræ centrum, rectæ lineæ; quæ oritur delineatio e communibus ſectionibus ſphæræ, ac triangulorum, quorum unumquodque baſim habet unum figuræ latus, verticem punctum datum, figuræ ejuſdem SPHÆRICA SCENOGRAPHIA CONCURRENS vocetur.

PROPOSITIO XXII.

Data poſitione & magnitudine ultra concavam ſphæræ ſuperficiem pyramide triangularem baſim habente, datoque citra eandem ſuperficiem puncto aliquo, quod non ſit ſphæræ centrum, ejuſdem ſphæricam ſcenographiam concurrentem conficere.

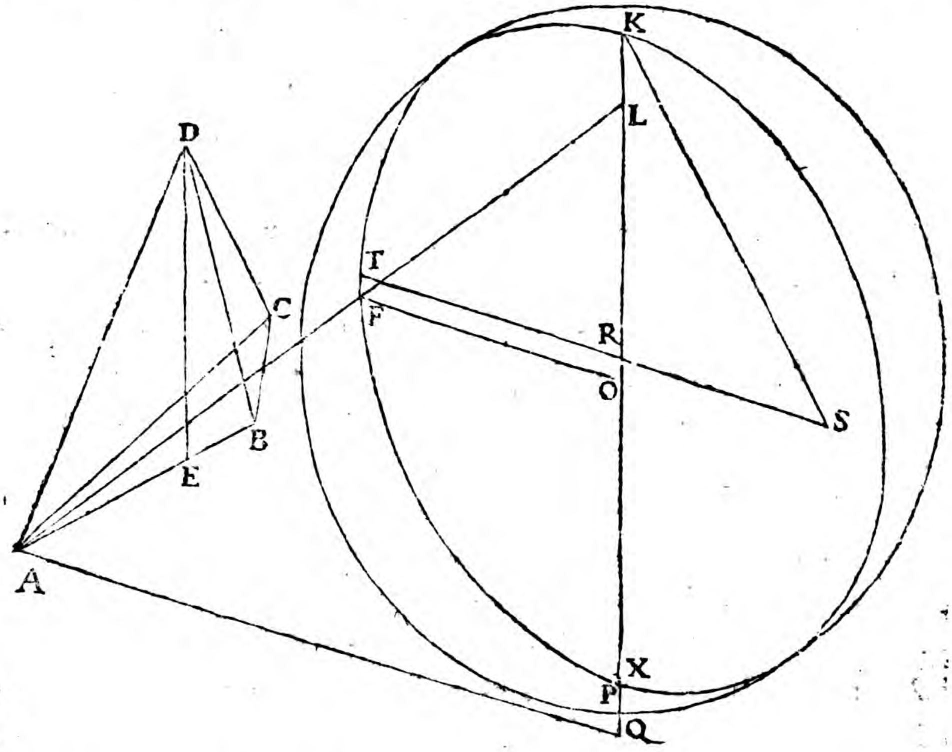
Data ſit poſitione & magnitudine ultra concavam ſuperficiem ſphæræ, cujus centrum R, diameter KP, pyramis ABCD, cujus ſit baſis triangulum ABC, vertex D. Datum autem ſit citra



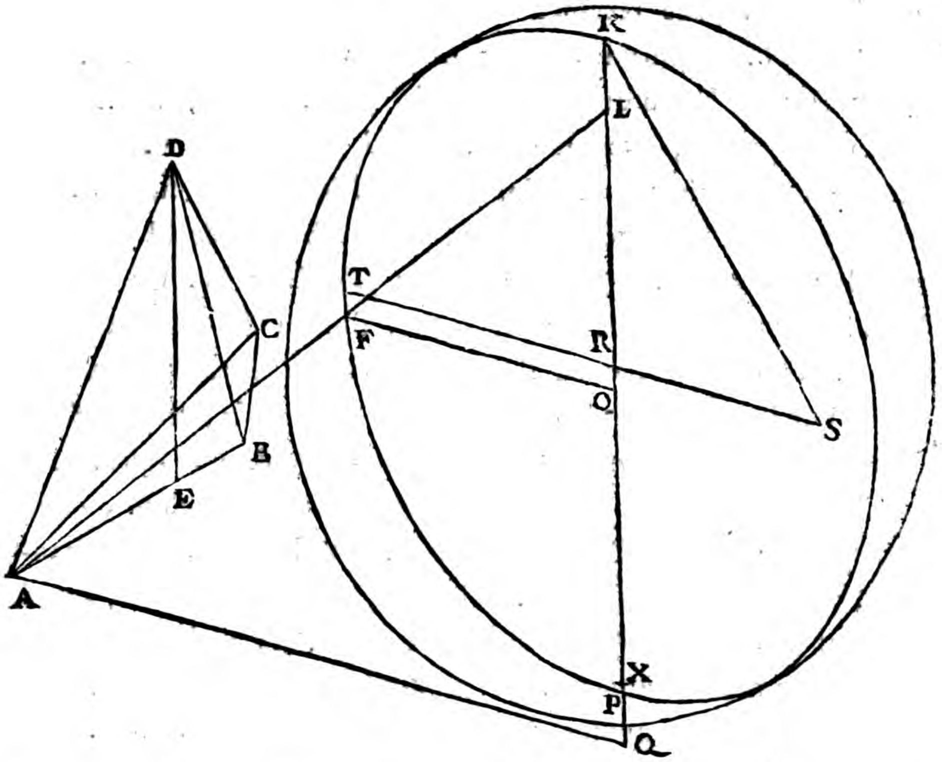
eandem ſuperficiem punctum L. Oportet conficere ſphæricam ſcenographiam concurrentem pyramidis ABCD.

Sit primo baſis ABC in ſubjecto plano. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudo anguli D; ideſt puncta A, B, C, E, rectaque DE. Ducatur autem a puncto L recta linea ſubje- per 1.prop.

cto plano perpendicularis, quæ quidem ſive incidet in centrum R, ſive non incidet. Incidat primo in centrum R, ut LQ; agaturque per ipſam & punctum A planum ſectionem faciens in ſphæra circulum TKP, atque in ſubjecto plano rectam AQ; ducaturque a centro R recta RT ipſi AQ parallela. Erit utique rectangulum, quod ſub LQ ac TR continetur, æquale rectangulo, quod continetur ſub RL & AQ, ſive eodem majus, minuſve. Itaque recta jungatur AL: & ſi quidem æquale fuerit, ea per punctum T tranſibit; ſin autem majus, cadet infra ipſum; ſi denique minus, cadet ſupra. Tranſeat primo AL per punctum T. Et quoniam rectæ LR extrema L & R poſitione data ſunt, erit utique LR poſitione & magnitudine data. At vero AL per 26. dat.



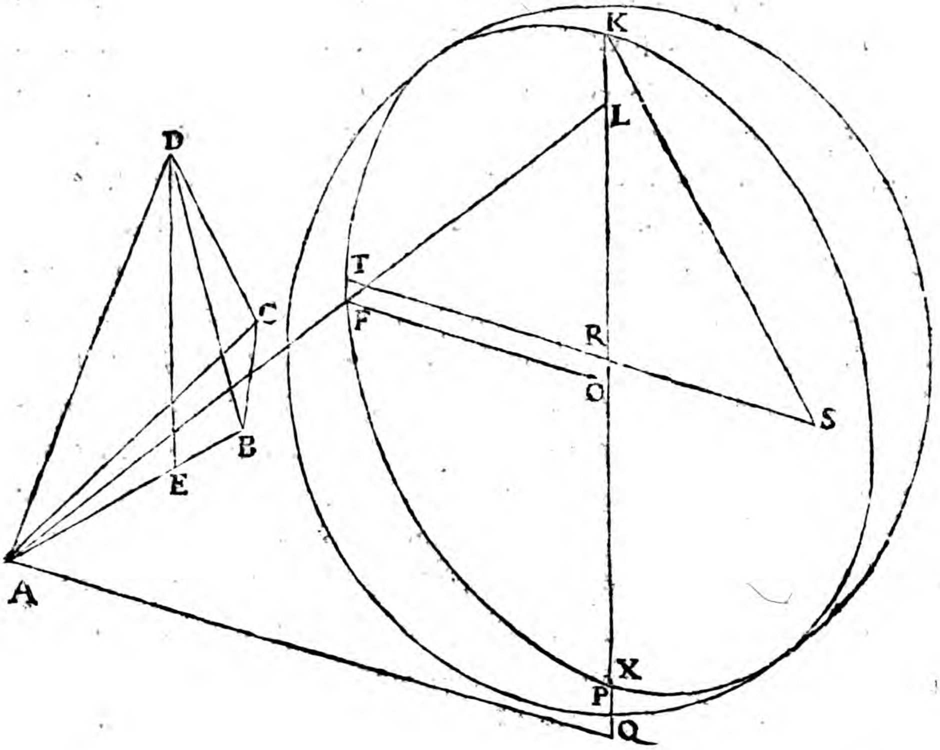
cadat infra punctum T, puta in F, ducaturque per F FO parallela ipſi AQ: deinde vero ſumpta in TR producta RS ipſi LR æquali, jungatur KS. Quoniam igitur quadratum, quod ab LO deſcribitur, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur ab LR, RO, & duplo rectanguli, quod continetur ſub LR, RO; quadratumque, quod deſcribitur ab FO, æquale rectangulo, quod continetur ſub KO, OP; erit utique quadratum, quod deſcribitur ab LF, æquale quadratis, quæ deſcribuntur ab LR, RO, & duplo rectanguli, quod continetur ſub LR, RO, & adhuc rectangulo, quod continetur ſub KO, OP. At vero quadratum, quod deſcribitur ab RO, una cum rectangulo, quod continetur ſub KO, OP, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a KR. Igitur quadratum, quod deſcribitur ab LF, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur ab LR, KR, ſive quadrato, quod deſcribitur a KS, & duplo rectanguli, quod continetur ſub LR, & RO. Quoniam igitur ut quadratum, quod ab LF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab FO, ita ſe habet quadratum, quod ab LA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AQ; ſe habebit utique quadratum, quod deſcribitur a KS, una cum duplo rectanguli, quod continetur ſub LR, RO, ad rectangulum, quod continetur ſub KO, OP, ut quadratum, quod ab LA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AQ. Fiat modo ut KS ad duplam ipſius LR, ita RO ad K; & ut KS ad KO, ita OP ad L. Atque erit rectangulum, quod ſub KS & K continetur, æquale rectangulo, quod continetur ſub dupla ipſius LR, & RO; & rectangulum, quod ſub KS & L continetur, æquale rectangulo, quod continetur ſub KO, OP. Igitur quadratum, quod deſcribitur a KS, una cum rectangulo, quod continetur ſub KS & K, ad rectangulum, quod continetur ſub KS & L, ſive recta compoſita ex KS & K, ad L ita ſe habet, ut quadratum, quod ab LA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AQ, ſive ut LA ad H; nimirum ſi fiat ut LA ad AQ, ita AQ ad H. Et permutando, ut recta compoſita ex KS & K ad LA, ita ſe habet L ad H, aut ſumpta KS communi altitudine, rectangulum, quod ſub KS & L continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub KS & H. Fiat modo ut LA ad KS, ita tum L ad M, tum H ad N. Atque erit rectangulum, quod ſub LA & M continetur, æquale rectangulo, quod continetur ſub KS & L; & rectangulum, quod ſub LA & N continetur, æquale rectangulo, quod continetur ſub KS & H. Igitur ut re-



cta compoſita ex KS & K ad LA, ita ſe habet rectangulum, quod ſub LA & M continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub LA & N, ſive ut M ad N; ideoque rectangulum, quod continetur ſub KS & N, una cum rectangulo, quod continetur ſub K & N, æquale eſt rectangulo, quod continetur ſub LA & M. Æquale eſt autem hoc rectangulum rectangulo, quod continetur ſub KS & L, atque hoc ipſum rectangulo æquale, quod continetur ſub KO & OP. Igitur rectangulum, quod continetur ſub KS & N, una cum rectangulo, quod continetur ſub K & N, æquale eſt rectangulo, quod continetur ſub KO & OP. Addatur ab utraque parte quadratum, quod deſcribitur ab RO. Erit utique rectangulum, quod continetur ſub KS & N, una cum rectangulo, quod continetur ſub K & N, & quadrato, quod deſcribitur ab RO, æquale rectangulo, quod continetur ſub KO & OP, una cum quadrato, quod deſcribitur ab RO; hoc eſt quadrato, quod deſcribitur a KR. Fiat modo ut LA ad duplam ipſius LR, ita H ad P. Atque erit rectangulum, quod ſub LA &

P continetur, æquale rectangulo, quod continetur ſub dupla ipſius LR & H. Quoniam vero ut KS ad duplam ipſius LR, ita ſe habet RO ad K; utque LA ad KS, ita H ad N; ſe habebit utique rectangulum, quod ſub LA & KS continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub dupla ipſius LR & KS, ſive LA ad duplam ipſius LR, ut rectangulum, quod ſub RO & H continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub K & N. Ut autem LA ad duplam ipſius LR, ita ſe habet, ſumpta H communi altitudine, rectangulum, quod ſub LA & H continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub dupla ipſius LR & H; ſive rectangulum eidem æquale, quod continetur ſub LA & P. Igitur rectangulum, quod ſub LA & H continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub LA & P, ſive H ad P, ita ſe habet, ut rectangulum, quod ſub H & RO continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub K & N. Ut autem H ad P, ita ſe habet, ſumpta RO communi altitudine, rectangulum, quod ſub H & RO continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub P & RO. Igitur rectangulum, quod ſub H & RO continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub P & RO, ita ſe habet ut rectangulum, quod ſub H & RO continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub K & N; ac propterea rectangulum, quod continetur ſub P & RO, æquale eſt rectangulo, quod continetur ſub K & N. Quoniam igitur demonſtratum eſt rectangulum, quod continetur ſub KS & N, una cum rectangulo, quod continetur ſub K & N, & quadrato, quod deſcribitur ab RO, æquale eſſe quadrato, quod deſcribitur a KR; erit utique rectangulum, quod continetur ſub KS & N, una cum rectangulo, quod continetur ſub P & RO, & quadrato, quod deſcribitur ab RO, æquale quadrato, quod deſcribitur a KR. Itaque fiat ut KS ad V, ita V ad N; deinde ſumpa in RP RX ipſi V æquali, auferatur ab altera quidem parte rectangulum, quod continetur ſub KS & N, ab altera vero quadratum, quod deſcribitur ab RX. Hoc enim fieri poteſt, quando quadratum, quod deſcribitur a KR, major eſt rectangulo, quod continetur ſub KS & N, ut infra demonſtrabitur. Atque erit rectangulum, quod continetur ſub P

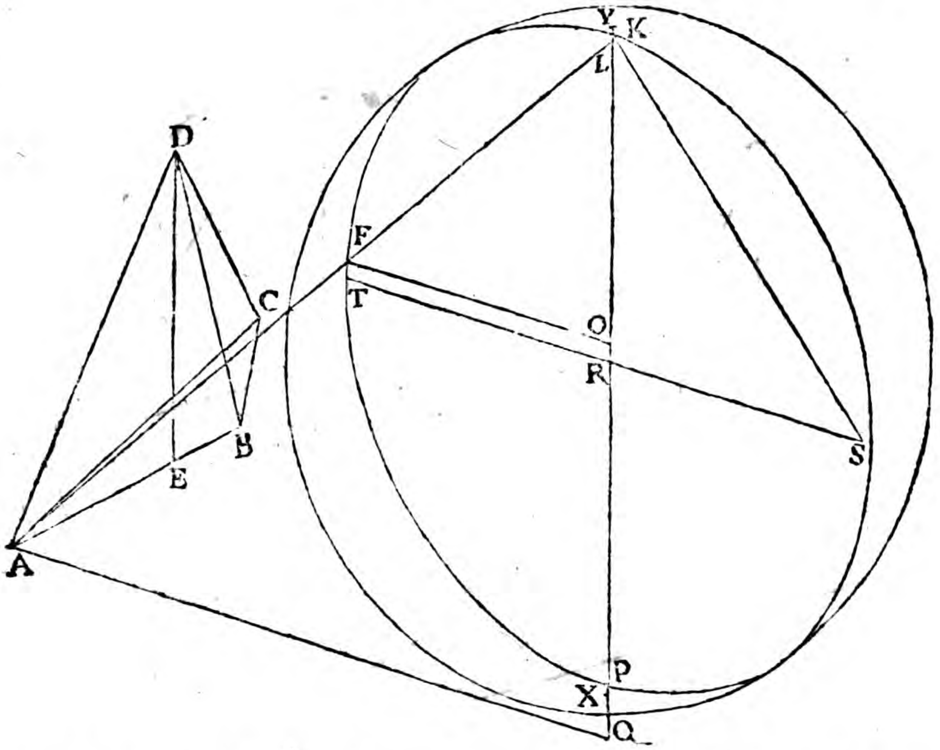
& RO,



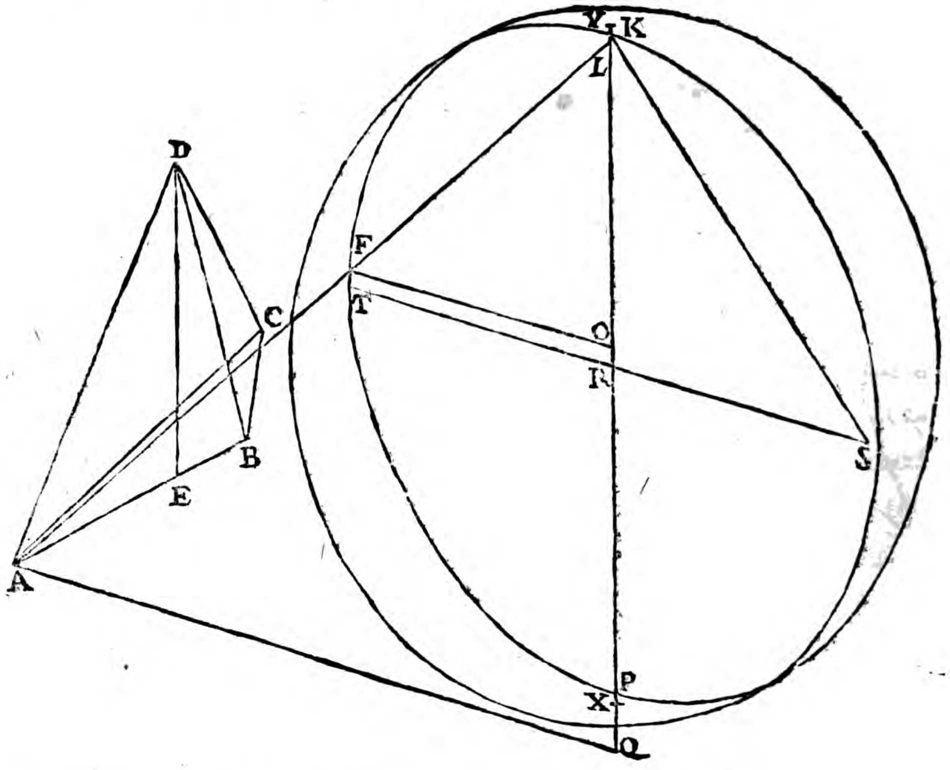
& RO, una cum quadrato, quod deſcribitur ab RO, æquale exceſſui, quo quadratum, quod deſcribitur ab RP, excedit quadratum, quod deſcribitur ab RX. At vero rectangulum, quod continetur ſub P & RO, una cum quadrato, quod deſcribitur ab RO, æquale eſt rectangulo, quod continetur ſub recta compoſita ex P & RO, ipſaque RO; atque exceſſus, quo quadratum, quod deſcribitur ab RP, excedit quadratum, quod deſcribitur ab RX, æqualis rectangulo, quod continetur ſub KX & XP. Igitur rectangulum, quod continetur ſub recta compoſita ex P & RO, ipſaque RO, æquale eſt rectangulo, quod continetur ſub KX &
XP. Quoniam igitur duæ rectæ, compoſita ex P & RO, ipſaque per. 1. 2.
RO, datum ſpatium comprehendunt; nempe rectangulum, quod & 4. dat.
continetur ſub KX & XP; earumque altera altera major eſt da- per 1. & 2. dat.
ta P; & ipſarum utraque data erit. Data eſt autem LR. Igitur per 84. dat.
LO magnitudine eſt data. Cadat denique AL ſupra punctum per 3. dat.

L

T, puta in F; ducaturque per F FQ parallela ipſi AQ; deinde vero ſumpta in TR producta RS ipſi LR æquali, jungatur KS. Quoniam igitur quadrata, quæ deſcribuntur ab LR & RO, æqualia ſunt duplo rectanguli, quod continetur ſub LR & RO, una cum quadrato, quod deſcribitur ab LO; & rectangulum, quod continetur ſub KO & OP, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur ab FO; erit utique quadratum, quod deſcribitur a KS, æquale duplo rectanguli, quod continetur ſub LR & RO, una cum quadrato, quod deſcribitur ab LF. Et ablato ab utraque parte duplo hujus, quod diximus, rectanguli, erit exceſſus, quo quadratum, quod deſcribitur a KS, excedit duplum rectanguli, quod continetur ſub LR & RO, æqualis quadrato, quod deſcribitur ab LF. Quoniam igitur ut quadratum, quod ab FO deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab LF, ita ſe habet quadratum, quod ab AQ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab LA; ſe habebit utique rectangulum, quod continetur ſub KO & OP, ad exceſſum, quo quadratum, quod deſcribitur a KS, excedit duplum rectanguli, quod continetur ſub LR & RO, ut quadratum, quod ab AQ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab LA. Fiat modo ut KS ad duplam ipſius LR, ita RO ad K; & ut KS ad KO, ita OP ad L. Atque erit rectangulum, quod ſub KS & K continetur, æquale rectangulo, quod continetur ſub dupla ipſius LR & RO; & rectangulum, quod ſub KS & L continetur, æquale rectangulo, quod continetur ſub KO & OP. Igitur rectangulum, quod continetur ſub KS & L, ad exceſſum, quo quadratum, quod a KS deſcribitur, excedit rectangulum, quod continetur ſub KS & K, ſive L ad exceſſum, quo KS ipſam K excedit, ita ſe habet ut quadratum, quod ab AQ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab LA, ſive ut H ad LA; nimirum ſi fiat ut LA ad AQ, ita AQ ad H. Et permutando, L ad H, aut ſumpta KS communi altitudine, rectangulum, quod ſub KS & L continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub KS & H, ita ſe habet ut exceſſus, quo KS ipſam K excedit, ad LA. Fiat modo ut LA ad KS, ita tum L ad M, tum H ad N. Atque erit rectangulum, quod ſub LA & M continetur,

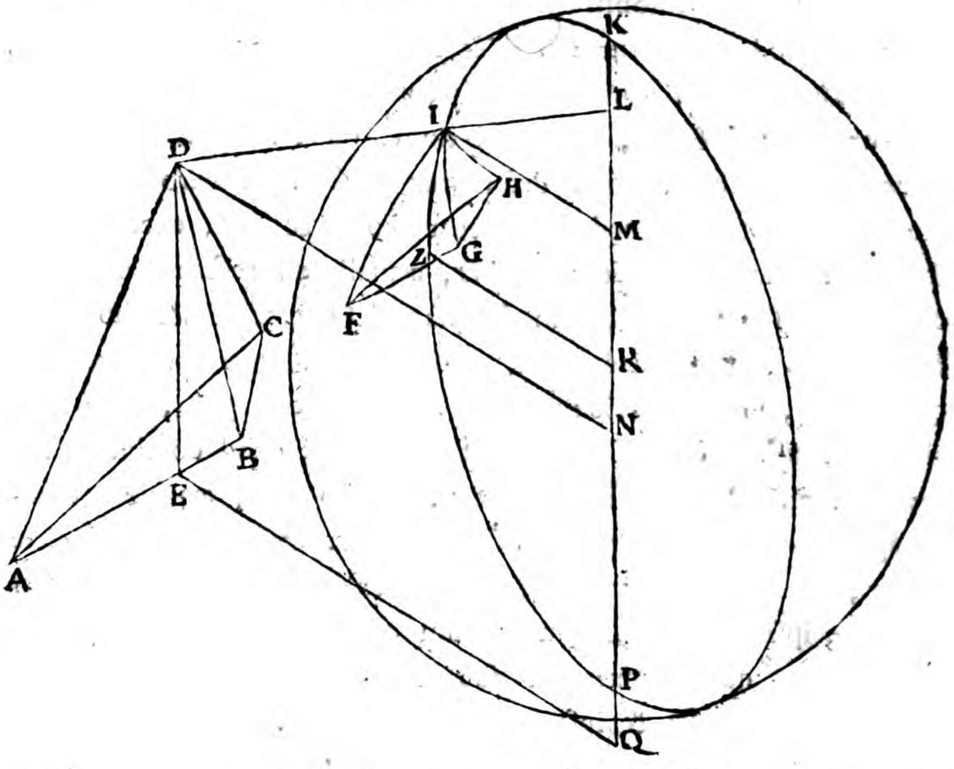


æquale rectangulo, quod continetur ſub KS & L; & rectangulum, quod ſub LA & N continetur, æquale rectangulo, quod continetur ſub KS & H. Igitur ut rectangulum, quod ſub LA & M continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub LA & N, ſive M ad N, ita ſe habet exceſſus, quo KS ipſam K excedit, ad LA; ideoque rectangulum, quod ſub LA & M continetur, æquale eſt exceſſui, quo rectangulum, quod ſub KS & N continetur, excedit rectangulum, quod continetur ſub K & N. Æquale eſt autem rectangulum, quod ſub LA & M continetur, rectangulo, quod continetur ſub KS & L, atque hoc ipſum rectangulo æquale, quod continetur ſub KO & OP. Igitur rectangulum, quod continetur ſub KO & OP, æquale eſt exceſſui, quo rectangulum, quod ſub KS & N continetur, excedit rectangulum, quod continetur ſub K & N. Addantur ab utraque parte quadratum, quod deſcribitur ab RO, & rectangulum, quod continetur ſub K & N. Erit utique rectangulum, quod continetur ſub KO & OP, una cum quadrato, quod deſcribitur ab RO; hoc eſt quadratum, quod deſcribitur a KR, una cum re-



ctangulo, quod continetur ſub K & N, æquale rectangulo, quod continetur ſub KS & N, quadratoque, quod deſcribitur ab RO. Fiat modo ut LA ad duplam ipſius LR, ita H ad P: eodemque, quo ſupra, modo demonſtrabitur rectangulum, quod ſub P & RO continetur, æquale eſſe rectangulo, quod continetur ſub K & N. Igitur quadratum, quod deſcribitur a KR, una cum rectangulo, quod continetur ſub P & RO, æquale eſt rectangulo, quod continetur ſub KS & N, quadratoque, quod deſcribitur ab RO. Et ablato ab utraque parte quadrato, quod deſcribitur ab RO, quadratum, quod deſcribitur a KR, una cum exceſſu, quo rectangulum, quod continetur ſub P & RO, excedit quadratum, quod deſcribitur ab RO, æquale eſt rectangulo, quod continetur ſub KS & N. Itaque fiat ut KS ad V, ita V ad N; deinde vero productis RP, RK ad X, Y, ita ut earum utraque ipſi V æqualis ſit, auferatur ab utraque parte quadratum, quod deſcribitur a KR. Hoc enim fieri poteſt; quando quadrato, quod deſcribitur a KR, majus eſt rectangulum, quod continetur ſub KS

& N, ut infra demonſtrabitur. Atque erit exceſſus, quo rectangulum, quod continetur ſub P & RO, excedit quadratum, quod deſcribitur ab RO, æqualis exceſſui, quo rectangulum, quod continetur ſub KS & N, ſive quadratum, quod ab YR deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a KR. At vero exceſſus, quo rectangulum, quod continetur ſub P & RO, excedit quadratum, quod deſcribitur ab RO, æqualis eſt rectangulo, quod continetur ſub exceſſu, quo P ipſam RO excedit, & ſub RO; & exceſſus, quo quadratum, quod ab YR deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a KR, æqualis rectangulo, quod continetur ſub YK & KX. Igitur rectangulum, quod continetur ſub exceſſu, quo P ipſam RO excedit, & ſub RO, æquale eſt rectangulo, quod continetur ſub YK & KX. Quoniam igitur duæ rectæ; ea ſcilicet, quæ exceſſui eſt æqualis, quo P ipſam RO excedit, ipſaque RO; datum ſpatium comprehendunt, nempe rectangulum, quod continetur ſub YK & KX, per 1. 2. 4. & 3. dat. earumque ſimul utraque eſt data P; & ipſarum unaquæque data erit. per 1. & 2. dat. Data eſt autem LR. Igitur LO magnitudine eſt data. per 85. dat. Quoniam igitur in figura prima data eſt ratio, per 4. dat. quam LQ habet ad LR; & ut LQ ad LR, ita ſe habet AQ ad RT; data utique erit & ratio, quam habet AQ ad RT. Data eſt autem magnitudine AQ. Data eſt igitur magnitudine etiam RT. per 2. dat. Atqui data eadem eſt & poſitione, per 28. dat. datumque unum ejus extremum R. Igitur & alterum T eſt datum. per 27. dat. Haud ſecus in figura ſecunda ac tertia de puncto F argumentabimur. Porro iiſdem confectis, ad puncta quod attinet B,

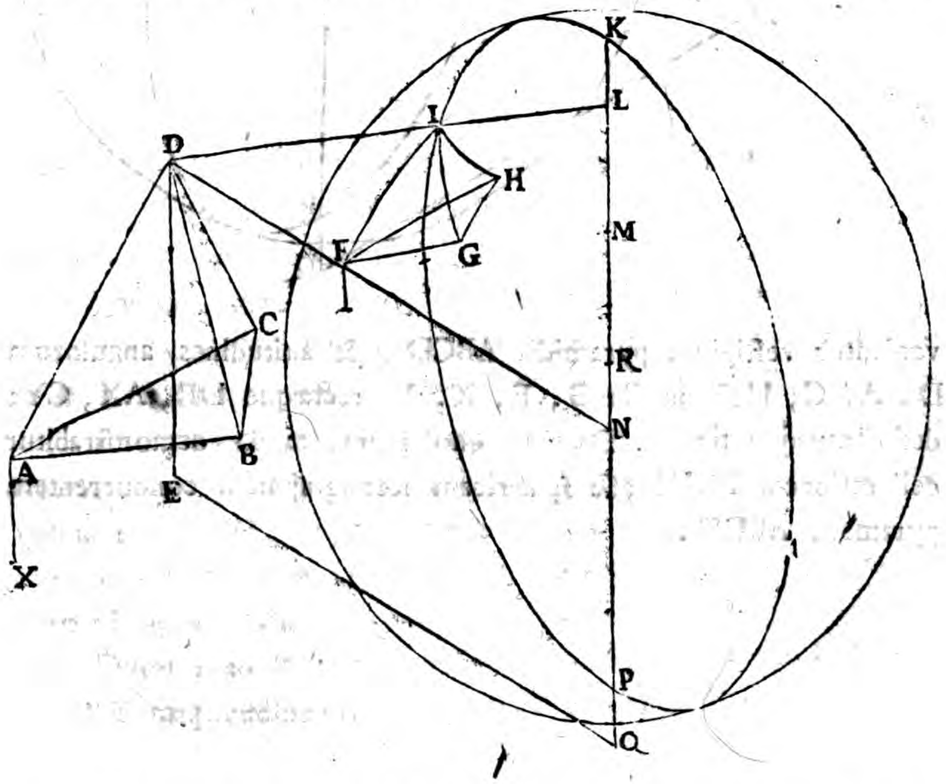


C, eodem modo demonſtrabitur puncta G, H data eſſe. Agatur modo per rectas LQ, DE planum ſectionem faciens in ſphæra circulum IKP, atque in ſubjecto plano rectam QE; ducaturque a puncto D ipſi EQ parallela recta DN: eritque DN magnitudine data, utpote quæ ipſi QE eſt æqualis. Et quoniam utraque LQ, DE magnitudine data eſt, erit utique data magnitudine etiam LN. Ducatur a centro R ad circuli IKP circumferentiam recta RZ parallela ipſi EQ. Sane rectangulum, quod ſub LN ac ZR continetur, rectangulo erit æquale, quod continetur ſub RL &. DN, ſive eodem majus, minuſve. Itaque recta jungatur DL: & ſi quidem æquale fuerit, ea per punctum Z tranſibit; ſin autem majus, cadet infra ipſum; ſi denique minus, cadet ſupra. Horum trium quodcumque accidat, ducta a puncto, cujuſmodi eſt I, recta IM ipſi EQ parallela, demonſtrabitur, ut ſupra, rectam LM, quæ inter datum punctum L, ipſamque IM interjicitur, magnitudine datam eſſe. Data eſt autem magnitudine etiam LN. Igitur data eſt ratio, quam LN habet ad LM. Et quoniam ut

per 4. dat.

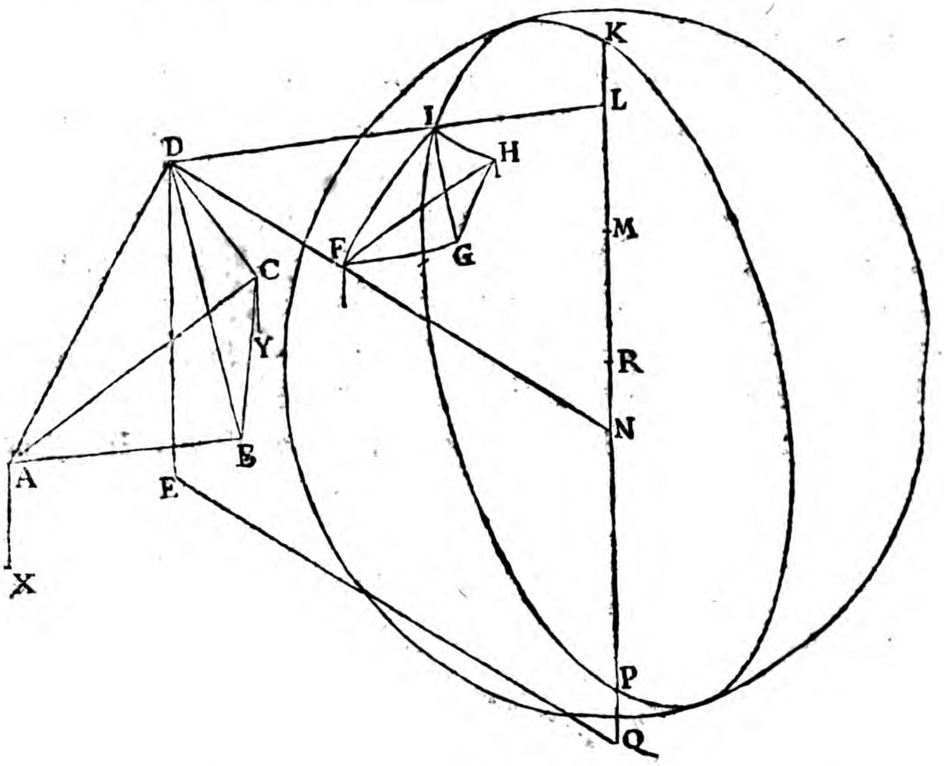
LN ad LM, ita ſe habet DN ad MI, demonſtrabitur, ut ſupra, punctum I datum eſſe. Itaque per data duo puncta F & G; G & H; H & F; F & I; G & I; H & I circuli in ſphæræ ſuperficie deſcribantur, ita ut id planum, in quo unuſquiſque eſt, per punctum L tranſeat. Hoc autem qui fieri poſſit infra demonſtrabitur. Erunt utique circumferentiæ FG, GH, HF, itemque FI, GI, HI communes ſectiones ſphæræ, ac triangulorum LAB, LBC, LAC, LAD, LBD, LCD. Ac pyramidis ABCD latus AB eſt baſis trianguli LAB; latus BC baſis trianguli LBC; latus AC baſis trianguli LAC; latus AD baſis trianguli LAD; latus BD baſis trianguli LBD; latus CD baſis trianguli LCD. Quæ autem oritur delineatio ex hujuſmodi ſectionibus, figuræ ſphærica ſcenographia concurrens vocatur. Igitur delineatio FGHI ſcenographia ſphærica concurrens eſt pyramidis ABCD.

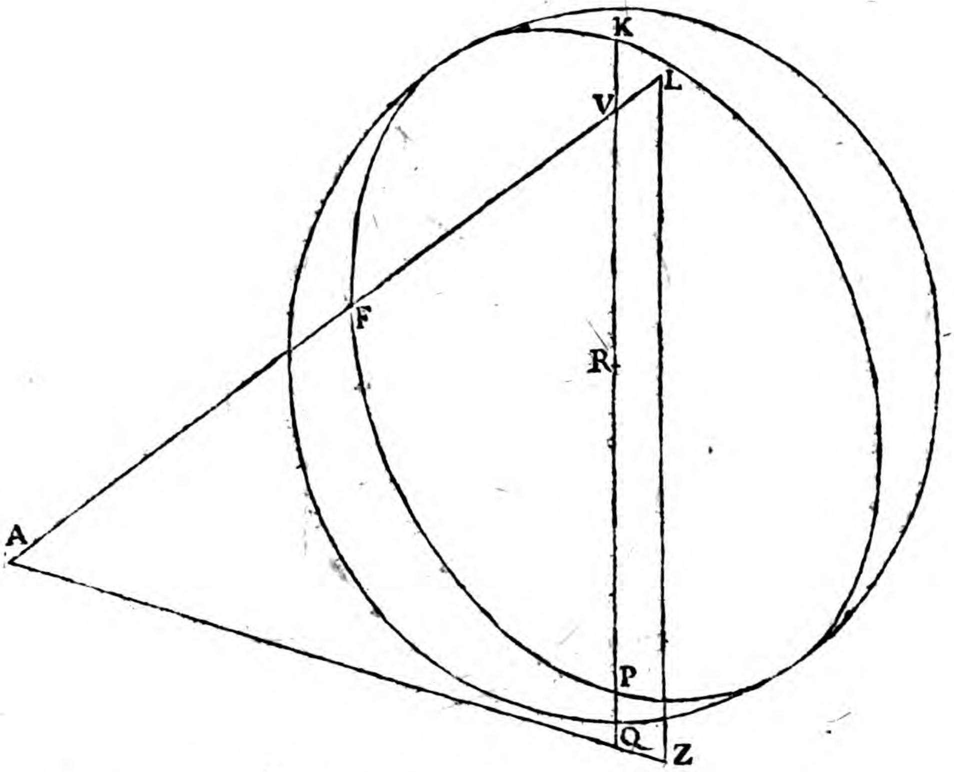
At vero baſis ABC latus BC ſit in ſubjecto plano. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum D, A; ideſt puncta B, C, E, X, rectæque DE, AX; deſcribaturque



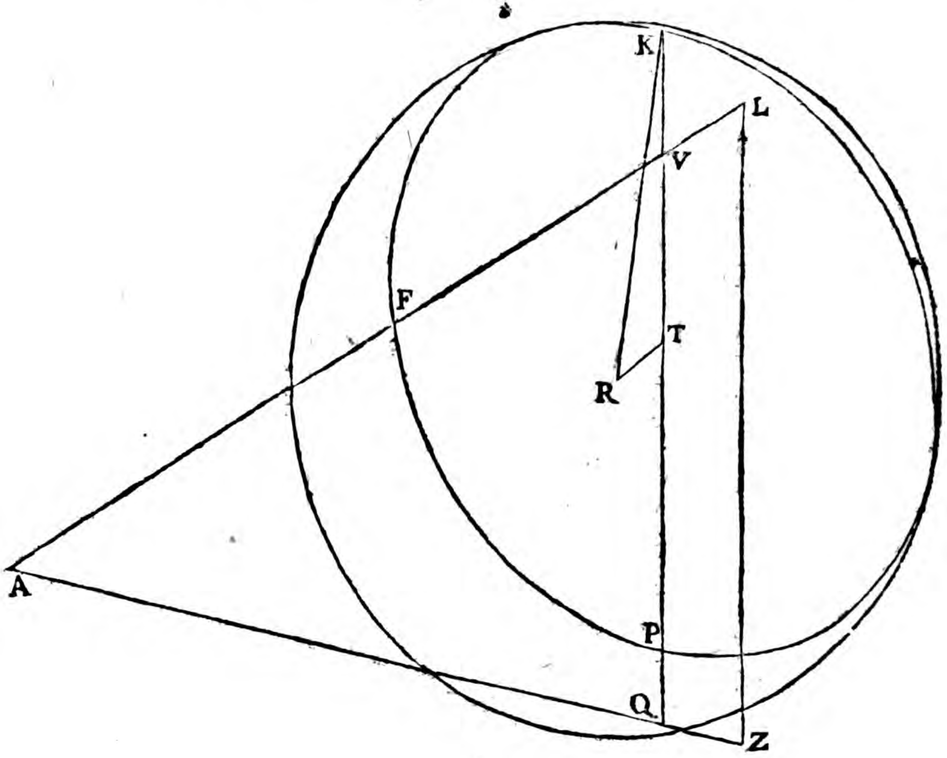
ſigura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur delineationem FGHI eſſe ſphæricam ſcenographiam concurrentem pyramidis ABCD.

Sit denique pyramidis ABCD angulus B in ſubjecto plano. Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum D, A, C; ideſt puncta B, E, X, Y, rectæque DE, AX, CY; deſcribaturque figura. Eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur delineationem FGHI eſſe ſphæricam ſcenographiam concurrentem pyramidis ABCD.





Quod ſi recta linea ſubjecto plano perpendicularis non incidat in centrum R, ut LZ, agatur per LZ, punctumque A planum ſectionem faciens in ſphæra circulum FKP, atque in ſubjecto plano rectam AZ; quod quidem planum ſive tranſibit per ſphæræ centrum R, ſive non tranſibit. Tranſeat primo per ſphæræ centrum R: ductaque per R recta KQ ipſi LZ parallela, jungatur AL. Et quoniam datæ ſunt magnitudine rectæ AZ, AQ, LZ; & per 30. & 25. dat. ut AZ ad AQ, ita ſe habet LZ ad VQ; data utique erit magnitudine etiam VQ. per 1. & 2. dat. Atqui data eadem eſt & poſitione, datumque unum ejus extremum Q. Igitur & alterum V eſt datum. per 27. dat. At vero id, quod diximus, planum per ſphæræ centrum R non tranſeat. Ducatur ab R circulo FKP perpendicularis recta RT: eritque RT magnitudine data, datumque punctum T, circuli ſcili- per 30. & 25. dat.



per cor. 2. propoſ. 1. ſphær. l. 1. cet FKP centrum. Itaque ducatur per T recta KQ ipſi LZ parallela; jungaturque RK. Et quoniam trianguli rectanguli TKR latera, quæ ſunt circa unum acutorum angulorum, nempe KRT, per cor. 43. dat. magnitudine ſunt data, triangulum TKR ſpecie ac magnitudine datum eſt; ideoque KT magnitudine eſt data. Jungatur LA: ac demonſtrabitur, ut ſupra, punctum V datum eſſe. Quoniam *igitur* acto per LZ & punctum A plano, ſive illud per *ſphæræ* centrum R tranſeat, ſive non tranſeat, id punctum, in quo juncta LA circuli FKP diametrum ſecat, datum eſt; conſtat demonſtrationem eodem prorſus modo, ac ſupra, confici poſſe.

Data igitur poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

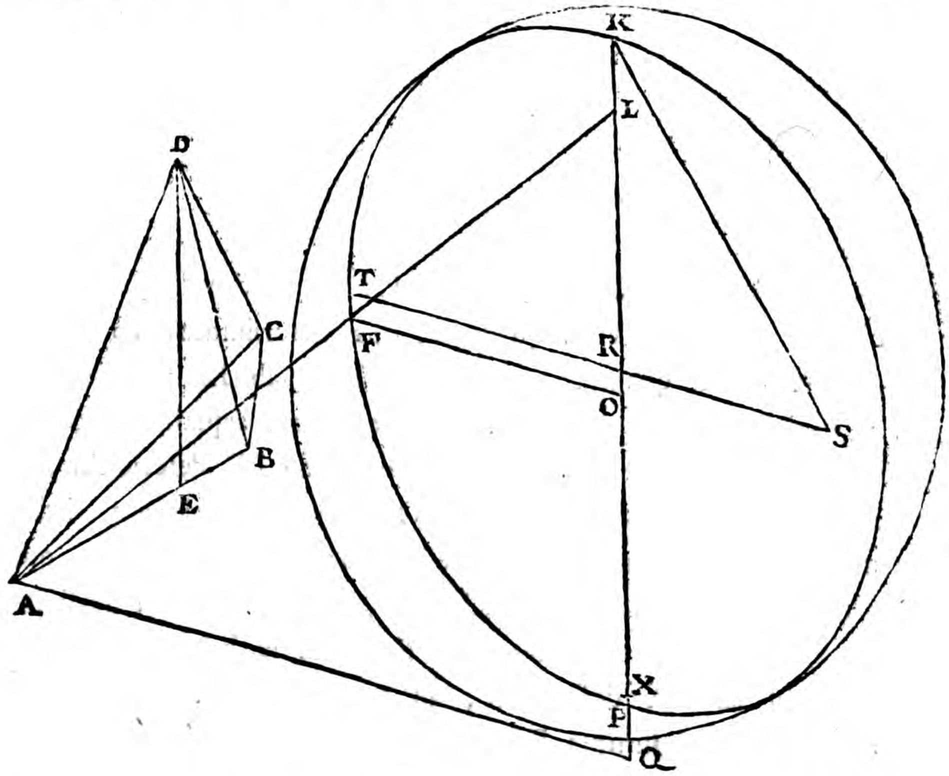
COROLLARIUM.

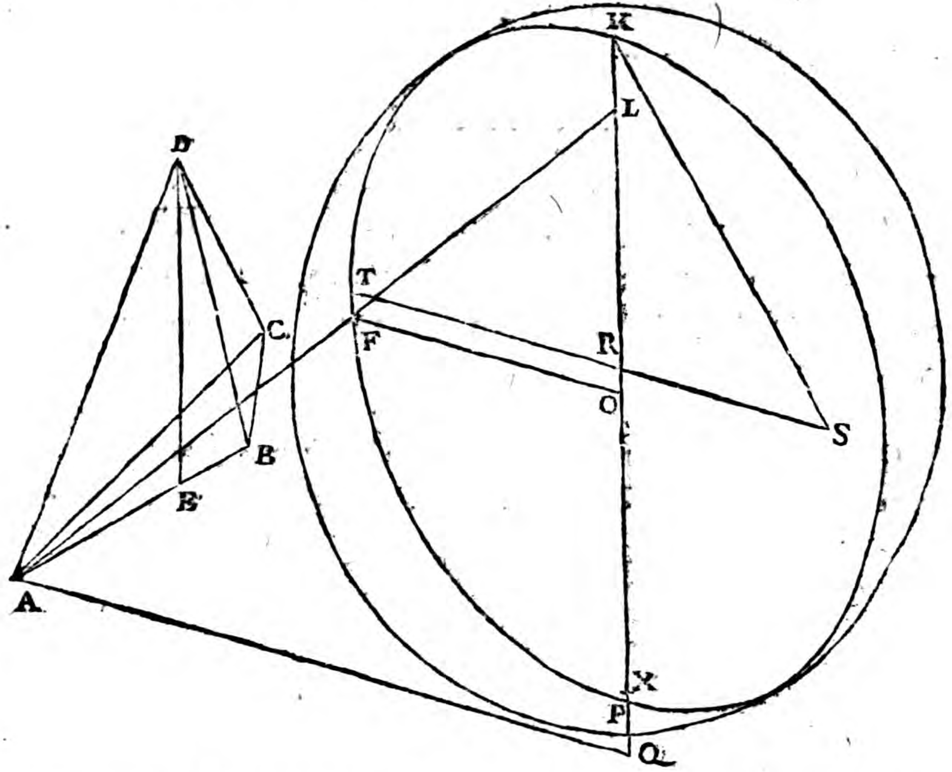
Illud vero manifeſtum eſt, quod de ſphærica orthographia pyramidis ABCD in Propoſitione prima & viceſima demonſtratum eſt, idem de ſphærica ſcenographia concurrente poſſe demonſtrari.

LEMMA I.

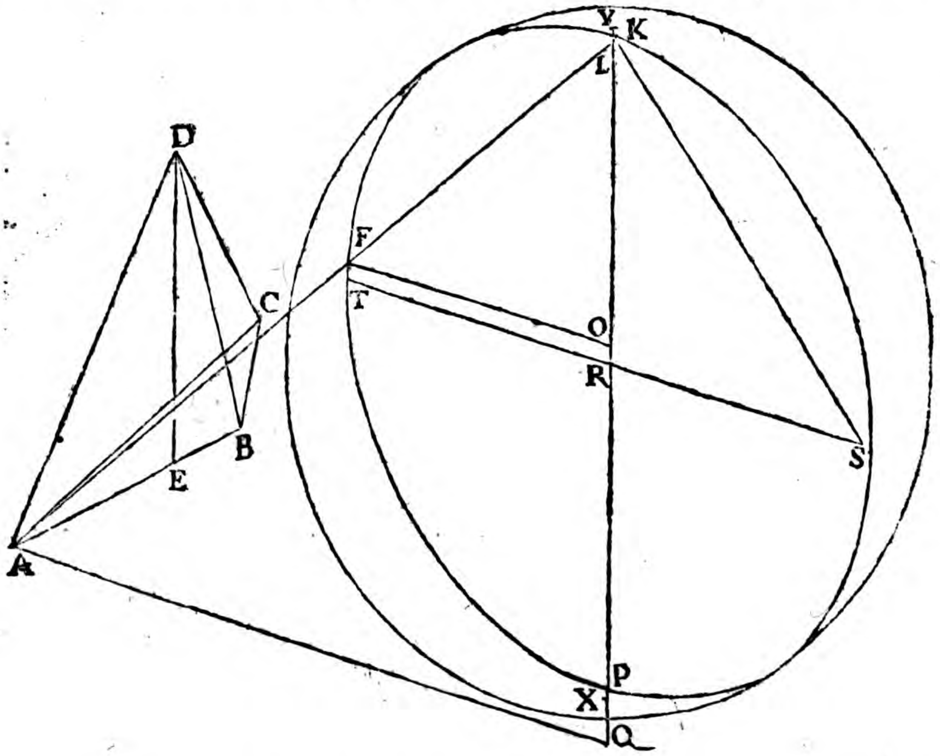
At vero quadratum, quod deſcribitur a KR, majorem eſſe in ſecunda figura rectangulo, quod continetur ſub KS & N, & minorem in tertia, demonſtrabimus hoc pacto.

Quoniam, in ſecunda figura, LO ad FO majorem habet rationem, quam LR ad TR ſive ad KR; habebit utique etiam quadratum, quod ab LO deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab FO, majorem rationem, quam quadratum, quod ab LR deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KR. Et componendo, quadrata, quæ deſcribuntur ab LO & FO, ad quadratum, quod deſcribitur ab FO, majorem rationem habent, quam qua-





drata, quæ deſcribuntur ab LR & KR, ad quadratum, quod deſcribitur a KR. At vero quadrata, quæ deſcribuntur ab LO & FO, æqualia ſunt quadrato, quod deſcribitur ab LF; & quadrata, quæ deſcribuntur ab LR & KR, quadrato æqualia, quod deſcribitur a KS. Igitur quadratum, quod ab LF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab FO, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a KS deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KR. At vero quadratum, quod ab LF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab FO, ita ſe habet, ut quadratum, quod ab LA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AQ; hoc eſt, ſumpta KR communi altitudine, ut rectangulum, quod ſub KR, LA continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub KR & H. Igitur rectangulum, quod ſub KR & LA continetur, ad rectangulum, quod continetur ſub KR & H, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a KS deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KR. Et permutando, rectangulum, quod ſub KR & LA continetur, ad quadratum, quod a KS deſcribitur, majorem rationem habet, quam rectangulum, quod continetur ſub KR & H, ad quadratum, quod deſcribitur a KR, hoc eſt quam H ad KR. At vero rectangulum, quod ſub KR & LA continetur, ad quadratum, quod a KS deſcribitur, rationem habet, quæ ex ratione componitur, quam habet tum LA ad KS, tum KR ad KS; & H ad KR habet rationem, quæ componitur ex ratione, quam habet tum H ad N, tum N ad KR. Quæ igitur ratio ex ratione componitur, quam habet tum LA ad KS, tum KR ad KS, hæc major eſt quam ratio, quæ componitur ex ratione, quam habet tum H ad N, tum N ad KR. Ut autem LA ad KS, ita ſe habet H ad N. Igitur KR ad KS majorem rationem habet, quam N ad KR: ac propterea quadratum, quod deſcribitur a KR, majus eſt rectangulo, quod continetur ſub KS & N. Quod erat primum. Quoniam vero,

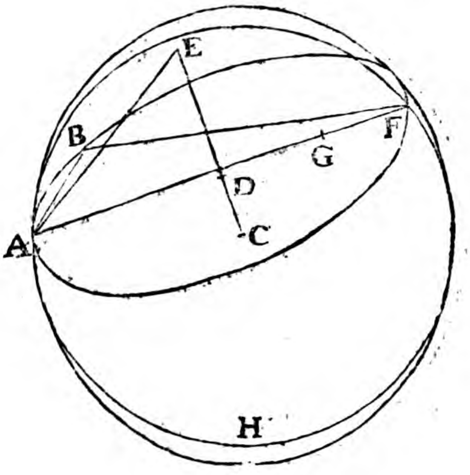


In tertia figura, LO ad FO minorem habet rationem, quam LR ad TR ſive ad KR, demonſtrabitur, ut ſupra, KR ad KS minorem rationem habere, quam N ad KR; ac propterea quadratum, quod deſcribitur a KR, minorem eſſe rectangulo, quod continetur ſub KS & N. Quod erat alterum.

LEMMA II.

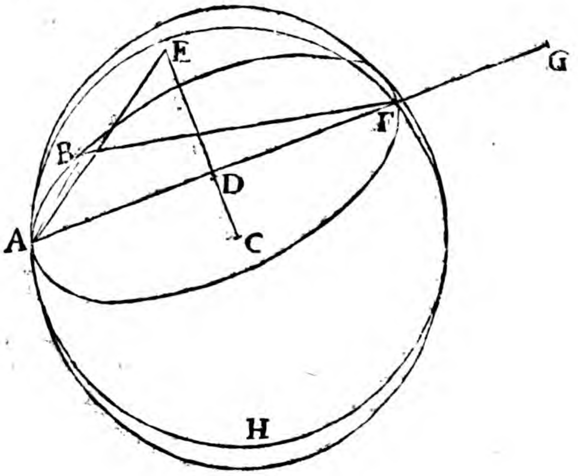
Per data duo puncta, quæ in ſphærica ſuperficie ſunt, circulum deſcribere, ita ut id, in quo ipſe eſt, planum per datum punctum tranſeat.

Sint data duo puncta A, B, quæ ſunt in ſphærica ſuperficie. Oportet circulum deſcribere per puncta A, B, ita ut id planum, in quo ipſe eſt, tranſeat per punctum datum. Hoc autem punctum aut erit intra ſphæram, aut extra.



Sit primo intra ſphæram, cujuſmodi eſt G. Jungantur rectæ AB, AG; productaque AG ad ſphæricam ſuperficiem, agatur per AF, & ſphæræ centrum C planum ſectionem faciens in ſphæra circulum AFH, qui circulus erit poſitione datus. Et quoniam intra circulum AFH ſumptum fuit datum punctum G, ductaque per G in AFH quædam recta AF; datum utique
per 93. dat. erit rectangulum, quod ſub AG, & GF continetur. Igitur
tum AG, tum GF magnitudine data eſt; ideoque & quæ ex
per 3. dat. utriſque componitur AF. Atqui data eadem eſt & poſitione, da-
per 27. dat. tumque unum ejus extremum A. Igitur & alterum F eſt da-
tum. At vero data eſt magnitudine etiam AB, datuſque angulus
BAF. Igitur ſi recta jungatur BF, triangulum ABF ſpecie &
per cor. 41. dat. magnitudine datum erit. Inveniatur centrum circuli, qui circa
triangulum ABF deſcribitur, idque ſit punctum D; junctaque re-
per 26. dat. cta CD producatur ad ſphæricam ſuperficiem. Erit utique CE

magnitudine data. Atqui data eadem eſt & poſitione, datumque unum ejus extremum C. Igitur & alterum E eſt datum. per 27. dat. Quoniam vero a centro ſphæræ C ad centrum circuli, qui circa triangulum ABF deſcribitur, juncta eſt recta CD, ea ſi ab utraque parte producatur, per ejuſdem circuli polos tranſibit. per. 7. & 8. l. 1. ſphær. Erit igitur punctum E horum polorum alter. Itaque ſi polo E, atque intervallo EA circulus deſcribatur, hic tranſibit per puncta B, F. Tranſeat, iſque ſit ABF. Conſtat autem id planum, in quo eſt circulus ABF, tranſire per punctum G.



At vero punctum datum ſit extra ſphæram, cujuſmodi eſt G. Jungantur rectæ AB, AG; agaturque per AG, & ſphæræ centrum C planum ſectionem faciens in ſphæra circulum AFH, qui circulus erit poſitione datus. Et quoniam extra circulum AFH ſumptum fuit datum punctum G, ductaque per G in AFH quædam recta AG; datum utique erit rectangulum, quod ſub AG, & GF continetur. per 92. dat. Igitur tum AG, tum GF magnitudine data eſt; ideoque & quæ relinquitur AF. Atqui data eadem eſt & poſitione, per 4. dat. datumque unum ejus extremum A. Igitur & alterum F eſt datum. per 27. dat. At vero data eſt magnitudine etiam AB, datuſque angulus BAF. Igitur ſi recta jungatur BF, triangulum ABF ſpecie & magnitudine datum erit. per cor. 41. dat. Inveniatur centrum circuli, qui circa triangulum ABF deſcribitur, idque ſit punctum D; ac cætera fiant, ut ſupra. Demonſtratio eodem prorſus modo conficietur.

Igitur per data duo puncta; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM.

Quoniam omnis figura ſolida a ſuperficiebus comprehenditur, omniſque ſuperficies a lineis; demonſtratumque eſt quomodo figuræ ſolidæ delineatio cujuſquemodi conficienda ſit; illud conſtat, idem fuiſſe demonſtratum etiam de ſuperficie, & linea.

FINIS
LIBRI PRIMI.

ELEMENTORUM PROSPECTIVÆ

LIBER II.

DEFINITIONES.

SI data fuerit in ſublimi poſitione & magnitudine figura aliqua ſolida: ducanturque ab ejus angulis ad ſubjectum planum rectæ lineæ rectæ cuidam poſitione datæ parallelæ, ex quibus angulis ita duci poſſunt, ut totæ extra ſolidam figuram cadant; quæ figura ab iis planis, in quibus hæ parallelæ ſunt, comprehenditur, ſolidæ figuræ, quam diximus, UMBRA PARALLELA vocetur.

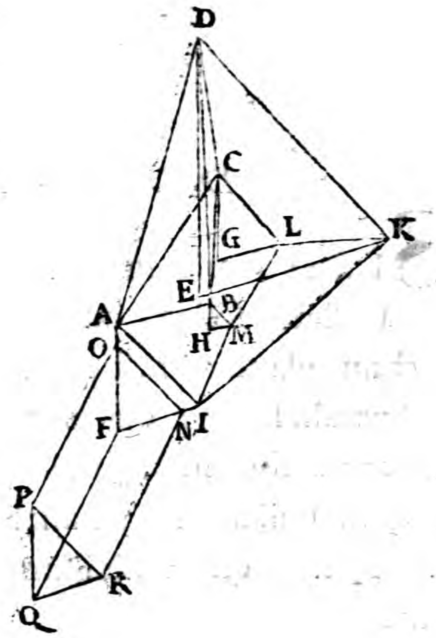
Sectio autem ejuſdem figuræ, quæ fit a ſubjecto plano, vocetur UMBRÆ PARALLELÆ BASIS RECTA.

Quod ſi umbra parallela plano per baſim rectam ſecetur, ſectio umbræ parallelæ, quæ ab eo fit plano, una cum ea baſis rectæ parte, quam idem planum ſolidam figuram verſus abſcindit, vocetur UMBRÆ PARALLELÆ BASIS INFLEXA.

PROPOSITIO I.

Data in ſublimi poſitione & magnitudine pyramide triangularem baſim habente, dataque poſitione recta quadam linea, ejuſdem pyramidis umbræ parallelæ baſim rectam invenire.

Data ſit in ſublimi poſitione & magnitudine pyramis ABCD, cujus baſis triangulum ABC, vertex D; dataque ſit poſitione recta PR. Oportet invenire baſim rectam umbræ parallelæ pyramidis ABCD.

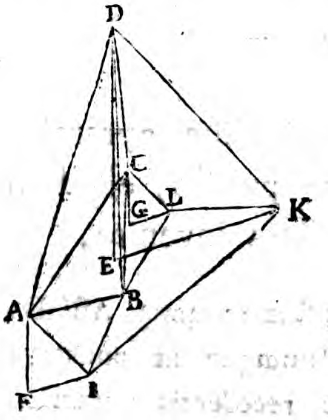


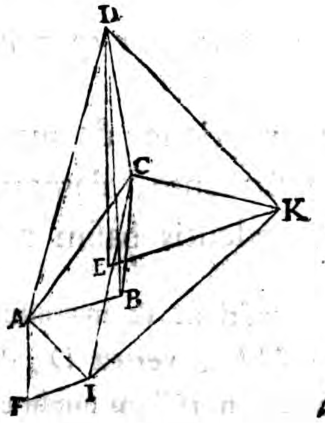
Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum A, B, C, D; ideſt puncta F, H, G, E, rectæque AF, BH, CG, DE. per 1. prop. lib. 1. Et ſi quidem recta PR fuerit ſubjecto plano perpendicularis, erunt utique rectæ AF, BH, CG, quæ totæ cadunt extra pyramidem ABCD, ipſi PR parallelæ. Itaque ſi a punctis F ad H, H ad G, G ad F rectæ jungantur, quæ oritur figura, erit baſis recta, quam quærimus, umbræ parallelæ pyramidis ABCD. Quod ſi PR fuerit ad ſubjectum planum inclinata, ducatur a puncto P eidem plano perpendicularis recta PQ; jungaturque QR. Erit utique angulus acutus QRP rectæ PR ad ſubjectum planum inclinatio, ideoque datus: per cor. 40. dat. datæque erunt poſitione & magnitudine PQ, QR. Itaque ducatur a puncto F recta FI parallela ipſi QR; ſumptaque in AF FO æquali ipſi PQ, & in FI FN æquali ipſi QR, jungantur rectæ QF, PO, RN, NO. Et quoniam PQ, FO æquales ſunt ac parallelæ, ideo QF æqualis eſt ac parallela ipſi PO. Æqualis eſt autem ac parallela QF ipſi RN. Æqualis eſt igitur ac parallela etiam PO ipſi RN; ac propterea ON parallela eſt ipſi PR. Itaque ſi a puncto A ducatur AI parallela ipſi ON, ea ipſi PR parallela erit. Quoniam vero OF, FN magnitudine datæ ſunt, data utique erit ratio, per 1. dat. quam OF habet ad FN. Ut autem OF ad FN, ita ſe habet AF ad FI. Igitur & ratio data eſt, quam AF habet ad FI. Data eſt autem magnitudine AF. Data eſt igitur magnitudine etiam per 2. dat. FI. Atqui data eadem eſt etiam poſitione, datumque unum ejus per 28. dat. extremum F. Igitur & alterum I eſt datum. Eodem modo ſi per 27. dat. rectæ ducantur HM, BM; GL, CL; EK, DK, demonſtrabitur rectas BM, CL, DK ipſi PR parallelas eſſe, dataque puncta M, L, K. Atque erit figura ABCDKLMI planis comprehenſa, in quibus ſunt parallelæ AI, BM, CL, DK, quæ totæ cadunt extra pyramidem ABCD. Itaque ſi rectæ jungantur IM, ML, LK, KI, quæ oritur figura IMLK, erit ſectio ejus figuræ, quam diximus, quæ fit a ſubjecto plano. Hujuſmodi autem ſectio vocatur baſis recta umbræ parallelæ, & quidem pyramidis ABCD. Igitur figura IMLK baſis recta eſt umbræ parallelæ pyramidis ABCD.

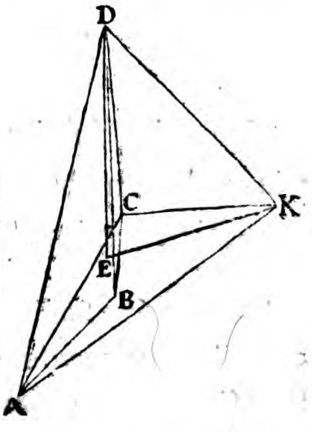
Data igitur in ſublimi poſitione & magnitudine pyramide triangularem baſim habente; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM.

Si pyramis ABCD in ſublimi non fuerit, erit utique in ſubjecto plano aut unus ejus angulus B, aut unum latus BC, aut baſis ABC. Si igitur primum, conſtat figuram IMLK mutari in IBLK; ſi alterum, in ICK; ſi tertium, in ACK; quemadmodum in tribus figuris apparet, quæ hic ordine appoſitæ ſunt.







DEFINITIONES.

Si data fuerit in ſublimi poſitione & magnitudine figura aliqua ſolida: ducanturque a puncto dato per ejus angulos ad ſubjectum planum rectæ lineæ, per quos angulos ita duci poſſunt, ut totæ extra ſolidam figuram cadant; quæ figura ab iis triangulis comprehenditur, quorum ſunt latera hæ, quas diximus, rectæ, vertex punctum datum, ſolidæ figuræ, quam diximus, UMBRA RECEDENS vocetur.

Sectio autem ejuſdem figuræ, quæ fit a ſubjecto plano, vocetur UMBRÆ RECEDENTIS BASIS RECTA.

Quod ſi umbra recedens plano per baſim rectam ſecetur, ſectio umbræ recedentis, quæ ab eo fit plano, una cum ea baſis rectæ parte, quam idem planum ſolidam figuram verſus abſcindit, vocetur UMBRÆ RECEDENTIS BASIS INFLEXA.

PROPOSITIO II.

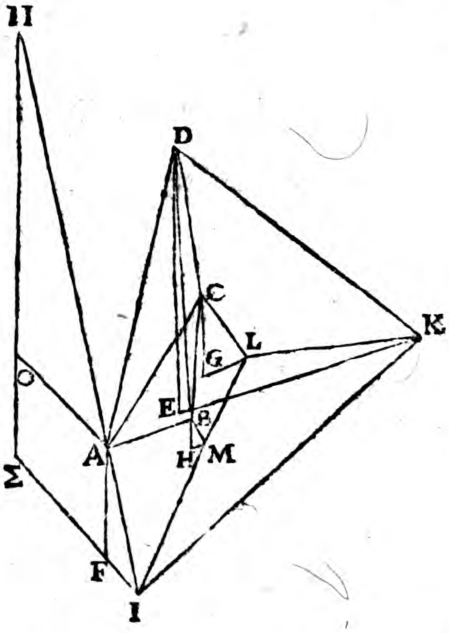
Data in ſublimi poſitione & magnitudine pyramide triangularem baſim habente, datoque puncto, ejuſdem pyramidis umbræ recedentis baſim rectam invenire.

Data ſit in ſublimi poſitione & magnitudine pyramis ABCD, cujus baſis triangulum ABC, vertex D; datumque ſit punctum Π. Oportet invenire baſim rectam umbræ recedentis pyramidis ABCD.

Inveniantur veſtigium pyramidis ABCD, & altitudines angulorum A, B, C, D; ideſt puncta F, H, G, E, rectæque AF, BH, CG, DE. Ducatur autem a puncto Π ſubjecto plano perpendicularis recta ΠΣ. Erit utique ΠΣ ipſi AF parallela, eadem-

per 1.prop. lib. 1.

que data poſitione & magnitudine, datumque item punctum Σ. Jungantur rectæ ΠA, ΣF. Et quoniam anguli ΣΠA, ΠΣF duobus rectis minores ſunt, ideo ΠA, ΣF ſi producantur, convenient invicem ad partes A, F. Itaque producantur, conveniantque in puncto I; & ducatur per A ipſi ΣF parallela recta AO. Quoniam igitur ΠΣ, AF magnitudine datæ ſunt, data utique erit magnitudine etiam ΠO. Data autem magnitudine eſt etiam ΣF, ſive eidem æqualis AO. Igitur ratio data eſt, quam habet ΠO ad AO. Ut autem ΠO ad AO, ita ſe habet AF ad FI. Igitur data eſt ratio, quam AF habet ad FI. Data eſt autem magnitudine AF. Data eſt igitur magnitudine etiam FI. Atqui data eadem eſt etiam poſitione, datumque unum ejus extremum F. Igitur & alterum I eſt datum. Eodem modo ſi rectæ ducantur HM, BM; GL, CL; EK, DK, demonſtrabitur puncta M, L, K data eſſe. Atque erit figura IMLKΠ triangulis comprehenſa IΠM, MΠL, LΠK, KΠI, quorum ſunt latera rectæ ΠI, ΠM, ΠL, ΠK, quæ totæ cadunt extra pyramidem ABCD, vertex datum punctum Π. Itaque ſi rectæ jungantur IM, ML, LK, KI, quæ oritur figura IMLK, erit ſectio ejus figuræ, quam diximus, quæ fit a ſubjecto plano. Hujuſmodi autem ſectio vocatur baſis recta umbræ recedentis, & quidem pyramidis ABCD. Igitur figura IMLK baſis recta eſt umbræ recedentis pyramidis ABCD.



per 30. 25. & 26. dat.

per 4. dat.

per 26. dat.

per 1. dat.

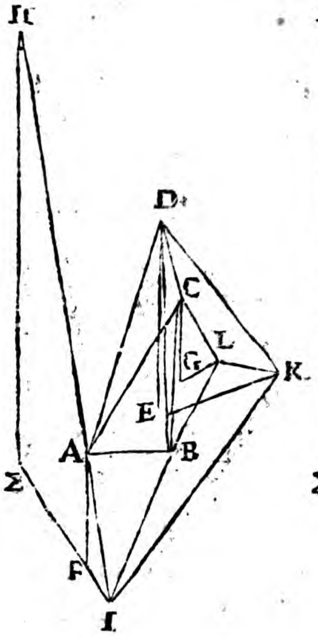
per 2. dat

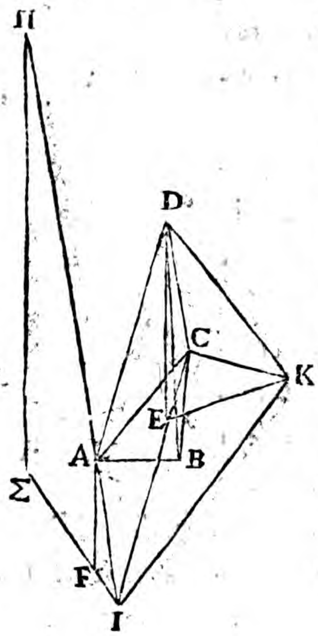
per 27. dat.

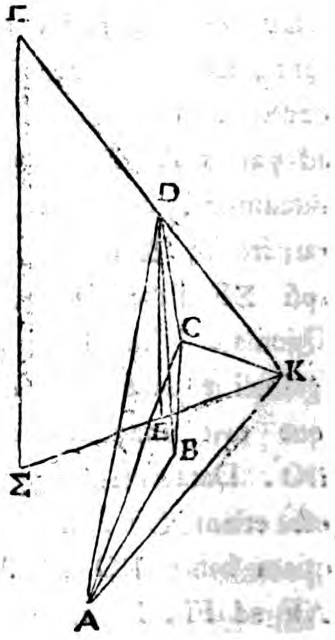
Data igitur in ſublimi poſitione & magnitudine pyramide triangularem baſim habente, datoque puncto; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM.

Si pyramis ABCD in ſublimi non fuerit, quod de





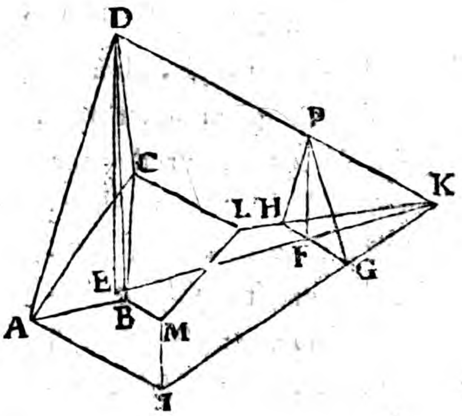


umbræ parallelæ baſi in Corollario ſuperioris Propoſitionis collegimus, idem de baſi umbræ recedentis colligetur, ut in appoſitis hic ordine tribus figuris.

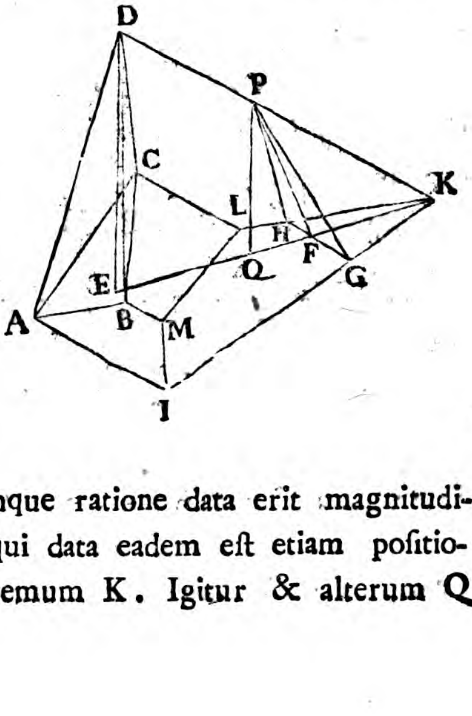
PROPOSITIO III.

Si pyramidis triangularem baſim habentis, datæque poſitione & magnitudine umbra plano aliquo per ejus baſim rectam ſecetur, ſive ea parallela fuerit, ſive recedens, umbræ, quam diximus, planique ſecantis ſectionem invenire.

Sit ABCDKLMI umbra parallela pyramidis ABCD; cujus baſis triangulum ABC, vertex D: eaque ſecetur per baſim rectam IMLK plano GPH; ſitque GPH ſectio umbræ parallelæ ABCDKLMI, & plani GPH. Oportet invenire ſectionem GPH.



Ducatur a puncto D recta
DE ſubjecto plano perpendicularis;
agaturque per DE, &
punctum K planum DEK ſectionem
faciens in ſubjecto plano
rectam EK. Itaque planum
GPH aut erit rectum ad ſubjectum
planum, aut ad idem
inclinatum. Sit primo rectum.
Et quoniam duo plana DEK,
GPH ſe ſe invicem ſecantia
ſubjecto plano ad rectos angulos ſunt, etiam communis eorum
ſectio FP ſubjecto plano ad rectos angulos erit. At vero ED eidem
plano eſt ad rectos angulos. Igitur ED, FP ſunt parallelæ.
Et quoniam ut EK ad KF, ita ſe habet ED ad FP, ratioque
data eſt, quam habet EK ad KF; ideo data erit & ratio, quam per 1. dat.
ED habet ad FP. Data eſt autem magnitudine ED. Data eſt
igitur magnitudine etiam FP. Atqui data eadem eſt & poſitione, per 2. dat.
datumque unum ejus extremum F. Igitur & alterum P eſt datum. per 27. dat.
Jungantur rectæ GP, HP: eritque GPH ſectio, quam quærimus.
At vero planum GPH inclinatum ſit ad planum ſubjectum;
communiſque horum
planorum ſectio GH angulos
faciat cum EK æquales. Erit
utique angulus EFP eorumdem
planorum inclinatio; ideoque
datus tum ipſe, tum qui deinceps
ponitur PFK. Datus eſt
autem etiam angulus FKP,
dataque magnitudine FK. Igitur
FP magnitudine data eſt. per cor. 40. dat.
Ducatur a puncto P ipſi EK
perpendicularis recta PQ: eademque ratione data erit magnitudine
FQ, ideoque etiam KQ. Atqui data eadem eſt etiam poſitione per 3. dat.
ne, datumque unum ejus extremum K. Igitur & alterum Q per 27. dat.

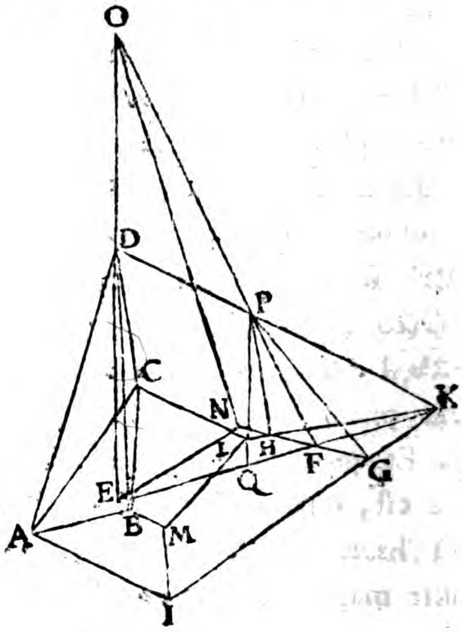


eſt datum. Quoniam igitur ED, PQ ſunt parallelæ, ratioque data eſt, quam habet EK ad KQ, demonſtrabitur, ut ſupra, punctum P datum eſſe. Itaque jungantur rectæ GP, HP; eritque GPH ſectio, quam quærimus. Quod ſi GH ipſam EK ſecet ad angulos inæquales, producatur planum GPH, eique occurrat DE, ſi oportuerit, producta in puncto O; deinde vero ducta a puncto E ipſi GH perpendiculari EN, rectæ jungantur FO, NO. Erit igitur angulus ENO plani GPH inclinatio ad planum ſubjectum, ideoque datus. At vero datus eſt etiam angulus NEO, dataque magnitudine EN. Igitur magnitudine data eſt tum NO, tum EO. Et quoniam triangulum FNO circa datum angulum FNO latera habet FN, NO magnitudine data, data utique erit magnitudine FO. At vero datæ ſunt magnitudine etiam EF, EO. Igitur triangulum EFO ſpecie & magnitudine datum eſt; ac propterea datus eſt angulus EFO, quique deinceps ponitur OFK. Quod cum ita ſit, ducta a puncto P recta PQ ipſi EK perpendiculari, demonſtrabitur, ut ſupra, punctum P datum eſſe. Itaque jungantur rectæ GP, HP; eritque GPH ſectio, quam quærimus.

per 30. 25. & 26. dat.

per cor. 40. dat.

per cor. 41. dat.



Haud ſecus invenietur ſectio umbræ recedentis pyramidis ABCD, quæ ab eo fit plano, quod diximus.

Si igitur pyramidis triangularem baſim habentis, datæque poſitione & magnitudine; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM.

Quoniam figura IMLGHP eſt baſis inflexa umbræ parallelæ pyramidis ABCD, illud conſtat inventa ſectione GPH, eam quoque, quam diximus, baſim inventam eſſe.

PROPOSITIO IV.

Data poſitione & magnitudine baſi recta, inflexave umbræ ſive parallelæ, ſive recedentis pyramidis triangularem baſim habentis, aut ſphæræ poſitione & magnitudine datæ, conficere ejuſdem baſis orthographiam, cæteraſque delineationes tum in plano, tum in ſphærica eaque concava ſuperficie.

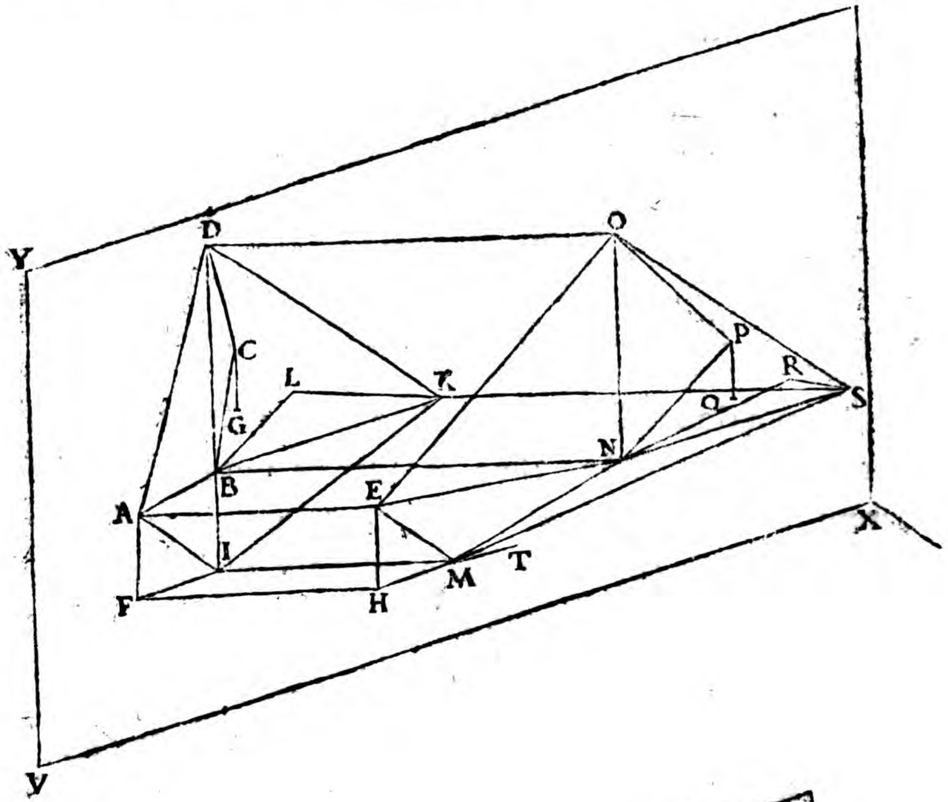
Hoc autem quomodo fiat, Propoſitiones oſtendunt ſecunda, & ſequentes Libri I.

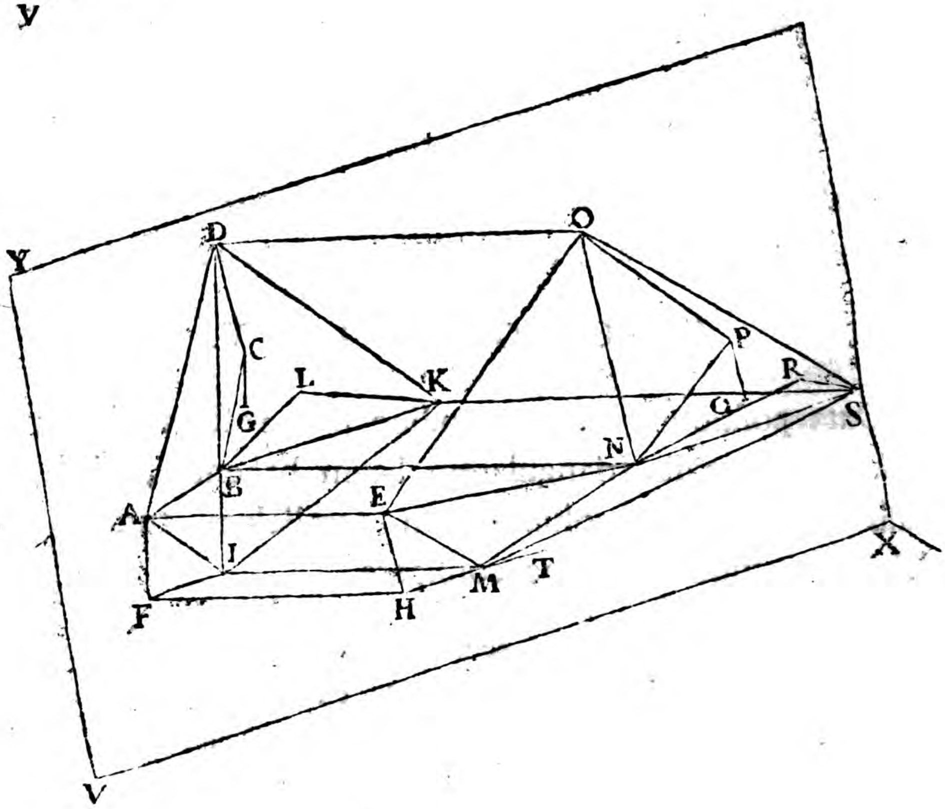
ALITER AD BASIM RECTAM QUOD ATTINET UMBRÆ TUM PARALLELÆ TUM RECEDENTIS.

PROPOSITIO V.

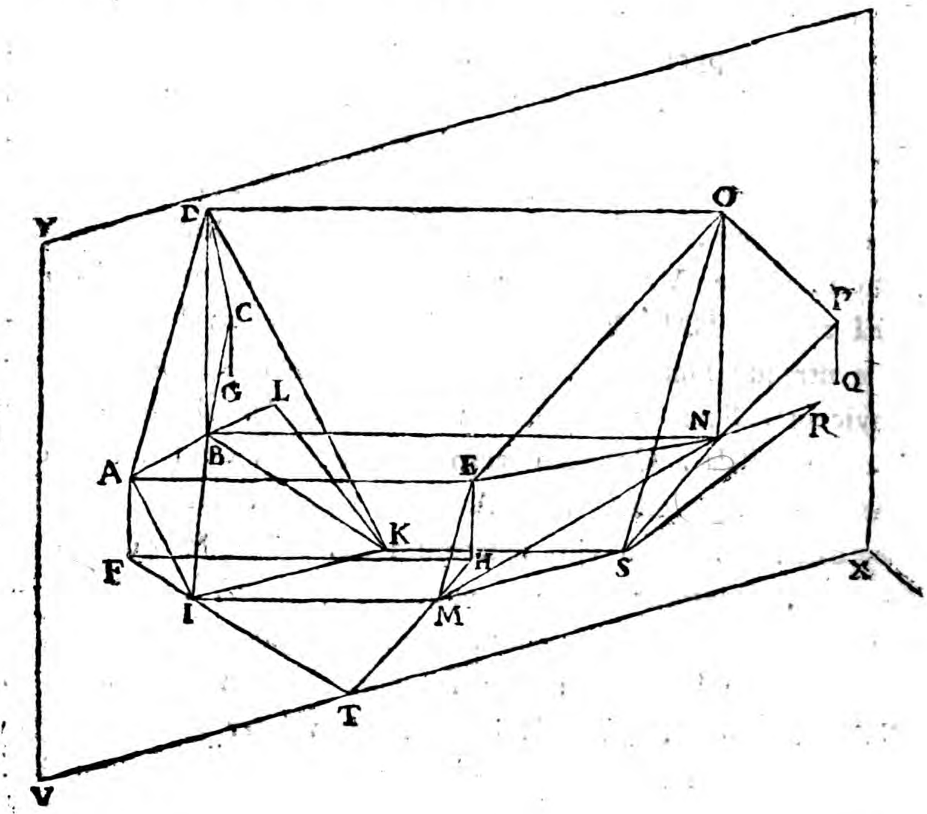
Data poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis, ejuſdem baſis rectæ ſcenographiam tum parallelam, tum parallelam procumbentemque conficere.

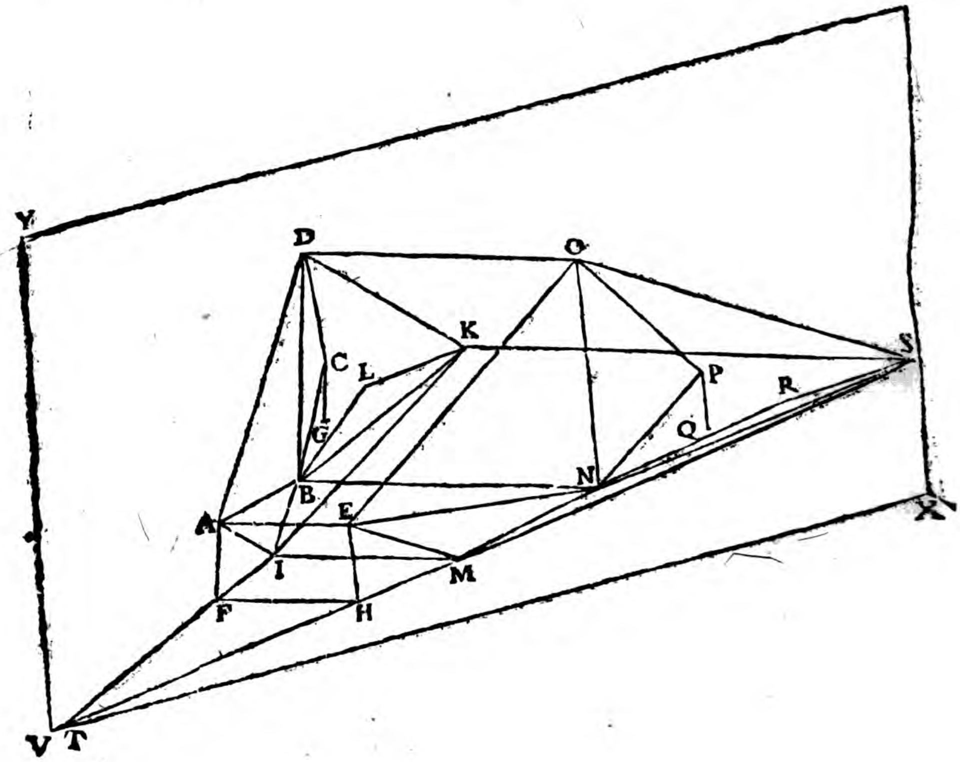
Data ſit poſitione & magnitudine baſis recta IBLK umbræ parallelæ ABCDKLBI pyramidis ABCD, cujus baſis ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam tum parallelam, tum parallelam procumbentemque baſis rectæ IBLK.


D
O
Y
C
P
L
K
R
S
G
Q
N
B
E
A
X
I
M
T
F
H
V


D
O
Y
C
P
L
K
R
S
G
G
N
B
E
A
X
I
M
T
F
H
V

Sit delineatio ENPO ſcenographia ſive parallela, ſive parallela procumbenſque pyramidis ABCD: deſcriptaque ſint diagrammata, quæ iis conficiendis, baſique rectæ IBLK inveniendæ neceſſaria ſunt, ut in Propoſitionibus quarta & ſexta libri I., & prima hujuſce. Ac recta quidem FI ſive parallela erit ipſi VX, ſive cum eadem concurret. Sit primo parallela ipſi VX. Ducatur autem a puncto H eidem VX parallela recta HT; auferaturque ab HT ipſi FI æqualis HM; & jungatur IM. Et quoniam FI, HM parallelæ utraque ſunt ipſi VX, erunt utique parallelæ etiam inter ſe invicem. Sunt autem eædem etiam æquales. Igitur IM ipſi FH eſt parallela. Quoniam vero HM æqualis eſt ipſi FI, erit utique HM magnitudine data. per 26. dat. Atqui data eadem eſt etiam poſitione, per 28. dat. datumque unum ejus extremum H. Igitur & alterum M per 27. dat. eſt datum. Ducantur modo a punctis N, Q ipſi VX parallelæ rectæ NS, QR, eademque fiant, quæ ſupra. Eodem modo demonſtrabitur puncta S, R data eſſe; rectaſque, quæ a punctis K, L ad S, R ducuntur, ipſi FH, ideoque etiam inter ſe invicem parallelas eſſe. At vero recta FI producta concurrat cum VX


Y
D
O
C
P
G
L
Q
N
R
A
B
E
K
F
H
S
X
I
M
T
V


Y
D
O
K
C
L
P
R
G
Q
S
N
B
A
E
I
M
F
H
X
V
T

in puncto T. Atque erit punctum T datum. Itaque jungatur recta HT, quæ, ſi oportuerit, producatur; & fiat ut TF ad FI, ita TH ad HM; ducaturque IM. Erit utique IM parallela ipſi FH. Et quoniam ut TF ad FI, ita ſe habet TH ad HM, ratioque data eſt, quam TF habet ad FI, ideo data erit & ratio, quam TH habet ad HM. At vero TH magnitudine data eſt. Igitur data eſt magnitudine etiam HM. Atqui data eadem eſt etiam poſitione, datumque unum ejus extremum H. Igitur & alterum M eſt datum. Producantur modo BK, GL, quæ quidem haud ſecus quam FI concurrent cum VX, eademque fiant, quæ ſupra. Eodem modo demonſtrabitur puncta S, R data eſſe; rectaſque, quæ a punctis K, L ad S, R ducuntur, ipſi FH, ideoque etiam inter ſe invicem parallelas eſſe. Itaque jungantur in quatuor hiſce figuris rectæ NM, MS, SR, RN: atque erit, per definitiones Propoſitionum quartæ & ſextæ libri I., quæ oritur delineatio MNRS, ſcenographia ſive parallela, ſive parallela procumbenſque baſis rectæ IBLK.

per 25. dat.
per 1. dat.
per 26. dat.
per 2. dat.
per 27. dat.

Data igitur poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

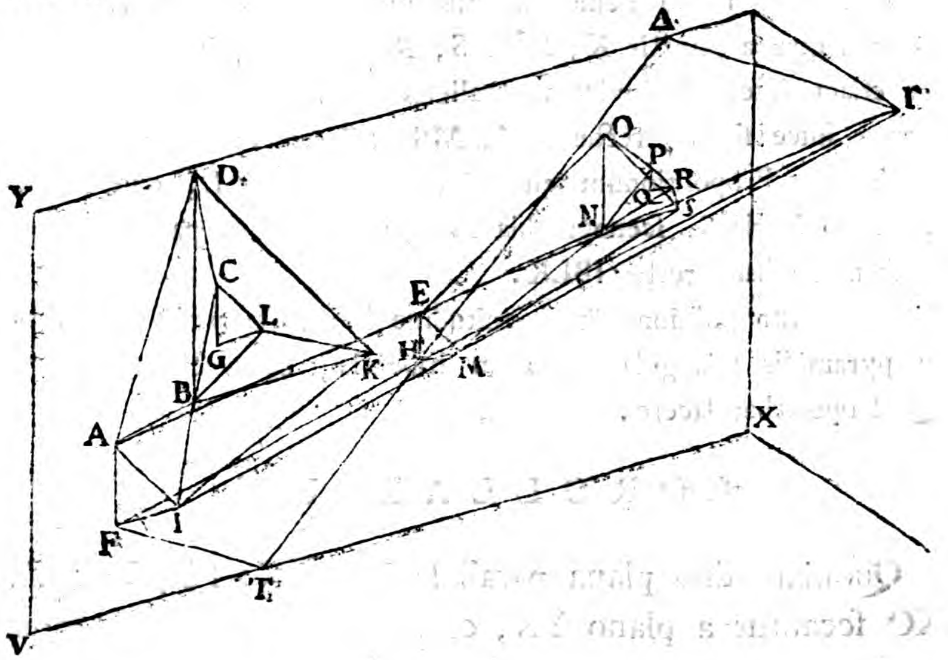
COROLLARIUM.

Quoniam duo plana parallela IH, KN; FE, BO; IE, KO ſecantur a plano YX, erunt utique parallelæ inter ſe invicem communes ipſorum ſectiones, nempe HM ipſi NS, EH ipſi ON, EM ipſi OS; ideoque triangula EMH, OSN ſimilia erunt ſimiliterque poſita. Ex quo manifeſtum eſt, invento puncto quolibet M delineationis MNRS, reliqua S, R, & ſiqua ſunt alia, facillime inventum iri.

PROPOSITIO VI.

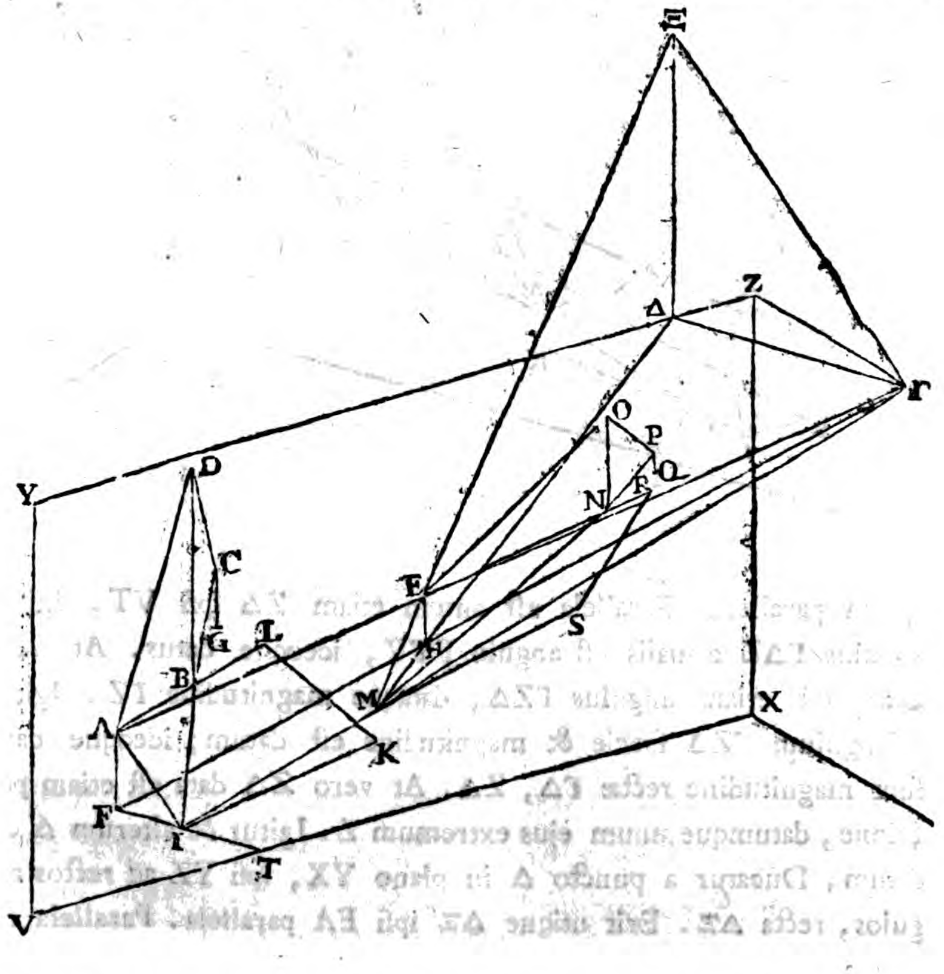
Data poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis, ejuſdem baſis rectæ ſcenographiam concurrentem conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine baſis recta IBLK umbræ parallelæ ABCDKLBI pyramidis ABCD, cujus baſis ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam concurrentem baſis rectæ IBLK.

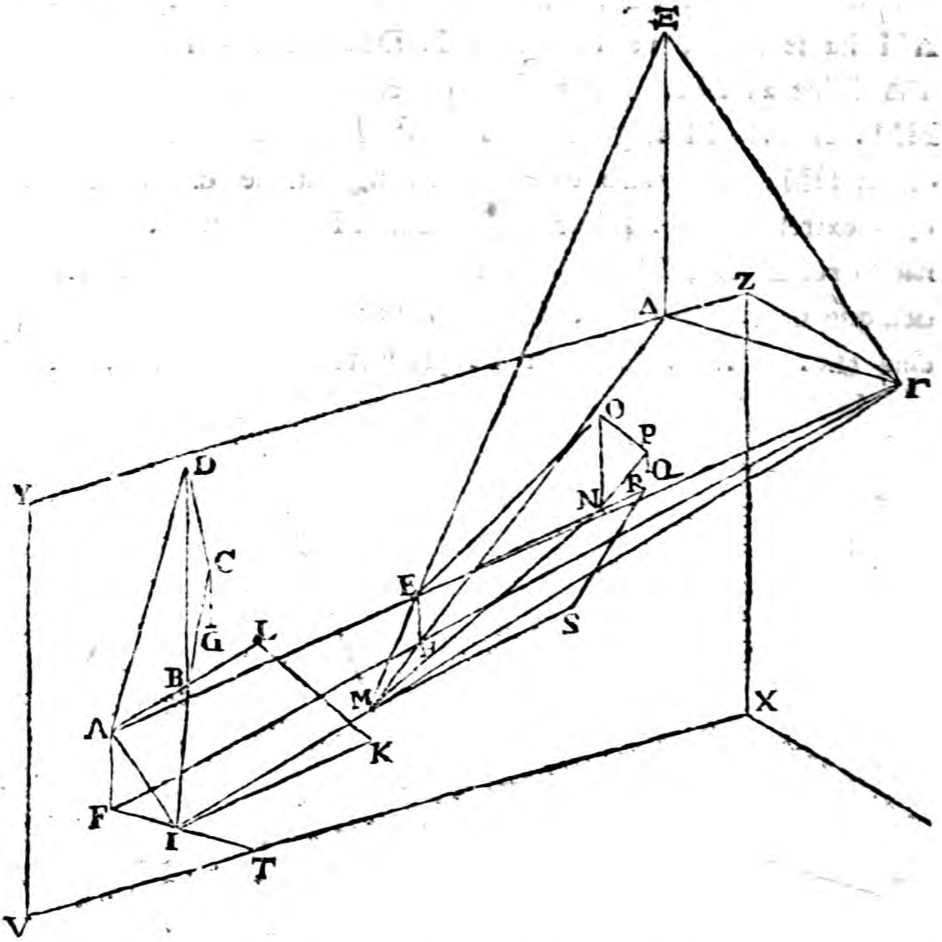


Sit delineatio ENPO ſcenographia concurrens pyramidis ABCD: deſcriptaque ſint diagrammata, quæ illi conficiendæ, baſique rectæ IBLK inveniendæ neceſſaria ſunt, ut in Propoſitionibus ſeptima libri I., & prima hujuſce. Ac recta quidem FI ſive parallela erit ipſi VX, ſive cum eadem concurret. Sit primo parallela ipſi VX; jungaturque recta IΓ plano YX occurrens in puncto M. Et quoniam duo plana parallela YX, AFI ſecantur a plano ΓFI, erunt utique communes ipſorum ſectiones FI, HM inter ſe invicem parallelæ. Igitur FΓ ad ΓH ita ſe habet, ut FI ad HM.

Ut autem FΓ ad ΓH, ita ſe habet TΔ ad ΔH. Igitur TΔ ad
ΔH ita ſe habet, ut FI ad HM. Data eſt autem ratio, quam per 1. dat.
TΔ habet ad ΔH. Igitur data eſt & ratio, quam FI habet ad
HM. At vero FI magnitudine data eſt. Igitur data eſt magnitudine per 26. dat.
etiam HM. Atqui data eadem eſt etiam poſitione, datumque unum per 2. dat. per 28. dat.
ejus extremum H. Igitur & alterum M eſt datum. Jungantur per 27. dat.
modo rectæ KΓ, LΓ plano YX occurrentes in punctis S, R, eademque fiant, quæ ſupra. Eodem modo demonſtrabitur puncta S, R data eſſe. At vero recta FI producta concurrat cum VX in



puncto T. Atque erit punctum T datum, datuſque item angulus FTV. Agatur per rectam FT punctumque Γ planum FΓT. Et quoniam duo plana parallela ΓZY, FTV ſecantur a plano FΓT, erunt utique communes ipſorum ſectiones ΓΔ, FT inter ſe in-



vicem parallelæ. Parallela eſt autem etiam ZΔ ipſi VT. Igitur angulus ΓΔZ æqualis eſt angulo FTV, ideoque datus. At vero datus eſt etiam angulus ΓZΔ, dataque magnitudine ΓZ. *Igitur* per cor. 41. dat. triangulum ΓZΔ ſpecie & magnitudine eſt datum; ideoque datæ ſunt magnitudine rectæ ΓΔ, ZΔ. At vero ZΔ data eſt etiam po- per 27. dat. ſitione, datumque unum ejus extremum Z. Igitur & alterum Δ eſt datum. Ducatur a puncto Δ in plano YX, ipſi YZ ad rectos angulos, recta ΔΞ. Erit utique ΔΞ ipſi FA parallela. Parallela eſt autem etiam ΓΔ ipſi FI. Planum igitur ΞΔΓ parallelum eſt plano AFI. Itaque ſi per rectam AI punctumque Γ agatur planum AΓI, eodem, quo ſupra, modo demonſtrabitur, rectam ΓΞ ipſi AI parallelam eſſe, datumque punctum Ξ. Jungatur modo recta IΓ plano YX occurrens in puncto M. Quoniam igitur parallelæ ſunt rectæ ΓΔ, FI, erunt utique puncta Δ, F, I in plano FΓI. Quo

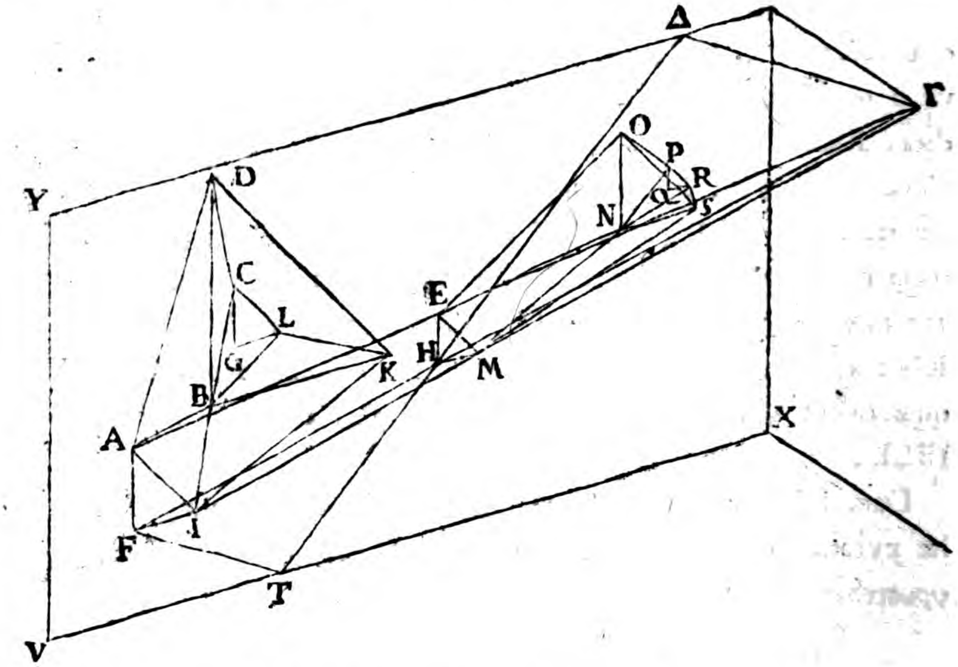
ſunt

ſunt autem in plano puncta F, I, in eodem ſunt etiam H, M. Igitur puncta Δ, H, M ſunt in plano FΓI. At vero eadem ſunt etiam in plano YX. Puncta igitur Δ, H, M ſunt in communi ſectione planorum YX, FΓI, ideoque in recta linea ΔM. Eadem ratione quoniam parallelæ ſunt rectæ ΓΞ, AI, punctaque E, M in eodem ſunt plano atque A, I, demonſtrabitur in recta linea ΞM eſſe puncta Ξ, E, M. Quare punctum M cum ſit in utraque recta ΔH, ΞE, erit in communi earumdem ſectione. Jam vero quoniam puncta Δ, H data ſunt, erit recta ΔH poſitione per def. 4. dat. data. Eadem ratione cum data ſint puncta Ξ, E, data erit poſitione etiam ΞE. Igitur punctum M eſt datum. Jungantur mo- per 25. dat. do rectæ KΓ, LΓ plano YX occurrentes in punctis S, R. Eodem modo demonſtrabitur puncta S, R data eſſe. Itaque jungantur tam in prima quam in ſecunda figura rectæ NM, MS, SR, RN: atque erit, per definitionem Propoſitionis ſeptimæ libri I., quæ oritur delineatio MNRS, ſcenographia concurrens baſis rectæ IBLK.

Data igitur poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM.

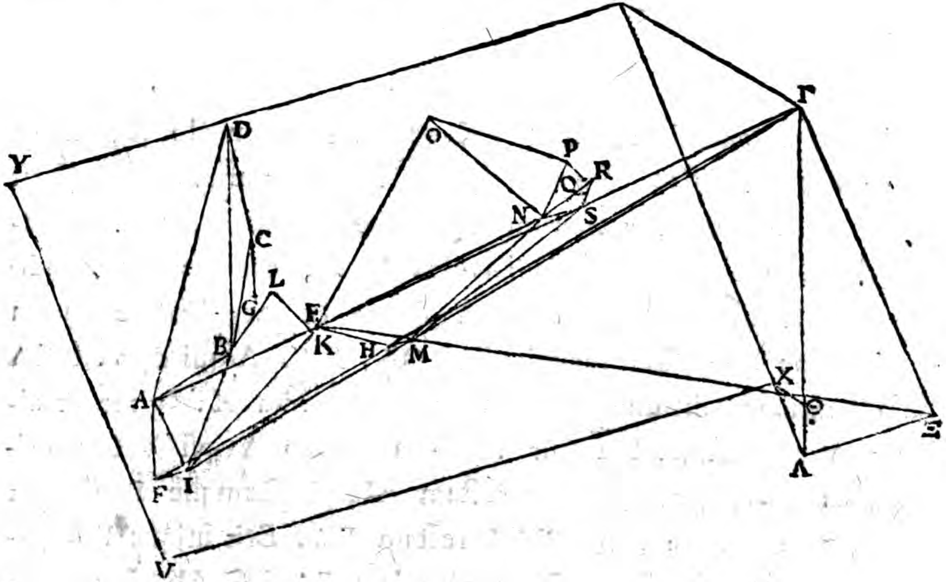
Quoniam in prima figura hujuſce Propoſitionis duo plana parallela YX, AFI ſecantur a planis ΓFA, ΓIF, ΓIA, erunt utique parallelæ inter ſe invicem communes ipſorum ſectiones, nempe EH ipſi AF; HM ipſi FI; ME ipſi IA; ideoque triangulum EHM ſimile erit triangulo AFI. Eadem ratione ſimilia erunt triangula *ONS* ipſi DBK, & PQR ipſi CGL. At vero triangula AFI, DBK, CGL ſimilia inter ſe invicem ſunt ſimiliterque poſita. Igitur ſimilia ſunt inter ſe invicem ſimiliterque poſita etiam triangula EHM, ONS, PQR. Ex quo illud manifeſtum eſt, invento puncto quolibet M delineationis MNRS, reliqua S, R, & ſiqua ſunt alia, facillime inventum iri.



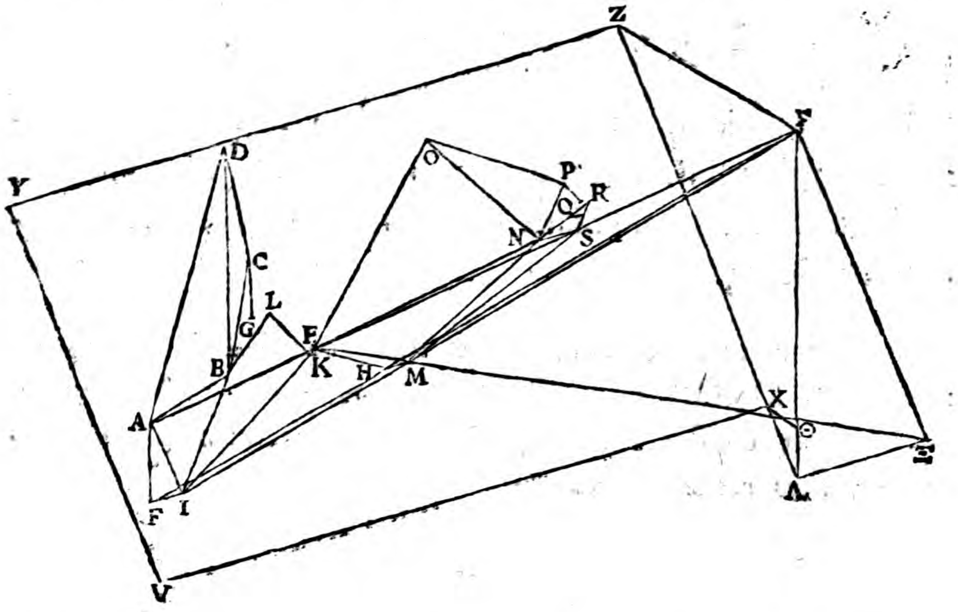
PROPOSITIO VII.

Data poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis, ejuſdem baſis rectæ ſcenographiam concurrentem procumbentemque conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine baſis recta IBLK umbræ parallelæ ABCDKLBI pyramidis ABCD, cujus baſis ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam concurrentem procumbentemque baſis rectæ IBLK.

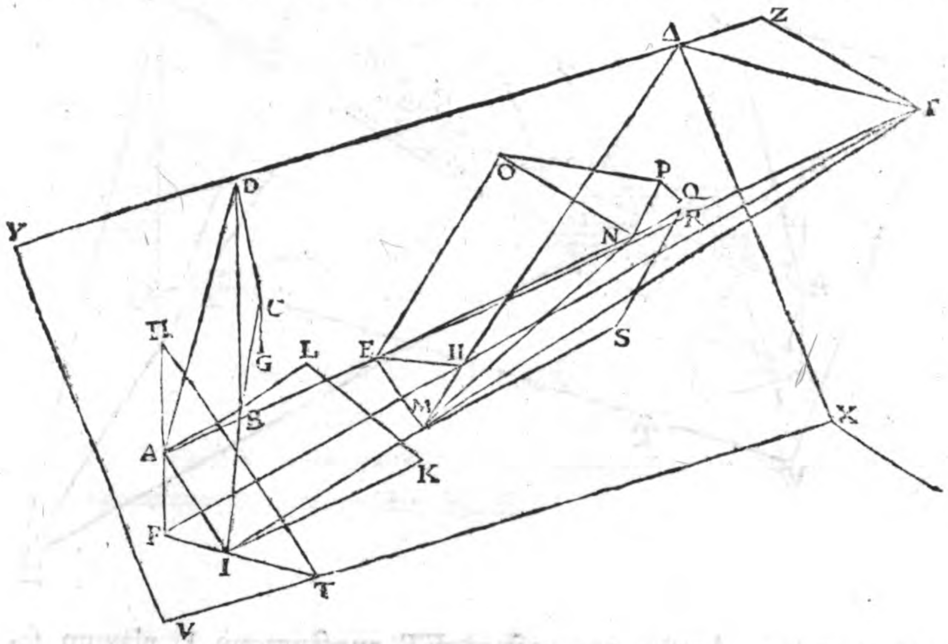


Sit delineatio ENPO ſcenographia concurrens procumbensque pyramidis ABCD: deſcriptaque ſint diagrammata, quæ illi conficiendæ, baſique rectæ IBLK inveniendæ neceſſaria ſunt, ut in Propoſitionibus undecima libri I., & prima hujuſce. Ac recta quidem FI ſive parallela erit ipſi VX, ſive cum eadem concurret. Sit primo parallela ipſi VX. Ducatur autem a puncto H ipſi VX parallela recta HM. Erit igitur eadem parallela ipſi etiam FI. Itaque ſi recta jungatur IΓ plano YX occurrens in puncto M, erit id punctum in HM. Producatur ΓΘ ſubjecto plano per-

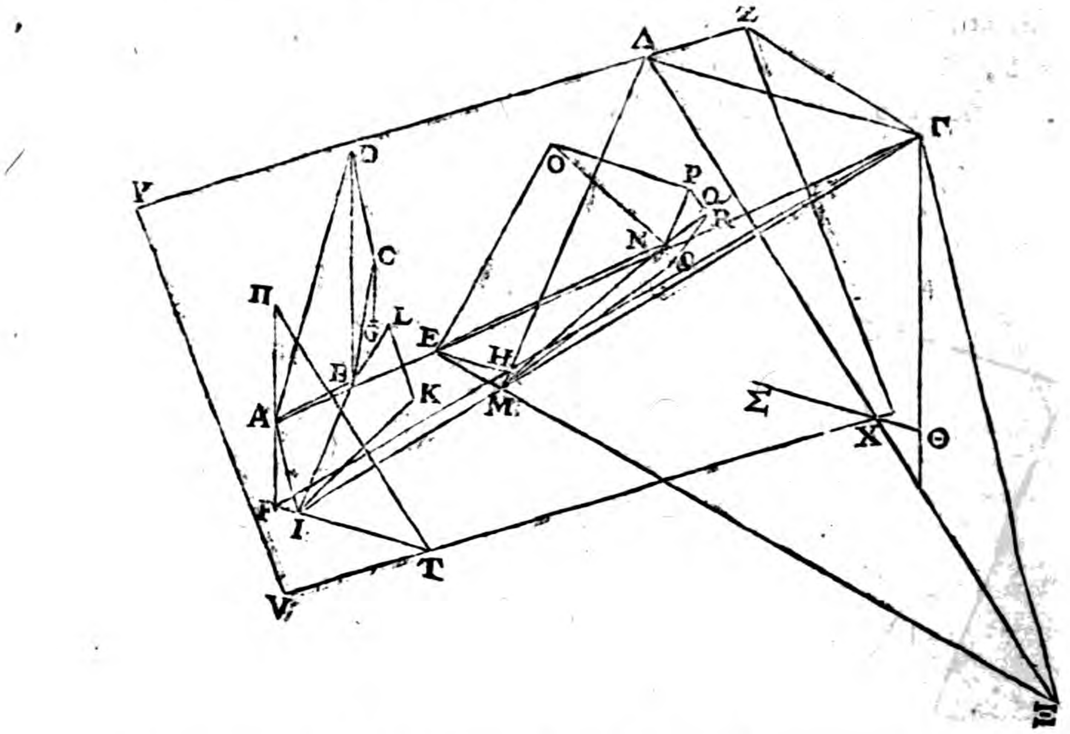


pendicularis, quouſque plano YX occurrat in puncto Λ; ducaturque ΘX ad rectos angulos ipſi VX, jungaturque XΛ. Erit utique angulus ΘXΛ planorum YX, VΘ inclinatio, ideoque da-
per 30. 25. & 26. dat. tus. At vero datus eſt etiam angulus XΘΛ, dataque magnitudi-
per cor. 40. dat. ne ΘX. Igitur triangulum ΘXΛ ſpecie & magnitudine datum eſt; ideoque datæ ſunt magnitudine ΘΛ, XΛ. Atqui data eſt XΛ
per 27. dat. etiam poſitione, datumque unum ejus extremum X. Igitur & alterum Λ eſt datum. Ducatur modo a puncto Λ ipſi VX parallela recta ΛΞ, agaturque per rectam AI, punctumque Γ planum ſectionem faciens in plano ΓΛΞ rectam ΓΞ. Erit utique ΓΞ parallela ipſi AI. Parallela eſt autem etiam ΓΛ ipſi AF. Igitur angulus ΛΓΞ æqualis eſt angulo FAI, ideoque magnitudine datus.
per 3. dat. At vero datus eſt magnitudine etiam angulus ΓΛΞ, dataque ma-
per cor. 40. dat. gnitudine ΓΛ. Igitur triangulum ΓΛΞ ſpecie & magnitudine eſt
per 28. dat. datum; ideoque data magnitudine ΛΞ. Atqui data eadem eſt et-
per 27. dat. iam poſitione, datumque unum ejus extremum Λ. Igitur & alterum Ξ eſt datum. Quoniam igitur parallelæ ſunt rectæ ΞΓ, AI, demonſtrabitur, ut in ſuperiore Propoſitione, punctum M eſſe in recta linea ΞE. Eſt autem hoc idem etiam in HM; dataque eſt poſitione utraque HM, ΞE. Punctum igitur M eſt datum. Quod ſi, a punctis N, Q rectæ ducantur NS, QR ipſi VX

parallelæ, junganturque KΓ, LΓ plano YX occurrentes in punctis S, R, eodem modo demonſtrabitur puncta S, R data eſſe. At vero recta FI producta concurrat cum VX in puncto



T. Producatur AF quouſque plano YX occurrat in puncto Π, jungaturque recta TΠ. Demonſtrabitur, ut in Propoſitione ſexta libri I., rectam TΠ poſitione datam eſſe, datumque angulum FTΠ. Itaque erit angulus FIA ſive æqualis angulo FTΠ, ſive eidem inæqualis. Sit primo æqualis; ducaturque a puncto E recta EM parallela ipſi TΠ, ideoque ipſi etiam AI. Si igitur recta jungatur IΓ plano YX occurrens in puncto M, erit id punctum in EM. Agatur modo per rectam FT, punctumque Γ planum ſectionem faciens in plano ΓZY rectam ΓΔ. Erit utique ΓΔ parallela ipſi FT, datumque punctum Δ. Hoc enim ita eſſe, in ſuperiore Propoſitione demonſtratum eſt. Itaque demonſtrabitur, ut ſupra, punctum M eſſe in recta ΔH poſitione data. Eſt autem hoc idem etiam in EM data itidem poſitione. Punctum igitur M eſt datum. Quod ſi a punctis O, P rectæ ducantur OS, PR ipſi TΠ parallelæ, junganturque KΓ, LΓ plano YX occurrentes in punctis S, R, eodem modo demonſtrabitur, puncta S, R data eſſe. At vero angulus FIA ſit inæqualis angulo FTΠ, puta



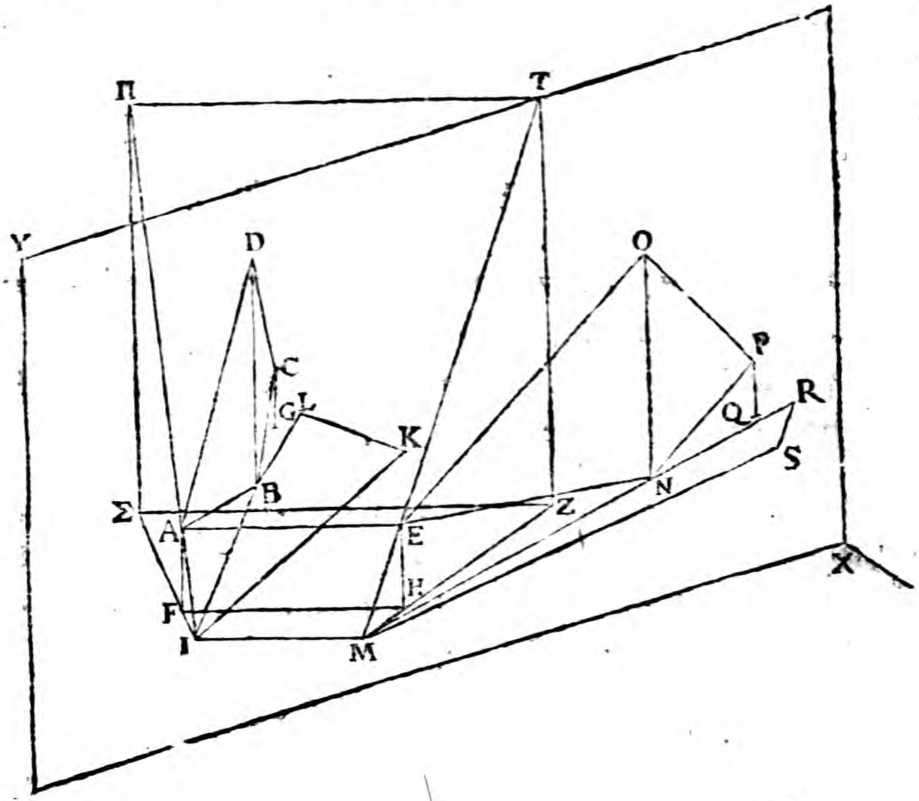
eodem major. Agatur per rectam FT punctumque Γ planum ſectionem faciens in plano ΓZY rectam ΓΔ ipſi FT parallelam. Deinde vero per ΓΔ & ΓΘ ſubjecto plano perpendicularem planum aliud agatur ſectionem faciens in ſubjecto plano rectam ΘΣ, & in YX rectam ΔΞ. Agatur denique per rectam AI punctumque Γ tertium planum ſectionem faciens in plano ΔΘ rectam IΞ parallelam ipſi AI. Quoniam igitur datus eſt angulus ΔXΣ, erit utique datus etiam eidem æqualis ΓΔΞ. Datus eſt autem etiam angulus ΔΓΞ, utpote æqualis angulo TIA. per 40. dat. Igitur triangulum ΓΔΞ ſpecie datum eſt. Data eſt autem magnitudine recta ΓΔ. per cor. 40. dat. Triangulum igitur ΓΔΞ ſpecie & magnitudine datum eſt; ideoque per 28. & 25. dat. data magnitudine ΔΞ. Atqui data eadem eſt etiam poſitione, datumque unum ejus extremum Δ. Igitur & alterum Ξ eſt datum. Jam vero inventis punctis Δ & Ξ, demonſtrabitur, ut in Propoſitione ſexta, puncta M, S, R data eſſe. Itaque jungantur in tribus hiſce figuris rectæ NM, MS, SR, RN: atque erit, per definitionem Propoſitionis undecimæ libri I., quæ oritur delineatio MNRS, ſcenographia concurrens procumbenſque baſis rectæ IBLK.

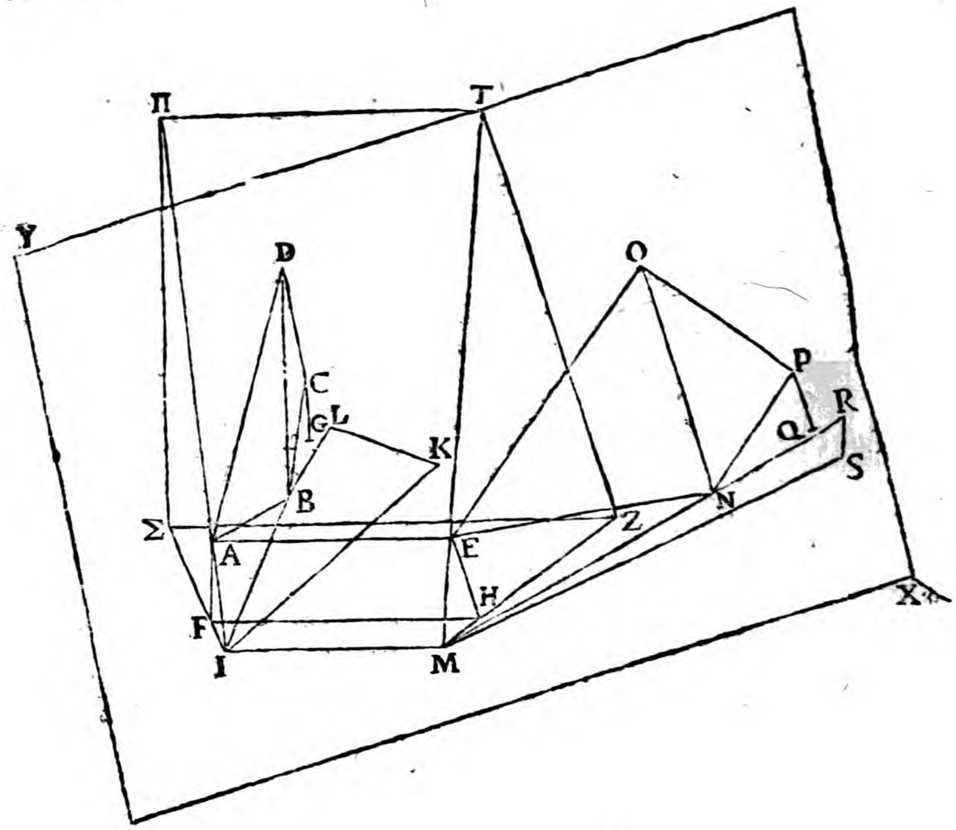
Data igitur poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO VIII.

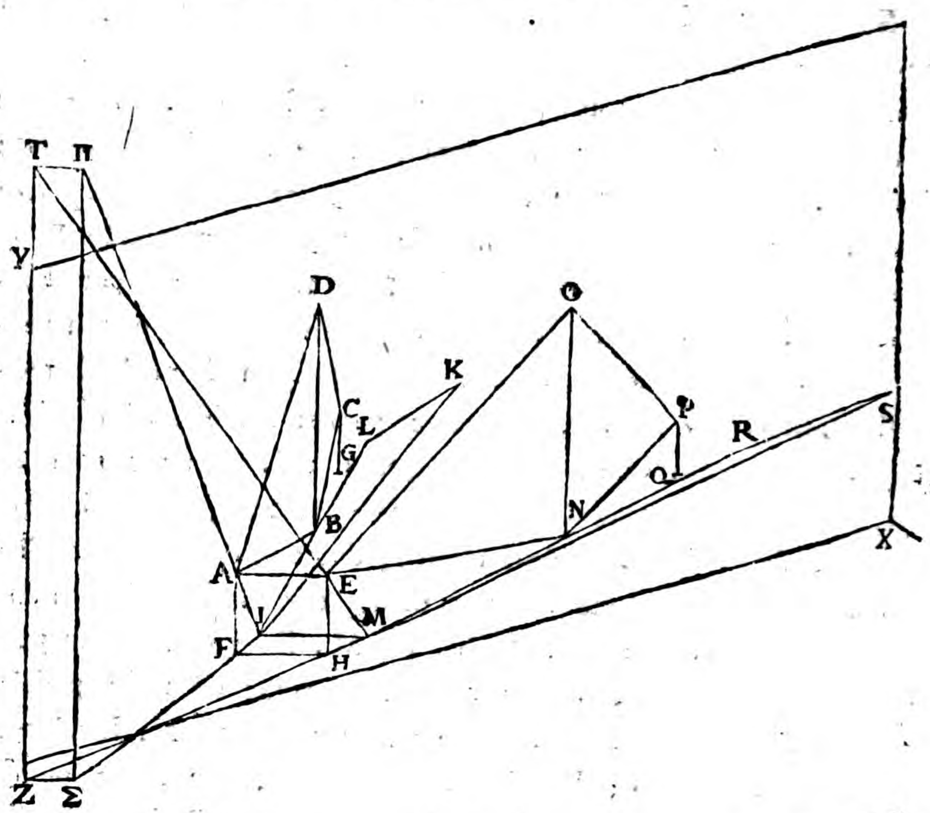
Data poſitione & magnitudine baſi recta umbræ recedentis pyramidis triangularem baſim habentis, ejuſdem baſis rectæ ſcenographiam tum parallelam, tum parallelam procumbentemque conficere.

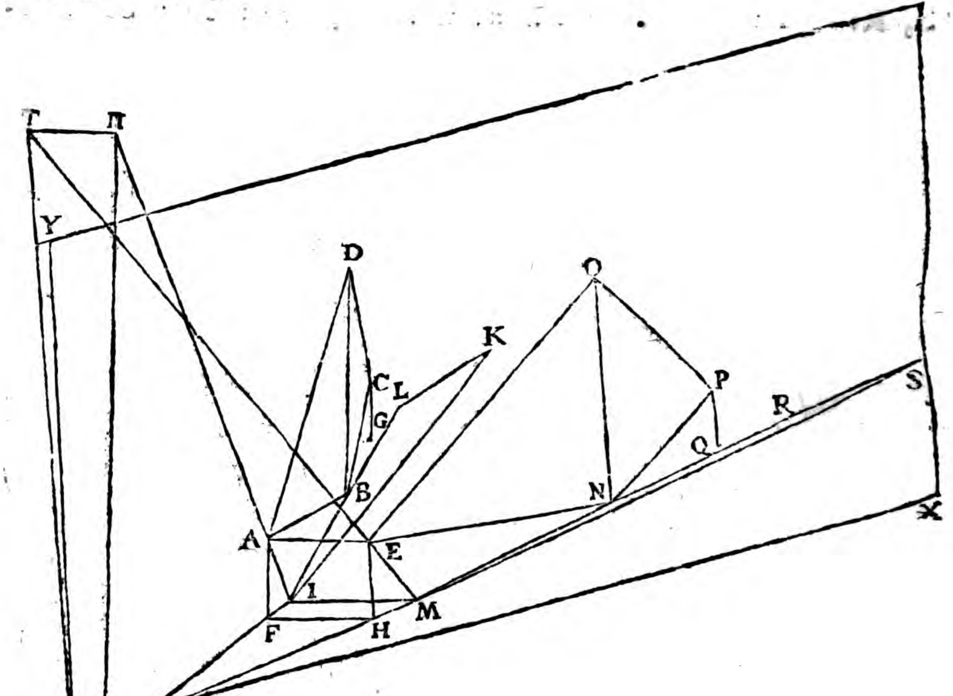
Data ſit poſitione & magnitudine baſis recta IBLK umbræ recedentis IBLKΠ pyramidis ABCD, cujus baſis ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam tum parallelam, tum parallelam procumbentemque baſis rectæ IBLK.


Π
T
Y
D
O
C
G
L
K
P
Q
R
S
B
N
Σ
Z
A
E
X
H
F
I
M


Π
T
Y
D
O
C
G
L
K
P
R
Q
S
B
N
Σ
Z
A
E
H
X
F
I
M

Sit delineatio ENPO ſcenographia ſive parallela, ſive parallela procumbenſque pyramidis ABCD: deſcriptaque ſint diagrammata, quæ iis conficiendis, baſique rectæ IBLK inveniendæ neceſſaria ſunt, ut in Propoſitionibus quarta & ſexta libri I., & ſecunda hujuſce. Ac recta quidem ΠΣ ſive erit ultra planum YX, ſive citra. Sit primo ultra planum YX: ducaturque a puncto Σ ad planum YX ipſi FH parallela recta ΣZ. Erit utique, per Propoſitiones, quas diximus, quartam & ſextam libri I., datum punctum Z. Ducatur modo a puncto I ad planum item YX recta IM parallela ipſi FH. Atque erunt puncta Z, H, M in plano ΣM. Sunt autem eadem etiam in plano YX. Igitur puncta Z, H, M ſunt in communi ſectione planorum ΣM, YX, ideoque in recta linea ZM. Eadem ratione, ducta ΠT ad planum YX ipſi FH parallela, demonſtrabitur datum eſſe punctum T, itemque eſſe in recta linea puncta T, E, M. Ex quo ſequitur punctum M datum eſſe, utpote quod in utraque eſt recta poſitione data ZM, TM. Eodem modo ductis a punctis K, L ad planum YX rectis KS, LR ipſi FH parallelis, data erunt puncta S, R. At vero recta ΠΣ cadat citra planum YX: ducantur-


T
Π
Y
D
O
K
C
L
G
I
P
R
S
Q
B
N
A
E
I
M
F
H
X
Z
Σ


T
Π
Y
D
O
K
C
L
G
P
R
S
Q
B
N
A
E
I
M
F
H
X
Z
Σ

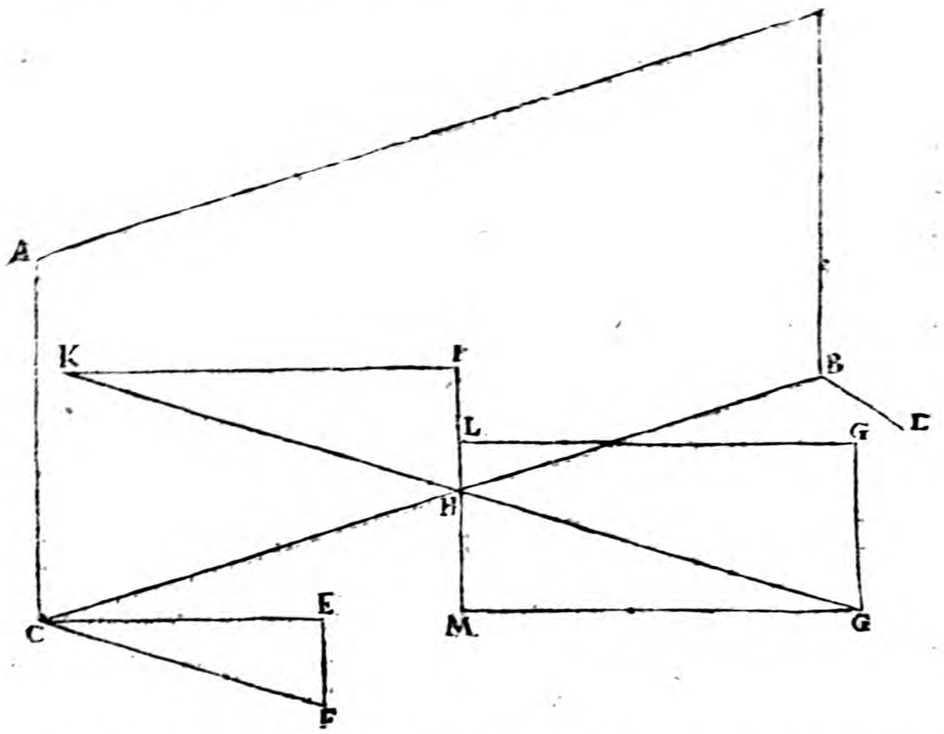
que a punctis Σ, Π ad planum YX rectæ ΣZ, ΠT ipſi FH parallelæ. Erunt utique, ut infra demonſtrabimus, puncta Z, T data. Quocirca eadem fiant, quæ ſupra; eodemque modo demonſtrabitur data eſſe puncta M, S, R. Itaque jungantur in quatuor hiſce figuris rectæ NM, MS, SR, RN: atque erit, per definitiones Propoſitionum quartæ & ſextæ libri I., quæ oritur delineatio MNRS, ſcenographia ſive parallela, ſive parallela procumbenſque baſis rectæ IBLK.

Data igitur poſitione & magnitudine baſi recta umbræ recedentis pyramidis triangularem baſim habentis; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO IX.

Dato puncto aliquo citra planum ſubjecto plano perpendiculare, punctum in hoc plano invenire, in quod a dato recta linea incidit rectæ cuidam parallela, quæ cum communi planorum ſectione in ſublimi angulos facit.

Datum ſit citra planum AB perpendiculare plano CD punctum aliquod G; anguloſque in ſublimi faciat, cum communi planorum AB, CD ſectione CB, recta CE, cujus ad planum CD inclinatio ſit angulus ECF. Oportet invenire in plano AB id punctum, in quod a G incidit recta linea parallela ipſi CE.



Sit primo punctum G in plano CD. Ducatur autem a G ipſi
CF parallela recta GK ipſam CB ſecans in puncto H; ponaturque
per 26. dat. ab H recta HK ipſi HG æqualis. Erit igitur HK magnitudine
per 28: & 25. dat. data. Data eſt autem etiam poſitione, datumque unum
per 27. dat. ejus extremum H. Igitur & alterum K datum eſt. Ducatur modo
a K ad planum AB, per Propoſitionem quartam libri I., recta
KI parallela ipſi CE; datumque erit punctum I. Itaque juncta
IH, eaque producta, ponatur ab H recta HM æqualis ipſi
IH; jungaturque GM. Quoniam igitur triangula GHM, KHI
habent latera GH, HM æqualia lateribus KH, HI, alterum alteri,
angulumque GHM æqualem angulo KHI, ideo angulus
HMG æqualis eſt angulo HIK: ac propterea GM ipſi KI, ſive
CE, eſt parallela. Quoniam vero HM æqualis eſt ipſi HI, demonſtrabitur,
ut ſupra, punctum M datum eſſe. Inventum eſt
igitur in plano AB id punctum, in quod a G incidit recta linea
ipſi CE parallela. At vero punctum G ſit in ſublimi: ducaturque
ab eodem plano CD perpendicularis recta GG. Erit
utique datum punctum G. Itaque eadem fiant, quæ ſupra; in-

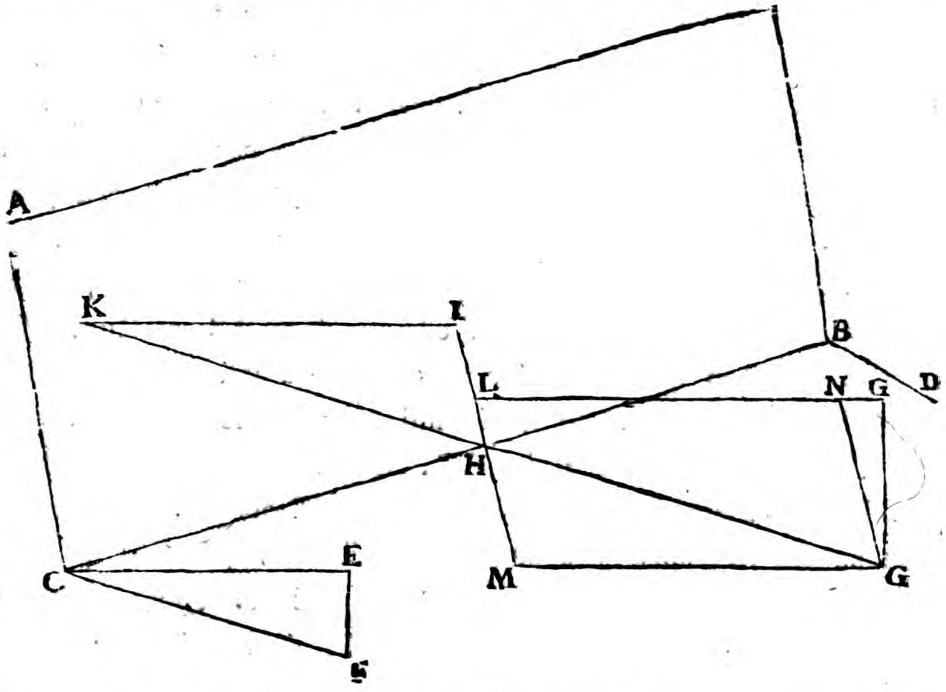
ventoque puncto M, ducatur a G ipſi GM parallela recta GL. Erit utique LM ipſi GG æqualis. Ex quo ſequitur punctum L inventum eſſe.

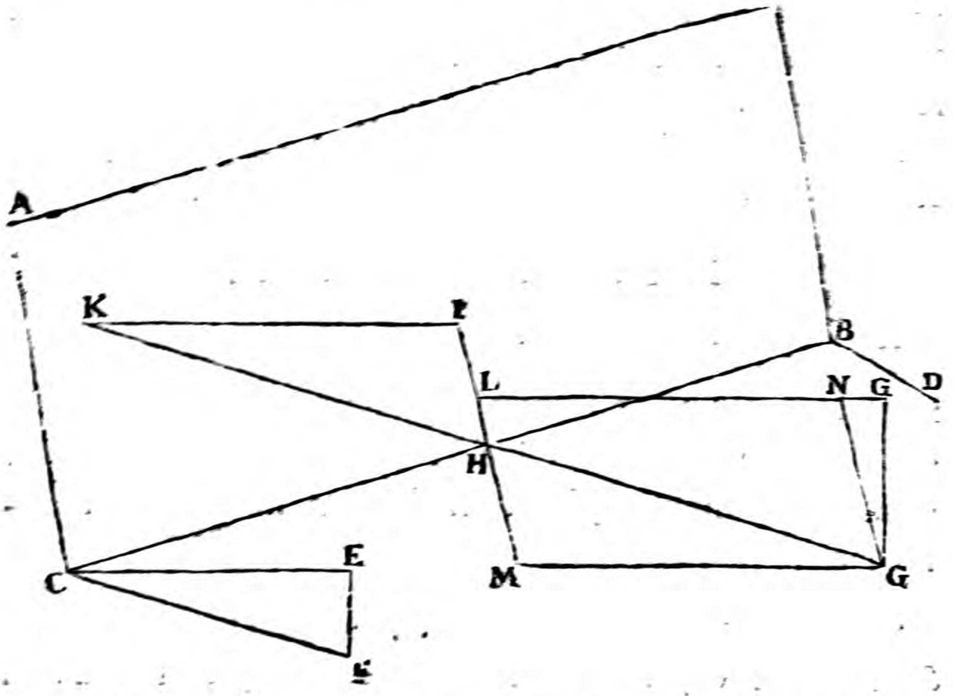
Dato igitur puncto aliquo citra planum ſubjecto plano perpendiculare; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO X.

Dato puncto aliquo citra planum ad ſubjectum planum inclinatum, punctum in hoc plano invenire, in quod a dato recta linea incidit rectæ cuidam parallela, quæ cum communi planorum ſectione in ſublimi angulos facit.

Datum ſit citra planum AB inclinatum ad planum CD punctum aliquod G; anguloſque in ſublimi faciat, cum communi planorum AB, CD ſectione CB, recta CE, cujus ad planum CD inclinatio ſit angulus ECF. Oportet invenire in plano AB id punctum, in quod a dato incidit recta linea parallela ipſi CE.





Sit primo punctum G in plano CD. Ducatur autem a G ipſi CF parallela recta GK ipſam CB ſecans in puncto H, ponaturque ab H recta HK ipſi GH æqualis. Atque erit punctum K datum. Ducatur modo a K ad planum AB, per Propoſitionem ſextam libri I., recta KI parallela ipſi CE; datumque erit punctum I. Itaque juncta IH, eaque producta, ponatur ab H recta HM æqualis ipſi IH, jungaturque GM. Demonſtrabitur, ut in ſuperiore Propoſitione, inventum eſſe in plano AB punctum M, nempe illud, in quod a G incidit recta linea ipſi CE parallela.

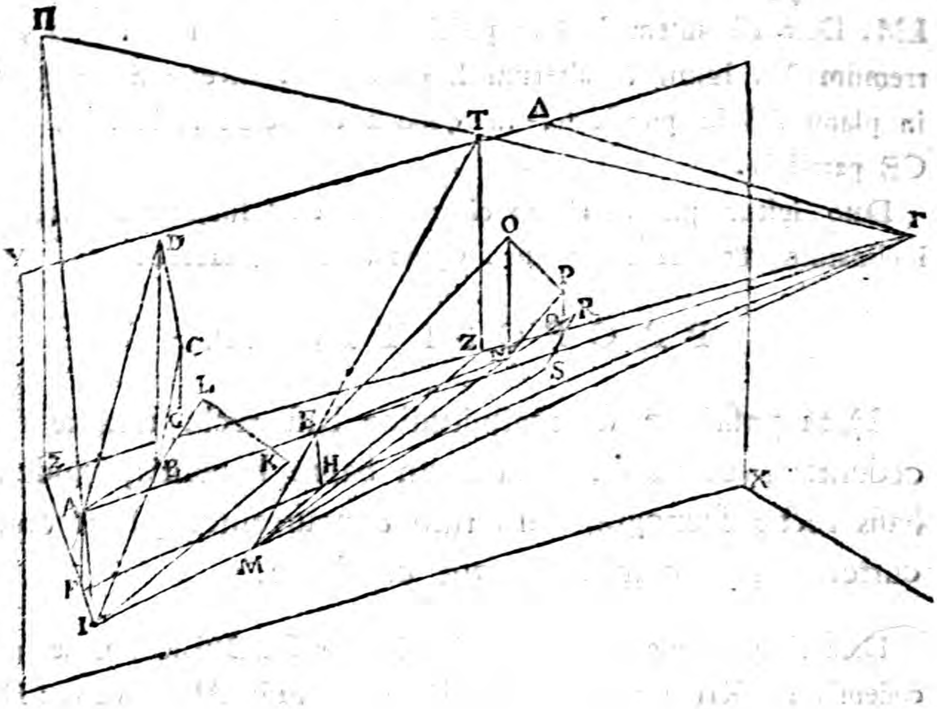
At vero punctum G ſit in ſublimi: ducaturque ab eodem plano CD perpendicularis recta GG. Erit utique datum punctum G. Itaque eadem fiant, quæ in ſuperiore Propoſitione; inventoque puncto M, ducatur a puncto G recta GL ipſi GM parallela, & a puncto G recta GN parallela ipſi LM. Quoniam igitur per 4. dat. uterque angulus datus eſt GGM, NGM, datus erit & reliquus GGN. Datus eſt autem etiam angulus GNG. Igitur triangulum per 40. dat. GNG ſpecie datum eſt. At vero data eſt magnitudine recta GG. per cor. 40. dat. Triangulum igitur GNG ſpecie & magnitudine eſt datum; ideoque data eſt magnitudine recta GN, & quæ eidem æqualis eſt, LM. Data eſt autem LM & poſitione, datumque unum ejus extremum M. Igitur & alterum L eſt datum. Inventum eſt igitur in plano AB id punctum, in quod a G incidit recta linea ipſi CE parallela. per 27. dat.

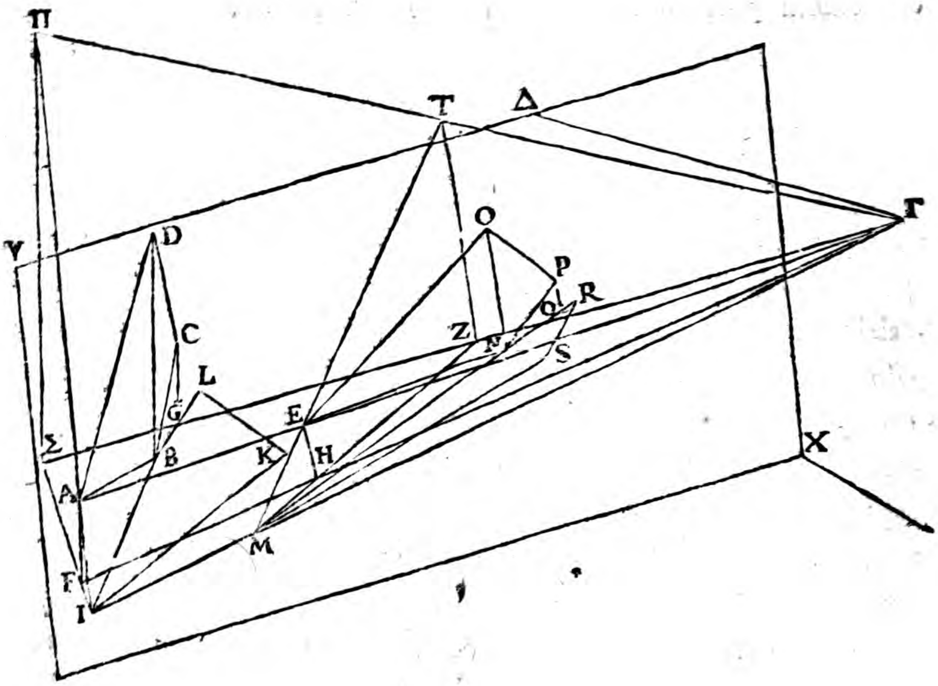
Dato igitur puncto aliquo citra planum ad ſubjectum planum inclinatum; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO XI.

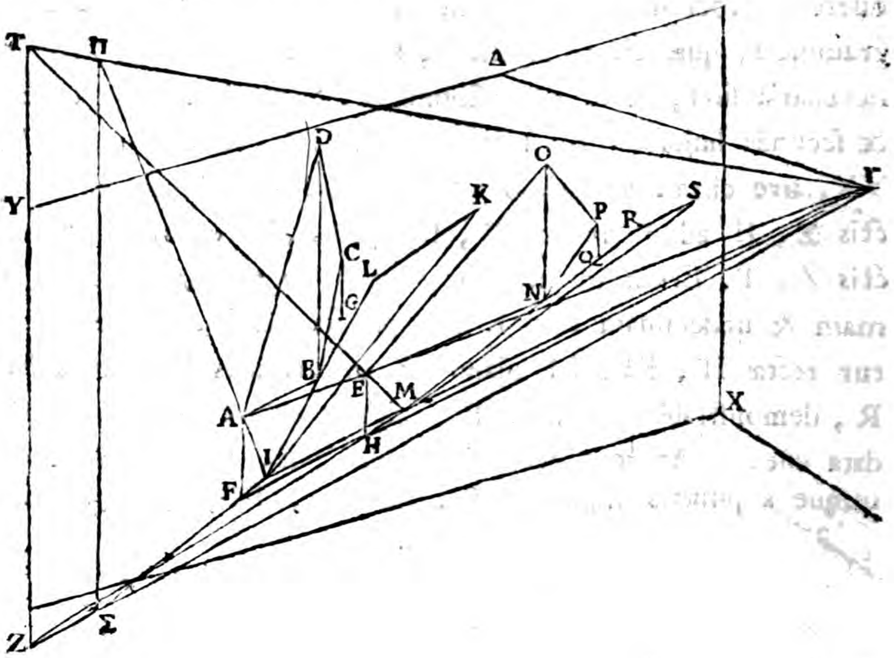
Data poſitione & magnitudine baſi recta umbræ recedentis pyramidis triangularem baſim habentis, ejuſdem baſis rectæ ſcenographiam tum concurrentem, tum concurrentem procumbentemque conficere.

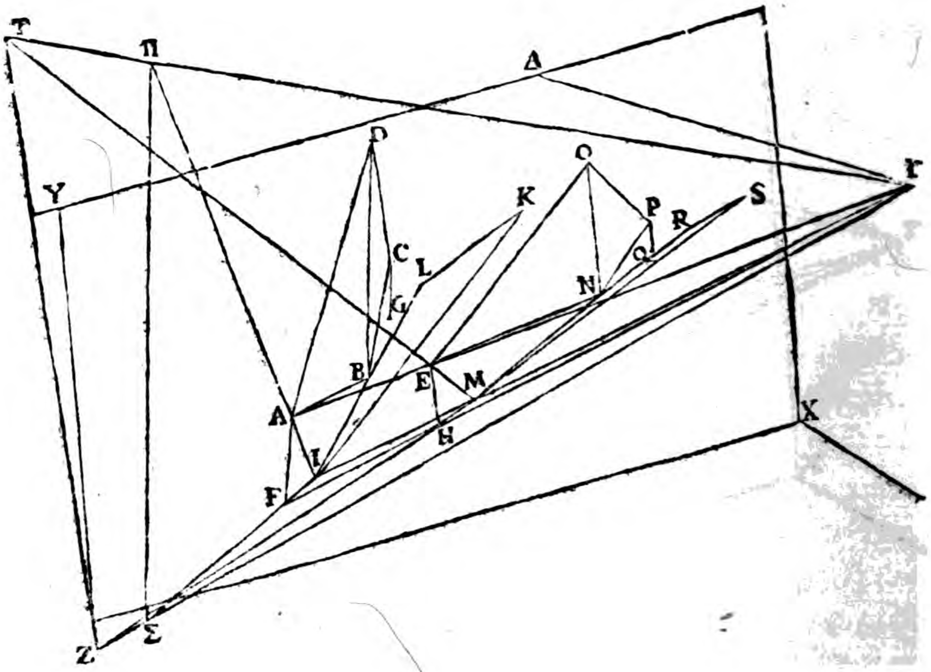
Data ſit poſitione & magnitudine baſis recta IBLK umbræ recedentis IBLKΠ pyramidis ABCD, cujus baſis ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam tum concurrentem, tum concurrentem procumbentemque baſis rectæ IBLK.





Sit delineatio ENPO ſcenographia ſive concurrens, ſive concurrens procumbenſque pyramidis ABCD: deſcriptaque ſint diagrammata, quæ iis conficiendis, baſique rectæ IBLK inveniendæ neceſſaria ſunt, ut in Propoſitionibus ſeptima & undecima libri I., & ſecunda hujuſce. Ac recta quidem ΠΣ ſive erit ultra planum YX, ſive citra. Sit primo ultra planum YX: ducanturque a punctis Σ, Π ad Γ rectæ ΣΓ, ΠΓ plano YX occurrentes in punctis Z, T. Erunt utique, per Propoſitiones, quas diximus, ſeptimam & undecimam libri I. data puncta Z, T. Itaque ſi jungantur rectæ IΓ, KΓ, LΓ plano YX occurrentes in punctis M, S, R, demonſtrabitur, ut in Propoſitione octava, puncta M, S, R data eſſe. At vero recta ΠΣ cadat citra planum YX: ducanturque a punctis Σ, Π ad Γ rectæ ΣΓ, ΠΓ, quæ productæ ad





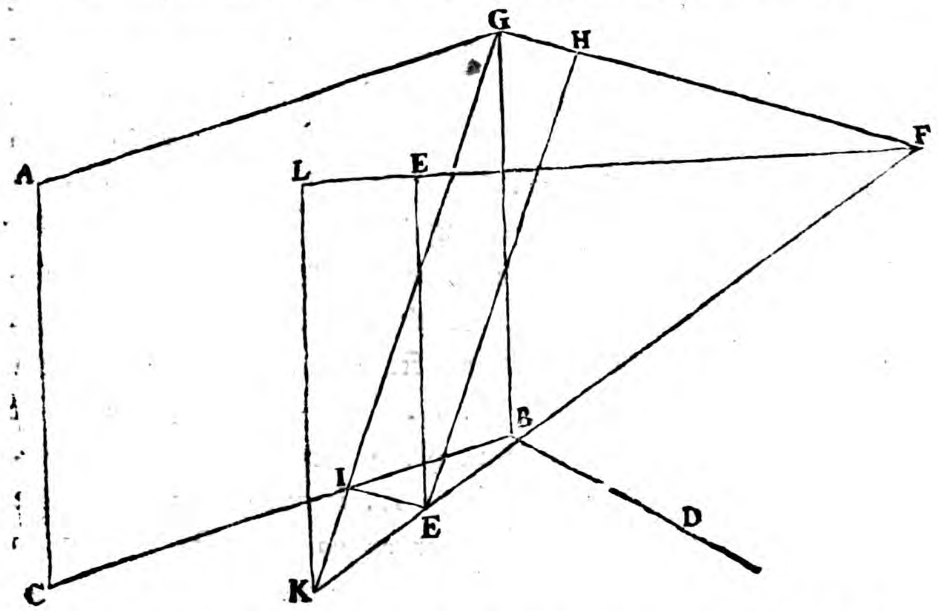
partes Z, T plano YX occurrant in punctis Z, T. Erunt utique, ut infra demonſtrabimus, puncta Z, T data. Quocirca ſi eadem fiant, quæ ſupra, eodem modo demonſtrabitur data eſſe puncta M, S, R. Itaque jungantur in quatuor hiſce figuris rectæ NM, MS, SR, RN: atque erit, per definitiones Propoſitionum ſeptimæ & undecimæ libri I., quæ oritur delineatio MNRS, ſcenographia ſive concurrens, ſive concurrens procumbenſque baſis rectæ IBLK.

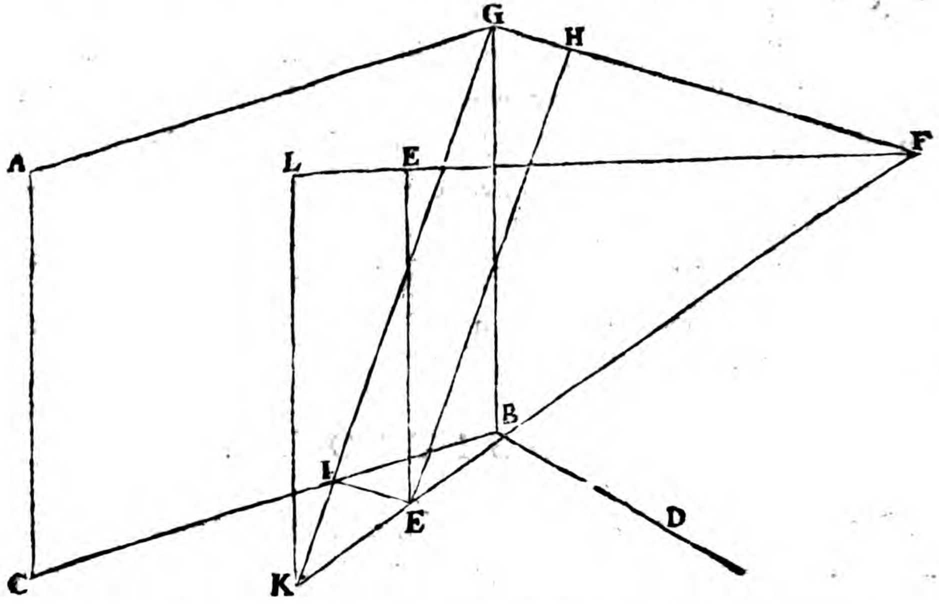
Data igitur poſitione & magnitudine baſi recta umbræ recedentis pyramidis triangularem baſim habentis; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO XII.

Dato puncto aliquo citra planum ad ſubjectum planum perpendiculare, punctum in hoc plano invenire, in quod recta linea incidit, quæ per punctum datum, aliudque item datum in ſublimi, & ad eaſdem partes, ducitur.

Datum ſit citra planum AB perpendiculare plano CD punctum aliquod E, datumque item ſit in ſublimi punctum aliud F. Oportet invenire in plano AB id punctum, in quod incidit recta linea, quæ ducitur per duo puncta F, E.





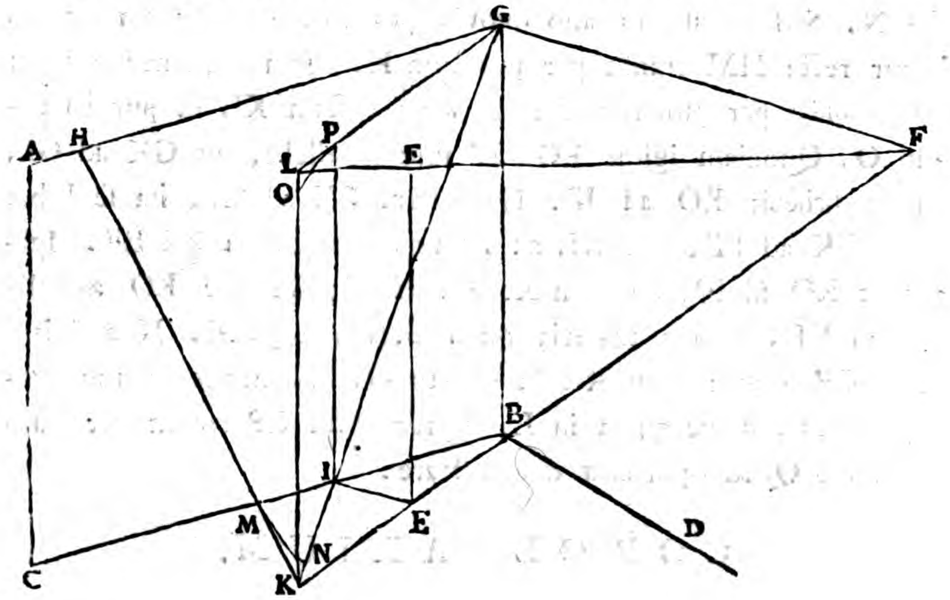
Sit primo punctum E in plano CD. Ducantur autem a punctis F, E ad planum AB rectæ lineæ FG, EI ſibi invicem parallelæ. Hoc autem quomodo fiat, in Propoſitione ſeptima libri I. demonſtratum eſt. Atque erunt puncta G, I data. Ducantur modo per puncta F, E, & G, I rectæ FE, GI ſibi invicem occurrentes in puncto K; & per punctum E recta EH ipſi GI parallela. Quoniam igitur triangula FHE, EIK ſunt æquiangula, ideo ut FH ad HE, ita ſe habet EI ad IK. At vero ratio, quam
per. 26. 4. & 1. dat. FH habet ad HE, eſt data. Igitur & ratio data eſt, quam EI
per 2. dat. habet ad IK. Data eſt autem magnitudine EI. Data eſt igitur
per 26. & 29. dat. magnitudine & IK. Atqui data eadem eſt & poſitione, datumque
per 27. dat. unum ejus extremum I. Igitur & alterum K eſt datum. Inventum eſt igitur in plano AB id punctum, in quod incidit recta linea, quæ ducitur per puncta F, E. At vero punctum E ſit in ſublimi: ducaturque ab eodem, plano CD perpendicularis, recta EE. Erit utique datum punctum E. Itaque eadem fiant, quæ ſupra; inventoque puncto K, ducatur ab eodem recta KL parallela ipſi EE; jungaturque FE ipſi KL occurrens in puncto L. Quoniam igitur triangula FEE, FKL ſunt æquiangula, datæque ſunt magnitudine rectæ FE, EE, FK, demonſtrabitur, ut ſupra, punctum L datum eſſe. Inventum eſt igitur in plano AB id pun-

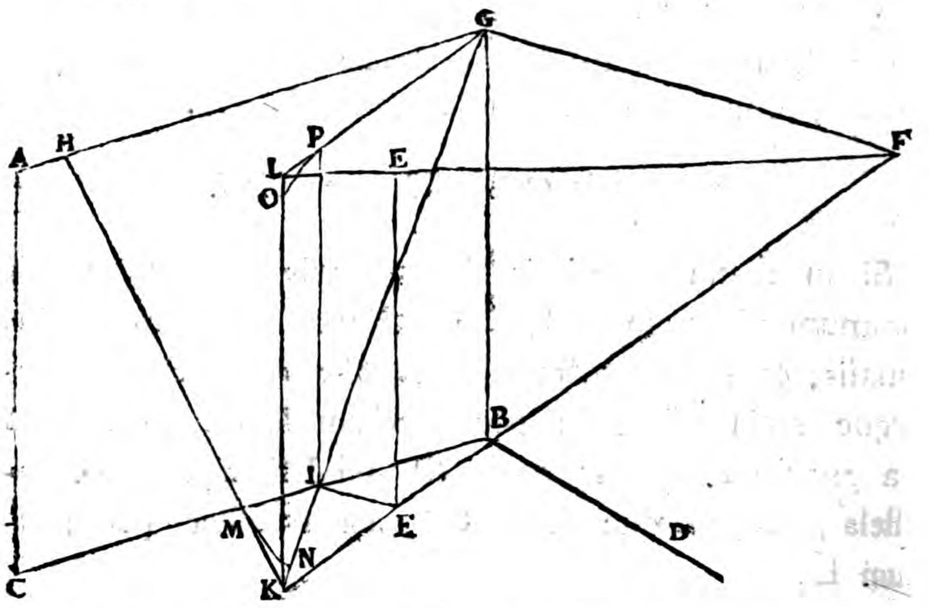
ctum, in quod incidit recta linea, quæ ducitur per puncta F, E. Dato igitur puncto aliquo citra planum ſubjecto plano perpendiculare; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO XIII.

Si in figura ſuperioris Propoſitionis ſumatur in IC, communi planorum AB, CD ſectione, recta IM ipſi IE æqualis, & in GA recta GH æqualis rectæ FG, jungaturque recta HM, ea per punctum K tranſibit. Item ſi a puncto I ducatur recta IP ipſi EE æqualis & parallela, jungaturque recta GP, ea tranſibit per punctum L.

Si enim recta HM per punctum K non tranſit, ea ſecet, ut in appoſita figura, rectam GK in puncto N. Erunt utique triangula GHN, IMN æquiangula. Ut igitur GH ad IM, ita ſe habet GN ad NI. At vero GH ad IM ita ſe habet, ut FG ad EI; quoniam GH æqualis eſt ipſi FG, & IM æqualis ipſi IE; itemque FG ad EI, ut GK ad KI. Igitur GN ad NI ita ſe habet, ut GK ad KI. Et dividendo, GI ad NI ita ſe habet, ut





GI ad KI; ideoque NI æqualis eſt ipſi KI, minor majori; quod fieri non poteſt. Non igitur recta HM ſecat rectam GK in puncto N. Sed neque in alio quovis puncto, præterquam in K. Igitur recta HM tranſit per punctum K. Jam vero neque recta GP tranſeat per punctum L, ſed ſecet rectam KL in puncto aliquo O. Quoniam igitur KO, IP ſunt parallelæ, ut GK ad GI, ita ſe habebit KO ad IP. Ut autem GK ad GI, ita ſe habet etiam FK ad FE, ſive KL ad IP utpote æqualem ipſi EE. Igitur ut KO ad IP, ita ſe habet KL ad IP; ideoque KO æqualis eſt ipſi KL, minor majori; quod fieri non poteſt. Non igitur recta GP ſecat rectam KL in puncto O. Sed neque in alio quovis puncto, præterquam in L. Igitur recta GP tranſit per punctum L. Quod oportebat demonſtrare.

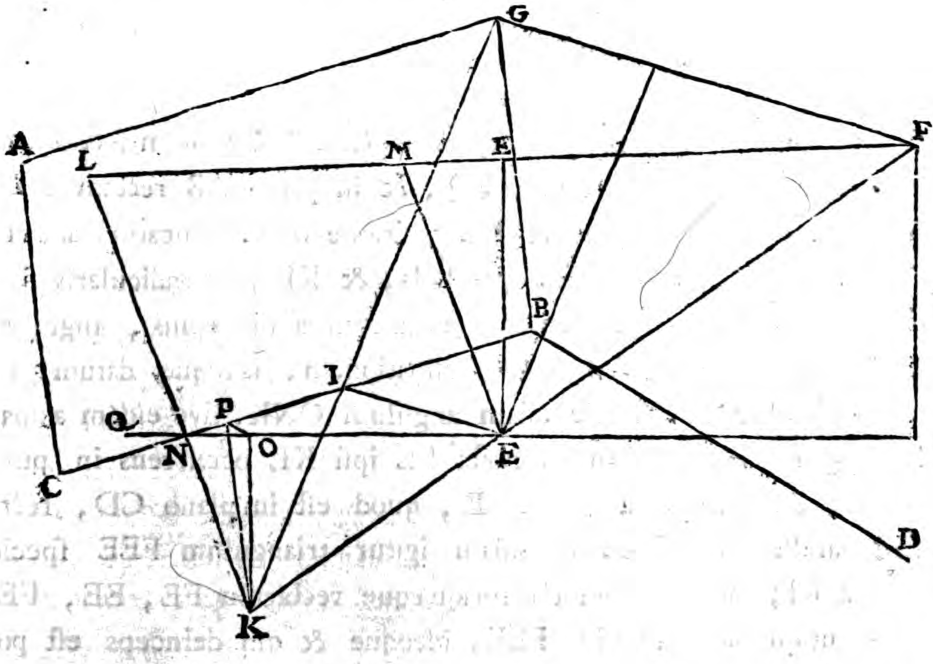
COROLLARIUM.

Ex hoc manifeſtum eſt, in duodecima Propoſitione puncta K, L aliter inveniri poſſe, atque in illa inventa ſunt.

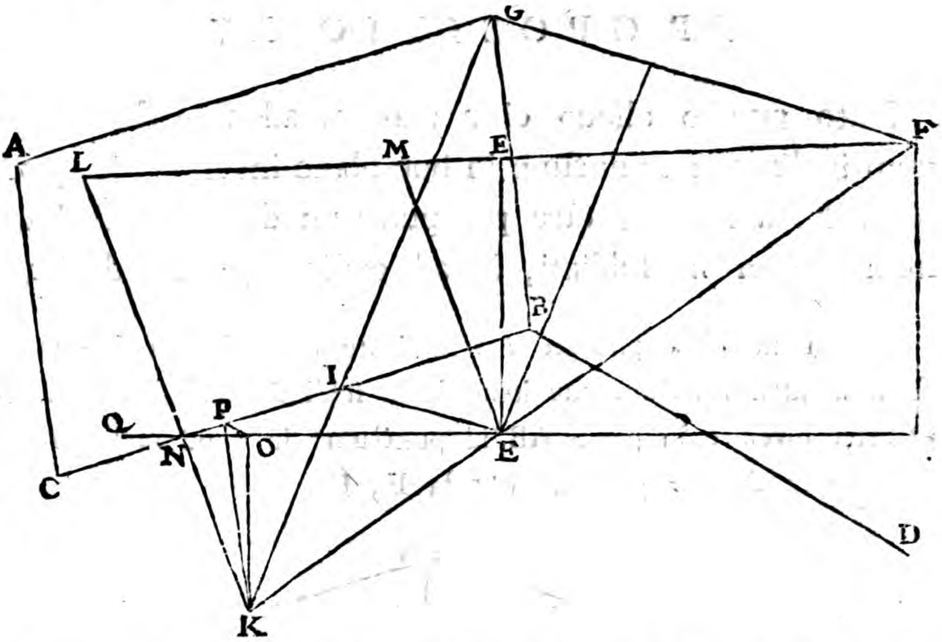
PROPOSITIO XIV.

Dato puncto aliquo citra planum ad ſubjectum planum inclinatum, punctum in hoc plano invenire, in quod recta linea incidit, quæ per punctum datum, aliudque item datum in ſublimi, & ad eaſdem partes, ducitur.

Datum ſit citra planum AB inclinatum ad planum CD punctum aliquod E, datumque item ſit in ſublimi punctum aliud F. Oportet invenire in plano AB id punctum, in quod incidit recta linea, quæ ducitur per duo puncta F, E.



Sit primo punctum E in plano CD. Ducantur autem a punctis F, E ad planum AB rectæ lineæ FG, EI ſibi invicem parallelæ. Hoc autem quomodo fiat, in Propoſitione undecima libri I. demonſtratum eſt. Atque erunt puncta G, I data. Itaque eadem fiant, quæ in Propoſitione duodecima: punctumque K haud ſecus invenietur, atque in illa inventum ſit. At vero punctum E ſit in ſublimi: ducaturque ab eodem plano CD perpendicularis recta EE. Erit utique datum punctum E. Itaque invento, ut



ſupra, puncto K, agatur per rectas EE, FK planum ſectionem faciens in plano CD rectam EQ, & in plano AB rectam KL. per 25. & 26. dat. Atque erit EQ, ideoque & KL poſitione data. Ducatur a puncto K recta KO ipſi EE parallela, & KP perpendicularis ipſi CB; jungaturque OP. Demonſtrabitur, ut alibi ſæpius, angulum OPK eſſe planorum AB, CD inclinationem, ideoque datum: ex quo colligitur datum eſſe etiam angulum ONK, ſive eidem æqualem QNL. Jungatur modo recta FE ipſi KL occurrens in puncto L; ducaturque a puncto E, quod eſt in plano CD, recta per 1. & 42. dat. EM parallela ipſi KL. Quoniam igitur triangulum FEE ſpecie per 26. dat. datum eſt; quippe data eſt unaquæque rectarum FE, EE, FE; datus utique erit angulus FEE, ideoque & qui deinceps eſt poper 4. dat. ſitus, MEE. Datus eſt autem etiam angulus EEM, utpote qui reliquus eſt ex duobus NEE, NEM, quorum uterque eſt datus. Igitur triangulum EEM ſpecie datum eſt. At vero data eſt maper cor. 40. dat. gnitudine recta EE. Triangulum igitur EME ſpecie & magnitudine eſt datum; ideoque data eſt magnitudine recta ME. Quoniam igitur triangula FEM, FKL ſunt æquiangula, ideo ut FE ad EM, ita ſe habet FK ad KL. At vero ratio, quam habet FE per 1. dat. ad EM, eſt data. Igitur & ratio data eſt, quam FK habet ad KL.

KL. Data eſt autem magnitudine FK. Data eſt igitur magnitudine & KL. Atqui data eadem eſt & poſitione, datumque unum ejus extremum K. Igitur & alterum L eſt datum. Inventum eſt igitur in plano AB id punctum, in quod incidit recta linea, quæ ducitur per puncta F, E. per 2. dat. per 27. dat.

Dato igitur puncto aliquo citra planum ad ſubjectum planum inclinatum; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

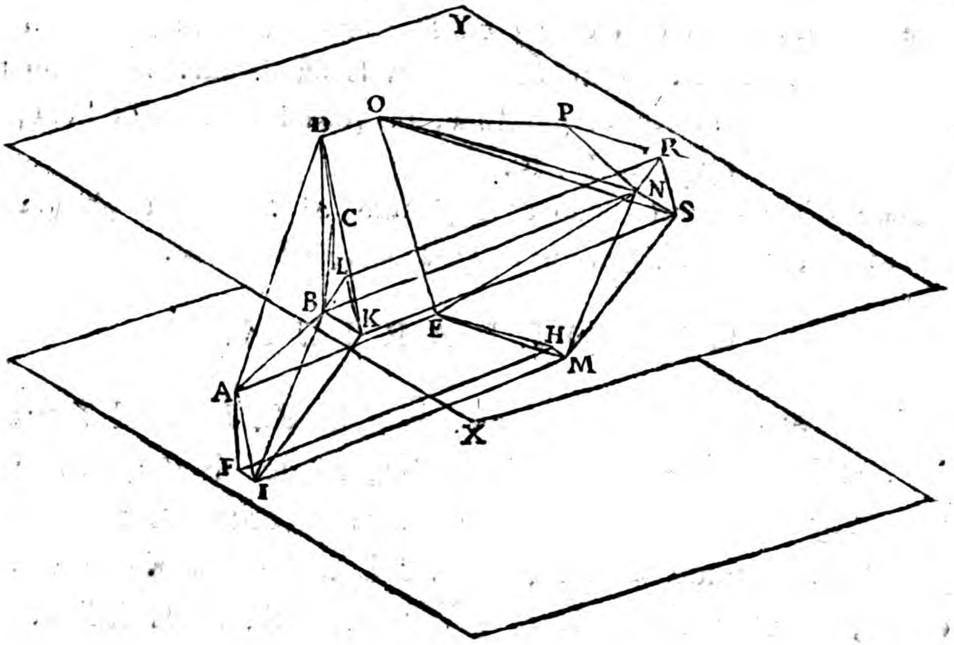
COROLLARIUM.

Illud vero manifeſtum eſt, puncta K, L haud ſecus in hac Propoſitione inveniri poſſe, atque in duodecima per Propoſitionem decimam tertiam inventa ſint; ſi, ad punctum L quod attinet, recta KL a puncto K ita ducatur, ut ea communis ſit planorum AB, FKL ſectio.

PROPOSITIO XV.

Data poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis, ejuſdem baſis rectæ ſcenographiam parallelam horizontalem conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine baſis recta IBLK umbræ parallelæ ABCDKLBI pyramidis ABCD, cujus baſis ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam parallelam horizontalem baſis rectæ IBLK.



Sit delineatio ENPO ſcenographia parallela horizontalis pyramidis ABCD: deſcriptaque ſint diagrammata, quæ illi conficiendæ, baſique rectæ IBLK inveniendæ neceſſaria ſunt, ut in Propoſitionibus decima quinta libri I.. & prima hujuſce. Ducantur autem a punctis I, K, L rectæ ipſi FH parallelæ plano YX occurrentes in punctis M, S, R: eruntque, per Propoſitionem, quam diximus, decimam quintam libri I., puncta M, S, R data. Itaque jungantur rectæ NM, MS, SR, RN: atque erit, per definitionem Propoſitionis decimæ quintæ libri I., quæ oritur delineatio MNRS, ſcenographia parallela horizontalis baſis rectæ IBLK.

Data igitur poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

COROLLARIUM I.

Quoniam duo plana parallela IH, KN; FE, BO; IE, KO ſecantur a plano YX, erunt utique parallelæ inter ſe invicem communes ipſorum ſectiones. Ex quo illud ſequitur, quod in Corollario Propoſitionis quintæ collectum eſt, invento puncto quolibet M delineationis MNRS, reliqua S, R, & ſiqua ſunt alia, facillime inventum iri.

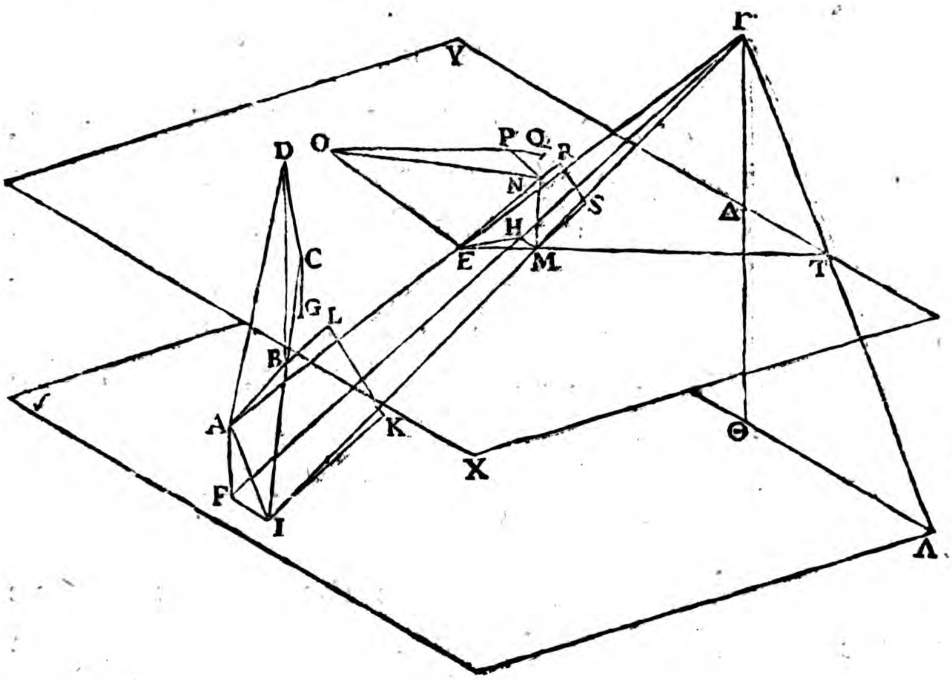
COROLLARIUM II.

Et quoniam in Corollario tertio Propoſitionis decimæ quintæ libri I. demonſtratum eſt, eam delineationem in ſubjecto plano poſſe repræſentari, quæ in parallelo conficienda erat, conſtat id quoque verum eſſe de delineatione MNRS.

PROPOSITIO XVI.

Data poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis, ejuſdem baſis rectæ ſcenographiam concurrentem horizontalem conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine baſis recta IBLK umbræ parallelæ ABCDKLBI pyramidis ABCD, cujus baſis ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam concurrentem horizontalem baſis rectæ IBLK.



Sit delineatio ENPO ſcenographia concurrens horizontalis pyramidis ABCD: deſcriptaque ſint diagrammata, quæ illi conficiendæ, baſique rectæ IBLK inveniendæ neceſſaria ſunt, ut in Propoſitionibus decima ſexta lib. I., & prima hujuſce. Ducatur a puncto Θ, in quod incidit ΓΘ plano VΛ perpendicularis, recta ΘΛ parallela ipſi FI: deinde vero agantur duo plana, alterum quidem per ΓΘ, ΘΛ ſectionem in plano YX faciens rectam ΔT, alterum vero per AI, punctumque Γ ſectionem faciens in plano ΓΘΛ rectam ΓΛ. Atque erunt triangula AFI, ΓΘΛ, ΓΔT æquiangula. Igitur ut AF ad FI, ita ſe habet ΓΘ ad ΘΛ, ſive ΓΔ ad
per 1. dat. ΔT. At vero ratio, quam habet AF ad FI, eſt data. Igitur &
ratio data eſt, quam ΓΔ habet ad ΔT. Data eſt autem magnitu-
per 2. dat. dine ΓΔ. Data eſt igitur magnitudine & ΔT. Atqui data eadem
per 28. dat. eſt & poſitione, datumque unum ejus extremum Δ. Igitur &
per 27. dat. alterum T eſt datum. Jungatur modo recta IΓ plano YX occurrens in puncto M. Quoniam igitur duo plana parallela YX, VΛ ſecantur a plano FIΓ, erunt utique communes ipſorum ſectiones HM, FI inter ſe invicem parallelæ. Quare punctum M erit in

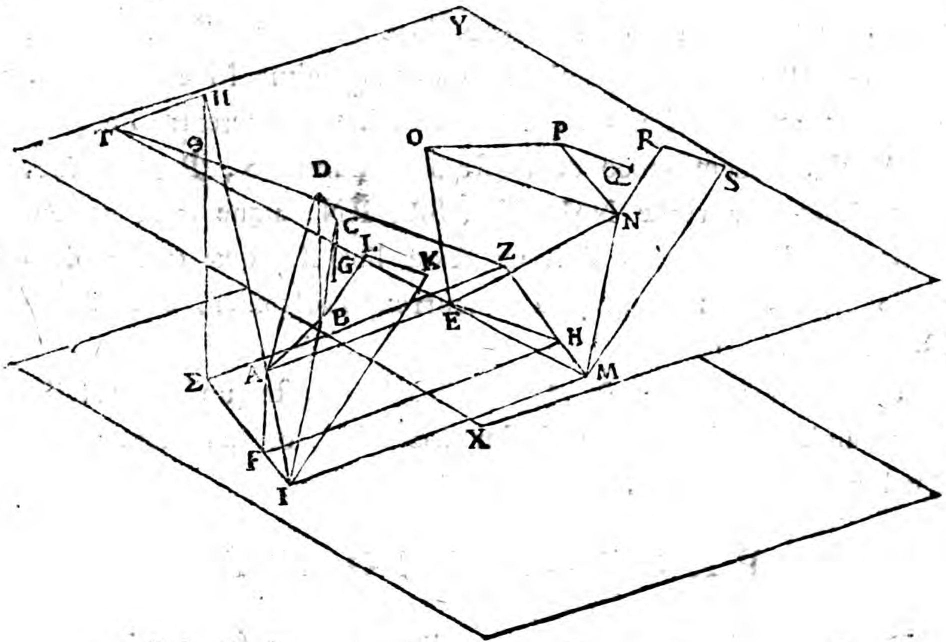
recta HM poſitione data. Et quoniam parallelæ ſunt rectæ ΓT, per 28. dat. AI, demonſtrabitur, ut in Propoſitione ſexta, punctum M eſſe in recta ET data item poſitione. Punctum igitur M erit datum. per 25. dat. Jungantur modo rectæ KΓ, LΓ plano YX occurrentes in punctis S, R. Eodem modo demonſtrabitur puncta S, R data eſſe. Itaque jungantur rectæ NM, MS, SR, RN: atque erit, per definitionem Propoſitionis decimæ ſextæ libri I., quæ oritur delineatio MNRS, ſcenographia concurrens horizontalis baſis rectæ IBLK.

Data igitur poſitione & magnitudine baſi recta umbræ parallelæ pyramidis triangularem baſim habentis; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO XVII.

Data poſitione & magnitudine baſi recta umbræ recedentis pyramidis triangularem baſim habentis, ejuſdem baſis rectæ ſcenographiam parallelam horizontalem conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine baſis recta IBLK umbræ recedentis IBLKΠ pyramidis ABCD, cujus baſis ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam parallelam horizontalem baſis rectæ IBLK.



Sit delineatio ENPO ſcenographia parallela horizontalis pyramidis ABCD: deſcriptaque ſint diagrammata, quæ illi conficiendæ, baſique rectæ IBLK inveniendæ neceſſaria ſunt, ut in Propoſitionibus decima quinta libri I., & ſecunda hujuſce. Ducatur a puncto Σ ad planum YX ipſi FH parallela recta ΣZ. Erit utique, per Propoſitionem, quam diximus, decimam quintam libri I., datum punctum Z. Jungatur a puncto Θ, in quo ΣΠ occurrit plano YX, recta ΘZ; eademque producta, fiat, ut ΣΘ ad ΘZ, ita ΠΘ ad ΘT; jungaturque ΠT. Erunt igitur triangula ΘΣZ, ΘΠT æquiangula, anguluſque ΣZΘ æqualis angulo ΠTΘ: ac propterea ΠT parallela ipſi ΣZ. Quoniam vero ΠΘ ad ΘT datam habet
per 2. dat. rationem, eademque magnitudine data eſt, ideo data erit magni-
per 26. dat. tudine etiam ΘT. Atqui data eadem eſt & poſitione, datumque
per 27. dat. unum ejus extremum Θ. Igitur & alterum T eſt datum. Ducatur modo a puncto I recta IM parallela ipſi FH. Demonſtrabitur, ut in Propoſitione octava, puncta quidem Z, H, M eſſe in recta linea ZM, puncta vero T, E, M eſſe in recta linea TM. Ex quo ſequitur punctum M eſſe datum. Eodem modo du-

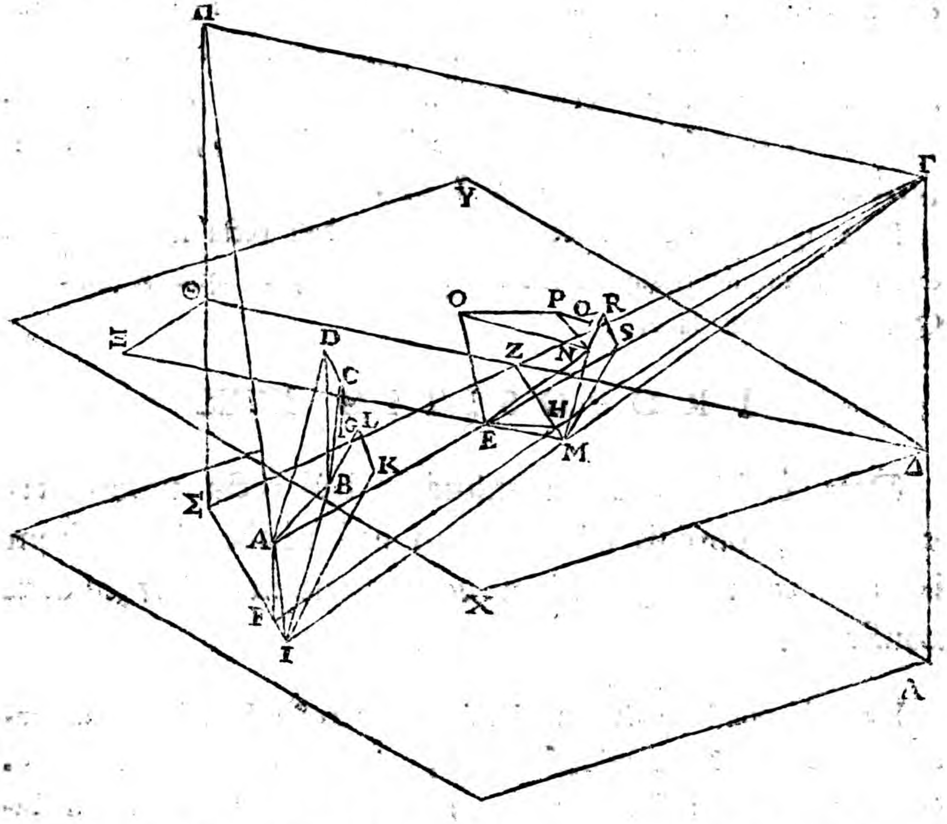
ctis a punctis K, L ad planum YX rectis KS, LR ipſi FH parallelis, data erunt puncta S, R. Itaque jungantur rectæ NM, MS, SR, RN: atque erit, per definitionem Propoſitionis decimæ quintæ libri I., quæ oritur delineatio MNRS, ſcenographia parallela horizontalis baſis rectæ IBLK.

Data igitur poſitione & magnitudine baſi recta umbræ recedentis pyramidis triangularem baſim habentis; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO XVIII.

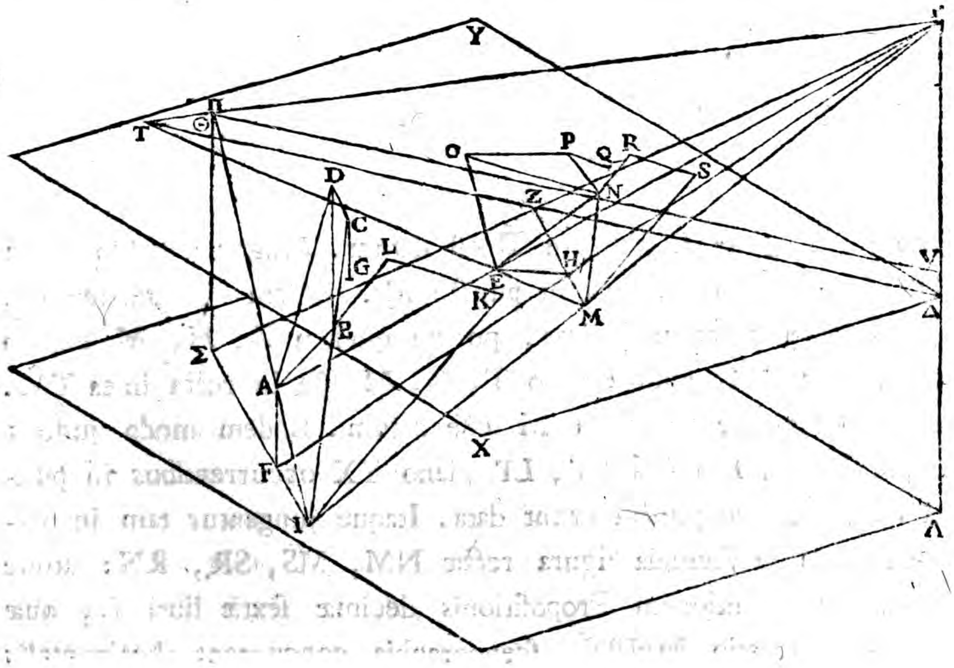
Data poſitione & magnitudine baſi recta umbræ recedentis pyramidis triangularem baſim habentis, ejuſdem baſis rectæ ſcenographiam concurrentem horizontalem conficere.

Data ſit poſitione & magnitudine baſis recta IBLK umbræ recedentis IBLKΠ pyramidis ABCD, cujus baſis ABC, vertex D. Oportet conficere ſcenographiam concurrentem horizontalem baſis rectæ IBLK.

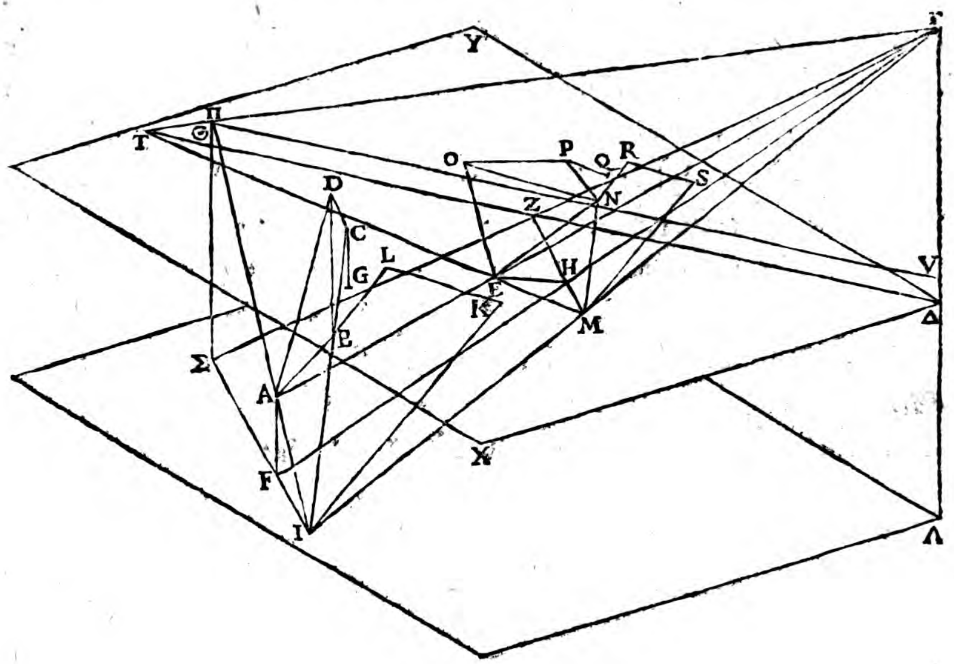


Sit delineatio ENPO ſcenographia concurrens horizontalis pyramidis ABCD: deſcriptaque ſint diagrammata, quæ illi conficiendæ, baſique rectæ IBLK inveniendæ neceſſaria ſunt, ut in Propoſitionibus decima ſexta libri I., & ſecunda hujuſce. Ac recta quidem ΣΠ ſive æqualis erit ipſi ΓΛ, ſive eidem inæqualis. Sit primo æqualis. Jungatur recta ΣΓ plano YX occurrens in puncto Z. Erit utique, per Propoſitionem, quam diximus, decimam ſextam libri I., datum punctum Z. Jungatur recta ΓΠ, ducaturque ΔZ, eademque producatur ad Θ. Atque erit ΘΠ æqualis ipſi ΓΔ. Eſt autem ΘΠ ipſi ΓΔ etiam parallela. Igitur recta ΔΘ parallela eſt ipſi ΓΠ. Ducatur modo a puncto Θ in plano YX recta ΘΞ ad rectos angulos ipſi ΘΔ; deinde vero recta jungatur IΓ plano YX occurrens in puncto M; jungaturque EM, quæ producatur ad Ξ. Quoniam igitur ΔΘ cum ΠΘ, ΘΞ, quæ in puncto Θ ſe ſe invicem ſecant, rectos angulos facit, ea utique plano, quod per ipſas agitur, ad rectos angulos erit. At vero

ΓΠ ipſi ΔΘ eſt parallela. Igitur & ΓΠ eidem plano erit ad rectos angulos; ideoque plana tum YX, quod per ipſam agitur ΔΘ, tum ΠΙΓ, ſi producatur, quod per ipſam agitur ΓΠ, plano ΞΘΠ ad rectos etiam angulos erunt. Secant autem eadem hæc ſe ſe invicem. Igitur & communis ipſorum ſectio ΞM plano ΞΘΠ erit ad rectos angulos; ac proinde parallela ipſi ΔΘ. Quare recta EM poſitione data erit. Demonſtrabitur, ut in Propoſitione undecima, puncta Z, H, M eſſe in recta linea ZM data item poſitione. Punctum igitur M eſt datum. Jungantur modo rectæ KΓ, LΓ plano YX occurrentes in punctis S, R. Eodem modo demonſtrabitur, puncta S, R data eſſe. At vero per 28. dat.



recta ΣΠ ſit inæqualis ipſi ΓΛ. Invento, ut ſupra, puncto Z jungantur rectæ ΔZ, ΓΠ, eædemque producantur, quouſque ſimul concurrant in puncto T; & ducatur a puncto Π recta ΠV ipſi ΔΘ parallela. Erunt igitur triangula ΓVΠ, ΠΘT æquiangula; ideoque data erit ratio, quam ΠΘ habet ad ΘT. Data eſt autem magnitudine ΠΘ. Data eſt igitur magnitudine etiam ΘT. per 2. dat.
Atqui data eadem eſt & poſitione, datumque unum ejus extre- per 26. dat.



per 27. dat. mum Θ. Igitur & alterum T eſt datum. Jungatur modo recta IΓ plano YX occurrens in puncto M. Itidem demonſtrabitur, ut in Propoſitione undecima, puncta quidem Z, H, M eſſe in recta linea ZM; puncta vero T, E, M eſſe in recta linea TM. Ex quo ſequitur punctum M eſſe datum. Eodem modo junctis a punctis K, L rectis KΓ, LΓ plano YX occurrentibus in punctis S, R, hæc puncta erunt data. Itaque jungantur tam in prima, quam in ſecunda figura rectæ NM, MS, SR, RN: atque erit, per definitionem Propoſitionis decimæ ſextæ libri I., quæ oritur delineatio MNRS, ſcenographia concurrens horizontalis baſis rectæ IBLK.

Data igitur poſitione & magnitudine baſi recta umbræ recedentis pyramidis triangularem baſim habentis; & quæ ſequuntur. Quod oportebat facere.

FINIS
LIBRI SECUNDI.

VERONÆ
Typis Heredum Marci Moroni
IDIB. MART. MDCCLXXXVIII.